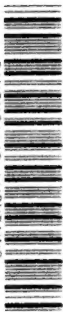


UNIVERSITY OF TORONTO



3 1761 01708483 1

8690

42 ~~20874~~

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS

PUBLIÉES PAR LA

SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES

TOME DIXIÈME

CORRESPONDANCE

1691—1695



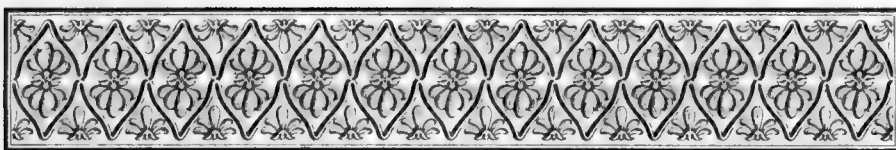
LA HAYE
MARTINUS NIJHOFF
1905

20874
15/606

Q
113
H89
1888
t 10

CORRESPONDANCE

1691—1695.



N^o 2655.

P. BAYLE à CHRISTIAAN HUYGENS.

1^{er} JANVIER 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2657.

MONSIEUR

Il y a longtems que i'ai pensé à vous demander l'explication d'une chose qui ne vous chargera d'aucune meditation, et ie suis bien aise d'avoir differé iusqu'à aujourd'hui afin de pouvoir en meme tems vous souhaiter une bonne et heureuse année. Je vous la souhaite, Monsieur, tres heureuse celle que nous commencons, et plusieurs autres consecutivement. pour venir à ma petite question voici ce que c'est.

Comme ie n'ai iamais fait d'operation Astronomique, ie ne fai point avec quels instrumens on prend la paralaxe d'un astre, et comment on peut remarquer la difference entre *le locum verum* et le *locum visum* d'un astre, car dit on, *locus verus* c'est celui où la lune paroistroit correspondre au firmament si on la regardoit du centre de la terre: *locus visus* est celui où nous la voions correspondre au firmament. Je comprends fort bien que plus un astre est éloigné de la terre, moins doit on s'apercevoir de la difference entre son *locus verus* et son *locus visus*, mais je voudrois seulement savoir comment on fait que le *locus verus* de la lune, c'est a dire celui où elle paroistroit du centre de la terre, est là ou là, éloigné de tant et de tant de son *locus visus*. Vous voiez Monsieur que c'est là une demande de Novice qui ne vous coutera que 2 coups de plume, si vous avez la bonté de me la vouloir éclaircir à votre première commodité, comme vous en supplie tres humblement

MONSIEUR

Votre tres humble et tres obeissant seruiteur

BAYLE.

A Rotterdam le 1. de l'an 1691.

N^o 2656.

A. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

1^{er} JANVIER 1691.*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2652.*

Amsterdam den 1 Januarij 1691.

MIJN HEER

hebbe UE aangename van den 26 dec. 1690 wel ontfangen en de ingeleyde ¹⁾, op dien selfden avont, noch aan mijn soon gefonden met een matroos van Brandenburg, die aanstonts zoude vertrekken, zoo dat vertrouwe dat ze hem wel zal behandigt wezen. 't is mij lief dat uE noch iets vint in mijne mathematische werken dat u behaagt. Ik hebbe niets van de uwe als dat van de horologiens.

hier nevens gaan drie brieven van mijn soon, hebbe twee daarvan ²⁾ zoo even ontfangen, ende andere voor twee dagen ³⁾, die ik uE niet toefont omdat ik er noch meer verwachte, en oordeelde het te laat te wezen om mijn zoon meerder te schrijven, 't welk ook gebleeken is omdat de scheepen Vrijdag zijn vertrokken, uijtgenomen Java dat vast raakte int uytloopen.

Eyndigende, wensche dat de horologiens goet succes mogen hebben, en ook voor UE een geluk en salig nieuwe jaar. Verblijvende mijn Heer sijn ootmoedige Dienaar

ABRAHAM DE GRAAFF.

het kassie etc. wert UE met het eerste openwater toegefonten.

Aande E: Heer

Mijn Heer CONSTANTYN HUYGENS
Heere van Zuylichem, om te behandigen
aan sijn E. Broeder de Heer van Zelem
In
's gravenhage.

¹⁾ La Lettre N^o. 2651.²⁾ Les Lettres Nos. 2650 et 2653.³⁾ Probablement la Lettre N^o. 2648.

N^o 2657.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAYLE.

13 JANVIER 1691.

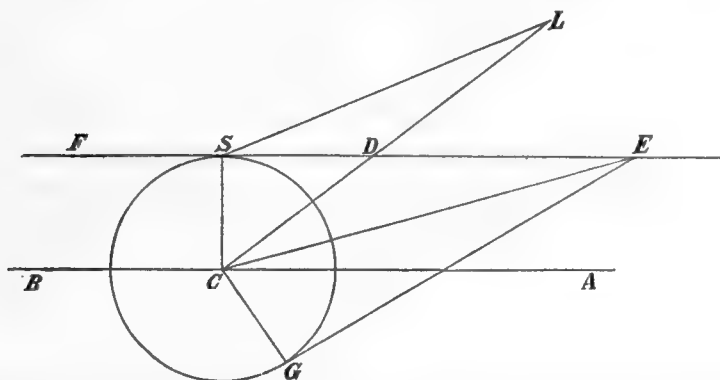
*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2655.*

MONSIEUR

Vous ne faites pas comme la plupart des philosophes qui profitent des decouvertes des Astronomes, sans s'informer comment ils les ont faites. J'approuve fort vostre curiosité et y satisfais tres volontiers, quoy que le premier auteur de ceux qui traitent ces matieres, si vous l'aviez voulu consulter, vous auroit pu apprendre ce que vous me demandez touchant la maniere d'observer les Parallaxes.

Vous scavez que par les Tables astronomiques on peut connoître le lieu d'un astre, par ex. de la Lune, en determinant sa longitude et latitude a l'égard du cercle Ecliptique et de son point qui s'appelle le commencement d'aries. lequel lieu se trouve tout calculé dans les Ephemerides, en sorte qu'on le peut avoir pour chaque jour heure et minute. Ces lieux sont ceux ou la lune paroistroit parmi les Etoiles fixes estant regardée du centre de la Terre. Et il estoit necessaire de commencer par ces loci veri pour trouver en suite locos visos ex terrae superficie. Ayant donc appris par l'un de ces moiens la Longitude et la Latitude de la Lune on peut trouver par le calcul des triangles spheriques quel sera l'angle de son elevation sur le plan d'un horizon, qu'on nomme rationalis qui est un plan imaginé passant par le centre de la Terre, et parallele a nostre horizon visible, c'est a dire parallele au plan qui touche le globe terrestre a l'endroit ou nous sommes.

Soit SG la Terre ; son centre C. le lieu de nostre demeure S, la lune en L. Ima-



ginant maintenant un plan FSE qui touche la terre en S, et qui s'étende jusqu'aux etoiles fixes et un autre plan BA parallele au premier et passant par le centre C,

c'est la cet horizon rationalis et la hauteur de la lune qui se trouve comme je viens de dire est l'angle LCA.

Pour mesurer donc la parallaxe de la Lune, il faut observer a quelque heure sa hauteur apparente sur nostre horizon visible FSE, scavoir l'angle LSE, ce qui se fait par le quart de cercle ou autre tel instrument, et mieux qu'autrement lors que la Lune est au meridien, parce qu'elle demeure quelque temps la sans changer sensiblement de hauteur. Ayant cette hauteur (prenons que ce soit 30 degr.) on suppose en suite pour l'heure que cette observ. a esté faite, l'angle LCA, qui soit de 30 degr. 40 min. Ces 40 min. de difference font l'angle SLC, qu'on nomme parallactique. Car il est aisé de voir que cet angle SLC est celui dont l'angle LCA, c'est a dire CDS surpasse ESL, ou DSL, puisque DSL et DLS pris ensemble egalent l'externe CDS par Elem. d'Euclide. C'est que dans le triangle SLC étant connu l'angle L et l'angle LSC, composé de LSE et de l'angle droit ESC; et le costé SC, on en calcule le costé CL, distance cherchée de la lune au centre de la Terre.

Vous voyez donc Monsr. la maniere de connoitre la parallaxe par observation jointe au calcul de l'angle d'elevation de l'astre sur l'horizon, et il ne faut qu'un mot pour vous faire voir comment cette parallaxe sert a trouver la distance de l'astre.

J'ajoute encore que par la distance connue on suppose reciproquement la parallaxe pour toute elevation sur l'horizon visible, car dans le triangle SLC, les cost. SC, CL étant donnez et l'angle CSL par observ.on, on en trouve l'angle SLC. On trouve encor plus facilement quand l'astre est dans le plan horizontal SE comme en E, l'angle SEC, parce que le triang. CSE est rectangle, aiant les costez CS, SE connus d'ou l'on a d'abord SEC que l'on nomme la parallaxe horizontale, c'est elle, qui est la plus grande de toutes et qui ne se trouveroit pas bien par observation a cause des refractions pres de l'horizon. Il est evident au reste que cet angle SEC est le mesme sous lequel on voit le $\frac{1}{2}$ diametre de la Terre lors qu'on est dans la lune en E, étant environ de 56 minutes dans la distance moyenne. Et par ce qu'a la mesme distance le $\frac{1}{2}$ diam. de la Lune nous paroît de $15\frac{1}{2}$. min. il s'en suit que le diam. de la Terre est a celui de la Lune comme 56 a $15\frac{1}{2}$ c'est a dire presque quadruple. le grand usage des parallaxes est encore de trouver par leur moien la distance des Planetes au soleil comparees a celle de la Terre au soleil. Car si dans la mesme figure le cercle SG represente l'orbe annuel de la Terre autour du soleil que je suppose en C, et que jupiter soit en L, on appelle son locus verus celui ou on le verroit du soleil C et son locus visus celui ou il paroît de la Terre. Et l'on connoit par observation dans le triangle LSC l'angle S, et par les tables astronomiques l'on suppose l'angle SCL par ou le troisieme SLC est aussi donné, qui s'appelle parallaxe orbis magni. Et en suite l'on trouve la proportion entre LC et CS, c'est a dire les distances du soleil a Jupiter et à la Terre.

Ainsi l'on apprend dans le Systeme Copernicien la proportion de toutes les distances des Planetes au Soleil comparees au demidiametre de l'orbe annuel de la Terre, dont on ne pouvoit rien scavoir dans le systeme de la terre immobile de Ptolemee.

Je vous remercie tres humblement de vos bons souhaits pour la nouvelle année. J'espere qu'elle vous fera autant et plus heureuse et suis avec zele

MONSIEUR

N^o 2658.

PH. DE LA HIRE à CHRISTIAAN HUYGENS.

17 JANVIER 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

A Paris à l'observatoire le 16 janvier 1691.

Jay toujours differé, Monsieur, a faire reponse a la vostre du 16 novembre dernier attendant de jour en jour de recevoir le paquet des exemplaires ¹⁾ que vous m'enuoyez. Mais les difficultez que jay trouuées pour auoir main levee de la faisie qu'on en auoit faite a Peronne et pour les faire uenir icy mont couté beaucoup de peine &c. . . . c'est pourquoy Monsieur quelque plaisir que j'eusse de recevoir de semblables commissions de vostre part, il faut y renoncer dans le temps ou nous sommes, et laisser ces commerces a faire aux marchands qui ont leurs correspondans qui entendent a demesler ces sortes de brouilleries. Il n'y a que trois jours que jay pu auoir le paquet j'en ay depuis fait presque toute la distribution pour mon particulier je vous en suis extremement obligé et je crois que vous en receurez des complimens de ceux a qui vous en avez enuoyé. Lorsque ce paquet ma esté rendu j'auois leû vostre traité dans un exemplaire qui estoit a la bibliotheque du Roy et qui estoit uenu par la poste il y a enuiron 6 mois. J'auois encore la memoire assez fraiche de ce que vous auiez lu autrefois ²⁾ dans nos assemblée[s], mais comme vous restâtes au cristal d'Islande je ne pouuois me persuader que vous pussiez expliquer ses apparences avec facilité, cependant cette partie de

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2616.

²⁾ En 1679. Consultez la Lettre N^o. 2462, note 5.

uostre traité me semble un chef doeuvre tout ensemble de physique et de mathématique, et je ne scaurois me laisser admirer le tour que uous avez pris pour expliquer des phenomenes si extraordinaires et pour les expliquer tous comme uous faites. J'ay eu occasion dans les leçons publiques que je fais au college Royal, dexpliquer uostre systéme et je lay fait ualoir autant qu'il m'a esté possible. c'est une chose nouuelle en ces quartiers car hormis les exemplaires que uous nous avez enuoyez et celuy de la Bibliothèque du Roy ie ne crois pas qu'il y en ait a Paris.

L'expérience que uous marquez a la fin de la page 42 sur la refraction dun objet a une demi lieuë de distance³⁾, me surprend fort car toutes celles que j'ay faites pour regler nos instrumens a deux lieuës $\frac{1}{2}$ ne m'ont jamais montré aucune difference sensible. je lay mesme repetée tout expres ayant uû ce que uous en dites en différentes heures du jour et mesme autrauers un grand brouillard et dans un temps ferein et je n'y ay trouué nulle difference. Je ne me souuiens pas non plus que M. Picard ait rien remarqué de semblable luy qui obseruoit fort exactement. Cette mesme expérience que iay faite dernièrement autrauers dun brouillard ne confirmeroit pas ce que uous dites au commencement de la page 46. car jaurois du trouuer une bien plus grande refraction autrauers du brouillard que lorsque le ciel estoit ferein.

Je reuiens maintenant a uostre lettre et je uous diray pour la comparaison de ma machine des Eclipses⁴⁾ a celle de M. Romer⁵⁾ que Monsieur Cassini a rendu temoignage en pleine assemblée de l'academie que la mienne estoit plus exacte que celle de M. Romer. la description que jespere de donner des machines de M. Romer dans nos collections avec celle que uous avez faites, si uous trouuez a propos de nous l'envoyer, fera uoir jusqu'a quelle exactitude elles peuuent aller. la correction que uous me marquez de dixième au lieu de douzième est une faute d'impression que celuy qui s'estoit chargé de limpression a laissé glisser avec plusieurs autres, je uous remercie de cet auis.

Pour ce qui est de la uitesse complete ou terminale⁶⁾ je me souuiens pas de uous auoir escrit que je fusse dun sentiment opposé au uostre car apres auoir examiné cette question je suis venu au mesme but ou je uois que uous estes arriué, mais il me semble qu'il y a du parallogisme dans mon raisonnement cest pourquoy je n'oze rien prononcer la dessus sans en auoir trouué une demonstration dans les formes

³⁾ Il s'agit de l'expérience sur la variabilité de la réfraction atmosphérique, mentionnée au commencement du Chapitre IV du *Traité de la Lumière*. Comparez aussi la Lettre N°. 2619, note 1.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2568, note 6.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2255, note 3.

⁶⁾ La vitesse limite d'un corps tombant dans l'air. Voir la Lettre N°. 2616.

a la quelle je me rendray fort volontiers; et je croyois ne uous auoir mandé que le doute ou je me trouuois.

Ce que uous me mandez du Prodomus Astronomicus d'Heuelius ⁷⁾ ne me fait pas connoître si est imprimé ou non. M. le Marquis de l'Hospital a esté longtemps a la campagne et je ne sçay s'il n'y est pas encore; cest pourquoy je n'ay pu luy faire part de ce que uous me mandez je m'en acquiteray a la premiere occasion.

Pour les tables des mouuemens des satellites de ζ je ne uois pas qu'on en puisse attendre une justesse plus grande que de 4 a 5 minutes. M. Cassini a fait imprimer depuis peu un feuillet uolant ⁸⁾ de la decouuerte d'une nouvelle tache dans le corps de ζ avec quelques bandes extraordinaires, je ne doute pas qu'il ne trouue quelque commodité pour uous faire part de ce qu'il a fait. Je ne suis pas content de la philosophie de M. Regis ⁹⁾. Et plusieurs se plaignent du dictionnaire Mat ¹⁰⁾.

Si uous auiez a nous enuoyer quelque chose qui pût estre porté commodement par la poste uous nauriez qu'a l'adresser a Monsieur l'abbé de Louuois ¹¹⁾ Bibliothecaire du Roy a la bibliotheque et uous ne pourriez pas en faire part a une personne de plus de merite. Cest le plus jeune des garçons de M. de Louuois, qui se fait aimer et admirer de tout le monde. dans deux années il fera a la teste de la compagnie ¹²⁾ et il fera un puissant protecteur pour elle il se propose de la faire florir

7) *Johannis Hevelii Prodomus Astronomiae, exhibens fundamenta quae tam ad novum planè et correctiorem stellarum fixarum catalogum construendum quàm ad omnium planetarum tabulas corrigendas omnimodè spectant, necnon novas et correctiores tabulas solares, aliasque plurimas ad astronomiam pertinentes, utpote refractionum solarium, parallaxium, declinationum, angulorum eclipticae et meridiani, ascensionum rectarum et obliquarum horizonti Gedanensi inferuentium, differentiarum ascensionalium, motus et refractionum, stellarum fixarum, quibus additus est uterque catalogus stellarum fixarum, tam major ad ann. 1660, quàm minor ad ann. completum 1700. Accessit corollarii loco tabula motus lunae libratorii, ad bina saeculae proximè ventura prolongata, brevi cum descriptione ejusque usu. Cum gratia & privilegio Sac. Reg. Maj. Polon. Gedani Typis Johannis, Zachariae Stollii. Anno M.DCXC. in-f°.*

Ouvrage posthume publié par la veuve d'Hevelius.

8) *Nouvelles Découvertes dans le globe de Jupiter faites par M. Cassini. Paris, 1691. in-4°.*

9) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2616, note 6.

10) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2616, note 8.

11) Camille Le Tellier, abbé de Louvois, né à Paris le 11 avril 1675, mort le 5 novembre 1718. A l'âge de neuf ans il fut pourvu de la charge de maître de la librairie et bientôt après de celle de garde de la bibliothèque du roi et d'intendant du cabinet des médailles. L'archevêque de Reims le forma aux affaires ecclésiastiques en lui donnant de l'emploi dans son diocèse dont l'abbé Louvois, après un voyage en Italie, devint grand-vicaire et official. Après la mort de Louis XIV, il fut nommé évêque de Clermont.

12) Ce projet échoua. Louvois, le père de l'abbé, mourut en disgrâce le 16 juillet 1691. Toutefois, l'abbé Louvois entra, en 1706, à l'Académie française et, en 1708, à l'Académie des inscriptions et belles-lettres. En 1699 il fut créé membre honoraire de l'Académie des Sciences.

plus que jamais et de la soutenir par se[s] propres liberalitez. Monsieur son pere ma donné ordre de luy enseigner une partie de nos sciences il y a pres dun an quil y trauaille autant que ses autres estudes le luy peuuent permettre et je ne doute pas quil ne s'y rende tres capable.

Quand j'auray acheué quelques ouurages que j'ay commencez je me remettray a trauailler a mes tables astronomiques ¹³⁾ : mais je suis encore incertain si je dois donner un catalogue entier des estoiles fixes a cause du peu d'usage qu'on en fait, il me semble que les principales que jay données sont plus que suffisantes pour tout ce que lon en a besoin tant dans lastronomie que dans la geographie et nauigation, et les instrumens sont si communs que lon obserue guerre sans s'en feruir et que lon fait peu de cas des observations faites a la uuë simple. le temps et mes amis me donneront conseil la dessus. Je me feray toujours un uray plaisir de suiure le uostre quand uous me ferez la grace de men donner. Croyez aussi que je suis

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant seruiteur
DE LA HIRE.



¹³⁾ La „Pars prior” de ces Tables avait paru en 1687. Voir la Lettre N°. 2568, note 9.

Ce ne fut qu'en 1702 que de la Hire publia des Tables plus complètes, sous le titre :

Philippi de la Hire Tabulae astronomicae; Ludovici Magni jussu et munificentia exaratae, in quibus solis, lunae reliquorumque planetarum motus ex ipsis observationibus, nullâ adhibita hypothesi traduntur; habenturque praecipuarum fixarum in nostro horizonte conspicuarum positiones; ineundi calculi methodus, cum geometricâ ratione computandarum eclipsium, solâ triangulorum rectilineorum analysi, breviter exponitur. Adjecta sunt descriptio, constructio et usus instrumentorum astronomiae novae practicae inservientium, variaque problemata astronomis geographicisque perutilia, ad meridianum observatorii Regii Pariensis, Parisiis. MDCCII. in-4°.

N^o 2659.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

6 FÉVRIER 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse au No. 2643.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2660.*

Hanover ce 27 de Janvier (vieux st.) 1691.

MONSIEUR

Je n'ay pas osé vous importuner trop souvent en écrivant lettre sur lettre; de plus, j'étois fort accablé depuis ma dernière ayant esté deux fois à Wolfenbutel et une fois à Hildesheim pour chercher des memoires Historiques, et ayant repondu à plus de 40 lettres dont la plus part avoient esté differées et demandoient quelque attention. Il est vray qu'il y avoit un mot dans la vôtre, qui m'avoit tenté de répondre sur le champ, mais j'ay crû qu'il ne falloit pas écrire pour cela seul. En effect j'ay esté le plus surpris du monde de vous voir capable d'un soubçon aussi mal fondé que l'estoit celui qui paroissoit, lors que vous disiez trouver mon excuse merveilleuse. Mais il n'y avoit point d'excuse, Monsieur, et je ne pouvois pas en faire d'une chose ou je vous assure encor de n'avoir eu aucune part. Ces Mrs. de Leipzig ont mis dans leur Journal ce qu'ils ont dit de la 2^e partie de vostre ouvrage³⁾, ou est l'endroit dont vous vous plaignés, avant que je l'eusse sçû ou vû, ou y contribué en aucune façon. J'avois même dessein de leur envoyer quelque petit discours pour estre mis à la suite de ce qu'ils en diroient et pour comparer ce que vous et Mons. Neuton avés dit de la resistance du milieu, avec ce que j'en avois publié, et je suis assuré que vous n'auriés pas eu sujet de vous en plaindre. Mais j'appris qu'ils avoient déjà depeché vostre ouvrage, et je differay mon dessein à une autre occasion⁴⁾ pour voir premierement ce qu'ils en avoient dit.

¹⁾ Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae etc. Fasc. I, p. 59.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 71, et Briefwechsel, p. 628.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2643, note 17.

⁴⁾ Les „Acta eruditorum” d'avril 1691 contiennent un article de Leibniz intitulé: O. V. E. Additio ad schediasma de Medii Resistentia publicatum in Actis mensis Febr. (lisez janvier) 1689. Dans cet article Leibniz démontre, pour le cas du mouvement rectiligne sous l'influence d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse, la conformité des résultats obtenus par lui et par Newton et Huygens. Ensuite il y reconnaît l'erreur qu'il a commise en traitant du mouvement curviligne sous l'influence d'une telle résistance et sur laquelle Huygens va fixer son attention dans sa lettre du 23 février 1691. Voir la Lettre N^o. 2660, note 14.

Si je ne vous honnois pas autant que je fais, je negligerois une accusation qui n'a pas le moindre fondement. Car je ne voy pas ce qui vous a pû mouvoir à ne pas adjuter foy à une chose de fait dont je vous avois asseuré. Mais vous estimant autant que je dois, je suis bien aise de vous desabuser. J'ay une lettre de Mons. Mencken⁵⁾ Professeur de Leipzig, qui a soin des Actes, datée du 28 d'Octobre vieux stile, lors que leur Mois de Novembre étoit déjà imprimé (car il paroist le premier jour du mois) ou il me mande (sur ce que je luy avois écrit a l'occasion de vôtre lettre, ou vous vous étonniés de leur silence) que j'en trouverois une relation convenable dans les mois d'Octobre et de Novembre (von des Herrn Hugenii Buch wird mHerr in den October und November Actorum gebührende relation finden), il adjoute que cette fois leur Novembre avoit esté achevé trois semaines plus tost qu'à l'ordinaire. Si vous en desirés voir l'original, je le vous enverray. Peut-estre que la veue de ce mois vous aura déjà detrompé, et vous aurés remarqué aisément que ce qu'on y dit du consentement de vostre series avec celle que j'avois donnée il y a plusieurs années estant manifestement erronnée, ne pouvoit estre attendu de moy. Je feray temoigner le contraire comme je vous l'ay promis. Mais tout ce proces importe bien peu. Car vous ou moy nous n'avions qu'à voir l'équation de la courbe⁶⁾ pour connoistre la series, et vous ne l'aviés réduit à l'Hyperbole, que sur la demonstration de Mons. Neuton⁷⁾, au lieu que je l'avois fait immediatement et avois preferé l'expression par les logarithmes. Mais je n'ay garde de m'imaginer que ce que j'en avois dit vous y ait servi. Je n'avois pas pensé

⁵⁾ Otto Mencke, né le 22 mars 1644 à Oldenburg, mort à Leipzig le 29 janvier 1707. Il fut professeur de morale à l'université de Leipzig, et le fondateur des „Acta Eruditorum”, le premier journal littéraire qui parut en Allemagne, continué après sa mort par son fils Johann Burckhard, puis par son petit-fils Friedrich Otto. La bibliothèque royale de Hannover contient sa correspondance avec Leibniz. Voir, aux pages 179—181, l'ouvrage du Dr. Ed. Bode-mann: Der Briefwechsel des G. W. Leibniz in der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover. Hannover, Hahn'sche Buchhandlung, 1889, in-4°.

⁶⁾ Consultez, sur ce point, le passage du „Discours de la pesanteur”, cité dans la lettre N°. 2632, note 7. La „ligne courbe” en question n'était autre que la courbe $y = \frac{a^3}{a^2 - x^2}$, ainsi qu'il résulte d'une pièce intitulée: *De descensu corporum gravium et ascensu per aerem aut materiam aliam, quae resistit motui in ratione duplicata celeritatum, ut revera contingit*, que nous reproduisons comme Appendice à la Lettre N°. 2660. (voir le § I de cette pièce, notre N°. 2661).

Il était facile à Leibniz de deviner l'équation de cette courbe, quoiqu'elle ne lui eût pas été communiquée par Huygens, parce que c'était l'intégrale $\int \frac{a^2 dy}{a^2 - y^2}$ qui l'avait conduit lui-même à la solution logarithmique du même problème. Voir la Lettre N°. 2636.

⁷⁾ Voir le passage du „Discours de la pesanteur”, cité dans la note précédente, et les § II et III de la pièce N°. 2661.

pour cette fois à la tangente; ny eu recours à mon theoreme general marqué dans une de mes precedentes, n'ayant eu en vue qu'une expreffion degagée de toute confideration de la figure, que les logarithmes me fourniffoient la plus analytique que je pouvois fouhaiter. C'est pourquoy je ne comprends pas comment vous dites de ne pas voir que ma progression $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. réponde à la vôtre, parce que, dites vous, je ne me fers pas de la tangente et du fecteur hyperbolique. Mais qu'ay je befoin de penfer à cette tangente et à ce fecteur? N'est ce pas affés, que

je donne moyen d'exprimer la quadrature de la figure dont l'ordonnée est $\frac{1}{1-vv}$,

c'est à dire d'exprimer la grandeur de la series $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. $= t$ par les logarithmes, difant que v eftant les velocites, les temps t font comme les logarithmes de $\frac{v+1}{v-1}$, et vous trouverez toufjours que $\int \frac{dv}{1-vv}$ ou $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. repond

au logarithme de $\frac{v+1}{v-1}$; c'est à dire les $\frac{v+1}{v-1}$ eftant pris en progression Geometrique, les grandeurs égales à $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. feront en progression Arithmetique. C'est ce que j'avois dit artic. 5. n. 4. Si rationes inter $(v+1$ et $v-1)$

summam et differentiam velocitatis maximae (unitatis) et minoris affumtae (v) sunt ut numeri, tempora fore ut logarithmos. Or je suppose qu'on fçache que la construction des Logarithmes revient à la quadrature de l'Hyperbole. Nous avions tous deux befoin pour un même deffein (c'est à dire pour donner la relation entre les temps et les velocités) de la quadrature de la figure dont l'ordonnée est

$\frac{1}{1-vv}$, l'abfciffe eftant v . Vous l'avés donnée par la series, et moy ne pouvant

pas ignorer cette series, j'ay crû mieux faire en la donnant par les logarithmes. Je croyois m'estre expliqué d'une maniere dans la derniere lettre à n'avoir plus laiffé d'obfcurité. Et pour ce qui est de la correction reïterée, ce n'est que la retractation de la correction, c'est à dire la restitution du premier eftat. Car en refaisant le calcul pour vous satisfaire, un abus dans les signes me fit croire que j'avois fait un echange des temps pour les espaces dans les prop. 4 et 6 de l'Article 5. mais depuis j'ay vû qu'il n'y avoit rien à changer comme je vous ay déjà mandé. Et lors que vous dites, que s'il est vray que j'aye confideré les refiftances de l'air comme en proportion doublée des velocités il faudroit au moins changer l'infcription de l'article 5^{me}, en mettant in proportione quadrata velocitatis, je répons que fi vous aviés confideré ce que je vous avois écrit⁸⁾, vous auriés vû qu'il n'y a rien à changer et je n'aurois pas befoin de repetition mais j'avoué de n'avoir point de droit de vous demander de l'attention. Je dis encor une fois

⁸⁾ Voir le commencement de la Lettre N°. 2636.

motum a medio retardari proportione velocitatis c'est à dire comme je m'estois expliqué dans le precedent article 4. (dont l'hypothese premiere est la même avec celle du present article 5) que les resistences sont en raison composée des elemens de l'espace ou milieu, et des velocités, et prenant les elemens du milieu pour égaux, ou considerant tout comme égal à l'égard du milieu les resistences sont comme les velocités, car si vous divisés le milieu en parties égales tres petites et le considerés comme également parsemé de globules égaux, un grand globe allant la dedans perdra à chaque choc, (c'est à dire à chaque particule du milieu) un degré de vitesse proportionel à la velocité qui luy reste. Et cette consideration a priori m'avoit mené à mon hypothese. Ainsi considerant le milieu comme la base de la division egale (ce qui est le plus naturel) les resistences sont comme les velocités; mais considerant le temps comme la base, c'est à dire divisant le temps en parties égales, tres petites, les resistences ou velocités perdues^{a)} à chaque particule de temps, seront comme les quarrés des vitesses. Et la raison est, que les resistences estant en raison composée des elemens de l'espace et des velocités; et les elemens de l'espace estant encor en raison composée des elemens des temps et des velocités, les resistences sont en raison composée des elemens des temps et des quarrés de velocité, ce que je dis en termes expres sous la prop. 3. et comme j'avois deja marqué toutes ces choses, je m'étonne de vôtre conditionnelle; s'il est vray que j'aye consideré la proportion doublée; car dans mes precedentes, j'avois expliqué à fonds comment elle avoit lieu, et j'avois rendu raison de mon expression. A parler exactement on ne doit pas dire^{b)} que les resistences sont en raison de velocité ny en raison des quarrés des velocités, si ce n'est qu'on ajoute le temps ou le milieu, comme j'ay fait. Enfin on peut examiner à toute rigueur cet article 5, on n'y trouvera rien à dire; il y a seulement une faute à corriger. C'est que l'enonciation de la prop. 3. est toute gâtée^{c)}, je ne scay par quelle megarde; mais cette bevue n'a point d'influence sur tout le reste: Il falloit dire: Resistencia^{c)} est ad impressionem gravitatis ut quadratum velocitatis acquisita ad quadratum velocitatis maximae; ou bien je pouvois dire quelque chose de semblable à cecy: impressio nova (seu accessio velocitatis), resistencia (seu diminutio velocitatis) et incrementum velocitatis (quod est differentia impressionis et resistenciae) sunt inter se ut quadratum velocitatis maximae, quadratum velocitatis acquisitae, et excessus quadrati maximae super quadratum acquisitae; la preuve de la proposition 3. infere cecy et les preuves des propositions 4. et 6. le supposent, et je ne scay pas d'ou est venu ce qui pro quo. Mais je laisse enfin ce point sur lequel la seule confide-

^{a)} „Resistencia est ad impressionem novam a gravitate eodem temporis elemento factam (seu diminutio velocitatis ad accessionem) ut quadratum excessus velocitatis maximae super acquisitam est ad quadratum maximae”.

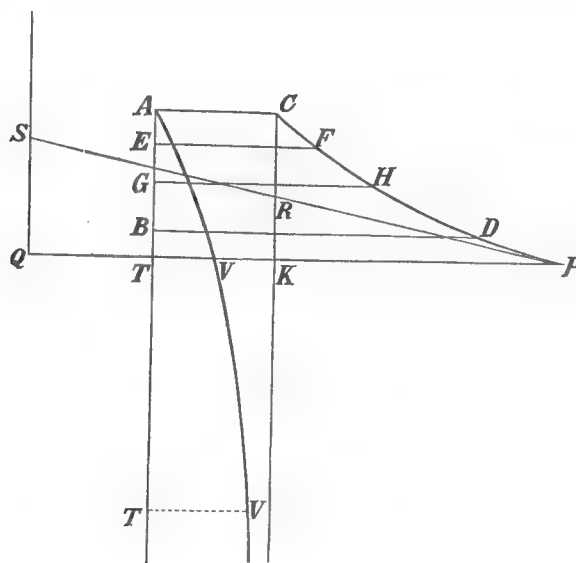
ration que j'ay pour vous m'a rendu si prolix, à fin de tâcher de vous satisfaire s'il est possible; mais aussi je ne crois pas d'en pouvoir ou devoir dire d'avantage. Vous avés raison, Monsieur, de dire que les courbes que j'avois données pour vôtre probleme font invariables, et je n'avois pas pris garde que $\frac{rr}{a}$ fait une seule quantité déterminée. Mon calcul m'avoit pû mener aussi bien à $2aaxx = ayy - y^4$ qu'à $2aaxx = ayy + y^4$, mais ayant la solution qui s'estoit offerte, je n'y avois plus pensé. Vous dites que la premiere se peut quadrer et vous doutés si la seconde se pourroit quadrer aussi, je reponds qu'effectivement il est aussi aisé de quadrer la premiere que de donner un plan egal à la surface decrite par un arc de cercle tourné à l'entour du diametre; mais la seconde depend de la quadrature de l'Hyperbole. Je ne vous ay pas donné la solution de vos problemes, comme une marque de la perfection de ma Methode, mais comme une marque de son utilité. Je crois meme de vous avoir déjà dit ¹⁰⁾ que pour les refoudre, je ne me suis pas servi de la Methode qui peut toujours reussir pour toutes les lignes ordinaires, car elle est fort prolix, mais d'une autre, qui est bien plus courte, et bien plus directe et commune aux transcendentes et ordinaires, mais je ne l'ay pas encor mise en perfection pour la pouvoir toujours conduire jusqu'au bout, parce qu'il y a encor des choses à decouvrir pour applanir des difficultés qui se trouvent dans son chemin. Je n'ay garde de souhaiter qu'on me propose des problemes, dont la solution ne serve qu'à faire croire que je les puisse refoudre. Notre temps est trop pretieux, je suis trop distrait ailleurs pour le present, et la methode pour les lignes ordinaires que je crois suffisante est trop prolix; il faudroit dresser une espece de tables pour l'abreger, mais je n'en ay pas le loisir.

Pour ce qui est des expressions exponentiales, je les tiens pour les plus parfaites de toutes les manieres d'exprimer les transcendentes. Car les Exponentiales donnent une equation finie, ou il n'entre que des grandeurs ordinaires quoy que mises dans l'exposant. au lieu que les series donnent des equations infinies; et les equations differentiales, quoy que finies, employent des grandeurs extraordinaires, sçavoir les differences infiniment petites. Et tout ce que je souhaite pour la perfection de la Geometrie c'est de pouvoir reduire les autres expressions transcendentes aux Exponentiales. Je ne divise donc pas les courbes Transcendentes en Exponentiales et non exponentiales (comme il semble que vous l'avés pris) mais leurs expressions. Car une meme courbe peut recevoir les trois expressions, que je viens de dire. Par exemple la courbe susdite [qui exprime la relation entre les temps et les vifesses ou bien entre vifesses imprimées par la pesanteur, (qui sont proportionnelles au temps) et entre les

¹⁰⁾ Consultez la Lettre N°. 2639, vers la fin.

vitesse absolues, qui en restent à cause de la résistance du milieu] c'est à dire la courbe dont les abscisses sont v et les ordonnées t se peut exprimer serialement par $t = \frac{1}{1}v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ etc. et différentialement par $t = \int \frac{dv}{1 - vv}$, et enfin exponentiellement par $b^{\frac{t}{b}} = \frac{1+v}{1-v}$; ce qui veut dire que $\frac{1+v}{1-v}$ étant comme les nombres, t sont comme les logarithmes; b étant une grandeur constante, dont le logarithme est 1, et le logarithme de 1 étant 0.

Vous faites une demande, Monsieur, à laquelle il est juste que je satisfasse, sçavoir si les expressions exponentielles servent à donner quelque description de la courbe et à la marquer en quelque façon par points, ou si je m'en fers seulement à décider que la courbe est transcendente. Je réponds que les expressions exponentielles servent à trouver autant de points qu'on voudra d'une telle courbe, tout comme dans les helices et dans la quadratrice, au lieu que les autres expressions ordinairement ne donnent pas des points veritables, mais seulement des points approchans; outre qu'elles ne sont pas si maniables par le calcul. Mais il



fera bon d'expliquer dans un exemple la maniere de construire ou de marquer des points de la courbe susdite. Soit $AC = AB = 1$ representant la plus grande velocity, et BD droite prise à discretion, soit b . Supposons AC, BD paralleles et cherchant entre elles des moyennes proportionnelles EF, GH , etc. decrivons la courbe des Logarithmes $CFHDP$. Je dis donc que prenant un point quelconque de cette courbe comme P , et en menant à l'axe AB , une ordonnée PT , alors le

logarithme ou l'abscisse AT fera t ; et le nombre ou l'ordonnée TP fera $\frac{1+v}{1-v}$ que nous appellerons e . Or e étant assignée il ne reste que de trouver v , ce qui est aisé, car il y aura $v = \frac{e-1}{e+1}$ ¹¹⁾, c'est à dire dans la droite TP prolongée prenant TK, TQ égales à AC, et érigeant QS normale à QP, et égale à AC, et joignant PS, qui coupera CK (parallèle à AB) en R, et enfin dans TP prenant TV égale à KR, il est manifeste que TV fera v , AT étant t ; c'est à dire AT étant comme les temps, TV seront comme les velocities, et la ligne AVV asymptote à CK fera la courbe demandée. Il n'est gueres plus difficile de construire les courbes exponentialement exprimées, qui satisfont à une de vos sôutangentes, et je m'imagine qu'a present vous ferés plus content de ces sortes d'expressions.

Je feray bien aise de sçavoir si la regle renversée des Tangentes de Mons. Facio contenuë dans les lettres que vous dites avoir receues de luy vous donne quelque contentement, et en quelle sorte de cas vous la trouvés la plus practicable a fin que je puisse juger si elle a quelque rapport à mes meditations.

Feu Mons. Gericke m'envoya ses experiences sur un globe de matiere electrique, lorsque son livre n'estoit pas encor imprimé, car je luy avois procuré un privilege de l'Empereur pour ce livre par mes amis. Mais je m'imagine que la substance de ces experiences sera dans le livre, et comme la lettre a esté écrite¹¹⁾ il y a bien du temps, il ne me feroit pas aisé maintenant de la trouver parmy mes vieux papiers. Je feray ravi d'apprendre un jour quelque chose de vos experiences electriques.

Pour ce qui est de l'aimant, il est vray que nous ne sçavons pas la regle des declinaifons, je crois neantmoins qu'elles sont réglées avec leurs changemens, et ne dependent pas des causes accidentaires et non liées comme seroient les fibres du globe de la terre suivant ce que Gilbert¹²⁾ et Des Cartes¹³⁾ ont crû. Si elles sont réglées et tant que nous ne sçavons pas comment et pourquoy, c'est une marque que nous n'avons pas encor la vraye hypothese.

Je feray bien aise de voir un jour ce qu'on a imprimé en France de la part de l'Academie Royale, sur tout ce qu'il y a de vous. Je me souviens d'avoir aussi remarqué autres fois des voyes de demonstrier la regle de l'equilibre differentes de celle d'Archimede. Mons. Römer me parla aussi d'une sienne, et un Profef-

¹¹⁾ La correspondance d'Otto von Guericke avec Leibniz a été conservée à Hannover. Voir la page 74 de l'ouvrage cité dans la note 5 de cette lettre.

¹²⁾ Voir, sur William Gilbert, au Supplément du Tome IV, la Lettre N°. 455^a, note 4.

Il s'agit ici de son ouvrage :

Guilielmi Gilberti Colcentrensis, Medici Londinensis, De Magnete, Magneticisque corporibus, et de Magno magnete tellure; Physiologia nova, plurimis & argumentis, & experimentis demonstrata. Londini Excudebat Petrus Short Anno MDC. in-1°.

¹³⁾ Voir la Lettre N°. 2454, note 10.

feur de Jena nommé Weigelius ¹⁴⁾ en a aussi donné. Mais j'ay sur tout envie de voir un jour votre manière, sachant que vous avez coutume de donner quelque chose d'elegant.

J'ay honte de vous parler encore d'une lettre que je vous destine il y a long temps ¹⁵⁾ touchant le système des Planetes, et qui est demeurée imparfaite par des interruptions, sans que j'aye encore pu la finir. Cependant je m'y mettray au plus tost, et il faut bien aussi que je mette en ordre mes pensées sur la courbe de la chaîne pour les confronter avec les vôtres. Les occupations journalières entièrement éloignées de ces choses font que j'ay bien de la peine à reprendre le fil d'un travail interrompu, quand les Idées ne me sont plus recentes.

Je souhaite beaucoup l'honneur de vous voir; mais quand S. A. S. Monseigneur le Duc d'Hanover iroit encore à la Haye, il n'y a pas d'apparence que je le pourrais accompagner, mon employ n'étant pas de suivre la Cour, mais de travailler à des choses dont je suis chargé. Si Dieu me donne la grace de depecher le travail, qui m'occupe à present et qui est de longue haleine, je seray plus libre. Je prie Dieu de vous conserver, dont j'espere de profiter avec le public et je suis avec passion etc.

MONSIEUR

Votre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

P. S. Quant à la ligne de la chaîne pendante, donnant une oeilade à mon calcul, je m'apperçois que pour la relation entre deux points de la chaîne située dans le meme horison, et entre la partie de la chaîne, pendante dessous, je me puis servir d'une ligne dont l'equation est de la forme de celle que vous aviez marquée $xxyy^2 = a^4 - aayy^2$ ¹⁶⁾. Mais une autre dont je vous avois parlé et dont la forme est $xxyy = a^4 + aayy$ ne laisse pas d'avoir aussi son usage dans ce probleme.

A Monsieur

Monsieur CHR. HUGENS

Seigneur de Zuylichem.

a la Haye.

franco Bremen.



¹⁴⁾ Erhard Weigel, baptisé le 16 décembre 1625 à Weiden. En 1653 il fut nommé professeur de mathématiques à Jena, puis mathématicien de la cour de Weimar et directeur en chef d'architecture. Il mourut à Jena, le 21 mars 1699.

¹⁵⁾ Voir la pièce N°. 2628.

¹⁶⁾ Voir la Lettre N°. 1633.

- a) Il nait beaucoup d'obscurité et de mesentendu de ce qu'il appelle les resistences velocitez perdues [Christiaan Huygens].
 b) si fait, quand on considere les resistences comme il faut c'est à dire comme une pression, qui est comparée à celle de la pesanteur [Christiaan Huygens].
 c) j'avois corrigé ainsi cet endroit mot a mot [Christiaan Huygens].

N^o 2660.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

23 FÉVRIER 1691.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
 Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.
 La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
 La lettre est la réponse au No. 2659.
 G. W. Leibniz y répondit par le No. 2664.*

Sommaire: De faire voir qu'il a quelque chose de plus, Fatio est ingé.

Methode de Fatio universelle hors mis aux racines, pas longue, ni n'a besoin de Tables: a les 2 courbes.

Comment il faut considerer la resistance du milieu.

Fautes dans son abbrege. J'avois corrigé mot à mot comme luy dans l'article 5e. Progreffion. que je vois la parité, que je pourrois l'avoir apprise de Wallis. Estonne qu'il ne l'ait pas remarquée ni son utilité.

qu'il n'a rien determiné de ce qu'on devoit le plus souhaiter.

Courbe de jet pas connu [?] obscurité paroît de ce que personne n'a rien repris. Comment il a pu publier des choses si peu digérées.

Que je l'impute à son peu de loisir, estant tres persuadé qu'il a toute la subtilité de connaissances requise pour demontrer des choses bien plus difficiles.

Que je comprends ce qu'il veut dire de la proportion des resistences. Qu'il prend l'effet de la resistance pour la resistance mesme. Que la connaissance du temps n'y est pas requise.

De sa construction de courbe. que c'est par cette mesme courbe que j'ay commencé, sans avoir besoin de toutes ces propositions de luy ni Newton.

Que sachant son expression par progreffion dont la somme depende de la quadrat. de l'hyperbole, c'est à dire des logarithmes, on en peut aussi bien construire la courbe que par l'equation exponentiale. Que je ne luy en veux pas disputer l'utilité, ne sachant pas.

Courbe du jet ne se trouve pas comme il pense. Il ne dit rien des jets perpend. en haut.

¹⁾ Chr. Hugenii, etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 68.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften II, p. 79 et Brietwechsel p. 635.

A la Haye 23 Février 1691.

MONSIEUR

Jay vu avec bien du déplaisir dans vostre dernière lettre que vous avez entendu tout autrement et au contraire de mon intention ce que je vous avois escrit, *que vostre excuse estoit merveilleuse*. Car j'ay voulu dire par là que cette excuse estoit tout à fait superflue, et que j'estois fort éloigné d'avoir aucun soupçon, que vous eussiez contribué à ce qu'on avoit mis abusivement dans les Actes de Leipzig à mon prejudice. C'est la pure verité, et il me semble que par toute sorte de raisons vous deviez l'avoir pris de cette manière. Je n'ay pas encore pu avoir ces Actes des mois de Novembre et Decembre de l'année dernière, de sorte que je ne scay si la faute aura esté réparée. Cependant j'ay fort bien compris depuis ma dernière, comment ma *series* pour l'Hyperbole se rapporte à celle de vos logarithmes et j'ay aussi trouvé que j'aurois pu apprendre cette *series* du livre de Mr. Wallis, qu'il a escrit de l'Algebre en Anglois ³⁾ p. 329, où il range la progression de Mercator et la siene l'une au dessus de l'autre conjointement, qui estant adjoutées ensemble font le double de la progression $a + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{5}a^5$ &c., de mesme que vous le faites voir dans vostre lettre du 25 Nov. ⁴⁾. Je m'etonne que Mr. Wallis n'ait pas remarqué cela, ni combien cette progression doublée est plus utile pour la quadrature de l'Hyperbole et pour trouver les Logarithmes que n'est la siene ni celle de Mercator ⁵⁾, car le calcul en devient plus court de la moitié ⁶⁾.

Depuis quinze jours j'ay revu ⁷⁾, non sans peine, les brouillons que j'avois touchant les mouvements à travers un milieu qui fait resistance, scavoir dans la vraye hypothese, et j'ay fait quelques calculs en suite, pour voir comment ils s'accorderoient avec les vostres ⁸⁾. Je trouve qu'une partie de nostre dispute vient de ce que vous prenez le mot de resistance dans une autre signification que moy et Mr. Newton; car vous appelez resistance la velocity perdue ou la perte de velo-

³⁾ A treatise of Algebra, both Historical and Practical. By John Wallis, D. D. Professor of Geometry in the University of Oxford; and a Member of the Royal Society of London. Plus tard une édition latine du même ouvrage parut sous le titre: *Johannis Wallis S. T. D. geometriae professoris Saviliani, in celeberrima Academia Oxoniensis, de Algebra Tractatus, historicus et practicus, anno 1685 Anglice editus, nunc auctus Latine. Oxoniae, E theatro Sheldoniano, 1693.* On y rencontre les deux progressions au Caput XC, intitulé: „Ejusdem accommodatio ad quadraturam hyperbolae”.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2639. Consultez aussi sur le même chapitre le § II de la pièce N°. 2661, que nous publions comme Appendice à cette lettre.

⁵⁾ Voir sa Logarithmo-Technia, citée dans la Lettre N°. 1669, note 5, à la Prop. XVII.

⁶⁾ Consultez, sur l'application de la série en question au calcul des logarithmes, l'Appendice II à cette lettre, notre pièce N°. 2662.

⁷⁾ L'appendice I de cette lettre, le N°. 2661, contient les résultats de cette revision.

⁸⁾ Voir le § VIII de la pièce N°. 2661.

citée causée par le milieu, ou la vitesse perdue, et en conséquence de cela pour comparer des résistances différentes, vous voulez que la considération des éléments du temps entre en compte, et *qu'à parler exactement, on ne doit pas dire que les résistances sont en raison des vitesses, ni en raison des carrés des vitesses*. En quoi il est évident que vous prenez l'effet de la résistance pour la résistance même. Mais à Mr. Newton et à moi la résistance est la pression du milieu contre la surface d'un corps, comme par exemple, quand on tient dans la main une feuille de carton, et qu'on l'agite à travers l'air, on sent une pression qui se peut comparer à celle d'un poids, et qui devient quatre fois plus grande lorsqu'on remue cette feuille deux fois plus vite qu'auparavant, ainsi que j'ai trouvé autre fois à Paris par des expériences fort exactes⁹). Vous voyez, Monsieur qu'il n'y a que la différente vitesse dont dépend cette pression, sans considérer des parties égales ni inégales des temps. Et c'est sans doute la véritable et la plus naturelle notion de la résistance.

Je comprends bien pourtant comment, suivant la vôtre, vous voulez conserver l'inscription de votre article 5, mais c'est comme j'ai dit, en prenant l'effet pour la cause, et toute l'obscurité de votre discours vient principalement d'icy; laquelle, à ce que je crois, est cause que personne ne l'a assez examinée pour comprendre ce qu'il y a de vrai, ni pour remarquer les abus que vous y corrigez maintenant vous même. J'avois fait la même correction mot à mot dans la prop. 3. art. 5, que vous m'envoyez dans votre dernière lettre. A la prop. 6. du même article les espaces parcourus, qui à moi sont comme les logarithmes de

$\frac{aa}{aa - vv}$, selon vous sont comme les logarithmes de $\sqrt{aa - vv}$ (il falloit

$\sqrt{\frac{aa - vv}{aa}}$) ou de $\sqrt{1 - vv}$; ce qui revient pourtant à la même chose, (si

non que vos logarithmes deviennent négatifs) car les logarithmes des racines ont entre eux la même raison que ceux de leurs carrés. Vous aviez de même des logarithmes négatifs, en disant que les temps sont comme des logarithmes de

$\frac{1 - v}{1 + v}$, mais dans votre dernière vous l'avez redressé en mettant $\frac{1 + v}{1 - v}$. Je m'ap-

perçois assez, Monsieur, en tout cela, qu'il ne vous manque ni habileté ni science pour démêler toute cette matière, et d'autres plus difficiles, mais que seulement vous n'avez pas assez de loisir pour ajouter plus d'exactitude et de clarté aux choses que vous avez trouvées.

⁹) En 1669. La relation de ces expériences, telle qu'elle se trouve dans le livre D des Adversaria, a été reproduite par Uytlenbroek dans le Fasc. II (pag. 59—67) de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2057, note 2. Elle paraîtra encore dans un des volumes des „Œuvres complètes" qui suivront cette „Correspondance".

Je ne scay pas pourquoy dans tout ce discours de la Résistance vous n'avez rien voulu déterminer des choses qui sont comme le fruit de cette recherche, et qu'on peut souhaiter de savoir, comme *si quaeratur tempus descensus liberi ad tempus descensus impediti donec data celeritas obtineatur, hoc est, quae ad celeritatem terminalem datam rationem habeat*¹⁰⁾; *aut si quaeratur ratio spatiorum sic per actorum*¹¹⁾; *item quae sit ratio temporis ascensus ad tempus descensus, cum corpus recta sursum projicitur celeritate terminali*¹²⁾. Je souhaiterais de voir comment vos calculs s'accordent aux miens dans ces problèmes, et en les comparant ensemble nous pourrions être assurés tous deux d'avoir raisonné juste. Le Traité de Mr. Newton en ceci n'est pas sans faute¹³⁾. Dans l'art. 6. prop. 1. vous faites la ligne du jet bien plus facile à trouver qu'elle n'est en effet, sur quoy je vous prie d'examiner la remarque que j'ay faite dans l'addition à mon discours de la Pesanteur¹⁴⁾.

J'ay considéré votre construction de la Courbe Exponentiale qui est fort bonne. Toutefois je ne vois pas encore que cette expression $b^t = \frac{1+y}{1-y}$ soit d'un grand secours pour cela. Il y a longtemps que je connois cette même courbe¹⁵⁾ aussi

¹⁰⁾ Consultez le § VII de la pièce N°. 2661.

¹¹⁾ Quoique cette proportion se déduise assez facilement au moyen des résultats obtenus dans la pièce N°. 2661, il est probable que Huygens a en vue la proposition énoncée au commencement du § VI de cette pièce et que ce fut même pendant la préparation de cette partie de sa lettre qu'il ajouta à la proposition en question la phrase que nous avons signalée dans la note 41 de la pièce N°. 2661 comme étant une méprise.

¹²⁾ Voir le § XI de la pièce N°. 2661. On remarquera que toutes les proportions indiquées ici sont indépendantes de la valeur absolue de la résistance et de même de l'intensité de la gravité. C'est bien la raison pour laquelle elles ont été mises en évidence ici, comme Huygens l'avait déjà fait pour d'autres plus simples du même caractère dans l'„Addition au Discours de la pesanteur”.

¹³⁾ Consultez le § V de la pièce N°. 2661.

¹⁴⁾ A la page 175 de l'„Addition au Discours de la Pesanteur” Huygens, après avoir montré comment dans le cas d'une résistance proportionnelle à la première puissance de la vitesse, le mouvement curviligne d'un projectile peut être obtenu par la composition de deux mouvements rectilignes décrits sous l'influence d'une résistance de la même nature, s'exprime comme il suit sur le problème correspondant pour le cas d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse : „Mais cette composition de mouvement n'ayant point lieu icy; parce que la diminution du mouvement retardé, dans la diagonale d'un rectangle, n'est pas proportionnelle aux diminutions par les costez; il est extrêmement difficile, si non du tout impossible de résoudre ce Problème”. Or, Leibniz, dans l'article cité dans la lettre N°. 2561, note 6, était tombé dans l'erreur d'avoir voulu construire ce mouvement curviligne de la manière signalée ici comme fautive. Comme nous l'avons remarqué déjà, il n'a pas manqué d'avouer son erreur dans l'article cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2659.

¹⁵⁾ En effet, la courbe ARΩ de la figure 1 de la pièce N°. 2661 est identique à la courbe transcendante de Leibniz, puisqu'elle représente, comme celle-ci, la relation entre les temps écoulés Aθ, Ax, et les vitesses acquises, Aφ, Aσ, etc. Il est incertain depuis quelle époque Huygens

bien que sa compagne ¹⁶⁾, qui sert aux jets montans, et je la construis par la ligne logarithmique en supposant les velocitez données au lieu que vous supposez les temps.

Quoyque cette lettre soit desja bien longue, il faut que je vous responde à ce que vous souhaitez de sçavoir touchant la methode des Tangentes de Mr. Fatio. Vous scaurez donc que l'auteur est depuis quelque temps en cette ville et qu'il me fait souvent l'honneur de me voir. J'avois examiné sa lettre dont je vous ay parlé, où la dite methode estoit amenée jusqu'à un certain point, mais depuis qu'il est icy, il l'a beaucoup perfectionnée, et m'a trouvé les deux mesmes courbes dont je vous avois proposé les soutangentes ¹⁷⁾, desquelles la 2. a plus de difficulté. Ses calculs ne sont pas longs, ni n'ont besoin d'aucunes Tables, mais il ne scauroit refoudre jusqu'icy les cas, où il entre des racines qui contiennent des inconnues et plus d'un terme; par exemple si la soutangente est donnée $\frac{yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$, x estant l'ab-

cisse, y l'appliquée à angles droits et a une ligne connue. Si vostre methode ne s'arreste pas à ces racines, vous avez quelque chose de plus que Mr. Fatio, quoy qu'il ait desja passé mon attente. Peut-estre c'est pour ces racines que les Tables, dont vous parlez, sont necessaires dans la methode que vous dites reussir toujours.

Cette quadrature de la 1^e de mes courbes ¹⁸⁾, que vous dites estre aisée, marque aussi quelque connoissance extraordinaire. Vous me ferez plaisir de la determiner, à fin que Mr. Fatio se puisse assurer que vous l'avez trouvée, à quoy il m'a avoué n'avoir pu reussir. La figure, au reste, de cette courbe ne consiste pas dans

s'occupait de cette courbe; toutefois il est probable que ses recherches sur les mouvements avec résistance proportionnelle au carré de la vitesse ont commencé dès qu'il connut les résultats des expériences mentionnées dans la note 9 de la présente lettre.

¹⁶⁾ La courbe ARG de la figure 3, de la pièce N°. 2661.

¹⁷⁾ En effet, les deux équations différentielles: $-y \frac{dx}{dy} = \frac{y^2}{2x} - 2x$ ou $-2xy dx + 4x^2 dy - y^2 dy = 0$ et $-y \frac{dx}{dy} = \frac{2x^2y - a^2x}{3a^2 - 2xy}$ ou $-3a^2y dx + 2xy^2 dx - 2x^2y dy + a^2x dy = 0$, auxquelles les problèmes, posés par Huygens dans sa Lettre N°. 2611, donnent lieu, se laissent réduire à des équations différentielles totales au moyen de la multiplication par une fonction $x^p y^q$ (y^{-5} pour la première, x^{-4} pour la seconde), ce qui constitue la condition nécessaire et suffisante pour le succès de la méthode de Fatio telle qu'elle a été décrite par Huygens dans sa lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693. Voir encore la note 11 de la Lettre N°. 2465.

¹⁸⁾ Il s'agit de la courbe $2a^2x^2 = a^2y^2 - y^4$, satisfaisant à l'équation différentielle $-y \frac{dx}{dy} = \frac{y^2}{2x} - 2x$. Voir, sur la quadrature par Huygens de cette même courbe, la Lettre N°. 2643, note 13.

les seules 2 demi-ovales, comme je vous avois marqué ¹⁹⁾, mais elles sont jointes par une croix et le tout ressemble à un 8, ce qui se connoit aisément par l'équation. Quant à la courbe exponentiale ²⁰⁾ que vous trouvaîtes au lieu de cette ligne ²¹⁾, lorsque les signes + et — estoient renversez, Mr. Fatio assure, et m'a démontré en quelque façon, que cette exponentiale est impossible, par où vous voyez que vostre démonstration pour prouver qu'elle satisfait à la soutangente donnée, ne nous est pas claire.

Vous m'obligerez d'achever ce que vous avez trouvé sur la chaîne pendante, afin que nous nous communiquions nos méditations. Je crois qu'il y aura bien d'autres géomètres qui refoudront ce problème, car, à dire vrai, il ne me paroît pas bien difficile, si ce n'est que vous en demandiez quelque chose de plus que ce que j'en ay trouvé.

²²⁾ Mr. Spener m'a dit que, pour faire réussir la boule de soufre de Mr. Guericke, il faut ajouter pour chaque livre 13 grains de tartari fixi; peut-être l'auteur vous aura donné la même recette. Il me dit aussi qu'il pouvoit ôter au fer l'attraction vers l'aimant, mais je ne m'y fie pas trop depuis que j'ay trouvé fautive une expérience avec le vif argent, qu'il debitoit comme très certaine ²³⁾.

Ce n'est pas sans regret que je perds l'espérance de vous voir icy, et je n'aurois pas été si longtemps sans vous écrire si je ne vous avois toujours attendu. Je suis Monsieur etc.

¹⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2643.

²⁰⁾ Voir les Lettres Nos. 2627, et 2632.

²¹⁾ C'est une méprise. Lisez plutôt „au lieu de la seconde de mes courbes” et consultez la note 6 de la Lettre N°. 2627.

²²⁾ Selon Gerhard, l'alinéa suivant ne se rencontre pas dans la lettre, qui se trouve à Hanover.

On peut consulter sur ces communications de Spener la lettre N°. 2623, note 3. Ajoutons que la page 57 recto du livre des *Adversaria*, citée dans la première de ces notes, ne contient aucun renseignement sur l'artifice dont Spener prétendait se servir pour ôter au fer sa propriété magnétique.

²³⁾ Voir, sur cette expérience, la Lettre N°. 2633, note 15.

N^o 2661.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[1691].

Appendice I au No. 2660.

*La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uyenbroek¹⁾.*

De descensu corporum gravium et ascensu par aerem
aut materiam aliam, quae resistit motui in ratione
duplicata celeritatum, ut revera contingit²⁾.

*Olim inventa clarius hic explicare volui ut rationem inveniendi semper repetere
possem, in qua insunt aliqua, quorum utilitas ad alia quoque pertinet.*

§ I³⁾.

1. Sit AN⁴⁾ quadratum, cujus latus A \beth , diagonalis AN. Referat A \beth celeritatem terminalem, sive maximam, quam numquam possit assequi corpus quoddam decidens per aërem, sed quantumvis prope adaequare. Temporis partes capiantur in recta \beth N. Quod si igitur descenderet corpus nullo aëre resistente, accrescerent ei celeritatis partes aequales, aequalibus temporis partibus, ut invenit Galileus. Itaque celeritates ita cadentis referant applicatae in triangulo AN Δ parallelae N Δ : fitque celeritas AN acquisita tempore \beth N, corpori nempe non impedito; quam eandem celeritatem maximam seu terminalem esse dixi corporis impediti. Considerentur jam incrementa celeritatis corporis hujus, cui aër resistit; quae cum

¹⁾ Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae etc. Fasc. II, p. 67—82.

²⁾ Pour faciliter l'intelligence de cette pièce, empruntée au livre G des Adversaria, p. 75 verso à 81 verso, nous avons cru utile de la diviser en paragraphes numérotés, afin d'y pouvoir renvoyer le lecteur dans les notes qui suivent.

³⁾ *Déduction de la relation entre la durée de la descente et la vitesse acquise.*

⁴⁾ Voir la figure de la page suivante. En construisant cette figure nous nous sommes conformés à l'indication qui suit, ajoutée par Christiaan Huygens en marge: „Melius fuisset quadratum $\alpha\delta$, cum curvis $\alpha\theta\theta$, $\alpha\lambda\lambda$, $\alpha\lceil$ desuperponere quadrato AN". En effet, cette décomposition de la figure assez compliquée contribue singulièrement à la clarté. Seulement, nous avons dû introduire en conséquence dans notre figure les points ζ' et Z' qui, dans la figure de Huygens, se superposent aux points ζ et Z .

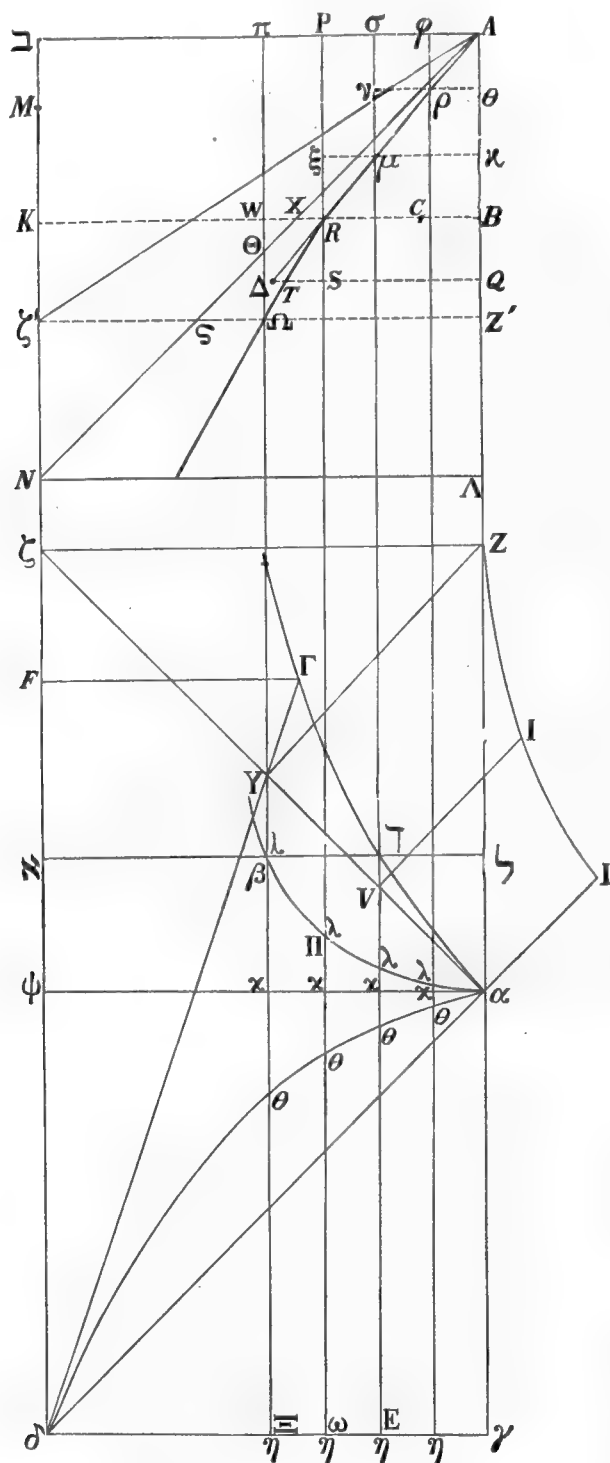


Fig. 1

minora sint incrementis corporis non impediti, suntis utrobique particulis temporis iisdem, hinc consequitur, ut, si ponatur curva $AR\Omega$, inter quam et rectam

AA applicatae, ut RB, referant celeritates acquisitas corpori impedito ⁵⁾, necessario semper haec minor sit applicata respondente in triangulo ANA, ut hic BX. Erunt autem trilinea ARB, ATQ inter se uti altitudines cadendo emensae temporibus AB, AQ; et celeritates in fine aequalium temporum acquisitae, tum motu impedito tum libero, ut applicatae coincidentes ad curvam AR et rectam AN. Velut BR, BX in fine temporis AB. Itemque tempora, quibus eadem celeritas ut $\Omega Z'$ tum impedito tum libero motu acquiretur, ut lineae $P\Omega$ et $P\Theta$ ⁶⁾.

Ad examinandam vero naturam curvae $AR\Omega$, sit a puncto ejus aliquo R ducta RS parallela AA, eaque temporis particulam referat; sitque $S\Delta$ parallela $A\Omega$ et aequalis ipsi RS: unde juncta $R\Delta$ erit parallela AN; secetque $S\Delta$ curvam in T puncto. Referet ergo $S\Delta$ incrementum celeritatis in tempore RS corporis non impediti; ST vero incrementum celeritatis corporis impediti; ideoque ST minor quam $S\Delta$. Porro si $A\Omega$ ponatur referre resistantiam, quam pateretur corpus impeditum, si cum terminali celeritate descenderet, velimusque invenire resistantiam, quam patitur acquisita celeritate RB, oportet duabus KB, RB facere tertiam proportionalem CB, quo facto, dico CB referre resistantiam in celeritate RB, quia sunt resistantiae in duplicata ratione celeritatum. Erit autem jam, ut KB ad BC ita $S\Delta$ ad ΔT . Quia enim $A\Omega$ refert resistantiam contra velocitatem terminalem, quae resistantia aequalis est vi gravitatis, qua corpus deorsum pellitur, necesse est in minimis temporum particulis, qualis putanda RS, velocitatem vi gravitatis acquisitam corpori non impedito, quae est $S\Delta$, diminui tali particula $T\Delta$, quae fit ad ΔS ut resistantia tota KB, seu ut vis gravitatis, ad resistantiam CB; atque ita superesse ST velocitatem acquisitam tempore eodem RS corpori impedito: quoniam tempore $W\Omega$ acquireret celeritatem WR, quia ut RS ad ST ita censenda est ΩW ad WR.

Sit $A\Omega = a$, $AP = x$. Ergo et $RB = x$. Et quia proportionales KB, RB, CB, erit KB ad BC, ut a ad $\frac{xx}{a}$, et BK ad KC ut a ad $a - \frac{xx}{a}$. Ergo etiam ΔS ad ST, hoc est RS ad ST, hoc est ΩW ad WR, vel etiam $R\xi$ ad $\xi\mu$ (nam pro recta linea habetur $TR\mu$, cum sit curvae particula minima) ut a ad $a - \frac{xx}{a}$. Quod si vero

⁵⁾ Dans les notes qui vont suivre, nous représenterons le temps écoulé par t , la vitesse acquise par v , la vitesse terminale par V , le chemin parcouru par s . En outre, $A\Omega = AA = \alpha Z = \alpha \gamma$ par a .

Commençons par remarquer qu'alors, d'après ce qui précède dans le texte: $AP = x = \frac{v}{V} a$;

$RP = \left(t : \frac{V}{g}\right) a = \frac{gt}{V} a$.

⁶⁾ Lisez: $\pi\Omega$ et $\pi\Theta$.

AP in particulas minimas aequales fecetur punctis φ, σ , a quibus ducuntur ad curvam $\Lambda\Omega$ rectae $\varphi\rho, \sigma\mu$, parallelae AB, et rursus $\rho\nu, \mu\xi$ complentes rectangula $\sigma\rho, P\mu$: et successive $\sigma A, \varphi A$, vocentur x , ut ante PA, semper exprimentur rationes $\mu\nu$ ad $\nu\rho$, et $\rho\varphi$ ad φA , rationibus a ad $a - \frac{xx}{a}$; et erunt invertendo $\mu\xi$ ad $\xi R, \nu\rho$ ad $\mu\nu, A\varphi$ ad $\varphi\rho$, ut $a - \frac{xx}{a}$ ad a . Sunt autem omnes antecedentes $\mu\xi, \nu\rho, A\varphi$, aequales. Ergo si particulis rectae $\Lambda\pi$ sumantur particulae $\eta\eta$ aequales in recta $\gamma\delta$, quam aequalem pono $\Lambda\Omega$, et in quadrato $\gamma\delta\psi a$ ducantur parallelae $\eta\kappa$; sicut autem $\xi\mu$ ad ξR , hoc est ut $a - \frac{xx}{a}$ ad a , ita fiat $\omega\kappa = a$, ipsi R ξ respondens, ad $\omega\lambda$; erit haec $= \frac{a^3}{aa - xx}$; et ita exprimentur quoque singulae $\eta\lambda$, quae erunt ad $\kappa\lambda$ sicut sibi respondentes $\mu\nu, \rho\varphi$ ⁷⁾, postquam singulae $\eta\gamma$ dicta fuerint x . Jamque sicut omnes simul $A\varphi, \varphi\sigma, \sigma P$, sive tota AP, ad omnes $\varphi\rho, \nu\mu, \xi R$, sive ad totam PR, ita erunt omnes $\eta\eta$ ad omnes $\kappa\kappa$, atque ita propterea rectangulum $\omega\omega$ ad spatium $\gamma\omega\Pi\omega$ ⁸⁾. Et singula spatia $\lambda\eta\gamma a$ referent singulas rectas spatii RPA singulis $\lambda\eta$ respondentes.

Haec vero singula spatia, inter $\lambda\eta, a\gamma$, interjecta, mensurantur summa progressionis numericae; singulae enim $\lambda\eta = \frac{a^3}{aa - xx}$, posito nempe x pro singulis $\eta\gamma$, quae ipfarum $\lambda\eta$ distantias ab $a\gamma$ definiunt; $\frac{a^3}{aa - xx}$ vero aequale $a + \frac{xx}{a} + \frac{x^4}{a^3} + \frac{x^6}{a^5}$ etc., et si pro a unitas ponatur, fit $1 + xx + x^4 + x^6 +$ etc.; ac porro, si maxima linearum $\eta\gamma$, ut hic $\omega\gamma$, vocetur b ; et x successive significet aequaliter crescentes $\gamma\eta$, quarum minima, sive excessus, quibus crescunt, dicatur p ; et numerus particularum p in $\omega\gamma$ seu b comprehensarum dicatur θ ; erit quae ab $a\gamma$

$$\text{prima sequitur } \eta\lambda = 1 + p\rho + p^4 + p^6 + \text{etc.}$$

$$\text{secunda . . . } \eta\lambda = 1 + 4p\rho + 16p^4 + 64p^6 + \text{etc.}$$

$$\text{tertia . . . } \eta\lambda = 1 + 9p\rho + 81p^4 + 729p^6 + \text{etc.}$$

⁷⁾ Il faut lire probablement : quae erunt ad $\omega\lambda$ sicut sibi respondentes $\mu\nu, \rho\varphi$ ad R ξ .

⁸⁾ Au moyen des notations de la note 5, cette proportion s'écrit :

$$\frac{y}{V}a : \frac{gt}{V}a = \frac{y}{V}a^2 : \int_0^y \frac{a^3}{a^2 - x^2} dx.$$

et ita porro, maxima autem $\eta\lambda$, quas
 infinitas numero ponimus, erit. . . $\omega\lambda = 1 + \theta^2 pp + \theta^4 p^4 + \theta^6 p^6 + \text{etc.}$
 five quia θp particula una in multitu-
 dinem particularum ducta facit b ,
 erit $= 1 + bb + b^4 + b^6 + \text{etc.}$
 et summae columnarum, hoc est om-
 nium $\eta\lambda$, erunt. $= \theta + \frac{1}{3}\theta bb + \frac{1}{5}\theta b^4 + \frac{1}{7}\theta b^6 + \text{etc.}$
 et ductis omnibus in latitudinem p fiet
 spatium $\alpha\Pi\omega\gamma$ $= p\theta + \frac{1}{3}p\theta b^2 + \frac{1}{5}p\theta b^4 + \frac{1}{7}p\theta b^6 + \text{etc.}$
 Seu quia $p\theta = b$, erit idem spatium
 $\alpha\Pi\omega\gamma$ $= b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \frac{1}{7}b^7 + \text{etc.}$

Est autem $\gamma\omega$ fractio unitate minor, quia $\gamma\delta$ est unitas, unde fit ut membra pro-
 gressionis ejusmodi continue decrescant, atque eo magis quo $\gamma\omega$ minor pars
 fuerit $\gamma\delta$ 9).

§ II 10).

Hanc vero progressionem aequari sectori hyperbolico Newtoni 11) inde inveni,
 quod eadem progressionem sector ille efficitur; quod et aliter animadvertere potui

- 9) Pour faire ressortir le résultat obtenu jusqu'ici, nous n'avons qu'à remarquer que la proportion
 déduite plus haut :

$$AP : PR = \text{rect. } \alpha\omega : \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega$$

s'écrit maintenant, en posant $\delta\gamma = \alpha\gamma = 1$:

$$\frac{y}{V} : \frac{gt}{V} = b : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \dots;$$

mais on a évidemment $b = \frac{y}{V}$, donc :

$$gt = V \left(\frac{y}{V} + \frac{1}{3} \frac{y^3}{V^3} + \frac{1}{5} \frac{y^5}{V^5} + \dots \right),$$

résultat exact.

10) Réduction de la sommation de la série $b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \dots$ à la quadrature de l'hyper-
 bole. Emploi de cette série au calcul des logarithmes.

11) Consultez le Corollarium 3 de la prop. IX du Liber II des „Principia” (p. 259 de l'édition
 originale): „Velocitas corporis tempore ATD cadentis est ad velocitatem quam eodem tem-

$2b + \frac{2}{3}b^3 + \frac{2}{5}b^5 + \text{etc.}$ ad 1; quam progressionem singulos terminos duplos habere apparet nostrae praecedentis progressionis $b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \text{etc.}$ Unde et nostram aequari constat ¹⁴⁾ spatio ejusmodi hyperbolico, quod nempe dimidium erit spatii BGEC, hoc est spatio BLKC, five sectori hyperbolico Newtoni BAL, positâ AK media proportionali inter AC, AE; sic enim fiunt quoque proportionales BC, LK, GE, ideoque spatia BLKC, LG EK inter se aequalia. Hinc optima ratio progressionum ad inveniendos logarithmos, praecipue si CD fit ad DA ut unitas ad numerum, hoc est, si EA ad AC fit ut numerus ad alium binario vel unitate minorem. Sed de his alias. vid. pag. 46 et 45 ¹⁵⁾.

§ III ¹⁶⁾.

Spatio nostro ¹⁷⁾, quod nunc sit $\alpha\beta\epsilon\gamma$, aequalis debebat esse sector hyperbolicus Newtoni $\alpha\Gamma\delta$ ¹⁸⁾ ducta $\delta\Gamma$ per Y, ubi rectam $\alpha\zeta$ perpend. in $\alpha\delta$ secant $\epsilon\beta$ producta; est autem $\alpha\Gamma$ hyperb. ad asymptotos $\delta\gamma$, δN . Sicut enim $A\pi$ ad $\pi\Omega$ ita est rectangulum $\alpha\epsilon$ ad spatium $\alpha\beta\epsilon\delta$ ¹⁹⁾, ex demonstrata curvarum harum natura ²⁰⁾. Quare et $\pi\Theta$ erit ad $\pi\Omega$ ut rectangulum $\alpha\epsilon$ ad spatium $\alpha\beta\epsilon\delta$ ¹⁹⁾. Est autem $\pi\Theta$ ad $\pi\Omega$ ut

¹⁴⁾ Pour le montrer, supposons AC égal aux grandeurs $\alpha\gamma = \delta\gamma = a$ de la figure 1 du texte,

$$CD = DE = b \quad AD = \frac{y}{V} AD = \frac{y}{V-y} AC.$$

Dans ce cas, on a, d'après le texte de ce paragraphe :

$$\text{quadr. HC : sect. ABL} = 1 : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \dots$$

ou bien

$$a^2 : \text{sect. ABL} = 1 : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \dots$$

D'un autre côté on a, d'après le § I (voir la figure 1) :

$$\text{rect. } \alpha\omega : \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega = b : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \dots$$

donc :

$$a^2b : \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega = b : b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \dots$$

d'où l'on conclut facilement :

$$\text{sect. ABL} = \text{spat. } \gamma\alpha\Pi\omega.$$

Au § V nous aurons besoin de rappeler ce résultat.

¹⁵⁾ Consultez l'Appendice II, notre N°. 2662, où nous avons reproduit quelques passages empruntés aux pages citées du livre G des Adversaria.

¹⁶⁾ Comparaison du résultat obtenu dans le § I avec celui formulé par Newton dans le Corollarium 3 de la prop. IX du liber II des Principia (voir la note 11 de cette pièce).

¹⁷⁾ Voir la figure 1 de cette pièce.

¹⁸⁾ Confrontez, pour ce qui suit, la figure 1 de notre pièce avec la figure de la note 11.

¹⁹⁾ Lisez : $\alpha\beta\epsilon\gamma$.

²⁰⁾ Voir le § I et en particulier la note 9.

tempus, quo corpus non impeditum acquisivit celeritatem $\Omega Z'$, ad tempus quo corpus impeditum acquisivit celeritatem eandem. Jam quia Newtonus, posita celeritate acquisita ad celeritatem terminalem ut αY ad $\alpha \zeta$, quarum ratio est eadem quae $A\pi$ ad $A\Omega$, quam nos adsumimus, invenit tempus descensus non impediti ad tempus impediti, quibus obtinetur celeritas eadem αY , sicut triangulum $\alpha \delta Y$ ad sectorem hyperbolicum $\alpha \delta \Gamma$: estque triang. $\alpha \delta Y$ aequale rectangulo nostro $\alpha \Xi^{21)}$; necesse est et sectorem $\alpha \delta \Gamma$ aequari spatio nostro $\alpha \beta \Xi \gamma$, si recte se habent inventa Newtoni; unde primum didici progressionem meam $b + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{5}b^5 + \text{etc.}$ aequari spatio hyperbolico.

§ IV²²⁾.

Ut inquiramus porro quam rationem habeat altitudo emensa motu impedito, dum acquiritur celeritas data $Z'\Omega$, ad altitudinem eodem tempore $\pi\Omega$ emensam cum celeritate dimidia celeritatis terminalis, scimus primum haec spatia esse inter se sicut trilineum $A\Omega Z'$ ad dimidium rectanguli $\Omega Z'$, sive ad triangulum $A\zeta'Z'$ ²³⁾. Jam cum sit spat. $A\Omega\pi$ ad rectang. $\pi Z'$ ut omnes $\sigma\rho$, $\sigma\mu$, PR , $\pi\Omega$ ad totidem maximae $\pi\Omega$ aequales; hoc est, sicut summa spatiorum omnium $\alpha\lambda\eta\gamma$ ad totidem maximo $\beta\alpha\gamma\Xi$ aequalia²⁴⁾; hoc est, ut cuneus anguli semirecti super spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ per $\beta\Xi$ abscissus, ad prisma super eodem spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ cum altitudine $\gamma\Xi$: sequitur hinc trilineum alterum $A\Omega Z'$ esse ad dictum rectang. $\pi Z'$, ut cuneus alter²⁵⁾ super spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ abscissus per $\alpha\gamma$ ad idem prisma super spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$; quia constat hunc cuneum

²¹⁾ En effet $\delta\alpha = \alpha\gamma \sqrt{2}$; $\alpha Y = \alpha\kappa \sqrt{2}$; donc $\frac{1}{2} \delta\alpha \cdot \alpha Y = \alpha\gamma \cdot \alpha\kappa$.

²²⁾ *Déduction de la relation entre la durée de la descente et l'espace parcouru.*

²³⁾ En effet, puisque $A\theta$, $A\kappa$, etc. représentent les temps écoulés, $A\varphi$, $A\sigma$, ... les vitesses acquises et $A\Omega$ la vitesse terminale, il est clair que $s = \int v dt$; $\frac{1}{2} Vt = \text{tril. } A\Omega Z'$; triang. $A\zeta'Z'$.

²⁴⁾ C'est-à-dire en conséquence de la construction de la courbe $\alpha\lambda\lambda\beta$, décrite dans le § I. D'après cette construction on a $\xi\mu : \xi R = \omega\kappa : \omega\lambda$, donc $\xi\mu : \Sigma\xi R = \omega\kappa : \Sigma\eta\lambda$, c'est-à-dire: $\xi\mu : PR = \text{rect. } \omega\kappa\kappa E : \alpha\gamma\omega\lambda$. De même $\xi\mu : \pi\Omega = \text{rect. } \omega\kappa\kappa E : \alpha\gamma\Xi\beta$; donc encore: $PR : \pi\Omega = \alpha\gamma\omega\lambda : \alpha\gamma\Xi\beta$, d'où il s'ensuit enfin $\Sigma PR : n \times \pi\Omega = \Sigma\alpha\gamma\omega\lambda : n \times \alpha\gamma\Xi\beta$, où n représente le nombre des partitions.

²⁵⁾ Huygens ajouta en marge:

Poterat hoc de cuneo altero brevius inveniri et absque consideratione prioris; quia sicut singulae particulae temporis $A\theta$, $\theta\kappa$, κB , BZ' ductae in celeritates respectivas in fine eorum temporum acquisitas, ut $\theta\varphi$, $\kappa\mu$, BR , $Z'\Omega$, efficiunt spatium totum $A\Omega Z'$, dum rectang. $\pi Z'$ efficitur ex AZ' summa omnium particularum temporis ducta in celeritatem dictarum maximam $Z'\Omega$; ita quoque omnes $\beta\Xi$, $\lambda\eta$, quae sunt ut tempuscula ΩW , $R\xi$, $\mu\nu$, $\varphi\varphi$, hoc est ut $Z'B$, $B\kappa$, $\kappa\theta$, θA , ductae in easdem celeritates respectivas $\gamma\Xi$, $\gamma\omega$, γE etc., referent spatium $A\Omega Z'$, dum summa omnium $\beta\Xi$, $\lambda\omega$, etc., hoc est spatium $\beta\alpha\gamma\Xi$, ductum in celeritatem eandem maximam $\gamma\Xi$, sive $Z'\Omega$, refert rectangulum $\pi Z'$. Sed omnes $\beta\Xi$, $\lambda\eta$ ductae in respectivas $\gamma\Xi$, $\gamma\omega$, γE faciunt cuneum super spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ abscissum per $\alpha\gamma$ in angulo semi-

cum priori constituere simul prisma jam dictum, sicut trilinea $\Lambda\Omega\pi$ et $\Lambda\Omega Z'$ constituunt rectangulum $\pi Z'$. Atqui cuneus super spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$ abscissus per $\alpha\gamma$ aequalis est ei, quo cuneus super rectangulo $\beta\gamma$, abscissus per $\beta\gamma$, superat cuneum simul abscissum super spatio trilineo $\alpha\beta\gamma$: quem cuneum ajo aequalem esse prismati super trilineo hyperbolico $\alpha\gamma\delta$, altitudinem habenti dimidiam $\delta\gamma$. Quod hoc modo demonstro. Si enim ducatur recta aliqua, ut $\alpha\delta$, parallela $\gamma\delta$, ac secans curvam $\alpha\lambda\lambda$, ut hic in β , fiatque duabus $\alpha\delta$, $\beta\delta$ tertia proportionalis $\gamma\delta$, erit punctum γ ad hyperbolam $\alpha\gamma\Gamma$ ante descriptam²⁵⁾ per α punctum ad asymptotos $\delta\beta$, $\delta\gamma$. Nam ponendo $\alpha\delta = a$, $\beta\delta = x$, inventum fuit supra²⁶⁾ esse $\beta\Xi$, quae vocetur y , aequalem $\frac{a^3}{aa - xx}$; unde erit $\beta\delta$ sive $x = \sqrt{\frac{aay - a^3}{y}}$; et, quia $\alpha\delta$ est a , invenitur tertia proport. duabus $\alpha\delta$, $\beta\delta$ quae erat $\gamma\delta$, aequalis $\frac{ay - aa}{y}$; sit $\gamma\delta = z$, ergo $ay - aa = zy$, et $ay - zy = aa$. Unde liquet punctum γ esse ad hyperbolam dictam, quae per α punctum ad asymptotos $\delta\beta$, $\delta\gamma$ descripta est. Quia itaque $\alpha\delta$, quae secat curvam $\alpha\lambda$ in β et hyperbolam $\alpha\gamma\Gamma$ in γ , ita iis punctis dividitur, ut sint proportionales $\alpha\delta$, $\beta\delta$, $\gamma\delta$, erit rectang. ex $\alpha\delta$, $\delta\gamma$ aequale quadrato ex $\beta\delta$: quod cum semper eveniat, ubicumque ducatur recta ipsi $\alpha\delta$ parallela, sequitur, si tales parallelae ducantur in rectangulo $\alpha\lambda$, quae latus ejus $\alpha\psi$ in particulas aequales dividant, fore omnia rectangula ex ductu harum parallelarum in partes earum inter $\alpha\delta$ et hyperbolam $\alpha\gamma$ interceptas, aequalia omnibus quadratis partium interceptarum inter $\alpha\delta$ et curvam $\alpha\lambda\beta$. Vel, sumtis omnium dimidiis, erit summa rectangulorum ex omnibus interceptis spatii $\gamma\delta$ in dimidias $\delta\alpha$, aequalis summae semiquadratorum ab omnibus interceptis in spatio $\alpha\beta\gamma$, atqui ista summa rectang. efficit prisma super spatio $\alpha\gamma\delta$, cum altitudine $\frac{1}{2}\alpha\delta$. Similique ratione summa illa semiquadratorum efficit cuneum super spatio $\alpha\beta\gamma$ abscissum per $\alpha\delta$ angulo semirecto. Ergo illud prisma huic cuneo aequale est, ut dicebamus.

recto. Hinc, cum lineae $\lambda\eta$ sint $\frac{a^3}{aa - xx}$, ubi x significant $\gamma\eta$ respectivas et aequaliter crescentes, erunt producta ex singulis $\lambda\eta$ in respectivas x , $\frac{a^3x}{aa - xx}$, et non, ut vult Leibnitzius, $\frac{aax}{aa - xx}$. (Voir, sur la comparaison des résultats de Leibniz et de Huygens, le § VIII de cette pièce).

²⁵⁾ Voir le § III de cette pièce.

²⁶⁾ Au § I de cette pièce.

Est autem et cuneo super rectang. $\beta\gamma$, abscisso per $\alpha\gamma$, aequale prisma super rectangulo $\gamma\gamma$ cum altitudine $\frac{1}{2} \aleph\lambda$, propter proportionales $\aleph\lambda$, $\beta\lambda$, $\gamma\lambda$. Ergo, cum ante ostensum fuerit id, quo cuneus super rectang. $\beta\gamma$, per $\alpha\gamma$ abscissus, superat cuneum simul abscissum super spatio $\alpha\beta\lambda$, aequari cuneo super spatio $\alpha\beta\epsilon\gamma$ per $\alpha\gamma$ abscisso; erit hic cuneus aequalis differentiae, qua prisma dictum super rectang. $\gamma\gamma$ cum altitudine $\frac{1}{2} \aleph\lambda$ superat prisma super spatio $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ cum eadem altitudine $\frac{1}{2} \aleph\lambda$; hoc est prismati super spatio $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ cum dicta altitudine $\frac{1}{2} \aleph\lambda$.

Ostensum vero fuit trilineum $\Lambda\Omega Z'$ esse ad rectang. $\pi Z'$ ut cuneus super spatio $\alpha\beta\epsilon\gamma$ per $\alpha\gamma$ abscissus ad prisma super spatio $\alpha\beta\epsilon\gamma$ cum altitudine $\gamma\epsilon$. Ergo jam erit trilineum $\Lambda\Omega Z'$ ad rectang. $\pi Z'$ ut prisma super spatio $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ cum altitudine $\frac{1}{2} \aleph\lambda$ ad prisma super spatio $\alpha\beta\epsilon\gamma$ cum altitudine $\gamma\epsilon$, hoc est in ratione composita ex ratione spatii $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ ad spatium $\alpha\beta\epsilon\gamma$, et ex ratione $\frac{1}{2} \aleph\lambda$ ad $\beta\lambda$. Est autem rectang. $\pi Z'$ ad triangulum $A\zeta'Z'$ ut $\Omega Z'$ ad dimidiam $\zeta'Z'$, sive ut $\beta\lambda$ ad $\frac{1}{2} \aleph\lambda$. Ergo, cum ratio triang. $A\zeta'Z'$ ad spatium $\Lambda\Omega Z'$ componatur ex ratione triang. $A\zeta'Z'$ ad rec. $\pi Z'$, et rectanguli $\pi Z'$ ad spatium $\Lambda\Omega Z'$; erit jam ratio trianguli $A\zeta'Z'$ ad spatium $\Lambda\Omega Z'$ composita ex ratione $\frac{1}{2} \aleph\lambda$ ad $\beta\lambda$ et spatii $\alpha\beta\epsilon\gamma$ ad spatium $\alpha\gamma\epsilon\gamma$, et $\beta\lambda$ ad $\frac{1}{2} \aleph\lambda$, quae posterior ratio tollit primam. Ergo erit triang. $A\zeta'Z'$ ad spatium $\Lambda\Omega Z'$ ut spatium $\alpha\beta\epsilon\gamma$ ad spatium $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ ²⁷⁾. Ergo hanc eandem rationem habebit quoque altitudo emensa tempore AZ' cum celeritate dimidia terminali ad altitudinem eodem tempore AZ' emensam casu impedito. Quod erat inveniendum ²⁸⁾.

²⁷⁾ Ici Huygens annota en marge :

Non opus erat longa ista demonstratione ad hoc probandum. Idem enim breviter sic. Rectang. $\square Z'$ fit ex tempusculis singulis ΩW , $R\xi$, $\mu\nu$, $\varphi\varphi$ in totidem $\square A$ ductis. Spatium vero $\Lambda\Omega Z'$ fit ex iisdem singulis tempusculis ΩW , $R\xi$, $\mu\nu$, $\varphi\varphi$, ductis in applicatas in singulis ad rectam AZ' . Vel quia tempuscula illa sunt ut $\eta\beta$, $\omega\lambda$ etc., erit summa productorum ex $\eta\beta$, $\omega\lambda$, etc. in totidem $\square A$ vel $\delta\gamma$, hoc est prisma super spatio $\beta\epsilon\gamma\alpha$ cum altitudine $\delta\gamma$ ad summam productorum earundem $\eta\beta$, $\omega\lambda$ in singulorum distantias ab recta $\alpha\gamma$, hoc est ad cuneum super spatio $\beta\epsilon\gamma\alpha$, ut dictum rectangulum $\square Z'$ ad spat. $\Lambda\Omega Z'$. Est autem cuneus aequalis prismati ex spatio hyperbolico $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ cum altitudine $\frac{1}{2} \delta\gamma$, ut ostensum; ergo, ut prisma super $\beta\epsilon\gamma\alpha$, cum altitudine $\delta\gamma$ ad prisma super $\alpha\gamma\epsilon\gamma$ cum $\frac{1}{2}$ altitudine $\delta\gamma$, hoc est duplum spatii $\beta\epsilon\gamma\alpha$, ad spatium $\alpha\gamma\epsilon\gamma$, ita rectang. $\square Z'$ ad spat. $\Lambda\Omega Z'$. Ideoque ut spat. $\beta\epsilon\gamma\alpha$ ad spat. $\alpha\gamma\epsilon\gamma$, ut triang. $A\zeta'Z'$ ad spat. $\Lambda\Omega Z'$.

²⁸⁾ Voici donc le résultat obtenu jusqu'ici :

$$\frac{1}{2} Vt : s = \text{spat. } \beta\epsilon\gamma\alpha : \text{spat. } \alpha\gamma\epsilon\gamma.$$

Pour en comprendre la portée, il faut se rappeler que, d'après les conclusions du § I et du

§ V²⁹).

Et convenit cum Newtonianis prop. 9 Lib. 2³⁰). Sed corrigendum ibi in. 7 et 10 ac legendum ABNK pro ABRP. Et lin. [8] pro: *cum semisse velocitatis maximae*, legendum *cum velocitate maxima*; ficut recte postea pag. eadem ubi, de ascensu³¹). Fit enim ipsius spatium hyperbolicum ABNK, quod in meo sche-

§ II, l'aire $\beta\gamma\alpha$ peut se calculer au moyen de la série $\frac{v}{V} + \frac{1}{3}\left(\frac{v}{V}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{v}{V}\right)^5 + \dots$ et qu'il est aussi égal au secteur hyperbolique $\alpha\delta r$. La détermination de l'espace parcouru se trouve donc réduit à deux quadratures hyperboliques, dont le calcul au moyen des logarithmes va être exposé dans le paragraphe suivant.

Si d'ailleurs on pose $\delta\gamma = 1$, $\gamma = \frac{v}{V}$ et si l'on calcule alors les ordonnées des courbes $\alpha\beta$ et $\alpha\gamma$ au moyen des formules données dans le texte, il est facile d'écrire la proportion obtenue en langage moderne, comme il suit :

$$\int_0^{\frac{v}{V}} \frac{dx}{1-x^2} : \int_0^{\frac{v^2}{V^2}} \frac{dx}{1-x} ;$$

résultat correct et qui se vérifie facilement au moyen des formules connues :

$$t = \frac{V}{2g} \ln \frac{1 + \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V}} ; \quad s = -\frac{V^2}{2g} \ln \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right).$$

²⁹) Corrections à apporter à la prop. 9 du Liber II des Principia. Application des logarithmes au résultat obtenu dans le paragraphe précédent.

³⁰) Il s'agit du Coroll. 1 de cette proposition, dont le commencement est comme il suit : „Hinc si AB” (voir la figure de la note 11 de cette pièce) „aequetur quartae parti ipsius AC, spatium ABRP, quod corpus tempore quovis ATD cadendo describit, erit ad spatium quod corpus semisse velocitatis maximae AC, eodem tempore uniformiter progrediendo describere potest, ut area ABRP, qua spatium cadendo descriptum exponitur, ad aream ATD qua tempus exponitur”; pour la description de la figure de Newton on peut consulter la note 11 déjà citée; seulement, il faut y ajouter que RNB*nr* est une hyperbole construite sur les asymptotes CA et CH et qu'en outre : $AK = AP^2 : AC$ et de même $ak = Ap^2 : AC$.

Ajoutons que les corrections indiquées dans le texte de ce paragraphe ont été apportées dans les éditions postérieures des Principia. Aussi ne s'agissait-il que de simples méprises.

³¹) En effet, le Coroll. 2 de la Prop. 9 se lit comme il suit : „Idem consequitur etiam de spatio quod in ascensu describitur. Nimirum quod spatium illud omne sit ad spatium, uniformi cum velocitate AC eodem tempore descriptum, ut est area AB*nk* ad sectorem AD*r*”. (voir encore la figure de la note 11 de cette pièce).

mate ³²⁾ est αIIV , dimidium mei $\alpha\text{I}E\gamma$ ³³⁾. Invenitur autem spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ aequale spatium hyperbolicum, quod fit loco sectoris $\alpha\Gamma\delta$, si ponatur ut $\aleph\beta$ ad $\beta\beth$ ita $\delta\psi$ ad $\psi\zeta$ ³⁴⁾ et fumatur ipsi $\psi\zeta$ aequalis ψM ³⁵⁾; interque $\text{M}\delta$, $\delta\psi$ inveniatur media proportionalis $\text{F}\delta$: et fiat $\text{F}\Gamma$ parall. $\beth\text{A}$. Erit enim spatium $\alpha\psi\text{F}\Gamma$ aequale spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ ³⁶⁾; quod logarithmis jam exprimi potest. Est enim $= \frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$ ³⁷⁾. Ponendum autem quadr. $\alpha\delta$ five $aa = 0,4342955$, qualium $\log. 10$ est 1,0000000. Quod si x fit $= \frac{1}{2} a$, fit jam spatium $\alpha\beta\Xi\gamma = \frac{1}{2} \log. 3$. Similiter spa-

³²⁾ Consultez la figure 1 de cette pièce.

³³⁾ L'hyperbole équilatère IIZ, dont il est question ici pour la première fois, a été construite, afin de l'identifier avec l'hyperbole BNR de la note 11, d'une telle manière qu'elle ait ζ pour centre, $\zeta\alpha$ pour asymptote et qu'elle passe par le point I pour lequel $\alpha\text{I} = \frac{1}{4}\delta\alpha = \frac{1}{4}a\sqrt{2}$. Il est facile de vérifier qu'elle passe alors par le point Z et qu'en outre on a partout:

$$\text{VI} = \frac{a^2}{2\sqrt{2(a-z)}} (z = \beth\gamma = E\gamma) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \beth\text{E} \text{ (comparez au § IV l'équation : } \alpha\gamma - \alpha\gamma = xy = aa, \text{ où } y = \beta\Xi = \beth\text{E}, z = \beth\gamma = E\gamma).$$
 De cette dernière propriété il résulte immédiatement que les accroissements successifs de l'aire αIIV sont les moitiés de ceux de l'aire $\alpha\text{I}E\gamma$.

³⁴⁾ Dans la discussion qui va suivre, le point ζ doit être considéré comme un point variable, dépendant pour les différents points λ de la valeur de $\eta\gamma$ et qui ne coïncide ici avec le sommet ζ du carré ψZ que pour le point β , parce que pour ce point $\lambda\aleph = \lambda\beth$.

³⁵⁾ Lisez: ζM .

³⁶⁾ La discussion qui précède s'explique si l'on consulte le § II de cette pièce. Dans ce paragraphe (voir la note 14) il a été démontré que l'aire $\alpha\beta\Xi\gamma$ de la figure 1 est égale au secteur hyperbolique ABL de la figure 2, pourvu que l'AC de cette dernière figure soit identifié avec le

$\delta\gamma = \delta\psi = a$ de la figure 1 et $\text{CD} = \frac{y}{\sqrt{1-y}}$, $\text{AC} = \frac{x}{a-x} \delta\psi (x = \Xi\gamma) = \frac{\beta\beth}{\aleph\beta} \delta\psi$ donc, d'après la construction du point ζ indiquée dans le texte, $= \psi\zeta$. Mais alors on a de même $\text{AE (fig. 2)} = \text{AC} + 2\text{CD} = \delta\psi + 2\psi\zeta = \delta\text{M}$; $\text{AK (fig. 2)} = \sqrt{\text{AC} \cdot \text{AE}} = \sqrt{\delta\psi \cdot \delta\text{M}} = \delta\text{F}$, et comme d'ailleurs l'hyperbole BLG de la figure 2 se confond sous ces conditions avec l'hyperbole $\alpha\text{I}\Gamma$ de la figure 1, il est clair que le point L va correspondre avec le point Γ . On a donc en effet: $\alpha\beta\Xi\gamma = \text{ABL (fig. 2)} = \text{BCKL} = \alpha\psi\text{F}\Gamma$.

³⁷⁾ D'après un théorème bien connu, l'aire $\psi\alpha\text{F}\Gamma$ est égale au carré $\delta\psi\alpha\gamma$ multiplié par le logarithme népérien du quotient $\frac{\delta\text{F}}{\delta\psi}$; mais on a d'après ce qui précède: $\delta\text{F} = \sqrt{\delta\psi \cdot \delta\text{M}} = \sqrt{a(a + \frac{2ax}{a-x})} = a\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$. L'aire en question s'exprime donc par $\frac{1}{2} aa \log. \frac{a+x}{a-x}$, ou bien, en employant un logarithme briggien, par $\frac{1}{2} aa \cdot \frac{1}{0,4342955} \log. \frac{a+x}{a-x}$.

tium $\alpha\gamma E\gamma$, logarithmo expressum, fit $= \log. \frac{aa}{aa-xx}$; et, si $x = \frac{1}{2}a$, $\log. \frac{4}{3}$. Est enim spatium $\alpha\gamma E\gamma$, relatum ad quadr. ad , aequale logarithmo rationis VE ³⁸⁾ ad $\alpha\gamma$, five $\alpha\psi$ ad $\gamma\kappa$, hoc est a ad $a - \frac{xx}{a}$ ³⁹⁾, five aa ad $aa-xx$.

§ VI⁴⁰⁾.

Invenio autem et rationem trilinei $A\Omega Z'$ ad triang. $A\zeta Z'$, hoc est rationem altitudinis emensae casu impedito ad altitudinem emensam eodem tempore casu non impedito, [donec utrimque perveniatur ad celeritatem datam $A\pi$]⁴¹⁾, esse in ratione composita ex ratione spatii $\alpha\gamma E\gamma$ ad $\alpha\beta E\gamma$ et quadrati ad ad $\alpha\beta E\gamma$, hoc est, ex ratione composita $\log. \frac{aa}{aa-xx}$ ad $\frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$ et aa ad $\frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$. Et in numeris sit $x = \frac{1}{2}a$, erunt istae altitudines in ratione composita ex ratione $\log. \frac{4}{3}$ ad $\frac{1}{2} \log. 3$ et aa ad $\frac{1}{2} \log. 3$. Et posito $aa \propto 0,4342955$ secundum ultimam nostram quadraturam hyperbolae⁴²⁾, $\log. \frac{4}{3}$ est $0,1249388$, $\log. 3$

³⁸⁾ Lisez: γE .

³⁹⁾ En effet, on a par construction (voir le § IV) $\gamma\psi = \frac{\beta\gamma^2}{\kappa\gamma} = \frac{x^2}{a}$ ($x = \gamma\gamma$), donc $\gamma\kappa = a - \frac{x^2}{a}$.

⁴⁰⁾ Relation entre l'espace parcouru sous l'influence de la résistance du milieu et celui qui aurait été parcouru dans le même temps sous l'action de la gravité seule.

⁴¹⁾ Biffez les mots que nous avons mis en parenthèses et qui, ajoutés après coup (consultez la note 11 de la Lettre N°. 2660) proviennent d'une méprise. En effet, la relation énoncée ici doit être lue comme il suit:

$$s : \frac{1}{2}gt^2 = aa \log. \frac{aa}{aa-xx} : \frac{1}{4} \left(\log. \frac{a+x}{a-x} \right)^2,$$

ou bien, en employant des logarithmes népériens, et remplaçant en outre a et x par V et v :

$$s : \frac{1}{2}gt^2 = l. \frac{V^2}{V^2-v^2} : \frac{1}{4} \left(l. \frac{V+v}{V-v} \right)^2.$$

Sous cette forme on la vérifie aisément au moyen des formules de la note 28 de cette pièce.

⁴²⁾ Voir l'Appendice II de cette pièce, notre N°. 2662, au troisième passage. Toutefois, il semble que la valeur donnée ici au module népérien repose sur un calcul moins exact que celui du passage cité, puisque les deux dernières décimales (55) doivent être, en réalité, remplacées par (44) comme ce passage l'indique, ou mieux encore par 45, la vraie valeur étant 0,4342944819....

est 0,4771212; ut 5,426035861540 ad 5,691115987236, fere ut 20 ad 21 ⁴³⁾.

Ratio enim spatii $A\Omega Z'$ ad triang. $A\zeta Z'$ componitur ex rationibus spatii $A\Omega Z'$ ad rectang. $\pi Z'$ et rectanguli $\pi Z'$ ad triang. $A\zeta Z'$. Sed ostensum est ⁴⁴⁾ rationem spatii $A\Omega Z'$ ad rect. $\pi Z'$ componi ex ratione spatii $\alpha\gamma E\gamma$ ad spat. $\alpha\beta\Xi\gamma$, et ex ratione $\frac{1}{2} \mathfrak{N}\mathfrak{L}$ ad $\beta\mathfrak{L}$. Rationem vero alteram, rectanguli $\pi Z'$ ad triangulum $A\zeta Z'$, constat eandem esse, quae $\Omega Z'$ ad $\frac{1}{2} Z'\zeta$, hoc est, quae $\pi\Theta$ ad $\frac{1}{2} \pi\Omega$, hoc est, quae rectanguli ⁴⁵⁾ $\alpha\Xi$ ad $\frac{1}{2}$ spat. $\alpha\beta\Xi\gamma$, quae, posito ss pro spatio $\alpha\beta\Xi\gamma$, est eadem compositae ex $\alpha\gamma$ seu $\mathfrak{N}\mathfrak{L}$ ad s , et $\gamma\Xi$ five $\beta\mathfrak{L}$ ad $\frac{1}{2} s$. Itaque ratio spatii $A\Omega Z'$ ad triang. $A\zeta Z'$ erit composita

$$\text{ex rationibus } \left\{ \begin{array}{ccc} \text{spat. } \alpha\gamma E\gamma & \text{ad spat. } \alpha\beta\Xi\gamma. \\ \frac{1}{2} \mathfrak{N}\mathfrak{L} & \text{,,} & \beta\mathfrak{L} \\ \mathfrak{N}\mathfrak{L} & \text{,,} & s \\ \beta\mathfrak{L} & \text{,,} & \frac{1}{2} s \end{array} \right\}$$

hoc est, quia $\beta\mathfrak{L}$ se mutuo tollunt, ex rationibus $\alpha\gamma E\gamma$ ad spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$, et $\frac{1}{2}$ quadr. $\mathfrak{N}\mathfrak{L}$ ad $\frac{1}{2} ss$, seu $\frac{1}{2} \alpha\beta\Xi\gamma$; five et quadrati $\mathfrak{N}\mathfrak{L}$ seu $\alpha\delta$ ad spat. $\alpha\beta\Xi\gamma$. Quod erat demonstrandum.

§ VII⁴⁶⁾.

Est autem $\pi\Theta$ ad $\pi\Omega$ ut tempus quo grave, cadens libere, acquireret celeritatem *dimidiam* maximae, ad tempus quo eandem celeritatem acquireret motu impedito.

Sed si in universum celeritas data sit pars quaevis maximae celeritatis; tunc tempus descensus liberi, ad tempus descensus impediti hic est ut $\square ax$ ad spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ ⁴⁷⁾. Hoc est ut ax ad $\frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$.

⁴³⁾ A propos de ces calculs Huygens ajouta encore en marge: In quantitibus quae rationes constituunt quarum hic logarithmi habentur potest a poni $\infty 1$ vel quilibet numerus. Sed aa in posteriori duarum rationum ponendum $\infty 4342955$ etc. ut possimus uti logarithmis tabularum.

Est autem x ad a ut celeritas in fine casus impediti acquisita ad celeritatem terminalem.

⁴⁴⁾ Voir le § IV à la page 32.

⁴⁵⁾ Voir le § III.

⁴⁶⁾ Relation entre les temps nécessaires pour obtenir une vitesse donnée dans les deux cas de la chute avec et sans résistance. (Cette partie du manuscrit n'a pas été reproduite par Uylenbroek).

⁴⁷⁾ Voir le paragraphe précédent.

NB. x hic lineam significat, partem scilicet $\gamma\delta$ rectae; item a totam $\gamma\delta$. Itaque ax semper est portio certa quadrati aa .

$$\begin{array}{llll} aa & 0,4342955 & & \\ \frac{1}{2} aa & 0,2171477 & \frac{1}{2} \log. 3^{48}) & 0,2385606 \end{array}$$

ut $\square a\Xi$ ad spatium $a\beta\Xi\gamma$. hoc est ut $\pi\Theta$ ad $\pi\Omega$, hoc est ut $\frac{1}{2} aa$ ad $\frac{1}{2} \log. 3$, fere ut 10 ad 11.

Qui nostra quadratura hyperbolae non utuntur quae est in Additione dissertationis de causa gravitatis necessario adhibere debent reductionem logarithmorum ordinariorum, diminuend. eos in ratione 10000000 ad 4342955.

§ VIII⁴⁹⁾.

Colligitur igitur ex jam demonstratis, si velocitates aequaliter crescentes dicantur x , maxima seu terminalis velocitas sit a , tempora fore sicut summas rectarum $\frac{a^3}{aa-xx}$, quod recte habet et Leibniti. Spatia vero cadendo emensa, ut summae $\frac{a^3x}{aa-xx}$, cum Leibn. habeat summas $\frac{aax}{aa-xx}$. Tempora vero, five summas rectarum $\frac{a^3}{aa-xx}$, fore $\frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$, (hic x significat velocitatem in fine temporis acquisitam, ut in reliquis deinceps, et deberet pro eo scribi X majus) ubi Leibniti. habet $\log. \frac{a-x}{a+x}$, seu, quia ponit $a=1$, $\log. \frac{1-x}{1+x}$. Recte quidem dixerat tempora esse ut logarithmos rationis $a+x$ ad $a-x$, sed non bene videtur scribere $\log. \frac{a-x}{a+x}$ pro logarithmo rationis $a+x$ ad $a-x$, quia talis fractionis logarithmus fit negativus. Non erravit etiam, quod tempora dixerit esse ut logarithmos rationis $a+x$ ad $a-x$, cum tamen mihi sint ut $\frac{1}{2}$ logarithmi rationis hujus $a+x$ ad $a-x$: quia eadem est ratio logarithmorum ac $\frac{1}{2}$ logarithmorum inter se. Sed tunc pro tempore quo, casu non impedito, acquiritur velocitas ter-

⁴⁸⁾ Le calcul se rapporte au cas $x = \frac{1}{2}$, c'est-à-dire $v = \frac{1}{2} V$.

⁴⁹⁾ Comparaison des résultats acquis jusqu'ici avec ceux énoncés par Leibniz. Voir ses Lettres N°. 2636, 2639, 2659 et l'article 5, cité dans la Lettre N°. 2632, note 10, de son travail sur la chute des graves dans un milieu résistant, mentionné dans la Lettre N°. 2561, note 6.

minalis, non est ponendum hyperbolae quadratum aa five 1, ut Newtonus fecit⁵⁰⁾ et ipse voluit, ut puto, Leibnitius. Invenio etiam spatia descendendo emensa fore ut logarithmos $\frac{aa}{aa-xx}$, cum Leibnitius habeat $\log. \sqrt{aa-xx}$ vel $\log. \sqrt{1-xx}$. Rurfus hic inverse posuisse videtur pro logarithmo rationis aa ad $aa-xx$, logarithmum $\frac{aa-xx}{aa}$, five quia aa est unitas, logarithmum $(1-xx)$. Sed cum ponat $\log. \sqrt{1-xx}$, erravit rurfus, quia debebat dicere $\log. 1-xx$, ut posset referri ad $aa=1$. Nam alioquin eadem est ratio logarithmorum radicum, quae logarithmorum quadratorum ab iisdem radicibus, ut jam antea dictum fuit. Puto ipsum vice versa errasse in apponendo signo $\sqrt{\quad}$ adeoque, ubi $\frac{1}{2} \log. \frac{a-x}{a+x}$ seu $\log. \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$ scribere debuerat, scripsisse $\log. \frac{a-x}{a+x}$. Et ubi debebat esse $\log. (1-xx)$ scripsisse $\log. \sqrt{1-xx}$, et tamen saepius jam calculum suum correxerat.

$A \supset$ seu $\supset N$ est ad $\Omega\pi$ ⁵¹⁾ ut quad. $\alpha\delta$ ad spat. $\alpha\beta\Xi\gamma$, seu ad $\frac{1}{2} \log. \frac{a+x}{a-x}$; si quad. $\alpha\delta$ fit quadr. hyperbolae. Et posito hoc quadrato = 43429, etc., uti poterimus logarithmis tabul.

§ IX⁵²⁾.

Notatu dignum quod spatium $A\Omega Z'$ semper dimidium est spatii hyperbolici $\gamma\alpha\gamma E$.

⁵⁰⁾ Allusion au Coroll. 5 de la Prop. 9 du Livre II des Principia, où on lit :

„Est igitur tempus quo corpus in Medio resistente cadendo velocitatem AP (voir la figure de la note 11 de cette pièce) acquirit, ad tempus quo velocitatem maximam AC in spatio non resistente cadendo acquirere posset, ut sector ADT ad triangulum ADC.” D’ailleurs, la critique de Huygens n’est pas dirigée ici contre Newton. Il n’a d’autre intention que de faire remarquer que Leibniz en se contentant de proportionnalités au lieu d’égalités, a manqué l’occasion de comparer la chute avec résistance avec celle sans résistance, comme Newton et lui, Huygens, l’ont fait.

⁵¹⁾ On se rappellera que $\supset N$ et $\Omega\pi$ représentent respectivement, dans la figure 1 de cette pièce, le temps nécessaire pour obtenir dans la chute sans résistance une vitesse égale à la vitesse terminale a ou V de la chute avec résistance, et la durée véritable de la chute avec résistance jusqu’au moment où la vitesse x ou v est acquise.

⁵²⁾ Sur une relation remarquable vérifiée par la figure 1 de cette pièce.

Nam cum spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ sit ad rectang. $\alpha\Xi$ ut $\Omega\pi$ ad πA ⁵³⁾, ex ante demonstratis, hoc est ut rectang. $A\xi'$ ad rectang. ex $A\beta$, $A\pi$, seu rectang. $\alpha\Xi$; sequitur hinc spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ aequari rectang. $A\xi'$. Atqui ostensum fuit ⁵⁴⁾ triangulum $A\xi'Z'$, seu $\frac{1}{2}$ rectang. $A\xi'$, esse ad spatium $\Lambda\Omega Z'$, ut spatium $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad spatium $\alpha\eta E\gamma$; ergo etiam $\frac{1}{2}$ spatii $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad spat. $\Lambda\Omega Z'$ ut spatium totum $\alpha\beta\Xi\gamma$ ad spat. $\alpha\eta E\gamma$. Et permutando ut 1 ad 2, ita spat. $\Lambda\Omega Z'$ ad spat. hyperbolicum $\alpha\eta E\gamma$.

§ X ⁵⁵⁾.

2. Sit quadratum βV ⁵⁶⁾, cujus diagonalis AN . Latus vero $A\beta$ referat celeritatem terminalem, quam superare non possit grave per aërem cadens. Ponatur autem nunc illa celeritate terminali fursum projici. Et quaeratur primum tempus totius ascensus impediti, seu ratio ejus ad tempus totius ascensus non impediti, atque etiam altitudo totius ascensus impediti ad altitudinem totius ascensus non impediti.

Scimus celeritatem fursum libere tendentis diminui aequaliter aequalibus temporis partibus. Ideoque si tempora talis ascensus accipiantur in latere quadrati βN , quo totius ascensus tempus designetur, celeritates recte designari per applicatas in triangulo $N\beta A$, lateri $A\beta$ parallelas. Veluti, si tempus ascensus sit βB , celeritatem corporis non impediti in fine ejus temporis fore BX , ratione nimirum celeritatis terminalis $A\beta$.

Sed celeritatem reliquam in motu impedito, exacto tempore eodem βB , constat minorem fore quam BX . Sit ergo BR ; sitque curva ARG , cujus applicatae ad $N\beta$ referant celeritates relictas in motu impedito. Totum vero tempus ascensus impediti erit GB , ac minus quidem tempore ascensus liberi βN .

Jamque altitudo tota ascensus impediti ad non impediti erit ut spatium $ARG\beta$ ad triangulum $A\beta N$; quoniam utraque altitudo fit ex particulis temporis in celeritates iis temporum particulis existentes.

Ad inquirendum vero naturam curvae ARG , sit e puncto ejus aliquo R ducta recta minima RS parallela βN , et ST parallela $A\beta$, quae occurrat curvae in T ;

⁵³⁾ D'après le § III de cette pièce.

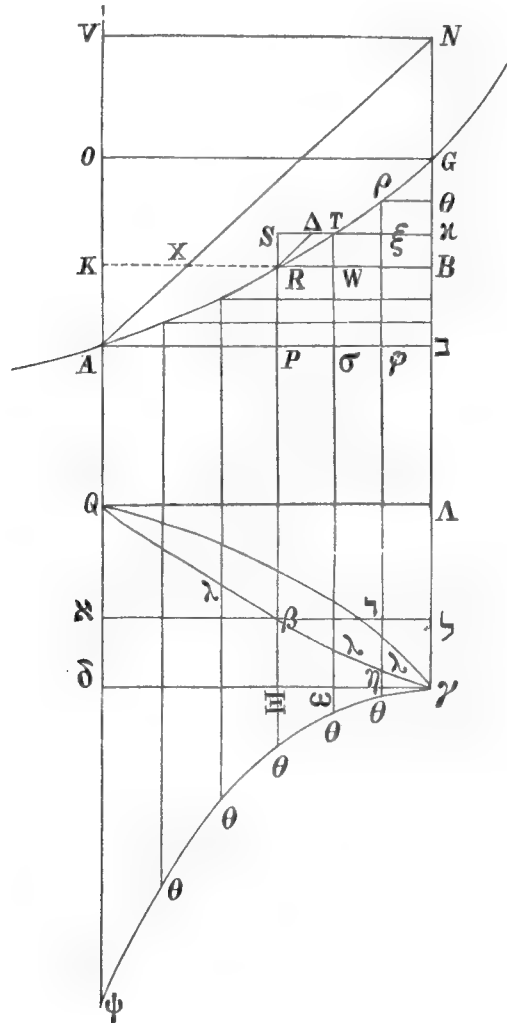
⁵⁴⁾ Au § IV, page 32.

⁵⁵⁾ *Comparaison des durées de l'ascension et des hauteurs acquises par un corps pesant jeté en haut avec la vitesse terminale, dans les deux cas où la résistance du milieu existe et où elle n'existe pas.*

⁵⁶⁾ Voir la figure 3 à la page suivante.

fitque $R\Delta$ parallela AN . Referet ergo $S\Delta$ decrementum celeritatis non impeditae per temporis particulam RS , impeditae vero celeritatis decrementum per tempus idem RS erit ST , ut quidem $S\Delta$ sit ad ΔT sicut quadratum KB ad quadratum RB ; quia resistentiae sunt in duplicata ratione celeritatum. Et in minimo tempore eandem rationem habere recte censentur particulae celeritatis amissae, quam resistentiae ipfas producentes: Erat autem $S\Delta$ particula celeritatis amissa

Fig. 3.



ex resistentia gravitatis, five etiam quam resistentia tota terminalis tempore RS effectura erat.

Quod si igitur $A\Delta$ sit a , et BR celeritas $= x$; erit $S\Delta$ ad ΔT sicut aa ad xx ; et ST ad $S\Delta$ ut $aa + xx$ ad aa . Unde et ST ad SR , five RW ad WT , ut $aa + xx$ ad aa . Si divisa igitur intelligatur tota ΔA in particulas aequales $P\sigma, \sigma\varphi, \varphi\Delta$ etc. Itemque $PR, \sigma T, \varphi\rho$ ad curvam AG , et rursus $RW, T\xi, \rho\theta$, erit in singulis trilineis minimis $RWT, T\xi\rho, \rho\theta G$, basis ad perpendicularem, ut $aa + xx$ ad aa , si nempe vocentur successive x applicatae $RB, Tx, \rho\theta$, quae fiunt productis basibus istis.

Sit $\delta\psi = \delta A$; et $\gamma\theta\psi$ parabola vertice γ . Ad hanc continuatae $RP, T\sigma, \rho\varphi$, facient singulas $P\theta, \sigma\theta, \varphi\theta = a + \frac{xx}{a}$; unde, si fiunt duabus $\theta P, \Xi P$ tertia proport.

βP , et sic porro, erunt singulae $\beta P, \lambda\sigma, \lambda\varphi = \frac{a^3}{aa + xx}$; hoc est rationes ΞP ad $\beta P, \omega\sigma$ ad $\lambda\sigma, \eta\varphi$ ad $\lambda\varphi$, etc. singulae eadem, quae RW ad $WT, T\xi$ ad $\xi\rho, \rho\theta$ ad θG ; ideoque quadratum totum $A\gamma$ ad spatium $\gamma\beta QA\Delta$, ut recta ΔA , seu ΔN , ad ΔG . Atqui, ob singulas $\lambda\varphi, \lambda\sigma, \beta P = \frac{a^3}{aa + xx}$, constat ex Nic. Mercatoris methodo, secundum Leibnitii quadraturam circuli, summam omnium harum, hoc est spatium $\gamma\beta QA\Delta$ esse aequale circulo intra quadr. $A\gamma$ inscripto ⁵⁷⁾.

Ergo ut quadratum ad circulum sibi inscriptum, ita est hic $N\Delta$ tempus ascensus liberi ad $G\Delta$ tempus ascensus impediti.

Ad altitudinum porro rationem investigandam, quae sunt hic ut triang. $AN\Delta$ ad spatium $AG\Delta$, constat, ex jam dictis, rectam $\rho\varphi$ referri spatio $A\varphi\lambda Q$, rectam $T\sigma$ spatio $A\sigma\lambda Q$, atque ita porro. Unde omnium $\rho\varphi, T\sigma$, etc. summa, hoc est spatium $G\Delta A$ refertur summa omnium $A\varphi\lambda Q, A\sigma\lambda Q$ etc., hoc est cuneo anguli semirecti super spatio $\Delta A Q \beta \gamma$ abscisso per $\Delta \gamma$.

⁵⁷⁾ Voici le raisonnement que Huygens a en vue ici. On sait, par ce qui précède, que : spat. $\gamma\beta QA\Delta =$

$$= \frac{1}{n} a \sum \frac{a^3}{a^2 + x^2} \left(\text{c'est-à-dire en langage moderne } \int_0^a \frac{a^3}{a^2 + x^2} dx \right). \text{ Si maintenant on déve-}$$

loppe cette somme de la même manière que Mercator l'a fait pour une telle somme dans sa *Logarithmotechnia*, on trouve :

$$\text{Spat. } \gamma\beta QA\Delta = \frac{1}{n} a \left(\sum a - \sum \frac{x^2}{a} + \sum \frac{x^4}{a^3} - \sum \frac{x^6}{a^5} + \dots \right) = a^2 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right);$$

mais d'après la quadrature du cercle de Leibniz, communiquée à Huygens en 1674 (voir la Lettre N°. 1999) et publiée depuis dans l'article cité dans la Lettre N°. 2633, note 12, la somme de cette progression est égale à $\frac{1}{4} \pi a^2$.

Hujus vero cunei solidum ut noscatur, fiat duabus $\alpha\beta$ tertia proportionalis $\gamma\delta$; erit jam punctum γ ad hyperbolam transeuntem per γQ , habentemque asymptoton αA . Quia enim, posita $\beta\delta = x$, inventa fuit $\beta P = \frac{a^3}{aa + xx}$, $\gamma\delta$ autem est $\frac{xx}{a}$; si βP five $\delta\gamma$ vocetur y , et $\gamma\delta$ vocetur z , erit $\frac{a^3}{aa + xx} = y$, et $\frac{xx}{a} = z$, five $xx = az$, unde, restituto valore xx , erit $y = \frac{a^3}{aa + az}$, five $\frac{aa}{a + z}$, atque adeo $ay + zy = aa$, unde facile apparet punctum γ esse ad hyperbolam $\gamma\delta Q$, uti diximus. Quia porro rectang. $\alpha\gamma\delta$ aequale est quadrato ex $\beta\delta$, idque in omnibus applicatis parallelis, erit prisma super spatio $\gamma\delta QA$, cum altitudine $\delta\gamma$, aequale quadratis omnibus $\beta\delta$ et reliquarum applicatarum ad curvam $\gamma\beta Q$. Ideoque prismatis illius dimidium aequale cuneo super spatio $\gamma\beta QA$ abscisso per γA . Est autem et prismatis super rectangulum AA cum altitudine $\delta\gamma$ dimidium aequale cuneo super idem rectangulum AA per αA abscisso. Ergo prisma super spatio toto $\gamma\delta QA$ cum dimidio altitudinis $\delta\gamma$ aequabitur cuneo super spatio toto $\gamma\beta QA$ abscisso per γB .

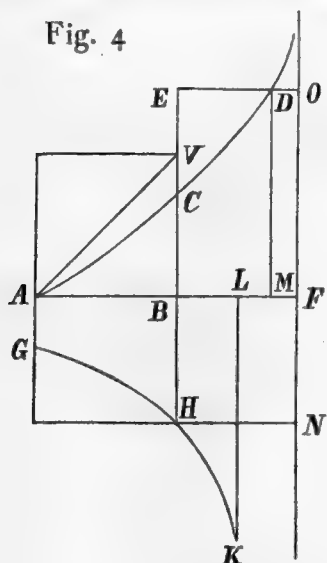
Est autem prisma super $\gamma\beta QA$ ad cuneum super idem $\gamma\beta QA$ per γB , ut rectang. $O B$ ad trilineum $G B A$. Ergo etiam prisma super $\gamma\beta QA$ cum altitudine $\delta\gamma$, ad prisma super $\gamma\delta QA$ cum $\frac{1}{2}$ altitudine $\delta\gamma$, ut rectangulum $O B$ ad trilineum $G B A$. Ergo et spatium $\gamma\beta QA$ ad $\frac{1}{2}$ spat. $\gamma\delta QA$ ut rectangulum $O B$ ad trilineum $G B A$. Sed per ante ostensa erat quadratum δB ad spat. $\gamma\beta QA$ ut quadr. $V B$ ad rectangulum $B O$, sunt enim haec ut $N B$ ad $G B$. Itaque jam ex aequo erit quadr. δB ad $\frac{1}{2}$ spatium $\gamma\delta QA$ ut quadratum $V B$ ad trilin. $G B A$. Sunt autem quadrata δB , $V B$ aequalia; ergo et $\frac{1}{2}$ spatium hyperbolicum $\gamma\delta QA$ aequale trilineo $G B A$, unde et $\frac{1}{2}$ spat. $\gamma\delta QA$ ad $\frac{1}{2}$ quadr. δB ; seu totum ad totum, ut trilineum $G B A$ ad $\frac{1}{2}$ quadr. δB five $\frac{1}{2}$ quadr. $B V$; quod erat invenendum. Est autem spatium hyperbolicum $\gamma\delta QA$ ad quadr. δB ut logar. binarii ad quadratum hyperbolae ⁵⁸⁾, hoc est ut fere 30103 ad 43430. Ergo hanc rationem habebit altitudo ascensus impediti, incipientis cum celeritate terminali, ad altitudinem ascensus liberi, eadem cum celeritate incipientis.

⁵⁸⁾ C'est-à-dire, comme le logarithme népérien de 2 à 1, puisqu'en effet $AQ = \frac{1}{2} B\gamma$, comme cela résulte de la construction de la courbe $\gamma\beta Q$.

§ XI⁵⁹).

Invenire rationem inter tempus descensus ad tempus ascensus cum corpore pro-

Fig. 4



jicitur sursum celeritate terminali. Curva ad ascensum AC⁶⁰). Curva ad descensum CD. Oportet spatia ABC, CED esse aequalia⁶¹). Quaeritur ratio BC ad CE quae est temporum.

AB = BF = BH. GHK hyperbola ad afymt.os AF, FN. Spat. ABC = $\frac{1}{2}$ ABHG⁶²). BL = LF. Spatium HBLK = ABHG. Ergo debet esse spat. CDE = $\frac{1}{2}$ spat. HBLK.

BM media prop. inter BF, BL. MD parall. BE. Dico spatium CDE aequari CBA⁶³). Si enim BF = 1, erit BL = $\frac{1}{2}$, et BM = $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

[Unde⁶⁴) ex supra demonstratis,

$$\log. \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}} = \text{spat. HBLK. Ex iisdem vero}$$

⁵⁹) Comparaison des durées de l'ascension et de la descente d'un corps pesant jeté en haut avec la vitesse terminale dans le cas d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse. Ce paragraphe, emprunté au Livre G des Adversaria, page 90 recto, de même que les précédents, n'a pas été reproduit par Uylenbroek.

⁶⁰) Voir la figure 4. Pour comprendre ce qui va suivre, on doit comparer la partie gauche de cette figure, jusqu'à la droite EVCBH, avec la figure 3 de cette pièce de manière que le triligne ACB soit identifié avec l'AG γ de la figure 3 et l'aire hyperbolique AGHB avec AQ γ γ . Cette partie gauche se rapporte de cette manière au mouvement ascendant du projectile. La partie droite au contraire, qui se rapporte à la descente, doit être comparée avec la figure 1. Pour y réussir on doit faire correspondre, point pour point, le triligne A Ω Z' de la figure 1 avec le triligne CDE de la figure 4, et de même l'aire hyperbolique γ E γ α avec l'aire BLKH. Alors les distances des points de la courbe ACD à l'axe ABF représentent les temps écoulés, et de même leurs distances, de gauche à droite ou de droite à gauche, à la droite EVCB, les vitesses acquises dans le sens ascendant ou descendant.

⁶¹) Puisque ces aires représentent les chemins parcourus pendant l'ascension et pendant la descente.

⁶²) D'après le paragraphe précédent. Voir, vers la fin de ce paragraphe, le passage: Ergo et $\frac{1}{2}$ spatium hyperbolicum γ γ QA γ aequale trilineo G γ A.

⁶³) En effet, d'après le § IX, l'aire A Ω Z' de la figure 1, c'est-à-dire l'aire CDE de notre figure, est égale à la moitié de l'aire hyperbolique α γ E γ = BLKH, pourvu seulement que l'on ait

est OE ad EC ut quad. BN ad $\frac{1}{2}$ spat. HBLK, hoc est ad $\frac{1}{2}$ log. $\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}$.

Atqui BC ad BV feu OE ut circulus inscriptus qu. AV feu qu° BN ad ipsum

$\frac{7}{5} = \frac{7}{5}\beta^2$, c'est-à-dire, dans notre figure, $BL = \frac{BM^2}{BF}$. Et comme cette relation est vérifiée par les valeurs indiquées de BL, BF et BM, on a donc $CDE = \frac{1}{2} BLKH = \frac{1}{2} ABHG = CBA$.

64) Les phrases qui vont suivre et que nous avons mises entre accolades contiennent des erreurs étranges, qui, puisque le résultat est correct, doivent s'y être glissées pendant la transcription (ou élaboration) des annotations préliminaires qui ont servi à composer cette partie de la pièce.

Voici, d'ailleurs, comment on peut parvenir sans beaucoup de peine à la relation : OE ad EC ut quad. BN ad $\frac{1}{2}$ log. $\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}$, la seule dont il soit fait usage dans la suite pour arriver au résultat définitif de ce paragraphe.

Remarquons tout d'abord que, d'après ce qui précède, la vitesse v avec laquelle le projectile retournera au plan horizontal est égale à $ED = BM = BF \sqrt{\frac{1}{2}} = V \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$, où V représente la vitesse terminale, indiquée dans la figure par $AB = EO$. Mais on sait, d'après le § I de notre pièce (voir la note 9), qu'on a $ED : EC = \frac{v}{V} : \frac{v}{V} + \frac{1}{3} \frac{v^3}{V^3} + \frac{1}{5} \frac{v^5}{V^5} + \dots$ d'où l'on déduit facilement, puisque $ED = \frac{v}{V} EO$, $EC = EO \left(\frac{v}{V} + \frac{1}{3} \frac{v^3}{V^3} + \frac{1}{5} \frac{v^5}{V^5} + \dots \right)$, ou bien, en appliquant la réduction de la sommation de cette série à la quadrature de l'hyperbole, mentionnée au § II, $\frac{1}{2}EO \cdot l. \left(\frac{1 + \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V}} \right)$ On a donc :

$$EC = \frac{1}{2} \cdot OE \cdot l. \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}} \right),$$

c'est-à-dire :

$$OE : EC = 1 : \frac{1}{2} l. \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}} \right),$$

ou bien, en logarithmes briggiens :

$$OE : EC = \text{quad. BN} (= 0,4343) : \frac{1}{2} \log. \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}} \right).$$

qu,um BN⁶⁵). Ergo ex aequo BC ad EC ut circulus in quadr. BN ad

$$\frac{1}{2} \log. \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}} \text{ feu } \frac{1}{2} \log. \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}.$$

$$14 - 11 = 4343 - 3412$$

$$\frac{1}{2} \log. \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = 3826,8$$

3827 : 3412 ut tempus descensus ad tempus ascensus
prox.e cum projicitur celeritate terminali.

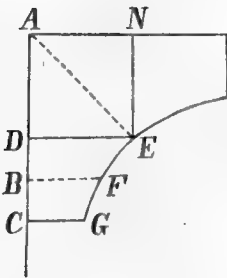
N^o 2662.

CHRISTIAAN HUYGENS.

Appendice II au No. 2660¹).

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ 1²).



Sit spatii DEGC ad qu. DN ratio invenienda: Dividatur DC bifariam in B, formeturque fractio numerica, cujus numerator sit ad denominatorem ut DB ad BA, quae fractio vocetur d . Eritque summa progressionis $d + \frac{d^3}{3} + \frac{d^5}{5} + \frac{d^7}{7} + \frac{d^9}{9}$ etc. bis sumpta aequalis spatio DEGC, in partibus qualium quadr. DN est 1³).

Sic si DC sit = DA fiet $d = \frac{1}{3}$ quia DB ad BA ut 1 ad 3.

Eritque spat. DEGC = $\log. 2$, qualium quadratum AE est 1. Verus autem

⁶⁵) D'après le § X: „Ergo ut quadratum ad circulum sibi inscriptum ita est hic N (fig. 3) tempus ascensus liberi ad G tempus ascensus impediti.”

Ce qui va suivre contient le calcul numérique du résultat obtenu, qui termine ce paragraphe, lequel comme toute la pièce que nous venons de reproduire, constitue, sans doute, un vrai chef-d'œuvre de difficulté vaincue, montrant jusqu'à quel point Huygens savait remplacer l'analyse naissante de Leibniz par ses méthodes géométriques.

¹) Cet appendice contient quelques passages empruntés aux pages 45 et 46 (p. 73 verso et 74 recto de la pagination générale) du livre G des Adversaria, citées dans le texte de l'Appendice I (voyez la pièce N^o. 2661, note 15).

²) *Calcul du logarithme népérien l. 2. Manière d'en déduire le logarithme briggien, le module du système décimal une fois connu.*

³) Consultez le § II de la pièce N^o. 2661.

log. 2 ⁴⁾ existet si fiat ut 10000000000 ad inventum ductum in 10000000000, ita 434294481 ad alium.

$$\begin{array}{rcl}
 d & = 1/3 & = 0,3333333333 \\
 d^3 & = 1/81 & = 0,0123456790 \\
 \frac{d^5}{3} & = 1/1215 & = 0,0008230453 \\
 \frac{d^7}{5} & = 1/15309 & = 653210 \\
 \frac{d^9}{7} & = 1/177147 & = 56450 \\
 \frac{d^{11}}{9} & = 1/1948617 & = 5132 \\
 \frac{d^{13}}{11} & = 1/20726199 & = 482 \\
 \frac{d^{15}}{13} & = 1/215233605 & = 46 \\
 \frac{d^{17}}{15} & = 1/2195 \text{ etc.} & = 4 \\
 & & \hline
 & & 3465735900 \\
 & & 2 \\
 & & \hline
 & & 0,6931471800
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{log. 2 hyperbicus} \quad 4342944819 \\
 \hline
 \quad 6931471800
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 34743558552 \\
 4342944819 \\
 30400613733 \\
 17371779276 \\
 4342944819 \\
 13028834457 \\
 39086503371 \\
 26057668914 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{log. 2 Tabul.m} \quad 3010299954/1854604200 \text{ logar. 2.} \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

⁴⁾ Il s'agit du logarithme briggien.

§ II⁵).

Si ratio ED ad GC ac proinde CA ad AD ut numeri ad numerum proxime minorem vel ad binario minorem, erit semper DB ad BA ut unitas ad numerum. Unde facile invenitur numeri dati logarithmus ex cognito log.^o numeri proxime minoris vel majoris, vel binario minoris aut majoris.

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{2187} + \frac{1^6}{295245} \quad \begin{array}{r} 100000000 / 11111111 \\ 45725 \\ 338 \\ \hline 11157174 \\ 2 \\ \hline 0,22314348 \text{ l. } \frac{5}{4} \end{array}$$

§ III⁷).

$$\begin{array}{r} 0,69314718 \text{ l. } 2 \\ 2 \\ \hline 1,38627436 \text{ l. } 4 \\ 0,22314348 \text{ l. } \frac{5}{4} \\ \hline 1,60943784 \text{ l. } 5 \end{array}$$

ficut 2,30258502 l. 10 ad 1,00000000 ita 1,00000000 log. 10 ad suum quadr. hyperbolae 0,4342944 etc. subtang. logisticae⁸).

⁵) *Méthode générale pour le calcul des logarithmes népériens. Application à l. $\frac{5}{4}$.*

⁶) En effet, en posant ED = 5, CG = 4, on a $d = \frac{DB}{BA} = \frac{1}{9}$, donc spat. DEGC = l. $\frac{5}{4}$ = $= 2 \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 9^3} + \frac{1}{5 \cdot 9^5} + \dots \right) = 2 \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{2187} + \frac{1}{295245} + \dots \right)$.

⁷) *Calcul du module du système décimal.* Ce module est considéré ici comme égal à l'aire du carré AE au cas où l'aire DEGC exprime le logarithme briggien de la fraction : $\frac{DE}{CG} = \frac{AC}{AD}$.

⁸) C'est-à-dire de la courbe $x = \log. y$, qui possède, comme on sait, une sous tangente constante

N^o 2663.G. MEIER ¹⁾ à CHRISTIAAN HUYGENS.

25 FÉVRIER 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2665.*

Nobilissime Domine.

Commendavit fidei meae literas in Belgium cursore ad te publico deferendas²⁾ Ampliss. Leibnizius. Ergo certè gratulatus mihi sum quòd optimi Amici voluntati obsequendi atque ad Tuam, Vir Nobilissime, notitiam ingrediendi hac mihi via aperta est opportunitas. Pervagatur enim à multis retrò annis Orbem eruditum nominis Tui celebritas, quem mirandis ingenii speciminibus in Tui cultum adtraxisti, atque superiori iterum anno explicatis refracti reflexique luminis principiis domesticis, Tibi obligasti.

Maecte, Vir Illustris, tua ista virtute, doctos porrò recrea et non contemnendis adhuc partibus truncam mutilamque physicen perfice atque exorna. Dolendum enim est postquam Nobilissimus des Cartes viam ad naturae condita hactenus mysteria apparavit, plerosque ex ejus schola discipulos egressos fluenti velut quodam afflatus morbo, nihil adeo inventis Magistri addidisse, immò inveniri illos inter, qui coeca veluti obedientiae lege nullo λογισμῶν instituto calculo philosophemata viri amplectantur, profiteantur. Quibus Tu, Vir Nobilissime, facem prae-tulisti ut, quae philosophandi regia sit, cominus intueantur et ex segnitiei somno expergefiant.

Vale, Vir Celeberrime, et in multos porro annos solidioris doctrinae praesidium atque decus intemeratus sospesque vive, atque ama illum, qui B. Parenti senì quondam clarus, atque penes ipsum interioris erat admissionis.

¹⁾ Gerhard Meier, né à Bremen le 3 décembre 1646, étudia, à Tubingen et à Leiden, la théologie, l'algèbre, la littérature orientale et le droit civil. Après avoir acquis à Leiden le grade de docteur en théologie, il voyagea en Angleterre, France et Italie, et se fixa à Bremen comme pasteur de l'église St. Etienne. Il y mourut le 30 janvier 1703. La bibliothèque royale de Hannover a de lui cent lettres latines à Leibniz et 28 réponses de ce dernier.

²⁾ La Lettre N^o. 2664.

Literas ad Celeb. Leibnitium responforias si mihi credideris, faxo ego summa voluntate, ut rectè curentur.

Dabam Bremæ 25 Febr: A. aerae Christ. 1691.

Tuae Amplitud.

Studiosissimus

GERARDUS MEIERUS S. S. Th. D. & V. D. M.

A Monsieur

Monsieur HÜGENS, seigneur DE ZÜLICHEM

à

l'Haye.

franco bis Amsterdam.

N^o 2664.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 MARS 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La lettre a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.

Elle est la réponse au No. 2660.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2667.

Hannover ce $\frac{20}{30}$ Février 1691.

MONSIEUR

Je suis ravi de m'estre trompé en vous attribuant un soubçon, dont malgré vos paroles, je ne vous devois pas juger capable. La faute de la relation de Leipzig n'aura pas encor esté redressée mais ce sera fait au plustost³⁾, car il y a quelque tems, que je n'y ay pas écrit.

J'avois crû de pouvoir estimer la resitence par son effect prochain, c'est-à-dire

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, page 73.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 83 et Briefwechsel, p. 639.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2636, note 14.

par la diminution de la vitesse du corps, qui la sent, et je m'estois assés expliqué la dessus dans tout mon discours, mais j'advouë qu'il demande de l'attention. Je ne scay si vous aurés examiné ce que je dis de la resistance absolue⁴⁾, comme il s'en trouve dans le frottement. Il est tres vray, comme vous avés remarqué, Monsieur, que dans un jet libre par un milieu resistant, la simple composition des deux mouvemens ne peut avoir lieu et pour que mon article 6. puisse trouver place, il faut une hypothese particuliere⁵⁾.

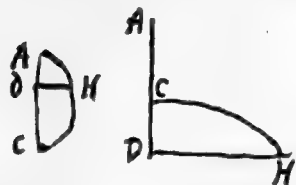
Ce peu que j'ay vû de Mr. Fatio me le fait estimer, et j'attends beaucoup de sa penetration. Je suis bien aise d'entendre qu'il est à la Haye, et je luy enverrois ce bonheur, dont il ne m'est pas permis de jouir, si je ne confiderois, qu'il profitera beaucoup en vous voyant quelques fois, et qu'il en fera d'autant plus en estat de rendre service au public. Il n'a pas mal choisi en se mettant à chercher les courbes dont les tangentes sont d'une nature connue, c'est presque ce qu'il y a de plus difficile et de plus important en Geometrie; je contribuerois volontiers à l'aider si je puis dans cette recherche, s'il en croyoit avoir besoin. Comme il a aussi trouvé vos courbes je m'imagine qu'il aura pris quelque biais, qui serve à abreger; comme en effect je puis fabriquer plusieurs canons particuliers pour retrancher le calcul. Pour ce qui est d'une courbe dont la soutangente soit $yy \sqrt{aa-xx}$: ax j'ay trouvé qu'il y en a plusieurs, qui y peuvent satisfaire⁶⁾, mais les plus simples sont comme je croy celles dont les equations sont $aaxx = a^4 - y^4$, ou bien $4aaxx = 4aayy - y^4$. Le calcul fera connoître que tant l'une que l'autre reussit. Si M. Fatio trouve bon de me communiquer sa methode pour vos deux lignes, je luy communiqueray la mienne pour ces deux d'à present, où il a trouvé de la difficulté. J'avois crû que l'aire de la courbe dont l'equation est $2aaxx = aayy + y^4$ dependoit de la quadrature de l'hyperbole, mais ayant revû mon calcul, je trouve qu'elle est quadrable

⁴⁾ Il s'agit des articles I—III du travail cité dans la Lettre N°. 2561, note 6.

⁵⁾ Voici l'hypothèse compliquée par laquelle Leibniz, dans l'article cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2659, cherche à sauver, autant que possible, les résultats viciés par l'erreur que Huygens avait signalée dans sa Lettre (voir la note 14 de notre N°. 2660): „Circa compositionem motus in medio resistente rectissime monuit Celeberrimus *Hugenius*, eam non ita simpliciter locum habere, ut in motu libero, itaque ea quam exposui Articulo 3 et 6 ita accipienda est verbi gratia, ac si corpus aliquod moveatur in medio secundum unam legem motus compositi, et huic ipsi corpori (veluti navi) sit inclusum medium ejusdem cum priore naturae in quo iterum aliud corpus feratur, cujus jam motus ex communi navis motu, et ipsius proprio, velut projectionem faciet, ita se habentem ut descripsimus.”

⁶⁾ En effet, la solution générale du problème, qui revient à l'intégration de l'équation différentielle $ax dx = y \sqrt{aa-xx} dy$ peut s'écrire: $a^4 - a^2 x^2 = \frac{1}{4} y^4 - Cy^2 + C^2$. Elle conduit donc, pour $C = a^2$, à la seconde des équations mentionnées par Leibniz, et, pour $C = 0$ à la première, après la correction que Leibniz y apporta dans sa Lettre du 20 avril 1691.

absolument aussi bien que l'autre, dont l'équation est $2aaxx = aayy - y^4$ ⁷⁾. Et comme vous me demandés la détermination de l'aire de la dernière, afin que M.



Fatio se puisse assurer que je l'ay trouvée, de quoy il avoit douté, parce qu'il n'y avoit pas réussi luy même, je vous donneray les aires des parties quelconques de toutes deux. Soit AC, a et AD, y , et DH, x , et $aaxx = aayy - y^4$, et soit $\sqrt{aa - yy} = z$, je dis que ADHA est $\frac{a^3 - z^3}{3a}$ et par conséquent ACHA étant

$\frac{a^3}{3a}$, CDHC fera $\frac{z^3}{3a}$ ⁸⁾. Caeteris iisdem positis, soit $aaxx = aayy + y^4$ et soit

$\sqrt{aa + yy} = z$, je dis que CDHC est $\frac{z^3}{3a}$ ⁹⁾, comme auparavant si au lieu de $aaxx$ on met $2aaxx$ comme vous le demandés, on n'a qu'à écrire $3a\sqrt{2}$ au lieu de $3a$.

Puisque la première achevée retourne en elle même, en forme de 8¹⁰⁾, on en peut juger que le théorème de Mr. Newton¹¹⁾ p. 105, qui prétend, qu'il n'y a point de courbe recourrante (de la Géométrie ordinaire) indéfiniment quadrable, ne sauroit subsister, et qu'il y a quelque faute dans sa démonstration. Mais je ne l'en estime pas moins; Opere in longo fas est obrepere somnum. M. Bernoulli a aussi trouvé enfin la ligne de la chaîne¹²⁾. Je croy que la connoissance de mon calcul l'aura un peu aidé, car quoy que ce problème ne soit pas des plus difficiles, je m'imagine qu'il n'est pas trop aisé d'y réussir sans avoir quelque chose d'équivalent à ce calcul. Je n'ay pas vu sa solution, je ne laisse pas de croire qu'il a donné dans le but. Mons. Tfchirnhaus n'y a pas mordu, quoique j'aye parlé expressement d'une manière à l'y engager¹³⁾, pour luy donner occasion d'exercer sa méthode, dont il nous pro-

⁷⁾ Consultez, sur ces deux courbes, la Lettre N°. 2643 et l'Appendice N°. 2644.

⁸⁾ Résultat exact.

⁹⁾ Il y a dans cette phrase des méprises ou des fautes de transcription que nous n'avons pas réussi à redresser. La figure ne convient pas, pour AD = y , DH = x , à l'équation $aaxx = aayy + y^4$.

De même la formule $\frac{z^3}{3a} = \frac{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}{3a}$ ne peut pas représenter l'aire DCH, puisqu'elle ne s'annule pour aucune valeur de y .

¹⁰⁾ Voir la figure exacte de la courbe dans la réponse de Huygens, notre N°. 2667. La figure du texte en représente la partie droite et inférieure.

¹¹⁾ Il s'agit du Lemma XXVIII: „Nulla extat figura Ovalis cujus area, rectis pro lubitu abscissa, possit per aequationes numero terminorum ac dimensionum finitas generaliter inveniri.”

¹²⁾ La solution de Bernoulli parut en même temps que celles de Leibniz et de Huygens dans les „Acta Erud.” de Juin 1691, sous le titre: „Solutio problematis funicularii, exhibita a Johanne Bernoulli, Basil. Med. Cand.”

¹³⁾ Voir la Lettre N°. 2623, note 10.

mettoit tant, jusqu'à me reprendre obliquement, de ce que j'avois dit que l'Analyse ordinaire ne suffit pas dans ces rencontres.

Je croy que Mr. Fatio est allé trop viste en pretendant que mon Exponentiale est impossible. Je verray un de ces jours, si je vous en pourray donner la construction. On ne donnera la solution de M. Bernoulli que quand j'auray envoyé la mienne; et si vous le trouvez à propos nous y joindrons la vostre, mais j'espere de la voir prealablement, et de vous faire juger de la mienne.

¹⁴⁾ Je voudrois bien scavoir ce que vous jugés des variations de l'eguille aimantée et des causes de l'inclination. Et s'il est bien seur, que dans des lieux qui ne sont pas éloignés l'un de l'autre il se trouue une grande difference entre les declinaisons. Je suis disposé à croire que cela n'est point. Mais l'experience en doit juger souverainement. Je desire aussi de scavoir vostre sentiment sur la cause du flux et reflux de Mr. Des Cartes ¹⁵⁾. Je me souviens que vous avés traité autres fois de la cause des parelies. J'espere que vous en mettrés la demonstration dans vostre dioptrique, et que vous nous donnerés apres tant de delais cet ouvrage si désiré. M. Newton n'a pas traité des loix du ressort; il me semble de vous avoir entendu dire autres fois que vous les aviez examinées, et que vous aviez démontré l'isochronisme des vibrations.

N'y a-t-il personne à present qui medite en philosophe sur la medecine? Feu Mr. Crane ¹⁶⁾ y estoit propre, mais Messieurs les Cartesiens sont trop prevenus de leur hypotheses. J'aime mieux un Leeuwenhoek qui me dit ce qu'il voit, qu'un Cartesien qui me dit ce qu'il pense. Il est pourtant necessaire de joindre le raisonnement aux observations. Mais je finis en me qualifiant avec beaucoup de zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
LEIBNIZ.



¹⁴⁾ A partir de cet alinéa, la lettre, écrite jusqu'ici par un copiste, est de la main de Leibniz même.

¹⁵⁾ Voir la quatrième partie des Principes de la Philosophie §§ 49—52.

¹⁶⁾ Theodorus Craanen; voir la Lettre N°. 346, note 1.

N^o 2665.

P. D. HUET à CHRISTIAAN HUYGENS.

12 MARS 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2675.*

MONSIEUR

J'ay receu de Mr. de la Hire le liure que vous m'avez fait l'honneur de m'enuoyer ¹⁾. Je ne faurois assez vous en tesmoigner ma reconnoissance, non seulement pour la valeur du present, mais bien plus par ce qu'il m'a fait connoistre que vostre esloignement ne m'a point fait perdre la part que j'auois dans vostre souuenir. Quoy que l'estat ou je me trouue m'engage dans des estudes qui ont bien peu de rapport aux matieres que vous avez traittées dans vostre bel ourage, je n'ay pas laissé de le lire et je suis demeuré persuadé que vous avez esté plus loin que ceux qui vous ont precedé, & que ceux qui viendront apres vous auront bien de la peine d'approcher de vous. Continuez Monsieur, d'enrichir et de faire honneur a nostre siecle, par vos ingenieuses decouuertes. J'ay fait quelques petits ourages ces dernieres années. Mais outre qu'ils ne valoient pas la peine de vous estre enuoyez, & que pour mon honneur je dois fuir le jugement d'un homme aussi éclairé que vous estes, l'interruption entiere du commerce m'a osté le moyen de les faire passer en Hollande. Si vous auiez la bonté de m'indiquer quelque voye, je m'en seruirois pour vous donner ces legeres marques de l'estime infinie que j'ay pour vostre merite, & de la passion extreme avec laquelle je suis

MONSIEUR

Vostre très humble et très obeissant serviteur

L'ABBÉ HUET.

N. Eu. d'Auranches.

A Paris le 12 Mars 1691.



¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2658.

N^o 2666.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. MEIER.

26 MARS 1691.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2663.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2678.*

A Mr. MEIER, docteur en Theologie et ministre de la parole
de Dieu à Bremen.

26 Mart. 1691.

Clarissime Vir

Quod literas Di. Leibnitij, quem merito suo permagni facio, ad me perferre curaveris, eandemque operam in posterum officiose pollicearis gratias ago quam maximas; ac libenter amicitiae paternae redintegrandae occasionem hinc praebitam amplector. Quid enim optabilius quam viris eruditis ac sinceris Philosophiae studium professis conciliari atque aliquo loco sese esse intelligere. Te vero in horum numero censendum è brevicula licet epistola satis conijcere potui eoque magis mihi gratulor si quid in lucubratiunculis meis quod tibi probetur repereris, in quibus uni certe veritati me studuisse non inutile scio, felix si et []¹⁾ quandoque contigerit. De Cartesij degeneribus discipulis justa plane est expostulatio tua facitque ut sicut haecenus aequum te mihi lectorem spondeam cum alios viri illius magni errores redarguam atque ut spero verisimiliora quaedam in eorum locum substituam.

Vale Vir eximie, et amicis tuis tibi que optime cupientibus annumera

CHR. H.

¹⁾ Mot illisible.

N^o 2667.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

26 MARS 1691.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhard²⁾.**Elle est la réponse au No. 2664.**G. W. Leibniz y répondit par le No. 2676.*

Sommaire: Vous avez trouvé l'équation véritable, mais je ne crois pas qu'il y en a d'autres, que la seconde ne quadre point.

2 Vous avez aussi donné la vraie quadrature. beau si c'est par méthode, propriété de cette courbe, il a fallu bien du calcul pour reporter votre quadr. à la mienne. Fatio ne peut pas bien soutenir la prop. de Newton pag. 105; quand je lui donne deux paraboles opposées.

3 Mr. Fatio ne désespère pas de vaincre la difficulté des racines lors qu'il faut trouver la courbe par la soutangente, et s'excuse sur l'échange, parce qu'il faudrait vous envoyer un traité entier. Je voudrais que vous voulussiez tous deux donner au public ce que vous en avez trouvé. gentilhomme anglais malade.

4 Fatio doute maintenant que votre courbe Expon.^e ne puisse être possible.

5 Je ne sçay si Bern. a tout trouvé. J'aurai du plaisir à voir.

6 qu'il faut nécessairement que Bernoulli donne le sien pour éviter les disputes.

7 Chiffre par les premières lettres aisé.

8 Cause du refus de Descartes je me souviens qu'en l'examinant à Paris nous n'en étions pas satisfait. Variations de l'Eguille aimantée difficiles d'expliquer.

Pareilles j'en traite dans la dioptrique je veux m'y appliquer pour l'achever.

Loix du ressort je les ay démontrées de l'isochronisme. Hooke en a traité paralogiquement.

Nous avons assez de médecins qui prétendent suivre la philosophie Cartésienne, mais ce sont ceux que j'appellerais les derniers si j'en avais besoin.

Il y avait un article touchant le calcul de quelques problèmes du mouvement avec résistance du milieu.

A la Haye 26 Mars 1691.

MONSIEUR

J'ay été indisposé pendant plus de 3 semaines, et sur la fin j'ay été aussi attaqué de la goutte³⁾ dont je ressens encore un reste, et cela pour la première fois de ma vie. Sans cet accident j'aurais répondu plus tôt à la dernière que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire. J'y ay vu avec beaucoup de satisfaction que vous avez si

¹⁾ Christiani Hugenii Exercitationes mathematicae, etc. Fasc. I, p. 77.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 85, et Briefwechsel p. 641.

Nous avons suivi le texte du Briefwechsel; celui d'Uylenbroek, d'après la minute publiée par Uylenbroek, n'en diffère qu'insensiblement.

³⁾ A la date du 1^{er} mars Constantyn, frère, nota dans son journal:

„Dans l'après midi je fus chez frère Christiaan, que je trouvai souffrant de ténésme"; et à la date du 13 mars: „Je fus aussi chez frère Christiaan, rétabli de sa goutte".

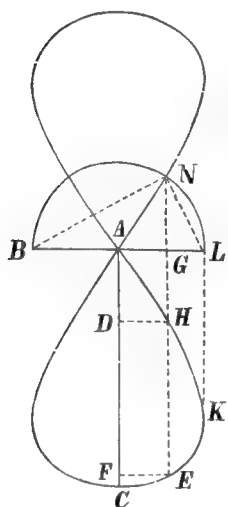
bien sceu trouver la ligne courbe, dont l'équation est $4aaxx \propto 4aayy - y^4$ pour la foutangente $yy \frac{\sqrt{aa-xx}}{ax}$. Mais j'ay de la peine à croire ce que vous dites, qu'il y a plusieurs autres courbes qui y fatisfont⁴⁾, et j'oserois presque affurer que cela est impossible; du moins celle que vous apportez $aaxx \propto a^4 - y^4$ ne donne pas cette mesme foutangente, mais $-\frac{2yy \sqrt{aa-xx}}{ax}$, qui est double de l'autre et qui doit estre prise au delà de x , à cause du signe negatif.

J'ay proposé vostre offre à Mr. Fatio touchant l'eschange de vostre methode dans cette recherche, contre la siene dont il s'est servi à trouver mes deux autres courbes par leur foutangentes; mais je vois qu'il ne desespere pas de surmonter la difficulté des Racines, et qu'il ne peut pas se resoudre à vous envoyer un traité assez long qu'il a sur cette matiere. Il avoue au reste qu'elle est d'une estude penible et infinie, et il est seur, dit il, qu'on ne scauroit venir à bout de tous les divers deguisemens possibles des foutangentes, ce que j'ay aussi tousjours creu. Je ne laisse pas de l'exhorter de donner ce qu'il en a trouvé, et je souhaiterois, Monsieur, que vous en voulussiez faire de mesme, parce que le Probleme est de grande utilité, quand bien il ne feroit pas generalement resolu. Vous obligeriez aussi le public en produisant vostre methode des quadratures dont vous venez de donner un si joli echantillon dans la courbe que je vous avois proposée, scavoir $2aaxx \propto aayy - y^4$,

où j'admire certes vostre adresse et l'excellence de vostre regle, quoique limitée aussi bien que l'autre, comme je crois.

Il m'a falu un assez long calcul pour voir si vostre quadrature se rapportoit à la mienne⁵⁾. Vostre figure AHC est le quart du 8 que forme cette courbe. Et comme en posant $AC \propto a$, $AG \propto x$, $GH \propto y$, $\sqrt{aa-yy} \propto z$, vous trouvez l'espace AHKCA $\propto \frac{a^3}{3a\sqrt{2}}$, et l'espace AHD $\propto \frac{a^3 - z^3}{3a\sqrt{2}}$,


et par consequent DHKEC $\propto \frac{z^3}{3a\sqrt{2}}$, il s'en suit que l'espace AKCA est à DHKEC comme le cube de AC au cube de EG, car cette EG est z ; et que le mesme espace AKCA est à CEF comme le cube AC au cube HG. J'avois formé cette courbe en faisant un demi-cercle BNL et dans les droites qui coupent BL perpendiculairement, comme NGE, prenant GE egale aux foutendentes NB, NL, d'ou nait aussi



⁴⁾ Voir la note 6 de la Lettre N°. 2664.

⁵⁾ Voir, sur la quadrature de Huygens, la pièce N°. 2612 vers la fin du § I.

GH egale à leur difference. Il est aisé de voir par là que l'espace ACKL devient égal à deux espaces paraboliques, et l'espace AKL à leur difference. Je n'ay pas encore eu le loisir d'examiner vostre autre quadrature de la courbe $2aaxx \propto aayy + y^4$, et je doute si j'en trouveray le moien. Car je n'ay pas penetré bien avant cette matiere et je ne crois pas mesme que je doive m'y occuper, puisque j'espere de participer un jour à ce que vous en sçavez, qui m'avez devancé de si loin que j'aurois trop de peine à vous atteindre.

M. Fatio ne peut pas bien soutenir la Propos. de Mr. Newton pag. 105, surtout quand pour son Ovale indeterminée, je luy marque deux portions egales de parabole qui aient la mesme base ⁵⁾ ainsi.  Il commence aussi à douter si

l'impossibilité de vostre courbe exponentiale est telle qu'il l'avoit crue.

Je verray avec plaisir comment s'accorderont vos decouvertes et celles de Mr. Bernoulli avec les mienes sur la chaine pendante. Mais pour faire connoître au vray ce qu'un chacun aura trouvé, et pour prevenir toute dispute, il est absolument necessaire, qu'on se communique premierement les chiffres, comme j'ay fait il y a longtemps ⁶⁾. Je ne doute pas que vous et Mr. Bernoulli n'en conveniez, car si sans cette precaution vous luy envoyiez le premier vostre solution, on pourra douter s'il est auteur de la sienne. Voicy mon chiffre que j'ay mis d'une maniere moins embarrassée, qu'il n'estoit, en marquant seulement les premieres lettres des mots ⁷⁾, ce qui se fait avec facilité et s'examine de mesme. J'y ay enfermé aussi quelque chose de plus que dans l'autre, m'estant apperçu du depuis d'une chose qui estoit *in potestate* ⁸⁾ (pour me servir de vostre terme) sans que je l'eusse remarqué.

s c a p s s e f æ u a g c q c s i e a.

1. p i t i d q c p.

1. s u a c t a p a q i a e d c p e v,
i s t i c c a a, q i a a; e e h c æ i a c c a a;
h i p a p d d t c i i h p.

⁵⁾ Dans les éditions postérieures des Principia l'explication qui accompagne le „Lemma” cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2664 a été modifiée de manière à contenir la restriction que la courbe formant l'ovale doit avoir partout la même équation, et que cette équation ne doit pas être réductible à d'autres équations plus simples, comme cela arrive quand la courbe dont il s'agit dégénère en d'autres courbes d'un degré inférieur. Comme on le voit, cette restriction, prise à la lettre, n'exclut pas le cas allégué par Leibniz dans la Lettre N°. 2664. Toutefois, ce cas amène au point double une discontinuité de la même nature que celles qui caractérisent les cas expressément exclus.

⁶⁾ Dans la Lettre N°. 2623, du 9 octobre 1690.

⁷⁾ Voir, pour l'explication du chiffre, le premier Appendice de cette lettre, la pièce N°. 2668.

⁸⁾ Il s'agit de la quadrature absolue de la courbe $\delta\omega\kappa\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625 (voir la note 22 de cette même pièce). Elle se trouve reproduite aux §§ II et III de l'Appendice II de cette lettre, notre N°. 2669.

2. ræcvcep.
3. rciv.
4. cæscercea.

5. cellceccd.
6. mscepc.
pcippqcah.
 $xyy \propto a^4 - ayy$
 $xyy \propto 4a^4 - x^4$

2. uticc, da, eaa, isadel.
3. aiqaarciu.

4. sccecrcaæccremp.
idrcivepaqivet.

5. ureaeditaqaqircivacced.
6. scepcærelcdeceseesrciv.

Vous pouvez, si vous le trouvez bon, communiquer cet Enigme à Mr. Bernoulli, en luy demandant le sien. Je m'estonne du silence de Mr. D. T. sur ce Probleme apres y avoir esté invité plus particulièrement que tous les autres, mais il luy reste encore du temps. Pour ce qui est de vos demandes, je me souviens qu'en examinant dans l'Academie des sciences la cause du flux et reflux selon Mr. des Cartes, les astronomes n'en estoient pas contents et trouvoient des phenomenes contraires.

La declinaison de l'Eguille aimantée et encore plus sa variation, me paroissent irreduisibles à quelque regle certaine. La variation, ou bien le changement de declinaison marque assez clairement qu'au dedans de la Terre il doit arriver quelque changement.

J'ay une demonstration de l'isochronisme des vibrations du ressort, étant supposé qu'il cede dans la même proportion de la force qui le presse, comme l'expérience l'enseigne constamment.

La demonstration des Parelies fera dans ma dioptrique à la quelle je vay travailler cet esté, sans m'en laisser detourner par d'autres speculations.

Il y avoit un article dans ma lettre precedente⁹⁾ touchant le calcul de quelques cas du mouvement avec resistance du milieu, au quel article vous n'avez rien répondu, ce que pourtant je vous pardonne facilement, ne vous ayant que trop fatigué par mes problemes des lignes courbes. Vous me direz aussi quelque jour comment vous trouvez mes explications de la Refraction et du Cristal d'Irlande, de quoy jusqu'icy je n'ay pas appris la moindre chose. Je suis etc.

⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2660.

N^o 2668.

CHRISTIAAN HUYGENS.

1691.

Appendice I au No. 2667¹⁾.

*La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek²⁾ et C. I. Gerhardt³⁾.*

Chifre envoié à Mr. LEIBNITZ le 26 Mars 1691⁴⁾
et à Mr. DE BEAUVAL⁵⁾ le 27 Mars.

I^e Partie.

s. c. a. p. s. s. e. f. æ. u. a. g.
c. q. c. s. i. e. a.

d. a. i. f. e. c. p. *hae 7 literae
desunt in Leibnitziano, addi-
tae in Beauvallino.*

1. p. i. t. i. d. q. c. p.

Si catena ad parietem suspensa sit ex filis aequalibus, utrimque annexis, gravitate carentibus, quarum capita sint in eadem altitudine, *deturque angulus inclinationis filorum et catenae positus⁶⁾*:

Possumus invenire tangentem in dato quolibet catenae puncto⁷⁾;

2. r. æ. c. v. c. e. p.

rectam aequalem catenae vel cuilibet ejus portioni;

3. r. c. i. v.

radium curvitatibus in vertice.

¹⁾ Cet Appendice contient l'explication de l'anagramme de la Lettre N^o. 2667, telle qu'elle se trouve aux pages 93 verso et 94 recto du livre G des Adversaria. On l'a divisée en trois parties et, à l'exemple d'Uylenbroek, mis en regard les anagrammes avec les explications, lesquelles, dans le manuscrit de Huygens, se trouvent écrites à la suite des premiers.

²⁾ Christiani Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 83.

³⁾ Briefwechsel, p. 644.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2667.

⁵⁾ Nous ne connaissons pas la lettre de Huygens à Basnage de Beauval. La communication n'a pas été insérée dans l'„Histoire des Ouvrages des Sçavans”, rédigée par cet auteur.

⁶⁾ A propos des mots en italiques, Huygens a ajouté plus tard l'annotation suivante : hoc oblitus eram in illo quod ad Leibnitium, addidi in eo qd. ad Beauvallium.

⁷⁾ Les numéros 1 à 6 de cette première partie et ceux de la troisième correspondent de telle manière que les résultats annoncés dans la première sont donnés explicitement au même numéro de la troisième partie.

4. c. æ. s. c. e. r. c. c. a.	circulum aequalem superficiei conoidis ex revolutione catenae circa axem;
5. c. e. l. l. c. e. c. c. d.	constructionem et longitudinem lineae, cujus evolutione curva catenae describitur ⁸⁾ ;
6. m. s. c. e. p. c.	mensuram sectoris cui evoluta pro centro.

II^e partie.

p. c. i. p. p. q. c. a. h.
 $xxyy = a^4 - aayy$
 $xxyy = 4a^4 - x^4$.

v. d. d. c. g. a. a. i. p. c. p.
*Hoc in gryphis quos dedi
 deest.*

Puncta catenae inveniri possunt posita quadratura curvae alterutrius harum:
 $xxyy = a^4 - aayy$ ⁹⁾, $xxyy = 4a^4 - x^4$ ¹⁰⁾;

(vel data distantia centri gravitatis ab axe in portionibus curvae prioris¹¹⁾. *hoc in gryphis quos dedi Leibnitzio et Beauvallio non est additum sed postea per literas*¹²⁾ *ad Leibnitium missi.*

III^e partie.

1. s. u. a. c. t. a. p. a. q. i. a. e.
 d. c. p. e. v., i. s. t. i. c. c.¹³⁾ a.
 a. q.¹⁴⁾ i. a. a.; e. e. h. c. æ.
 i. a. c. c. a. a.; h. i. p. a. p.
 d. d. t. c. i. i. h. p.

Si, ut axis catenae totius ad partem axis quae inter applicatam ex dato catenae puncto et verticem, ita sit tangens in capite catenae¹⁵⁾ ad aliam, quae huic ipsi applicatae addatur; et ex his compositae aequalis inclinetur a capite catenae ad axem¹⁶⁾, huic inclinatae parallela a puncto dato ducta, tanget curvam in ipso hoc puncto. *vid. pag. 87*¹⁷⁾.

⁸⁾ Ce numéro fait exception à la règle de la note précédente pour autant que la *construction* de la développée n'est pas indiquée expressément au numéro correspondant de la troisième partie de cette pièce, mais la *rectification* une fois obtenue, cette construction est facile, puisque p. e. $KR = AC + CR$ (voir la figure de cette pièce).

⁹⁾ Voir le § VIII de la pièce N°. 2625.

¹⁰⁾ Voir la pièce N°. 2634.

¹¹⁾ Voir la sousdivision γ de la pièce N°. 2669.

¹²⁾ Voir la Lettre du 21 avril 1691 de Huygens à Leibniz.

¹³⁾ Plus tard, Huygens a indiqué dans une note marginale que l'on doit intercaler ici les lettres *d s a*, en ajoutant : „haec omiffa in missis ad Leibn. et Beauvallium”.

- | | |
|--|--|
| 2. u. t. i. c. c., d. a., e. a. a., i.
s. a. d. c. l. | Ut tangens in capite catenae, demta applicata, est ad axem, ita subtangens ad dimidium catenae longitudinem. <i>vid. p. 82 et 87</i> ¹⁸⁾ . |
| 3. a. i. q. a. a. r. c. i. v. | Atque ita quoque applicata ad radium curvitatatis in vertice. <i>vid. ibidem</i> ¹⁹⁾ . |
| 4. s. c. c. e. c. r. c. a. æ. e. c. c.
r. e. m. p. i. d. r. c. i. v. e. p.
a. q. i. v. e. t. | Superficie curvae conoidis ex catenae revolutione circa axem aequalis est circulus cujus radius est medius proportionem inter duplum radium curvitatatis in vertice et partem axis quae inter verticem et tangentem. <i>vid. pag. 16</i> ²⁰⁾ . |
| 5. u. r. e. a. e. d. i. t. e. a. a. q.
s. i. r. c. i. v. ²¹⁾ a. c. c. e. c. d. | Ut rectangulum ex applicata et differentia inter tangentem et applicatam ad quadratum sub-tangentis, ita <i>radius curvitatatis in vertice</i> ²²⁾ ad curvam cujus evolutione catena describitur. <i>vide pag. 17</i> ²³⁾ <i>ubi patet evolutam CR aequari rectae AW, positis proportionalibus CA, AI, AW. Est autem AI = curvae seu AK.</i> |

¹⁴⁾ On doit de même intercaler ici la lettre *h* représentant le mot *huic*, lequel également, comme le prouve l'inspection du manuscrit, a été ajouté après coup.

¹⁵⁾ Plus tard Huygens intercala ici les mots: „demta sua applicata”, en ajoutant „hoc omiffum in eo quem ad Leibnitium misi et ad Beauvallium”.

¹⁶⁾ Il s'agit de la ligne AW (voir la 2^a fig. de la figure 4 de la pièce N°. 2669) qu'il faut prendre égale à $\frac{VH(AG - AB)}{VB} + AB$.

¹⁷⁾ Voir la sousdivision γ du § IV de la pièce N°. 2669. En effet, la construction indiquée se déduit facilement de la formule finale de cette sousdivision.

¹⁸⁾ Voir la sousdivision δ du paragraphe cité.

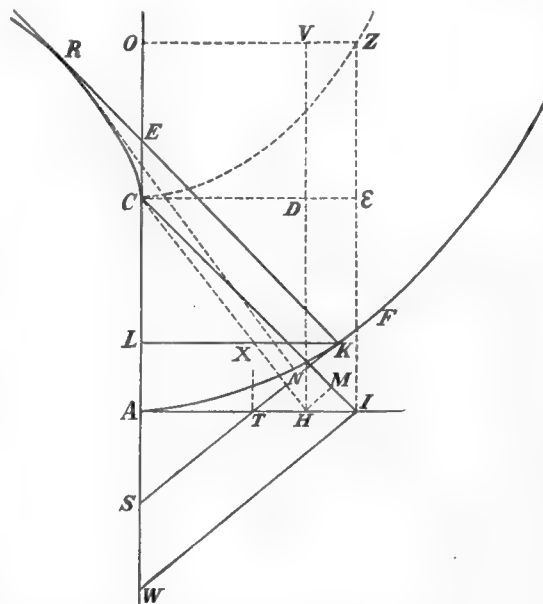
¹⁹⁾ Voir la sousdivision ϵ .

²⁰⁾ Voir le § VI de la pièce N°. 2625.

²¹⁾ Les lettres en italiques doivent être remplacées par la seule lettre *a*, comme Huygens l'indique en ajoutant: „hic error non erat correctus in eo quod ad Leibnitium misi 26 Mart. 1691, fed in eo quod ad Beauvallium postridie misi, ita ut hic”.

²²⁾ Les mots en italiques ont été biffés depuis et remplacés en marge par le mot „axis”.

²³⁾ Il s'agit du § IV et de la figure 4 de la pièce N°. 2625. Pour faciliter la lecture nous reproduisons la figure. Voir la page suivante.



Unde AW seu $CR = \frac{cc}{r}$. Est autem r seu radius curvatis $= \frac{ad}{b-a}$ ²⁴⁾ ut videre est pag. 87. Itemque $c = \frac{ds}{b-a}$ ut ibidem. Unde fit $\frac{cc}{r} = \frac{dss}{ab-aa}$ ut in hac 5^a proportionem.

6. s. c. e. p. c. e. æ. r. e. l. c. d.
e. c. e. s. e. e. s. r. c. i. v.

Sector cui evoluta pro centro est, aequatur rectangulo ex longitudine catenae dimidia et composita ex sextante evoluae et semisse radii curvatis in vertice. *vid. pag. 17*²⁵⁾.

²⁴⁾ Voir, pour l'explication des lettres, la sousdivision ζ du § IV de la pièce N°. 2669, laquelle en effet, se trouve à la page citée, c'est-à-dire à la page 94 verso de la pagination générale.

²⁵⁾ Voir le § V de la pièce N°. 2625. En effet, la formule de ce paragraphe peut s'écrire $c\left(\frac{1}{6}e + \frac{1}{2}r\right)$, où c représente la demi-longueur de la chaînette complète CVA (voir la figure de la note 1 de la pièce N°. 2669).

N^o 2669.

CHRISTIAAN HUYGENS.

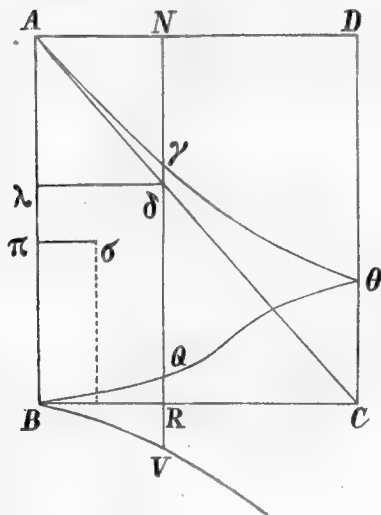
[MARS 1691].

Appendice II au No. 2667¹⁾.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I²⁾.

Fig. 1.



BQ est curva pag.æ præcedentis³⁾, altera nempe ex iis quæ ad catenariæ constructionem requiruntur. Altera est $A\gamma\theta$.

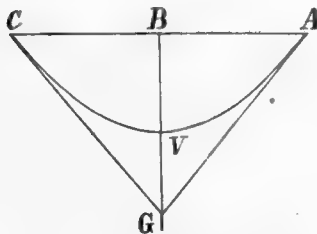
Dico spatium prioris BQNA ad spatium posterioris $A\gamma N$ esse ut AB ad $\pi\sigma$ distantiam centri gravitatis spatii BQNA ab recta AB.

Adeo ut si detur hoc centrum gr. non opus est quadratura spatii $A\gamma N$, neque ipsius spatii consideratione (ad invenendam scilicet rationem AB ad BV axem catenæ, est enim BV ipsi $\pi\sigma$ æqualis)⁴⁾.

Quia enim ut VN ad RN ita RN ad QN⁵⁾, itemque ut VN ad RN ita δN ad γN ⁶⁾.

Erit RN ad QN ut δN ad γN . Quare

¹⁾ Cet Appendice contient les recherches qui ont mené aux résultats formulés dans l'anagramme de la Lettre N^o. 2667, expliqué dans la Lettre N^o. 2668. Nous l'avons divisé en paragraphes.



²⁾ Relation entre les aires $\delta\omega\chi$ et $\alpha\psi\chi\delta$ de la figure 5 de la pièce N^o. 2625, identiques aux aires $A\gamma N$ et BQNA de la figure de notre texte, et la distance $\pi\sigma$ du centre de gravité de cette dernière aire à l'axe AB. Construction au moyen de cette distance de l'ordonnée BV (voir la figure de cette note) de la chaînette au cas où l'abscisse AB et l'angle BAG sont connus.

Le paragraphe est emprunté à la page 69 verso du livre G.

³⁾ Voir le § II de la pièce N^o. 2634.

⁴⁾ Les mots que nous avons mis entre parenthèses, ont été ajoutés plus tard. Les lettres se rapportent en partie à la figure de la note 2. Les droites AB de la figure 1 du texte et de la figure de la note sont considérées comme identiques. Alors on a, d'après le § VII de la pièce N^o. 2625

ex proprietate curvae ad catenam : $aaxx - aayy = xxyy$ pag. 20¹²⁾

$$\text{qu. AK} - \text{qu. AF} = aa - \frac{a^2bb - a^4}{bb} = \frac{a^4}{bb}, \text{ qu. FK,}$$

$\frac{aa}{b} = \text{FK}$; ex $a = \text{FL}$ et $a - \frac{aa}{b} = \text{KL}$; $aa - \frac{a^3}{b} = \square \text{ MD} = \text{fp. AOF}$ ex proprietate curvae pag. 58¹³⁾ quae est eadem atque illa pag. 20 mutatis reciproce x in y , unde et illa pag. 20 quadraturam recipit, quod nunc demum animadverfi.

$$\sqrt{bb - aa} = \text{AE}; \frac{a\sqrt{bb - aa}}{b} = \text{AF}; \frac{abb - a^3}{b} = \square \text{ FE}$$

$$\frac{baa - a^3}{b} = \text{fp. AOF}$$

s.

$$\frac{abb - aab}{b} = ab - aa = \text{fp. AOE.}$$

$$\frac{\sqrt{bb - aa}}{a} \text{ AE}$$

$$a\sqrt{bb - aa} (\square \text{ BE}) : ab - aa (\text{fp. AOE}) = \sqrt{bb - aa} (\text{AE}) : (b - a) (\text{SG})$$

Item fp. AOE ad fp. APQ ut AG - AB ad NA - AB.

§ IV¹⁴⁾.

Sit AV catena pendens¹⁵⁾. AG tangens in A. angulus BAG = BAG in 1^a fig.

¹²⁾ Il s'agit de la courbe $\delta\omega\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625. En effet, il est facile de vérifier, en posant $\text{AE} = \delta x = x$, $\text{EO} = x\omega = y$, que la construction du point O, indiquée ici, est identique avec celle du point ω de cette dernière courbe.

¹³⁾ C'est la courbe AON du paragraphe précédent (voir la figure 2), dont l'identité avec la courbe $\delta\omega\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625 a déjà été indiquée dans la note 9 du paragraphe précédent. Or dans ce dernier paragraphe l'aire AOF de la figure 2, identique avec l'aire homonyme de notre figure 3, a été trouvée égale au rectangle BL ou CP de la figure 2; mais comme le point C de la figure 2 correspond avec le point B de la figure 3 (ainsi qu'il est facile de le reconnaître en tournant la figure 2 d'un angle de 90°) et le point P avec le point

M, il s'ensuit sp. AOF (de la figure 3) = $\square \text{ MD} = aa - \frac{a^3}{b}$.

¹⁴⁾ *Résumé des résultats acquis sur la chaînette.* Le paragraphe se trouve à la page 94 verso (= 87) du livre G. Pour faciliter les renvois nous avons ajouté des sousdivisions α , β , etc.

¹⁵⁾ Voir la seconde figure de la fig. 4.

Quia ut AV, VZ, ZA, sunt summae totidem radiorum, totidem sinuum complimenti, et totidem sinuum, pro angulis quorum tangentes aequaliter sese excedunt; ita quoque \square BE, spatium ABIE, et spatium APOE, quando ang. AGB utrobique est idem.

(γ) Habeat BV [2^a fig.] ad VH, five AZ ad FY rationem datam, (puta duplam), fitque FR tangens in F. Et fecetur spatium APOE recta NPQ, ut fit spatium APOE ad spat. APQ ut BV ad VH; dico angulo ANQ esse aequalem angulum tangentis HFR.

Est enim YF ad ZA ut summa sinuum (summa nempe sinuum qui pertinent ad angulos quorum tangentes sese aequaliter excedunt, quod de his omnibus sinibus ita est intelligendum) usque ad angulum FLY seu HFR, ad summam sinuum usque ad angulum ATZ seu GAB, sed ut YF ad ZA, seu ut HV ad VB, ita quoque spatium APQ ad sp. APOE.

Ergo summa sinuum usque ad angulum HFR ad summam sinuum usque ad ang. GAB sicut spat. APQ ad spat. APOE; hoc est sicut summa sinuum usque ad ang. ANQ ad summam sinuum usque ad ang. AGE five GAB, in 1^a fig. vel etiam in 2.^{da}.

Ergo summa sinuum ad usque ang. HFR aequalis est summae sinuum ad usque ang. ANQ; ideoque ang. HFR aequalis ang.^o ANQ, quod erat dem.

Si AB, BG in utraque fig.^a magnitudine sibi respondeant, erunt et AG aequales, et AN aequalis AW, cui tangens FR parallela ducenda est.

Si AB = a . AG = b , fit spatium APOE = $ab - aa$, vid. pag. 82 ¹⁸).

Si BV = d . VH = e . Et ut d ad e ita faciendum spatium APOE ad sp. APQ.

Sit AN = x . Ergo spat. APQ = $ax - aa$. Ergo

$$d : e = ab - aa : ax - aa$$

$$dx - da = eb - ea$$

$$x = \frac{eb - ea}{d} + a = AN \text{ cui aequalis AW. Hinc}$$

problema de invenienda quavis tangente, per unam AG datam. p. 83 ¹⁹).

¹⁸) Il s'agit du paragraphe précédent de cette pièce.

¹⁹) La page 83, identique à la page 93 verso de la pagination générale, contient une partie de l'explication de l'anagramme envoyé à Leibniz; c'est-à-dire de la pièce N^o. 2668. Voir plus particulièrement le numéro 1 de la troisième partie.

(δ) Sit $BG = s$.

Spat. APOE ad \square EB = BV ad VA. vid. pag. 20 et 14 ²⁰).

$$ab - aa : as = d : \frac{ds}{b-a} \text{ curva VA.}$$

(ε) GB : BA = VA : radium curvitat in V, ex Theoremate p. 13 ²¹).

$$s : a = \frac{ds}{b-a} : \frac{ads}{sb-sa} = \frac{ad}{b-a} \text{ Radius curvitat in V, hoc est VL.}$$

(ζ) radius curvis : curva VA = VA : L N evoluta. Vid. pag. 17 ²²) ubi CA,

$$\frac{ad}{b-a} : \frac{ds}{b-a} = \frac{ds}{b-a} : \frac{dss}{ab-aa} = L N \quad \text{IA, AW sunt prop.les}$$

propos. 5^a ²³) AW vero = CR.

(η) Erit et spat. BLQA ad spat. APQ sicut FH [2^a fig.] ad HV. Unde data HV, datur et HF, inventa per centr. gr.is ratione spatiorum istorum. Est enim ea quae AB ad ZF [1^a fig.] si F centr. gr. BLQA ²⁴). Et sic tunc AV curvae puncta quotvis inveniri possunt, quod aliter non posset fieri nisi longissima supputatione ²⁵) areae BIEA per approximationem.

²⁰) Voir le § VII et la note 21 de la pièce N°. 2625. On se rappellera que la courbe $\delta\omega\kappa\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625 est identique avec la courbe APO de la première figure de ce paragraphe.

²¹) Voir le § II et la note 11 de la pièce N°. 2625.

²²) Voir le § IV et la figure 4 de la pièce N°. 2625.

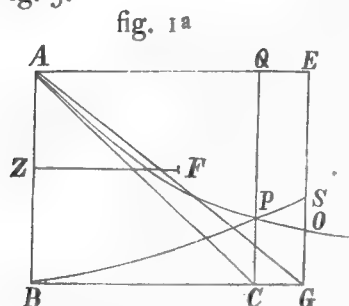
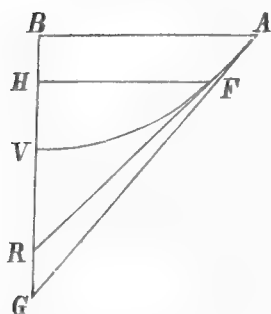
²³) C'est-à-dire la 5^e proposition de l'anagramme. Voir la pièce N°. 2668.

²⁴) Voir le § I de cette pièce. En effet, les courbes $A\gamma\theta$ et $BQ\theta$, dont il est question dans le paragraphe I, correspondent avec les courbes APO et BLI de la figure 4 (1^{re} figure).

²⁵) Voir le § IX de la pièce N°. 2625.

§ V²⁶).

Fig. 5.

fig. 2^{da}

$AB = 3$ AG tangit curvam catenae
 $BG = 4$ AV in A .
 $GA = 5$ Quaeritur VH et HF defini-
 nientes punctum F , cujus
 tangens FR inclinatur ad BR angulo semi-
 recto.

Sit in fig. 1^a $ABCQ$ quadratum, et GB ad BC ut 4 ad 3 sintque curvae ut supra²⁷⁾ BPS , APQ . Jam ut spat. AOE ad spat. APQ , ita est BV [fig. 2^{da}] ad VH ²⁸⁾. Hoc est ut 2 ad $3\sqrt{2-3}$ sicut ostenditur initio pag. hujus²⁹⁾ quia spatia sunt ut $GA - AB$ [fig. 1^a] ad $CA - AB$, vid. pag. 82³⁰⁾.

Sic quidem dato vertice V [fig. 2^{da}] invenitur punctum H , atque etiam F , dato catenae posito. Sed nec punctum V potest inveniri nisi approximatione quadraturae vel ope distantiae centri gr.^{is}³¹⁾ portionis $BSEA$ ab AB , quae in hac catenae positione AV est prox. 601³²⁾ partium qualium AB 1000 nec rursus punctum F nisi ex cognita per ejusmodi approximationem ratione

inter HV , HF quae est proxe ut 46996³³⁾ ad 100000.

²⁶⁾ Détermination du point F (voir la figure du texte), où la tangente fait un angle de 45° avec l'axe, et du sommet de la chaînette, au cas où la distance AB du point de suspension A à l'axe et la tangente AG sont supposées connues. Ce paragraphe a été extrait de la page 95 verso du livre G.

²⁷⁾ C'est-à-dire qu'il s'agit des mêmes courbes dont il a été question dans le paragraphe précédent.

²⁸⁾ Voir la sousdivision (γ) du paragraphe précédent.

²⁹⁾ Au sommet de la page se trouve, en effet, un calcul difficile à reproduire, ce qui est d'autant moins nécessaire que les mots qui vont suivre indiquent suffisamment comment la proportion en question a été obtenue.

³⁰⁾ Il s'agit du § III de cette pièce. Voir la dernière ligne de ce paragraphe.

³¹⁾ Voir le § I de cette pièce.

³²⁾ Ce nombre a été obtenu évidemment par la méthode expérimentale qui va suivre.

³³⁾ Nombre obtenu, comme un petit calcul en marge le prouve, au moyen de la division de 41421 par 88137. Sur ces derniers nombres on peut consulter la note 6 de la pièce N°. 2624.

Ex charta crassa (carton) figura ABSEA abscindatur, postquam curva BPS inscripta fuerit: invenitur autem facile per puncta ex libello sinuum; nam posita tangente BG cujuslibet anguli BAG, erit ES sinus compl. anguli ejusdem³⁴⁾.

Figurae resectae ABSEA centr. gravitatis mechanice invenitur F. Erit jam in catena pendente fig.^a 2^{da}, si angulus BGA quem facit tangens in A, aequalis sit ang.^o BGA in fig. 1^a, ratio applicatae in catena ad axem ejus BV, sicut in fig. 1^a AB ad ZF³⁵⁾.

Sic inveni, si AB applicata sit 1000 partium AG 5000, unde BG 4900³⁶⁾, fore $BV = 1720$ prox.

Si AB sit 1000. BG 2446, tunc AB, BV fore aequales.

Si AB 1000. sintque AB, BG, GA ut 3, 4, 5; fore $BV = 601$.

Si AB 1000, AG 2000, ut in triang.^o aequilatero, sit $BV = 763$.

Si AB 1000, itemque BG; sit $BV = 469$. Sed accuratâ supputatione si fuerit hic AB 10000, sit $BV = 4699$ ³³⁾.

Quoniam charta illa non prorsus aequalis est ubique crassitudinis, melius ex linteo uno, vel pluribus conglutinis, ipsoque glutine duratis ac dein levigatis figurae rescinderentur.

Parata figura una longiore, quaelibet breviores ex ipsa in aliam chartam circumscribi possunt, quarum excissarum centrum gr. invenitur.

³⁴⁾ Voir le § VIII de la pièce N°. 2625.

³⁵⁾ Voir le § I de cette pièce.

³⁶⁾ En réalité 4899,1.

N^o 2672.

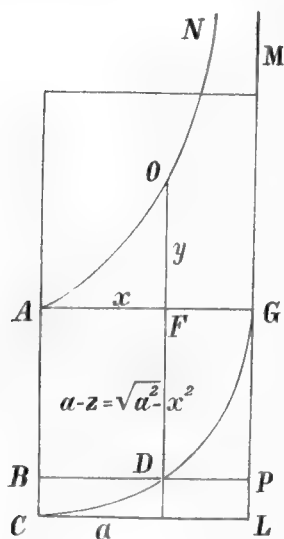
CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

3 AVRIL 1691.

*La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique¹⁾.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek²⁾.**Fatio y répondit par le No. 2673.*

Ce 3 Avr. 91.

J'oubliai hier³⁾ Monsieur parmy l'embaras de l'enterrement de vous prier de me restituer devant vostre depart, la lettre que cy devant vous avez eu la bonté de me faire⁴⁾ en m'expliquant vostre methode de trouver les Lignes courbes par la propriété de leur Tangentes. Je vous aurois aussi demandé d'y vouloir joindre quelque chose de ce que vous avez depuis adjouté a cette methode, ou si cela vous donneroit trop de peine, d'expliquer seulement les deux exemples que vous en avez donnez dans les courbes que je vous avois proposées comme aussi a Mons.^r Leib-



nitz⁵⁾. Comme vous avez tous deux pénétré fort avant cette matiere, j'aime bien mieux de profiter de vos découvertes, que de me donner la peine d'y travailler sur les fondements contenus dans vostre lettre, a quoy mesme je pourrois ne pas reussir. Il vous souviendra au reste que dans la dernière lettre que je vous montray de Mons.^r Leibnitz⁵⁾, il vous proposoit un échange de son secret, au cas que dans le probleme que je viens de dire il y eust des racines composees dans l'Equation de la Tangente, pour avoir la vostre, dont vous vous estes servi dans mes deux courbes. Et il vous souviendra de plus, que longtemps auparavant je vous avois proposé une ligne courbe AON dont j'avois la quadrature⁶⁾, étant telle que AG étant perpendiculaire sur son asymptote GM, tout espace AOF, retranché par une ligne OF, parallele a l'asymptote, estoit egal au rectangle BL, partie du quarré AGLC, lorsque BP passoit par le

¹⁾ Voir la fin de la note 1 de la Lettre N^o. 2572.

²⁾ Christianii Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II p. 122. La minute ne diffère pas sensiblement de la lettre.

³⁾ La minute a de plus : au soir.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2643, note 15. Il s'agit probablement de la seconde des lettres mentionnées dans cette note. Dans ce cas, elle datait de 1688.

⁵⁾ Il s'agit toujours des deux problèmes proposés à Leibniz dans la Lettre N^o. 2611, et qui conduisent aux équations différentielles citées dans la note 17 de la Lettre N^o. 2660. Or, à la

point D, auquel OF continuée rencontre le quart de circonference GDC, et que mesme par cette quadrature donnée vous trouvaſtes l'équation de la courbe. Or a cause qu'il pourroit arriver que j'eusse à prouver ce fait à Mons.^r Leibnitz, je vous supplie Monsieur de me permettre, et de me donner moien en faisant réponse a ce billet, de pouvoir alleguer vostre temoignage pour confirmation de ce que je viens de dire, estant seulement besoin de designer la courbe par son equation que vous trouvaſtes $xyy \propto ayy - aaxx$. Vous ferez plaisir et obligerez beaucoup

Vostre tres h. et tres ob. serviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

Pour Monsieur FATIO DE DUILLIER.

7) $y\dot{x}$ = Fluxion de l'Espace AOF

$a\dot{z}$ = Fluxion du rectangle BL ⁸⁾. Donc $y\dot{x} = a\dot{z}$

$a^2 - 2az + z^2 = a^2 - x^2$; dont la Fluxion donne

$-a\dot{z} + z\dot{z} = -x\dot{x}$. Et prenant les valeurs de \dot{z} on aura

$$\frac{y\dot{x}}{a} = \frac{-x\dot{x}}{-a+z}. \text{ Et } ay - zy = ax. \text{ Or } z = a - \sqrt{ax - x^2}.$$

Ainsi $ay - ax = ay - y\sqrt{a^2 - x^2}$ ⁹⁾.

Et $a^2x\dot{x} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - x^2y\dot{y}$ fera sa Fluxion.

page 101 recto du Livre G des Adversaria on trouve, de la main de Fatio, une solution de la seconde de ces équations, obtenue d'après sa méthode et pourvue de quelques remarques de Huygens. Il nous semble inutile de reproduire cette page d'une rédaction peu achevée, parce que nous pouvons renvoyer à l'exposition si claire de la méthode de Fatio que Huygens a donnée dans sa lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693, où elle se trouve appliquée à cette même équation. En suivant les indications données dans cette lettre, on trouve facilement les „transformateurs” (comme Fatio les nomme) y^{-3} et x^{-4} , mentionnés dans la note citée de la Lettre N°. 2660.

⁵⁾ La Lettre N°. 2664.

⁶⁾ Voir, sur cette quadrature, le § II de la pièce N°. 2669.

⁷⁾ Les annotations qui suivent se trouvent écrites de la main de Mr. Fatio, sur le 2^d feuillet recto.

⁸⁾ Fatio fait donc $BC = z$.

⁹⁾ Ici donc la solution, que l'on retrouvera dans la réponse de Fatio, notre N°. 2673, est achevée, puisqu'on a immédiatement $-ax = -y\sqrt{a^2 - x^2}$, donc $a^2x^2 = a^2y^2 - x^2y^2$. Dans ce qui va suivre encore, Fatio essaie d'étendre sa méthode au cas où l'équation différentielle contient des expressions irrationnelles. A cet effet, il différentie l'équation $a^2x^2 = a^2y^2 - x^2y^2$ pour déguiser ensuite l'équation obtenue par les substitutions qu'il indique. Après quoi il s'efforce de retrouver, à travers ces déguisements, la „génératrice” originale.

Dans cette equation on peut substituer les valeurs des Racines ax , ou ay , ou xy .

Par exemple on aura $ax\sqrt{a^2y^2 - x^2y^2} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - x^2y\dot{y}$ I

ou bien $ay\sqrt{a^2x^2 + x^2y^2} = a^2x\dot{x} + y^2x\dot{x} + x^2y\dot{y}$ II

ou bien $xy\sqrt{a^2y^2 - a^2x^2} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - a^2x\dot{x}$ III

Dans le 1^{er} Exemple il est aisé de reconnaître les Generateurs $a^2y^2 - x^2y^2$. Et comme c'est là la quantité même qui est sous le Signe Radical, il est à presumer que cette Racine tient lieu de ax qui paracheveroit le quarré a^2x^2 . Et effectivement on trouvera que ces trois Generateurs rendent l'Equation marquée I.

La même chose se doit entendre de l'Equation II.

De même dans la III Equation, il faut voir si la Generatrice n'est pas $x^2y^2 = a^2y^2 - a^2x^2$. Et dans la IV Equation ci dessous il faut voir si

$-yx + \sqrt{a^2y^2 + 2a^2xy} = ax$?

De cette maniere on parviendra à la véritable Generatrice, si elle a produit la Fluxion proposée par ces sortes d'Enveloppemens.

Et ceci donne une clef considerable pour trouver les Fluents ou Generatrices, quand leurs Equations sont simples en elles mêmes, quoi que leurs Fluxions soient mêlées de Racines par accident.

$$\begin{aligned} ax &= \sqrt{a^2y^2 - x^2y^2} & a^2x^2 + 2a^2xy + x^2y^2 &= a^2y^2 + 2a^2xy \\ ay &= \sqrt{a^2x^2 + x^2y^2} & ax + xy &= \sqrt{a^2y^2 + 2a^2xy} \\ xy &= \sqrt{a^2y^2 - a^2x^2} - axy\dot{x} + a\dot{x}\sqrt{a^2y^2 + 2a^2xy} = a^2y\dot{y} - y^2x\dot{x} - x^2y\dot{y} \text{ IV.} \end{aligned}$$

¹⁰) Mr. Hugens de la Haye 3 avril 1691, le lendemain de l'Ensevelissement de Mr. Ellys Esq.^e à N. F. à la Haye.

Il me redemande la lettre où je lui avois expliqué autrefois ma Methode inverse des Tangentes et souhaite ce que je puis encore avoir ajouté à cette methode.

¹⁰) Ce qui suit est un extrait de la Lettre de Huygens, écrit au dos sur un pli, de la main de Fatio.

Ou qu'au moins je lui explique les deux Exemples que j'ai donnés dans les courbes qu'il avoit proposées à Mr. Leibnitz et a moi.

Il rend temoignage aux progrès que Mr. Leibnitz et moi avons fait en cette matiere, desquels il aime mieux profiter que travailler sur les fondemens contenus dans ma Lettre, et peut estre sans succès.

Sur l'Echange que Mr. Leibnitz propoisoit de son secret, pour avoir une solution du probleme susdit de Mr. Hugens, s'il y avoit des racines composées dans l'Equation de la Tangente.

Probleme que Mr. Hugens m'avait proposé il y a longtemps et dont je luy avois donné la Solution pour retrouver l'Equation de certaine Courbe par la propriété de sa Quadrature. Cette courbe avoit pour Equat.ⁿ $x^2y^2 = a^2y^2 - a^2x^2$. Mais la propriété de sa Tangente contient une Racine incommensurable complexe, si on y substitue la valeur de xy ou de ay , ou de ax , etc.

Mr. Hugens demande que je lui laisse alleguer à Mr. Leibnitz mon Temoignage sur ce fait.

J'ai ajouté ici ma solution ou mon Analyse de ce Probleme de Mr. Hugens.

NB. Remarque considerable sur les Racines complexes.

N^o 2673.

N. FATIO DE DUILLIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

9 AVRIL 1691.

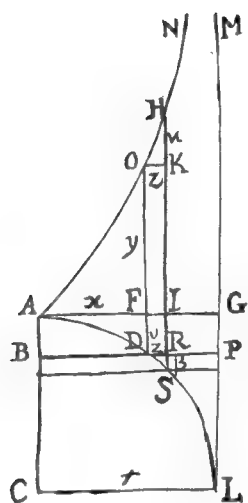
La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾.

Elle est la réponse au No. 2672.

Voici Monsieur de quelle maniere je fis mon calcul, suivant la theorie que j'ai eu quelquefois l'honneur de vous expliquer, lors que vous me proposâtes il y a quelque temps de trouver l'Equation d'une courbe Geometrique, que vous connoissiez, par la propriété que vous me donnâtes de sa quadrature.

¹⁾ Christiani Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. II, p. 123.



$$CL = r$$

$$AF = x$$

$$FO = y$$

$$FD = v$$

$$OK = z = DR$$

$$KH = u$$

$$RS = \beta$$

Soit C le centre d'un quart de cercle ADSL, dont les lignes AFIG, LPGM sont tangentes en A et L. La propriété de la courbe AOHN est telle, que d'un de ses point O tirant la ligne OFD parallèle à ML, et par le point D la ligne BDRP égale et parallèle à AG, l'espace AOF est toujours égal au rectangle AP.

$$OFIH = AG \times RS$$

$$\text{C'est-à-dire } y + \frac{1}{2} u^2 \times z = r \beta.$$

$$\text{Or l'Equation au cercle ADL est } x^2 - 2rv + v^2 = 0.$$

$$\text{Donc par ma methode des tangentes}^3) 2xz - 2r\beta + 2v\beta = 0.$$

$$\text{Donc } \beta = \frac{xz}{r-v}. \text{ Or } v = r - \sqrt{r^2 - x^2}.$$

$$\text{Donc } \beta = \frac{xz}{\sqrt{r^2 - x^2}}.$$

$$\text{On trouve donc } zy = \frac{rxz}{\sqrt{r^2 - x^2}}.$$

Et par consequent $y^2 = \frac{r^2 x^2}{r^2 - x^2}$. Qui est l'Equation à la courbe AOH.

Ce que je vien d'écrire suffira Monsieur s'il vous plait pour le present, car j'ai l'esprit encore trop abbatu pour faire une plus longue lettre. Je suis

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant Seruiteur
N. FATIO DE DUILLIER.

Ce 30 Mars 1691. S. V.

Pour Monsieur HUGENS DE ZULICHEM.

²⁾ Dans le manuscrit le coefficient $\frac{1}{2}$ se trouve biffé.

³⁾ La méthode mentionnée dans la Lettre N°. 2465, à la page 169.

N^o 2674.

A. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

17 AVRIL 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse au No. 2670.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2679.*

MIJN HEER

17 April 1691.

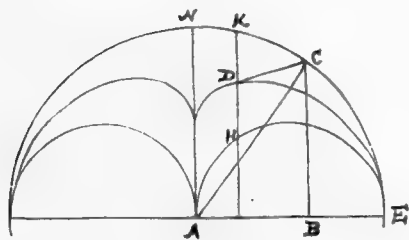
Sende VE hier nevens het kassie, het Loot, 2 pennen en de strik, zoude het eerder gevonden hebben, maar ben seer belemmert geweest met de Exames der Stierlieden, het welk ook oorzaak is geweest dat ik VE Tractatiens, mij laast gevonden, maar even heb ingefien: ik bedank daarvoor VE hartelijk: bij occasie sal ik hen, en voornamelijk het laatste, wat naukeuriger nazien: maar het is beschreven in een taal waarvan ik gansch onkundig ben; en t'en ware het de Mathesis raakte, ik zoud er geheel niets uit kunnen verstaan.

Ik hebbe niet de minste tijding van mijn zoon, noch en verwacht ze ook niet als met de Retourvloot.

Ik zie dat VE memory niet onfeylbaar is, of ik moeste VE qualijk onderricht hebben, dat ik niet kan geloven. 't is niet deze eygenschap waarin Thirnhaus geabuseert is, die VE mij voordraagt, welke ik mede goet bevonden hebbe, maar de eerste, waarin hij wil dat altijd $HD \propto DK$ zal wezen ¹⁾).

Mijne calculatie heeft mij gegeven de volgende getallen

als EC is 90.0	» DK 50000	en DH 50000,	diff: 0
85.0	» DK 49432	en DH 48000,	diff: 1432
80.0	» DK 47789	en DH 44990,	diff: 2799
70.0	» DK 41943	en DH 38379,	diff: 3564
60.0	» DK 34263	en DH 31880,	diff: 2383
50.0	» DK 26456	en DH 25789,	diff: 667
45.0	» DK 22830	en DH 22904,	diff: 74
40.0	» DK 19466	en DH 20115,	diff: 649
30.0	» DK 13534	en DH 14788,	diff: 1254
20.0	» DK 8509	en DH 7918,	diff: 1209
10.0	» DK 4098	en DH 4820,	diff: 722
5.0	» DK 2030	en DH 2405,	diff: 375
0.0	» DK 0	en DH 0,	diff: 0



Waar uyt blijkt het merkelyk verschil met het geene Thirnhaus daarvan affir-

¹⁾ Consultez, sur cette erreur de von Tschirnhaus, la pièce N^o. 2626.

meert. daar zoude wel eenige misrekening in kunnen wezen, alzo ik het zelfde alleen, en dat maar eens, uytgerekent hebbe: doch het kan niet merkelyk wezen. Ik hebbe ook vaak instuytstraalen getrokken, in een groote en net verdeelde Cirkel, die ik gedrukt hadde, en daarin quam het oogschijnlijk overeen met de voornoemde getallen.

En zoo ik 't wel onthouden hebbe; de auteur gaat deze eygenschap ook voorbij in de Acta van Lypzig ²⁾, alwaar hij nochtans de andere aantekent en bewijst ³⁾.

Ik hadde het abuys aan Monsr. Macreel ⁴⁾ gecommuniceert, welke zeyde met hem te corresponderen, en ik vertrouwe dat die hem daarvan kennisse zal gegeven hebben.

Ik hebbe voor omtrent 2 jaren eens nagespeurt zijn Regel op de Quadrature der kromlinische figuren ⁵⁾: doch kon der niet door komen, omdat ik niet kon vinden de gerallen die hij voegt bij *i*, *k*, en *l*.

hij stelt $i \propto ca + 2dx$

$k \propto 2aaa + 3fax + 4gxx$

$l \propto 3ha^3 + 4iaax + 5kaxx + 6lx^3$

naar mijn gissing moesten der andere getallen bijstaan kleender als deze doch omdat de geheele zaak mij duyster bleef, zoo geloof ik dat ik hem niet wel zal gevat hebben: hierom, zoo VE mij dies aangaande eenige onderrichting kon geven, het zoude mij aangenaam zijn.

Zijn Regel op de Tangenten ⁶⁾ heb ik gevonden en zijn methode op de wegneming der tussentermen ⁷⁾ scheen mij toe dat ik zoude hebben kunnen magtig werden; doch ben niet tot de uytrekening gekomen.

Ik hebbe de Hr. Bloquery laten lezen hetgeene UE wegens de horologymaker schrijft: zijn E. geliefde te antwoorden dat aan de Hr. van Dam, in den haag zijnde, zoude geschreven werden om de Rekening te betalen.

Afkortende, verblijve, naar cordiale groeten,

Mijn Heer

Sijn ootmoed.^{en} Dienaar
ABRAHAM DE GRAAFF.

Amsterdam den 17 April 1691.

²⁾ L'article de 1690, cité dans la note 15 de la pièce N°. 2626, et dans lequel von Tschirnhaus reconnaissant l'erreur commise dans l'article de 1682 remplace sa fausse construction de la catacaustique par la véritable, que probablement il avait empruntée au „Traité de la Lumière” de Huygens.

³⁾ Comparez la page 72 de l'article de 1690, où ce théorème est mentionné, mais sans démonstration.

⁴⁾ Dirck Makreel; voir la Lettre N°. 2485, note 3.

⁵⁾ L'article de von Tschirnhaus, cité dans la note 10 de la lettre 2274.

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2274, note 8.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2274, note 11.

N^o 2675.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. D. HUET.

18 AVRIL 1691.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
 Une copie se trouve à la Bibliothèque Nationale de Paris.
 La lettre est la réponse au No. 2665.
 Elle a été publiée par V. Cousin¹⁾.*

A la Haye, 18 avril 1691.

Il n'y a que peu de jours que j'ai reçu la lettre dont il vous a plu m'honorer quoiqu'écrite du 15²⁾ du mois passé. En la lisant, je me suis reproché de m'être laissé prévenir et de ne vous avoir pas fait mes remerciements lorsque j'ai reçu le présent de votre *Censura philosophiæ Cartesianæ*, que M. Cuper a eu le soin de me faire tenir de votre part³⁾. Je vous prie de croire que je n'ai pas laissé de ressentir comme je dois, la grâce que vous m'avez toujours faite de me communiquer vos excellentes productions, aux quelles je ne puis comparer les mienes, *nec numero nec pondere*. Vous avez vu, Monsieur, dans mes deux derniers petits *Traitez*⁴⁾ que je n'épargne non plus que vous Mr. des Cartes, lors que je trouve ses sentiments

¹⁾ Fragments philosophiques par Victor Cousin Troisième Edition Ladrangé, libraire Quai des Augustins, N^o. 19, 1838, 2 Vol. in-8^o. au Tome II, page 220. Dans notre texte nous suivons la leçon de la minute, différente de celle de Cousin, dont l'orthographe diffère sensiblement de celle de Huygens.

M. V. Delisle, administrateur de la bibliothèque nationale de Paris, a eu l'obligeance de nous renseigner sur l'origine du texte de Cousin. La lettre originale a fait partie de la collection Libri. La majeure partie du fonds Libri a été achetée par le gouvernement italien et déposée à la bibliothèque Laurentienne de Florence. Voir l'ouvrage :

„Catalogue des manuscrits des Fonds Libri et Barrois par Léopold Delisle membre de l'Institut administrateur général de la Bibliothèque nationale Paris H. Champion, Libraire 9, Quai Voltaire 1888, in-8^o, page 156.

Malheureusement, d'après une communication de M. le docteur Guido Biagi, bibliothécaire en chef, notre Lettre N^o. 2675 ne se trouve pas à la Mediceo-Laurenziana. Cousin paraît s'être servi, pour sa publication, d'une copie faite par Léchaudé d'Anisy qui, avec l'académicien Camponon, avait projeté une publication des lettres les plus importantes de la correspondance de Huet. Le texte de Cousin et celui de la copie de Léchaudé d'Anisy sont à très peu près identiques. Ils diffèrent en quelques endroits de celui de la minute et généralement par l'orthographe.

²⁾ Lisez : 12.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2553.

⁴⁾ Le „Traité de la Lumière” et le „Discours de la Cause de la Pesanteur”.

peu veritables ⁵⁾ : que si en essayant d'en substituer quelques autres à leur place, je n'ai pas tout à fait mal reussi selon votre jugement, j'ai sans doute de quoi être satisfait de mon travail. Vos Quæstiones Alnetanæ ⁶⁾ m'ont été prêtées par M. de Beauval, auteur de l'Histoire des ouvrages des Scavants, où j'ai admiré votre infinie erudition et la manière agreable de votre dialogue. Quant à la matière, elle est d'une discussion tres difficile, et il n'est pas permis de la traiter en toute liberté. Autrement je crois qu'on pourroit mettre entierement d'accord la Raïson et la Foi et soutenir *sano sensu, nihil adversus rationem valere debere auctoritatem fidei, cum Rationem fidei reddi posse necesse sit* ⁷⁾. Je n'ai pu avoir votre livre que pour deux jours, et serai fort aise de le posséder en propre, si cela se peut. Je ne vois pas encore quand l'interruption du commerce pourra finir; mais j'espère d'indiquer sous peu une voie à Mr. de la Hire par laquelle il me puisse faire tenir quelques traités de l'Academie des Sciences, qu'on a imprimez l'annee dernière; de sorte que si vous avez la bonte, Monsieur, de lui envoyer un exemplaire pour moy de ce livre et de ceux que vous pouvez encore avoir publiez outre les 2 que j'ay mentionnez vous m'obligerez extrêmement, et je pourray du moins me promettre que je les auray ensemble avec les autres.

Je suis avec beaucoup de respect
HUGENS DE ZULICHEM.

⁵⁾ Cousin a : véridiques.

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2677, note 12.

⁷⁾ Les mots que nous imprimons en italiques manquent chez Cousin, ainsi que dans la copie de Léchaudé d'Anisy. Toutefois, puisque Huet, dans sa réponse du 16 septembre 1691, cite textuellement la proposition de Huygens, il est certain qu'elle a fait partie de la lettre envoyée par Huygens.

N^o 2676.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 AVRIL 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse au No. 2667.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2680.*A Hanover ce $\frac{10}{20}$ d'Avril 1691.

MONSIEUR

Je suis bien aise que ma solution de vos problemes vous a satisfait. Vous doutés de ce que j'avois dit, qu'il y a plusieurs lignes qui puissent donner la soutangente $yy \sqrt{aa - xx} : ax$, et mesme cela vous paroist impossible. En voicy pourtant une, dont l'equation est $xx = 2yy - \frac{1}{4aa} y^4 - 3aa^3$. Et tant que yy fera moindre que $4aa$, la valeur de la soutangente sera affirmative⁴⁾, et donnera $yy \sqrt{aa - xx} : ax$, mais lorsqu' yy deviendra plus grande que $4aa$, alors $yy \sqrt{aa - xx} : ax$ fera une grandeur negative ou moindre que rien, et doit estre prise en sens contraire. Pour ce qui est de $aaxx = a^4 - y^4$, que je vous avés envoyé⁵⁾, je voy que dans mes brouillons il y a $aaxx = a^4 - \frac{y^4}{4}$; (c'est a dire $4aaxx = 4a^4 - y^4$) à quoy je n'avois pas pris garde en vous écrivant. Il est vray qu'alors $yy \sqrt{aa - xx} : ax$ devient une grandeur negative⁶⁾, mais j'ay deja marqué que cela n'empêche point qu'elle ne satisfasse. Pourtant, si vous n'en voulés point, la precedente suffit, outre la premiere, marquée dans la lettre passée.

Vostre construction de la ligne qui donne 8 me plaist fort à cause de sa simplicité. Considerés s'il vous plaist, Monsieur, si contre vostre instance des deux portions egales de parabole sur une meme base, Monsieur Neuton pour soutenir

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 82.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften II, p. 90; Briefwechsel, p. 647.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2664, note 6. La solution particulière, indiquée ici, s'obtient en posant $C = 2aa$.

⁴⁾ C'est-à-dire pour x positif, puisque $subt. = y \frac{dx}{dy} = \frac{y^2(4a^2 - y^2)}{2aax}$.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2664.

⁶⁾ Puisque $subt. = y \frac{dx}{dy} = -\frac{y^4}{2aax}$.

l'impossibilité de la quadrature des ovales ne pourroit repondre, qu'une telle ovale feroit fausse et non pas composée d'une même ligne recourante, comme il semble que son raisonnement demande, puis qu'une parabole continuée ne tombe pas dans l'autre. Mais vostre ligne qui fait 8 est veritablement recourante, et son raisonnement y est applicable⁷⁾, quoy qu'elle n'ait pas justement la forme d'une ovale, et selon luy, elle ne devroit pas estre generalement quadrable. Il seroit bon de considerer son raisonnement en luy même, pour voir où gist le manquement.

Quant au cercle et à l'ellipse, l'impossibilité de leur quadrature generale est assez demonstrée, mais je n'ay pas encore vû qu'on aye donné aucune demonstration pour prouver, que le cercle entier, ou quelque portion determinée n'est pas quadrable.

Je n'auois pas fait attention à l'endroit de vostre precedente, où vous aviés parlé des calculs sur la resistance du milieu. Mais quand j'y aurois pris garde je n'estois pas en estat d'entrer assés là dedans, estant extremement distrait, et occupé à des matieres qui en sont trop éloignées et pour les quelles je suis extremement pressé. Et le plus grand mal est, que je commence à auoir les yeux incommodés.

C'est la meme raison qui m'a fait tant tarder à mettre au net, ce que j'ay sur la ligne de la chaine. Monsieur Bernoulli a déjà envoyé sa solution à Messieurs de Leipzig, qui en ont averti le public, quoy qu'ils n'ayent pas encor mis sa solution dans les Actes. Ils m'en ont averti aussi, et je leur ay écrit que vous en aviés aussi la solution, et que je scaurois de vous si vous la voudriés envoyer pour estre publiée dans leur Actes avec les autres⁸⁾. Comme je n'écris pas immedjatement à Mr. Bernoulli et que d'ailleurs il est à couuert de tout soubçon, ayant déjà envoyé sa solution, je ne croy pas qu'il soit necessaire de luy envoyer un chiffre. Et comme le terme est expiré en effect parce que j'auois promis seulement d'attendre jusqu'à la fin de l'année précédente Messieurs de Leipzig m'ont sommé d'envoyer ce que j'ay sur ce probleme pour ne pas trop retarder l'edition de ce que Mr. Bernoulli leur a envoyé. C'est donc ce que je dois faire bien-tost. Et il depend de vous, Monsieur, comment vous en voudrés user. En cas que vous voulussiez l'envoyer à Messieurs de Leipzig, il n'y a pas lieu de douter qu'ils en usent fidelement, comme je croy qu'ils ont fait à l'egard de celle de Mr. Bernoulli, dont je n'ay rien vû, et j'aurois esté fâché de la voir, pour les raisons que vous avés marquées.

Je croy qu'il sera bien difficile de trouuer la regle de la declinaison de l'aimant, mais je ne voy pas pourquoy vous jugés qu'il n'y en a point, si ce n'est qu'on y trouve *des sauts*, c'est à dire qu'il y ait une grande difference de declinaison entre

⁷⁾ Voir toutefois la remarque de la Lettre N°. 2667, note 5, page 57. Le Lemme de Newton nous semble vrai si l'on écarte les cas de discontinuité.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2664, note 12.

des lieux ou des temps, dont la difference n'est pas grande. Je souhaite d'apprendre si les observations ont fait voir cela.

On auoit publié en Angleterre un petit liure sur le ressort, qui est je crois de Mr. Hook⁹⁾, mais il me semble, que j'y trouvay quelque difficulté. Je vous supplie de me dire quelles sont les experiences que vous dites d'avoir esté faites sur cette matiere. Je m'étonne de ne vous avoir pas dit, que j'ay admiré vostre explication de la refraction, puis que je l'ay écrit à d'autres¹⁰⁾. M. Meier Theologien de Breme, est fort scavant et fort honnete, et qui fait gloire d'avoir receu des faveurs de feu Monsieur vostre pere. Je crois que Mons. vostre frere fait toujours la charge de secretaire d'Estat auprès du Roy de la grande Bretagne, comme auprès du Prince d'Orange. Ainsi il doit estre bien occupé. C'est pourquoy je ne scay, si ce seroit une demande civile, de vous supplier de voir si par sa faveur on pourroit disposer quelque sçavant Anglois versé dans les Manuscrits et Chartres et ayant accès aux Archives, de nous fournir quelques diplomes ou particularités non vulgaires concernant Henry Duc de Saxe¹¹⁾ (de la maison de Bronsuic) gendre de Henry II¹²⁾, Roi d'Angleterre, et touchant les enfans de ce Duc parmy les qu'els estoit Otton¹³⁾ Duc de York et Comte du Poictou, depuis Empereur IV^e de ce nom. En tout cas j'espere que par vostre intercession il aura la bonté de me pardonner cette liberté et d'agreer mes respects à vostre exemple. Je suis

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

⁹⁾ L'ouvrage cité dans la pièce N°. 2067, note 24.

¹⁰⁾ Entre autres à Magliabecchi; voir la Lettre N°. 2628, note 5.

¹¹⁾ Heinrich der Löwe (Henri le Lion), duc de Saxe, né en 1129 à Ravensburg et mort à Braunschweig le 6 août 1195. Il épousa, en secondes noces, Maud, fille de Henry II d'Angleterre. En 1874 on inaugura à Braunschweig sa statue.

¹²⁾ Henry II, roi d'Angleterre, né au Mans en mars 1133, mort à Colombières le 6 juillet 1189.

¹³⁾ Otto IV, né à Argentan en 1174, deuxième fils de Henri le Lion, fut empereur de 1198 à 1215. Il mourut à Hartzburg en 1218.

N^o 2677.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

21 AVRIL 1691.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.**Elle fait suite au No. 2667 et s'est croisée avec le No. 2676.**Leibniz y répondit par le No. 2682.*

A la Haye 21 Avril 1691.

MONSIEUR

N'ayant pas eu jusqu'icy de réponse à ma lettre du 26. du mois passé³⁾, que je vous adressay par la voie de Mr. Meyer⁴⁾, j'escris celle cy pour scavoir si elle vous a esté rendue, ou si peut estre cette entremise aura moins bien reussi que la voie directe de la poste dont je me suis servi auparavant. J'espere du moins que ce n'est pas vostre indisposition qui est cause de ce retardement, car j'en ferois incomparablement plus faché que de la perte de ma lettre. J'y repondis à tous les articles de la vostre du $\frac{20}{30}$ Fevrier. Je vous remontray la necessité du chiffre pour pouvoir connoitre ce qu'un chacun auroit trouvé au sujet du Probleme de Mr. Bernoulli, et j'adjoutay mon chiffre second, contenant quelque chose de plus que le premier; auquel second je m'apperçus incontinent apres, que j'avois laissé glisser deux fautes, l'une au nombre 5, qui finit par *rcivaccedd*, où au lieu des lettres *rciv* il ne faut que *a*⁵⁾. L'autre à l'article premier, qui n'est pas nombre, où j'avois oublié d'ajouter à la fin ces lettres *dai f e c p*⁶⁾. Ce n'estoit icy qu'une omission, et l'autre un abus d'avoir pris une lettre pour une autre au calcul Algebrique. Et je corrigeay l'un et l'autre dans un pareil chrifre que j'envoyay le jour d'apres à un autre de mes amis⁷⁾. J'y ay encore adjouté depuis à la fin ce que contiennent ces lettres *vd d c g a a i p c p*⁸⁾, et si je voulois resver d'avantage à cette question, j'y ferois peut-estre encore de nouvelles decouvertes, ne pouvant pas m'assurer qu'il n'y ait plus rien à trouver.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 80.²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 88, et Briefwechsel, p. 646.³⁾ Voir la Lettre N^o. 2667.⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2666.⁵⁾ Voir aussi la pièce N^o. 2668, notes 21 et 22.⁶⁾ Voir aussi la pièce N^o. 2668, c'est-à-dire la 1^e partie avec la note 6.⁷⁾ A Basnage de Beauval, par une lettre que nous ne connaissons pas. Voir la note 5 de la pièce N^o. 2668.⁸⁾ Voir, sur la signification de ces lettres, la phrase entre parenthèses qui se trouve dans la II^e partie de la pièce N^o. 2668

Mr. Fatio est encore icy, et m'a communiqué⁹⁾ sa methode au Probleme des Tangentes renversê, à la quelle il ajoute de jour en jour quelque chose à l'ocasion des difficultez et des doutes que je luy propose. Cette speculation à une grande etendue et nous fournira encore pour longtemps matiere d'exercice. Il faudra voir s'il y aura moien de demesler cette partie où il y a des racines composées à la soutangente donnée, où vous m'avez fait voir que vous estes bien avancé, et qui me paroît la plus considerable. Mais la quantité d'autres points qu'il y a à refoudre, nous a empesché jusqu'icy d'entreprendre cette recherche¹⁰⁾.

Je ne scay, Monsieur, si vous avez vu la Theorie de la Pesanteur de M. Varignon¹¹⁾

- 9) Outre la page citée dans la note 5 de la Lettre N°. 2672, on en rencontre dans le livre G des Adversaria encore d'autres, qui contiennent des recherches sur la méthode de Fatio et où parfois les écritures de Fatio et de Huygens sont entremêlées. Sur une de ces pages (106 verso) Huygens différentie l'équation $xy^2 - a^2y + x^3 = 0$ et „déguise” ensuite l'équation: $y^2dx + 3x^2dx + 2xydy - a^2dy = 0$, qui en résulte, par deux substitutions successives, empruntées à l'équation originale, comme il suit :

$$y^2dx + 3x^2dx + 2\left(\frac{a^2y - x^3}{y}\right)dy - a^2dy = 0,$$

$$y^3dx + 3x^2ydx + a^2ydy - 2x^3dy = 0,$$

$$y^3dx + 3x^2ydx + a^2\left(\frac{a^2y - x^3}{xy}\right)dy - 2x^3dy = 0.$$

De cette manière il obtient l'équation différentielle :

$$xy^4dx + 3x^3y^2dx + a^4ydy - a^2x^3dy - 2x^4ydy = 0,$$

à laquelle satisfait toujours la courbe $xy^2 - a^2y + x^3 = 0$; mais qui se montre intraitable par la méthode de Fatio, ce qui doit avoir convaincu celui-ci que, contrairement à l'opinion qu'il avait émise dans la lettre N°. 2465, la non-réussite de sa méthode ne prouvait pas la non-existence d'une solution particulière purement algébrique.

Il est évident d'ailleurs que les équations différentielles, obtenues par ces „déguisements”, loin d'être équivalentes à celle dont on est parti, n'ont rien de commun avec elle, excepté la seule solution dont les substitutions ont été déduites.

- ¹⁰⁾ En effet, les pages, mentionnées dans la note précédente, ne contiennent aucune recherche de cette nature.

- ¹¹⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2616.

Dans ces „Conjectures” Varignon attribue la pesanteur des corps placés près de la surface de la Terre au choc des particules de l'air environnant, qui, animées d'une très grande vitesse, — ce qui constitue la *fluidité de l'air*, — sollicitent un corps imperméable en tous sens avec la même force, tant que les colonnes d'air, dont les particules transmettent le choc dans chaque direction, sont d'égale longueur. Comme la proximité de la surface de la terre rend plus courtes les colonnes d'air qui donnent des impulsions de bas en haut, la résultante des chocs doit, d'après lui, fournir la force qu'on appelle la Pesanteur.

qui ne me satisfait point du tout. Item les *Quaestiones Alnetanae* ¹²⁾ de Mr. Huet Evêque d'Avranches, où il y a beaucoup d'erudition, et non pas tout à fait autant de solidité de raisonnement ¹³⁾. Il traite de *statuendis limitibus Rationis et Fidei*. matiere, comme vous sçavez, tres difficile. Je vous supplie de faire réponse à celle cy et de me croire inviolablement etc.

P.S. Je n'ay remarqué que depuis fort peu le Paralogisme de Mr. de Tschirnhaus, là où il propose, dans les Acta de l'an 1682 sa fausse construction de la courbe par reflexion du miroir concave ¹⁴⁾. Il paroît clairement qu'en ce temps là il ne connoissoit pas encore cette ligne, ni la maniere generale, dont il s'y vante, pour determiner ces lignes dans d'autres figures, et il est fort vraisemblable qu'il n'a appris la veritable construction que par ce que j'en ay donné dans mon Traite de la Lumiere.



¹²⁾ Petri Danielis Huetii, Episcopi Abrincensis Designati Alnetanae Quaestiones de Concordia Rationis & Fidei. Cadomi. 1690. in-4°.

¹³⁾ Au sujet du livre de Huet on trouve noté, sous la date du 14 avril 1691, dans le livre G des Adversaria de Huygens, page 130 verso, ce qui suit :

„Ad Alnetanas quaestiones Petri Dan. Huetij. Episcopi Abrincensis designati de Avranches. Quantum magis fidei quam Rationi tribuendum sit, probat praecipue ex sacris literis et Patrum doctrina. Credo quia ratione agendum non putavit, cui derogatum ibat.

Postquam pag. 53, validissimas objectiones contra dominatum fidei attulisset, subjungit pag. 54 non esse sibi propositum fidei necessitatem, auctoritatem, utilitatem argumentis demonstrare. Factum id abunde ab aliis esse, imprimis ab Augustino. Nunc id se quaerere quantum adversus rationem valere debeat Fidei auctoritas.

Libro 2°. comparat dogmata Christianorum et Ethnorum, eorumque consensum ostendit. Quoque minus absurda esse quae Christiani credunt ab Ethnicis objici possit, aequè absona ab ipsis credita retorquet, quo an multum juvet Religionem Christianam merito dubitari potest.

Libro 3°. Praecepta Religionis Christae consentire ostendit cum praeceptis Philosophorum ac virorum sapientissimorum ex Gentilibus, neque haec istis justitia aut sanctitate inferiora fuisse.

Hujus libri Cap. 6. Cultum idolorum proscribit et traducit, nulla addita mitigatione in gratiam religionis Romanae.”

¹⁴⁾ Voir la pièce N°. 2626, datée du 7 avril 1691.

N^o 2678.

G. MEYER à CHRISTIAAN HUYGENS.

23 AVRIL 1691.

*Le lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2666.*

Amplissime Vir

Quemadmodum humanissime Tuæ literæ mirum me in modum affecerunt; ita, quod partium mearum erat, quas incluferas, quæque Celeb: Leibnitium adtingebant, eas primis Hannoveram ferendas tabellariis commendavi. Nec defuit ille reddendis responforiis ¹⁾, quas ecce præsentibus Tibi exhibitas. Gratulor mihi interea, quod in numero aliquo apud Tanti Nominis Viros collocer, nec meam illi mentis sententiam animis usquequaque adversis accipiant. Possum enim affirmare, cum ab ineunte juventute Mathematicis dedicatus usque fuerim studiis, atque ea fine Algebrae, quam appellamus, novæ excutiendis et imbibendis mysteriis apud Batavos vestros Lugduni facem præferente Domino Craanio ²⁾ me impenderim, tum fatis ita dispensantibus invitum dolentemque ab eruditis istis studiis retractum fuisse. Quid vero tum temporum egerint, qui se Carthesianos vocitant, ut in utramque segnitiei aurem dormiverint, ut parum promovendæ atque a Magno des Cartes telæ coeptæ pertexendæ solliciti fuerint, ut alendis fovendisque formidulosis sectis partibusque sese occupaverint, atque extra oleas lati nihil minus, quam ea, ad quæ vocati erant, munia obierint, juxta cum sacrorum istorum maximè consciis, ipso egomet usu edoctus sum. Ita omnis mea ad recondita ista studia adhibita diligentia fere irrita atque inanis reddita est, actumque fuit de centum Imperialibus in minerval, tanti enim docebatur, effusis, quibus nihil adeo redemptum a me aliud est, quam nescio quæ qualiumve chartarum Algebraicis notis consignatarum communicatio et confusa quaedam principiorum, si ita dici ea potest, idea. Sic denique effectum est, ut multo non invento relinquerentur pignori putamina. Verum enim, nolo, Vir Illustris, Tua studia hoc verborum ambitu et præteriti temporis injuriis recensendis morari. Doleo interea ut cum maximè afflictam Reip. literariæ vicem: aut enim parum prospicio, aut mancipēs isti Præceptores discipuli, turba verè famularis quam Nob. des Cartes viam ad reducta veritatis mysteria commonstravit pigritie sua

¹⁾ La Lettre N^o. 2676.

²⁾ Theodorus Craanen; voir la Lettre N^o. 346, note 1.

atque prono in promiscua obsequia animo obstruent atque evertent. Quid in Cl. Huetium Schwelingius³⁾ nostras sectae defensionis commentatus sit novissime, forte Tibi inspectum erit, sin minus, faxo ut per navitam libelli copia fiat. Haec nunc supersunt, quae Te quasita, Vir Celeb: volui, primum ecquis Do *Fenius* patritius noster et ex primipilaribus des Cartes discipulis Tibi auditus aliquando sit? deinde, Tibine ejus indolis atque ingenii censeatur des Cartes philosophia, ut ea promiscuae in Scholis plebi publicis privatisque doctrinis instilletur? denique an ab haeresis nota vindicare eam Philosophi Schwelingii Sententiam possis, qua ille thesibus saepe suis ignorantiae vesaniaeque mentis incupat quae des Cartes absque Matheos notitia, est n[empe] in eo studio verè ἀναλφάβητος, intelligi atque doceri neutiquam posse, consentiunt. Vale, Vir Nobilissime, et me inter studiis voluntatibusque Tuis deditissimos usque numera

Dabam Bremae, d $\frac{13}{23}$ Aprilis.

A. aerae Chr. cMDCXCI.

GERARDUM MEIERUM.

A Monsieur

Monsieur CHRISTIAN HÜGENS Seigneur DE ZULICHEM

franco tot Amsterdam

A la Haye.

³⁾ Johann Eberhard Schweling ou Sweling, né le 27 septembre 1645 à Bremen, étudia successivement dans sa ville natale, à Leiden, Heidelberg et Franeker, devint en 1670 professeur ordinaire de physique à Bremen, en 1674 docteur en droit à Franeker, en 1678 professeur en droit à Bremen, et échangea encore, et 1691, cette charge contre celle de professeur de philosophie pratique universelle. Il mourut le 6 octobre 1714.

On a de lui plusieurs écrits philosophiques, parmi lesquels les: *Johannis Eberhardi Exercitationes Cathedrae in P. D. Huetii Episcopi Suessionensis Philosophiae Carthesianae. Bremae typis Herm. Braueri, 1690, in-8°.*

N^o 2679.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. DE GRAEFF.

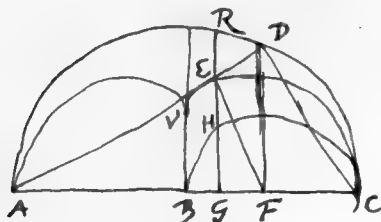
[AVRIL 1691].

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2674.*

Mijn Heer DE GRAEFF.

VE schrijven te faemen met het kassie en loot sijn aen mij desen morgen wel bestelt. Oock hebbe verstaen dat de Horologiemaecker van wegen de Heeren Bewinthebbers sijn Rekeningh betaelt is, apparentelijck ingevolgh van VE vermaningh aen de Hr. van de Bloquery, waer van ick VE bedancke.

Weynighe uren nae dat ick aen VE geschreven hadde¹⁾, soo quam mij te vooren de plaets in de Acta van Leipfick van 't jaer 1682, daer Tschirnhaus de valsche constructie geeft van de kromme linie door Reflexie van de holle spherische spiegel gemaect, die ick te vooren noijt geëxamineert en hadde. Maer denckende dat hier misschien de misflagh fitten soude daar VE mij van gesproocken hadde doch niet particulier aangewesen, soo gingh ick dit onderfoecken²⁾ in een geval alleen 't welcke geen langhe rekeningh van noden heeft, te weten als in den hal-



ven circel ADC, wiens center B, den boogh CD van 60 gr. is, sijnde FD de invallende straël. hier getrocken hebbende DA en nemende daer in DE sijn vierdepart, soo is E een der waere punten in de kromme VEC. door 't welck treckende REG rechthoekigh op AC, en snijdende de halve circelboogh BHC, uyt F beschreven in H, soo mosten volgens Tschirnhaus eerste

constructie RE, EH gelijk sijn.

doch het blijktt dat FG hier is $\propto \frac{1}{4} AF$, en $FB \propto \frac{1}{3} AF$, daerom $BG \propto \frac{1}{12} AF$ ofte $\frac{1}{8} AB$. En het $\square CGA$, tot het $\square CGB$ gelijk 9 tot 1, en soo mede het qu. van RG tot het qu. van HG, dat is RG tot HG als 3 tot 1, en bijgevolgh moesten GH, HE, ER malkander gelijk zijn. Voorts treckende DC, EF soo sijn die evenwijdigh, en daerom den hoeck AEF recht: en het quadr. van EG gelijk aen den $\square AGF$, maer het qu. EG is $\propto \frac{4}{9}$ van 't qu. RG, dewijl het qu. HG was gelijk $\frac{1}{9}$ van 't selve qu. RG. Ergo het

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2670.

²⁾ Voir la pièce N^o. 2626, note 10.

□ AGF oock $\propto \frac{4}{9}$ van 't qu. RG of $\frac{4}{9}$ van □ AGC. Ergo GF tot GC gelijk 4 tot 9. maer GF is tot GC gelijk 3 tot 7, dewijl BG was $\propto \frac{1}{8}$ BC, soo is dan 4 tot 9 gelijk 3 tot 7; en 28 gelijk 27, daerom Mr. Tschirnhaus constructie vals, die apparentelijck alleen op de afmeting van de passer gegrond was. Het is aenmerckens weerdigh dat als hij A°. 1682 in de Acta van Leipsich voorgaf een generale methode te hebben om fulck slag van kromme liniën uyt reflexie voortkomende door punten uijt te vinden, en tot een proef daer van bijbracht dese valsche constructie, dat hij alldoen noch dese kromme niet en kende, noch oock de voorn. generale methode. En ick geloof vastelijck dat hij sijn misflagh eerst gewaer geworden is nae dat hij de rechte Constructie in mijn Tractaet de la Lumiere gesien heeft, welcke hij terstont als door hem gevonden in de Acta van febr. 1690 heeft doen stellen³⁾ als oock dat dese kromme een Cycloide is, 't welck VE mede in mijn tractaet sult vinden, waer uyt lichtelijck volght dat se oock door het ontwinden van een gelijkformighe linie kan beschreven worden 't welck hij in de Acta van Apr. 1690 seer breedt heeft doen infereren alhoewel overlangh bekennt⁴⁾.

'T geen hij aengaende het vinden der quadraturen uytgegeven heeft en is niet geschreven om verstaen te worden en ick heb reden van te gelooven dat hij hier op soo generalen regel niet en heeft als hij derft seggen. 'T waer anders een seer nutte vindt en ick ben noch tegenwoordigh besigh om er toe te geraecken. de weghneming van de tusschen termen der equatien is van geen voordeel, loopende soo hoogh dat den Autheur selfs noit eenigh exempel daer van heeft konnen geven dat verder gaet als de regel van Cardanus en hoe kan hij dese termen weghnemen selfs in de cubische equatien in het geval daer Cardanus regel geen plaats heeft.

³⁾ Voir la Lettre N°. 2674, note 2.

⁴⁾ Voir la pièce N°. 2626, note 19.

N^o 2680.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

5 MAI 1691.

*La minute, oubliée par P. J. Uylenbroek¹⁾, se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**Elle a été publiée par C. I. Gerhard²⁾.**La lettre est la réponse au No. 2676.**G. W. Leibniz y répondit par le No. 2682.*

A la Haye ce 5 Maj. 1691.

J'ay reconnu qu'il est vray ce que vous me mandez de vos courbes qui satisfont a la mesme construction de soutangente, et je tombe d'accord que la chose est possible. Je devois bien avoir remarqué qu'il y a du moins trois courbes qui satisfont a une soutangente sans racine, sçavoir une sans quantité connue, une autre avec une telle quantité affirmative et la troisieme avec une negative. Mais comme vous vous estes servi du mot de plusieurs, il semble que ce nombre de trois courbes ne vous borne point, du moins dans les soutangentes avec racine. Mr. Fatio au reste, voyant combien le probleme renversé des Tangentes est important dans ce cas où il y entre des racines composées dans la soutangente donnée, et y aiant, comme je crois, trouvé plus de difficulté qu'il n'avoit pensé, veut bien que l'échange³⁾ se fasse de vostre methode en cela, contre la siene, dont il a resolu mes problemes des soutangentes et plusieurs autres, ainsi que vous l'aviez souhaité, de forte, Monsieur, qu'il ne tiendra qu'a vous que le traité s'exécute, duquel je feray garand, et si tost que j'auray reçu l'exposition de vostre methode, je vous feray avoir celle de Mr. Fatio, qui en verité est tres belle. Je vous prie d'estre clair en ce que vous nous donnerez, et de ne pas supposer que nous entendions vostre *calculus differentialis*.

Je vous prie d'envoyer la lettre cy jointe⁴⁾ à Messieurs les auteurs des *Acta* de Leipzig. Elle contient le resultat de mes meditations sur la Chaine, et je vous l'envoie fermée expres, croiant que vous ne voudriez pas voir mes decouvertes devant que d'avoir envoié les vostres, ainsi que vous l'avez tesmoigné a l'égard de celles de Mr. Bernouilly, que si vous les avez desja envoiées, vous verrez les mienes

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 86. Quoique la rédaction de cette minute diffère en quelques points de celle de la Lettre elle-même, elle ne contient rien qui ne se retrouve dans cette dernière, à l'exception de la phrase que nous reproduisons dans la dernière note.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 92, et Briefwechsel p. 649.

³⁾ Consultez sur cet échange, proposé par Leibniz, les Lettres Nos. 2664 et 2667.

⁴⁾ Voir la pièce N^o. 2681.

dans peu avec toutes les autres. Je ne crois pas, en considérant ce que vous m'avez mandé cy devant, que j'aye rien trouvé touchant ce probleme que vous n'avez de mesme.

Je ne vois pas qu'on puisse accorder sa proposition pag. 105 à Mr. Newton, parceque ne considérant aucunement la nature de ce qu'il appelle Ovale, mais seulement que c'est une ligne fermée tout au tour, il n'exclud pas mesme le quarré ou le triangle.

J'ay vu autrefois le traité de Hooke touchant le ressort, et j'y ay remarqué quelque paralogisme, que je pourrois trouver parmi mes papiers⁵⁾. L'expérience principale qu'on a faite est que lors que les forces, dont un Ressort est comprimé, sont accrues d'accessions egales, aussi les espaces de son etendue diminuent egale-ment. Ce que l'on voit bien precisement observé quand les compressions sont legeres, et ne violentent pas le ressort jusqu'au bout. Mais dans le ressort de l'air la proportion reussit tousjours parfaitement, dont il y a des experiences dans les livres de Mr. Boyle⁶⁾.

Pour ce qui est de la declinaison de l'aiguille aimantée, ce qui me persuade plus qu'autre chose qu'on n'y sçaurait trouver de regle, c'est que je sçay qu'il y en a eu qui s'en sont enquis par beaucoup d'experiences, esperant de parvenir par ce moien au secret des Longitudes, mais sans succés.

J'ay escrit a mon frere en Angleterre⁷⁾ touchant la recherche des Archives que vous demandez, quoyque je doute s'il trouvera des gens qui s'en veuillent donner la peine parmy cette nation assez paresseuse.

Je suis extremement fâché de vostre incommodité aux yeux⁸⁾, qui fait que je vous demande avec scrupule la responce a cellecy, et cependant je seray fort aisé d'apprendre si vous demeurez d'accord du trocq que je vous ay proposé. Je suis de tout mon coeur etc.



⁵⁾ Nous n'avons pas réussi à retrouver ce manuscrit.

⁶⁾ Dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 863, note 9.

⁷⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre.

⁸⁾ La minute ajoute : „Que j'ay senti depuis hier quelque douleur à l'un des miens”.

tionis filorum productorum CGA, & catenae totius positus, cujus vertex fit V, axis VB.

1. Licebit hinc invenire tangentem in dato catenae puncto ²). Veluti si punctum datum fit L, unde ducta applicata LH dividat aequaliter axem BV. Jam si angulus CGA fit gr. 60. erit inclinanda a puncto A ad axem recta AW, aequalis $\frac{3}{2}$ AB, cui ducta parallela LR, tanget curvam in puncto L. Item si latera GB, BA, AG sint partium 3, 4, 5, erit AW ponenda partium $4\frac{1}{2}$.

2. Invenitur porro & recta linea catenae aequalis vel datae cuilibet ejus portioni ³).

Semper enim dato angulo CGA, data erit ratio axis BV ad curvam VA.

Velut si latera GB, BA, AG sint ut 3, 4, 5, erit curva VA tripla axis VB.

3. Item definitur radius curvitat in vertice V, hoc est semidiameter circuli maximi qui per verticem hunc descriptus totus intra curvam cadat ⁴). Nam si

usu insigni ad inveniendas quotcunque medias proportionales et Logarithmos. Auctore G. G. L."

Ces trois solutions sont précédées de l'avertissement suivant :

Solutiones Problematis A. J. B.

in Actis A. 1690. p. 219 propositi.

„Benevolus Lector haud gravate recordabitur Problematis a Clarissimo Basileensium Professore *Jacobo Bernoulli*, *Actorum* anno 1690, mense *Majo* p. 219, propositi. Hujus solutionem, methodo sua impetratam, si ante anni exitum nemo solutum a se Problema significaverit, se publicaturum *ejusdem anni mense Julio* p. 360, pollicitus est *celeberrimus G. G. L.* Solvit vero illud, solutionemque nobis communicavit praeterito mense Decembri proponentis *Frater, Dominus Joannes Bernoulli, Medicinae Candidatus*, in hisce studiis versatissimus; eamque, ut suo tempore alteri illi *Leibnitianae* jungeremus, humanissime per *Fratrem* nos compellavit. Factum inde est, ut *Virum* supra memoratum *celeberrimum* pulsaremus de edenda sua: quam etiam nuperrime nobis pro summa humanitate sua transmisit. *Huic* etiam debemus quod vir summus Dn. *Christianus Hugenius* non dedignatus est, cum plurima favoris ergo nos significatione, & sua Problematis dicti solutione Acta haec nostra exornare. Exhibemus ergo Tibi B. L. & geminam solutionem ab *Illustri Virorum pari, & Bernoullianam*; sed eo ordine quo ad manus nostras pervenere”.

²) Consultez la sousdivision (γ) du § IV de la pièce N°. 2669. En effet, il résulte de la page 108 recto du livre G, qui porte la suscription: „missa ad auctores actorum Lipsiensium 5 Maj 1691”, que les résultats numériques qui suivent, ont été calculés au moyen de la formule

$AW = \frac{eb - ea}{d} + a$, qui se retrouve vers la fin de la sousdivision mentionnée. Dans cette formule on a: $a = AB$, $b = AG$, $d = BV$, $e = HV$.

Ajoutons que les numéros 1—6 de la présente pièce correspondent avec les mêmes numéros de la I^e et de la III^e partie de la pièce N°. 2668.

³) Voir la sousdivision (δ) du paragraphe cité dans la note précédente. D'après cette sousdivision on a: $\text{arc AV} = \frac{s}{b-a} BV$, où $s = BG$.

⁴) Voir la sousdivision (ϵ), d'après laquelle: $VK = \frac{a}{b-a} BV$.

angulus CGA fit 60 gr., erit radius curvatis ipsi axi BV aequalis. Si vero angulus CGA fit rectus, erit radius curvatis aequalis curvae VA.

4. Poterit et circulus aequalis inveniri superficiei conoidis, ex revolutione catenae circa axem suum⁵⁾.

Ira si ang. CGA fit gr. 60. erit superficies conoidis ex catena CVA genita aequalis circulo, cujus radius possit duplum rectangulum BVG.

5. Invenientur etiam puncta quotlibet curvae KN, cujus evolutione una cum recta KV radio curvatis in vertice, curva VA describitur. Atque evolutae ipsius KN longitudo⁶⁾.

Velut si ang. CGA fuerit 60 gr., erit KN tripla axis BV. Si vero latera GB, BA, AG sint ut 3, 4, 5, erit illa $\frac{2}{3}$ axis BV.

6. Praeterea spatij NKVAN quadratura datur⁷⁾.

Posito enim ang. CGA 60 gr., erit spatium illud aequale rectangulo ex axe BV, et ea quae potest triplum quadratum ejusdem BV. Si vero latera GB, BA, AG sint ut 3, 4, 5, erit idem spatium aequale septuplo quadrato BV cum parte octava.

7. Porro puncta quotlibet catenae inveniri possunt, posita quadratura curvae alterutrius harum: $xyy \propto a^4 - ayy$ vel $xyy \propto 4a^4 - x^4$. Vel etiam data distantia centri gravitatis ab axe, in portionibus planis, quas abscindunt rectae axi parallelae in curva harum priore⁸⁾.

Quadratura autem hujus curvae pendet a summis Secantium arcuum per minima aequaliter crescentium⁹⁾: quae summae ex Tabulis sinuum egregio quodam adhibito compendio inveniuntur quamlibet proxime¹⁰⁾. Hinc ex. gratia inventum quod si ang. CGA fit rectus, et ponatur axis VB partium 10000; erit BA, 21279 non una minus. Curva autem VA per superius indicata¹¹⁾ cognoscitur hic esse partium 24142, non una minus.

5) Voir le § VI de la pièce N°. 2625. D'après ce paragraphe, le rayon du cercle mentionné dans le texte égale $\sqrt{2KV \times VG}$; où, dans le cas $\angle CGA = 60^\circ$, on a, d'après le troisième théorème de la présente pièce, $KV = BV$.

6) Voir la note 8 de la pièce N°. 2668 et la sousdivision (ζ) du § IV de la pièce N°. 2669. D'après cette sous-division on a $KN = \frac{ss}{a(b-a)} BV$.

7) Voir le § V de la pièce N°. 2625, d'après lequel l'aire en question est égale à l'expression: $\frac{1}{2} \text{arc. } VA \times VK + \frac{1}{6} \text{arc. } VA \times KN$, d'où les résultats numériques qui vont suivre se déduisent facilement au moyen des formules mentionnées dans les notes précédentes.

8) Consultez la IIe partie de la pièce N°. 2668, à laquelle cette première partie de ce numéro 7 correspond.

9) Voir le § I de la pièce N°. 2634.

10) Consultez sur ce „compendium” la lettre de Huygens à Leibniz du 16 novembre 1691.

In his omnibus non nisi ad casus singulares solutiones problematum dedi vitandae prolixitatis studio, et quoniam non dubito quin Regulas universales Viri docti affatim sint exhibitori. Quod si tamen aliquae ex nostris requirentur, eas lubenter mittam ¹²⁾. Ac jam pridem omnes apud Claris. virum G. G. Leibnitzium involucro quodam obtectas depofui ¹³⁾.

Rogantur Viri Clarissimi, deque scientiarum studijs quam optime meriti, ut quae de Problemate Catenae Bernouliano pagellis hifce exposui, si digna videbuntur cum caeteris quae Eruditorum cohors suppeditabit in lucem edere velint.

Ita jam pridem non uno nomine sibi obstrictum novo officio devinciar.

CHR. HUGENIUM.

D. Hagae Com. 5 Maj. 1691.

^{a)} Hifce inclusi literis eodem die ad Leibnitzium datis [Cht. Huygens].



¹¹⁾ Il s'agit du deuxième théorème de la présente pièce. On a, en effet, d'après la formule de la note 3, pour le cas présent : $\text{arc. AV} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \text{BV} = (1 + \sqrt{2}) \text{BV} = 2,4142 \dots \text{BV}$.

¹²⁾ On rencontre aux pages 128 verso et 129 recto du livre G des *Adversaria* le commencement d'un article, destiné pour les „Acta” ou plus probablement, puisqu'il est rédigé en Français, pour l'„Histoire des ouvrages des sçavans”. Dans cet article Huygens se proposait d'exposer „les voies qui (l'ont) conduit à (ses) découvertes” sur la chaînette. Nous reproduisons cet article inachevé, qui doit avoir été composé dans les derniers mois de l'année 1691, à la fin de la correspondance de cette année.

¹³⁾ Voir les Lettres N°. 2623, du 9 octobre 1690, et N°. 2667, du 26 mars 1691.

N^o 2682.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

27 MAI 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.
Elle est la réponse aux Nos. 2677 et 2680.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2693.*

A Hanover ce $\frac{17}{22}$ ³⁾ de May 1691.

MONSIEUR

Il y a quatre semaines que je suis hors d'Hanover, ayant esté à Hildesheim, Wolfenbutel, puis à Zel, d'où je suis retourné à Wolfenbutel, et y ay trouué vostre lettre⁴⁾, qu'on m'auoit envoyé avec d'autres suivant l'ordre que j'auois donné de Zel. J'ay envoyé vostre incluse à Messieurs de Leipzig avec ma solution. Et il fera curieux de comparer nos solutions et celle de Mr. Bernoulli. Je n'ay pas encor repondu à vostre precedente⁵⁾, parce que celle que j'auois écrite⁶⁾ avant que de la recevoir, et à la quelle repond vostre derniere, y auoit satisfait en partie.

Quand j'auray respiré un peu des distractions du voyage dont les recherches dans les archives et Bibliothèques m'ont imposé la nécessité, j'envoyeray ma methode en échange de celle de Mr. Fatio.

Ce que j'ay vû de la cause de la pesanteur proposée par Mr. Varignon, ne me satisfait pas non plus. C'est comme s'il disoit, qu'une riviere avec la meme rapidité a plus de force quand elle est plus longue, au lieu qu'à mon avis il ne s'agit que de l'endroit où le fluide opere⁷⁾.

Tout ce que donne M. Huet est plein d'erudition, mais la matiere de concordia rationis et fidei est bien delicate, et il est difficile de satisfaire en meme temps à la verité et à l'opinion, encor plus que de satisfaire ensemble à la foi et à la raison. J'auois esperé que quelque habile Cartesien repondroit à la censure de Mr. l'Eveque d'Auranches, mais ceux que j'ay vû rampent bien bas à mon avis et ne

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 85.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, II, p. 94, et Briefwechsel, p. 651.

³⁾ L'un des deux chiffres doit être fautif. Nous adoptons celui de la date dont Leibniz se servait ordinairement.

⁴⁾ La Lettre N^o. 2680.

⁵⁾ La Lettre N^o. 2677.

⁶⁾ La Lettre N^o. 2676.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2677, note 11.

disent que des choses vulgaires. Peterman⁸⁾ à Leipzig, Sulliny⁹⁾ à Breme, et Schotanus chez vous¹⁰⁾. Il me semble que les Cartesiens ont fort dechû et qu'ils n'ont pas trop d'habiles gens.

Ce que vous avés remarqué, Monsieur, de la construction de la courbe faite par reflexion du miroir concave, donnée depuis peu par Mr. Tschirnhaus paroît fort vraisemblable. Car il a coutume d'aller un peu viste, ainsi il se peut qu'il n'ait pas connu au commencement la veritable construction. Dans les Actes de l'an 1682¹¹⁾ il nous propose une Methode Generale d'oster les termes moyens des equations. Elle l'a trompé parce qu'elle reussit dans le 3 me degré; s'il en auoit voulu faire l'essay dans le cinquieme, qui n'est pas encore donné, il auroit trouvé la difficulté. Je suis avec zele etc.

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant seruiteur
LEIBNIZ.

⁸⁾ Andreas Petermann, médecin né le 7 mars 1649 à Werblin, où son père était pasteur. Il étudia au gymnase de Halle et à l'Université de Leipzig. Il s'établit successivement en divers endroits comme médecin et finalement, après avoir acquis à Altorf le grade de docteur, à Torgau, où il rendit de grands services pendant la peste, dont il fut atteint lui-même. En 1688 il devint professeur extraordinaire, en 1691 professeur ordinaire en anatomie et chirurgie à Leipzig. Il publia divers écrits de médecine et de chirurgie et en 1690 l'ouvrage intitulé:

Philosophiae Cartesianae adversus Censuram P. D. Huetii Vindicatio, autore D. Andrea Petermanno. Lipsiae, apud C. Meyerum, 1691, in-4°.

Il mourut à Leipzig le 5 août 1703.

⁹⁾ Sur Johann Eberhard Schweling et son écrit contre Huet, consultez la Lettre N°. 2678, note 3.

¹⁰⁾ Johannes Schotanus a Sterringa, fils de Christiaan (voir la Lettre N°. 1160, note 9), maître de philosophie, ensuite recteur au collège communal et depuis 1678 professeur de philosophie à l'Université de Franeker. Il publia

Johannis Schotani Exetasis Censurae qua P. D. Huetius Philosophiam Cartesianam inique vexavit. Franeker, typis Johannis Gijsselaer, 1691. in-8°.

Il mourut le 5 mai 1699.

¹¹⁾ Lisez plutôt: 1683. Il s'agit de l'article cité dans la lettre N°. 2274, note 11. Dans l'article „Inventa nova, exhibita Parisiis Societati Regiae Scientiarum”, qui parut dans les „Acta” de novembre 1682, la „methodus auferendi omnes terminos intermedios ex data aequatione” ne fut qu'annoncée provisoirement.

N^o 2683.

G. CUPER à CHRISTIAAN HUYGENS.

5 JUIN 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens
Chr. Huygens y répondit par le No. 2684.*

Illustri Viro

CHRISTIANO HUYGENS

S. D.

GISB. CUPERVS.

Proxima hyeme convenit me Ludolfus ¹⁾ quidam, Matheticos in Germania professor, cognatusque Jobi Ludolfi ²⁾, qui tam praeclaram sibi famam, edita historia sua Aetiopica peperit.

Cumque me certiolem faceret, te legere equidem velle summaria notarum, quas in opus illud auctor ipse composuit doctissimas et amplissimas, haud gravate illa a me tulit; nec dubito quin tibi tradita sint.

Commentarium illum, donum viri ampl[1]issimi, ante dies aliquot accepi, sed cum significet, summariorum me ante compotem factum esse, et illa propterea commentario adjecta non sint; rogo te vehementem in modum, ut eadem ad me remittere velis, ne liber quantius pretii, et molis justae mutilus sit: Vale vir Illustris

Hagae Com. 5 Jun. 1691.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2641, note 1.

²⁾ Hiob Ludolf, né à Erfurt le 15 juin 1624, étudia dans sa ville natale, voyagea pendant sept ans dans les Pays-Bas, l'Angleterre, la France et l'Italie et enfin en Suède et Danemarck, assista, comme secrétaire de la légation de Gotha, à la diète de Ratisbonne en 1652, occupa successivement diverses charges à la Cour de Gotha, voyagea avec le prince Albert de Gotha en 1673 et s'établit à Frankfurt sur le Main. En 1681 il devint chambellan de l'Electeur Palatin, mais continua de vivre à Frankfurt où il devint résident et conseiller de la Cour de Saxe. En 1690, il fut nommé Président du Collegium imperiale historicum. C'était un linguiste distingué, versé surtout dans les langues orientales, ainsi que dans d'autres peu connues telles que l'éthiopien et l'hottentot. On a de lui quantité d'écrits, entre autres sur l'histoire de l'Ethiopie, un Lexicon Aethiopico-latinum, une Grammatica Aethiopica et un Psalterium Davidis aethiopice et latine. Il mourut à Frankfurt le 8 avril 1704.

N^o 2684.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. CUPER.

6 JUIN 1691.

*Le lettre se trouye à la Haye, Bibliothèque royale.
La copie et la minute se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 2683.*

Viro amplissimo GISB. CUPERO

CHR. HUGENIUS

S. P. D.

Memini quidem Vir Amplissime Ludolphum¹⁾ quem dicis, legenda mihi dedisse summaria Commentariorum patru sui²⁾ in Historiam Aethiopicam. Sed idem, nisi me ommis fugit memoria, Haga discedens ea repetijt, Tibi nempe redditurus a quo habuerat. Itaque culpanda est Viri socordia, si id non praestitit. Quod si praeter commentaria ipsa doctissima, quae te nuper ab auctore accepisse scribis, partem voluminis facere debet breviorum eorum, doleo id tibi abesse; quanquam minus desideranda videntur quae tantummodo argumenta complectebantur rerum quae nunc explicata habes in opere ipso. Erat autem ni fallor Erfurdiensis Professor Ludolphus noster, si fortasse per literas eum conveniendum putabit. Vale Vir praestantissime et Eruditissime.

Dabam Voorburgi 6 Jun: 1691.

¹⁾ J. Ludolf; voir la Lettre N^o. 2641, note 1.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2683, note 2.

N^o 2685.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAYLE.

6 JUIN 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

A Voorburg ce 6 Juin 1691.

MONSIEUR

Je vous rends graces tres humbles de m'avoir fait part de vostre defense contre les accusations de vostre Colleague ¹⁾. Je les avois lues peu de jours auparavant, et je viens de revoir encore l'Avis aux refugiez ²⁾, qui à dire vray me paroît d'un stile bien different du vostre, estant escrit avec un soin et une estude plus grande qu'il ne convient a vostre genie, qui vous permet d'ecrire agreablement et avec facilité. Je soupconnerois bien plustost M. Pelisson ³⁾ pour estre auteur de cet avis. Quant au projet de Paris dont on vous fait une affaire et que je n'ay pas encore vu, vostre raport ingenu, avec les moyens aisez de le verifier, ne laissent aucune ombre de crime. Cependant ces malheureux differents vous font perdre bien du temps inutilement et ne servent qu'a rejouir les zelez Catoliques Romains. Je m'estonne que Mr. J. ne confidere pas le tort qu'il a fait tant a nostre Religion, pour la quelle il a tant combattu, qu'a luy mesme, en s'attirant des reproches si terribles de la part de ceux de son parti, par ce qu'il leur en fait le premier. Il me semble que les Magistrats devoient mettre ordre, que des accusations de la nature de celles qu'on vous fait, fussent intentées devant eux, et non pas publiquement devant tout le monde par des ecrits et des libelles.

Je suis bien aise de voir fructifier vos soins dans les Estudes de mon jeune neveu ⁴⁾ qui est heureux de vous avoir pour conducteur et d'une capacité a en devoir esperer beaucoup. Je suis tres veritablement &c.

¹⁾ Pierre Jurieu, voir la Lettre N^o. 2428, note 6. Bayle a publié plusieurs écrits pour se défendre contre les accusations de Jurieu, entre autres: *Cabale chimérique de la chimère de la cabale de Rotterdam*.

²⁾ L'„Avis important aux Réfugiés sur leur retour prochain en France, à Amsterdam in-12°.”, cité dans la note 1 de la Lettre N^o. 2320. Jurieu a attaqué ce livre et son auteur présumé dans ses écrits: *Examen d'un libelle contre la religion*. La Haye, 1691, in-12°.; *Nouvelle correction sur l'auteur de l'Avis aux réfugiés* 1692, in-4°.; *Factum selon les formes ou disposition d'épreuves contre l'auteur de l'avis*. 1692, in-12°.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2185, note 1.

⁴⁾ Probablement Constantyn Huygens, fils de Lodewijk Huygens, à Rotterdam. Voir la Lettre N^o. 2018, note 3.

N^o 2686.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. MEIER.

[JUIN 1691].

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2678.*

Clarissime Vir

Die quinta praeteriti mensis ad D. Leibnitzium literas dedi ¹⁾, quibus et alteras addidi ad Celeberrimos Leipfienfium Aëtorum auctores ²⁾, summam eorum continentes quae circa Bernoulij problema quoddam de flexu Catenae meditatus sum. Cupiebam fasciculum eum tuae curae commendare, ut jam ante aliquoties factitavi; sed cum binis illis literis scribendis tempus effluxisset, non tantum supererat ut tertijs te convenirem, deque ijs rebus responderim de quibus in posterioribus tuis agebas. Nunc haec rursus fidei tuae committo eidem Clariss.^o viro inscriptas ³⁾, cum praeter solitum diutius filere videam neque ad ea rescribere quae maxime responso indigebant. Vereor ne vel non acceperit literas meas, vel adversa valetudine distineatur, vel eae quibus mihi respondit casu aliquo interciderint. Venio ad tuas die 23 Aprilis datas, in quibus causas interrupti studij tui geometrici ingenue enarras, utque cum opera impensa perierit, non sine culpa doctoris Cranij. Attamen cum non solum ames haec studia sed et aliquo usque in iis profeceris, credere non possum penitus ea te deferuisse, praesertim cum semel intellectis principijs, possint vel sine magistri opera continuari, sintque ut non ignoras utilitatis summae. De studijs porro ac contentionibus eorum qui Cartesianos se dici volunt jam antea tibi assensus sum ⁴⁾. Qui cum omnia viri illius ingeniosissimi dogmata se tueri posse existimant plurimum mea sententia falluntur, idque in ijs quae nuper edidi de Luce et gravitatis causa aliquatenus testatus sum, quantum ad res Physicas. Dixi enim in physicis plerisque capitibus exponendis errasse mea opinione Cartesium quae si recenferi tibi vis, dico ipsum errasse in regulis motus corporum collisione, in vorticibus caelestibus, in causa cometarum, in magnete, in causis refractionis et colorum, in parelijs, in lucis expansione momentanea, multisque alijs; sed et in geometricis quoque eum non nullibi impegisse; in metaphysicis vero, nec Existentiam Dei neque animae immortalitatem unquam mihi demonstrasse visum. Hinc satis intelligi puto Vir Eximie, quid responsurus sim ad id

¹⁾ La Lettre N^o. 2680.²⁾ La pièce N^o. 2681.³⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre de rappel de Chr. Huygens à Leibniz, et estimons probable que, de même que la lettre N^o. 2686, elle n'a pas été envoyée. Comparez la Lettre de Christiaan Huygens à G. Meier de novembre 1691.⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2666.

quod quaesivisti, an ejusmodi esse judicem Philosophiam Cartesij ut in Scolis publice privatemque doceri possit.

Equidem neque hanc neque Aristotelicam neque ab uno quopiam autore denominatam invehi vellem, sed unius veri ratione haberi, ita ut a singulis ea sumantur quae optima ac rationi convenientissima censebuntur. Nihil autem magis obesse videtur philosophicis studiis, quam si in formam systematis redigantur, unde rerum omnium causae quasi jam compertae depromantur. Vix enim ulla satis adhuc tenemus, neque proficere inquirendo possumus si, quod nescimus, scire nos arbitremur. Huetij Censuram legi cum primum prodijt, ab ipso auctore mihi missam⁵⁾, in qua non pauca probari mihi memini, sed et aliqua notavi quibus responderi possit. Nihil tamen haecenus vidi ab ullo editum qui hanc sibi provinciam detegerit. Itaque lubenter ea videbo quae Swelingium vestrum commentatum scribis⁶⁾. Quod autem Cartesium intelligi posse absque matheos peritia idem vir doctus affirmat, non prorsus assentior; non enim plane hospes in his studiis esse debet qui vel hujus philosophi placita cognoscere cupit, vel aliquid in naturae contemplatione operae pretium facere. Nam praeterquam quod tota physice ad mechanicas rationes quantum fieri potest, deducenda est, nemo ingenium ei studio aptum habebit, qui non et Geometricae aptum habuerit, neque evidentissimis illius demonstrationibus veritatis sinceræ gustum perceperit. τὰς λαβὰς οὐκ ἔχεις dicebat philosophus⁶⁾ ut scis cuidam ἀγεωμετρητῷ. Sed de his haecenus. Priusquam vero te dimittam vir humanissime, est quod rogem et in quo operam tuam mihi commodari cupiam. Acta illa Eruditorum Lipsiensium sero semper ad nos deferuntur, ad minimum bimestri spatio postquam in lucem prodierint. Saepe autem quae illis inferuntur citius videre mea interest. Quamobrem si quo pacto efficere posses ut ea maturius nanciscar nautarum aut tabellariorum opera qui istinc Amstelodamum proficiscuntur, faceres mihi rem gratissimam, nummos vero impensores cui jusseris numerabo, et vecturae mercedem etiam solita majorem. Vale.

Cum ad me scribes, quo minus aberrant epistolae ac ruri euntem inveniant, hac inscriptione quaeso utere :

in 't noordende naest de Crabbe.

HUYGENS Seigr. de ZELHEM.

^{a)} Acta Lipsiensia an maturius haberi possint [Christiaan Huygens].

⁵⁾ En 1689; voir la Lettre N°. 2553.

⁶⁾ Xenocrate, disciple de Platon, né à Chalcedon, 396 avant J. C. Diogenes Laertius (IV. 2. 10) rapporte de lui qu'il congédia une personne, qui voulait suivre ses leçons sans avoir appris ni la musique, ni la géométrie, ni l'astronomie, en lui disant: „πορεῖον, λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας”.

N^o 2687.M. VAN VELDEN ¹⁾ à CHRISTIAAN HUYGENS.

19 JUILLET 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par M. l'Abbé Monchamp ²⁾.*

19 Juli 1691.

Illustrissime ac Nobilissime Domine

Egregia Animi tui benignitas ac liberalitas, qua me, anno circiter abhinc, in Hofwijk propè Hagam excepisti, et elegantissimo tuo Horologio oscillatorio ho-

¹⁾ Martin van Velden, fils de Jacobus van Velden, avocat ordinaire de la ville de Leiden, et de Helena Capelman, naquit à la Haye, où il fut baptisé dans l'église des Jésuites, le 27 décembre 1664. A l'âge de 17 ans il fut inscrit au collège du Faucon de l'Université de Louvain. Deux ans après il fut reçu bachelier en droit canonique et en droit civil. Mais déjà dès l'année précédente il était professeur primaire au collège du Faucon, une des quatre Pédagogies de l'Université, dont chacune comptait deux professeurs primaires et deux professeurs secondaires. Il fut depuis nommé professeur royal de mathématiques, dans la chaire occupée jadis par G. van Gutschoven. Il se signala comme adhérent des idées modernes et comme „famosus in experimentis physicis”, de sorte qu'un conflit avec ses collègues péripaticiens et ultramontains était à peu près inévitable. Ce conflit se produisit, en effet, au commencement de 1691, lorsque van Velden voulut faire défendre par ses élèves deux thèses, dont la seconde: „Indubitatum est systema Copernici de planetarum motu circa solem: inter quos merito Terra censetur”, fut jugée dangereuse par la Faculté. Refusant de la retirer, van Velden fut condamné à une amende, puis à l'exclusion pour trois mois de la Faculté. Van Velden prit son recours au Conseil de Brabant, duquel il eût probablement obtenu la cassation de la suspension, sans l'intervention de l'Internonce à Bruxelles, J. Piazza, abbé de St. George. Celui-ci, quoique blâmant la conduite de van Velden, lui avait déjà déclaré n'avoir pas d'objection contre la thèse lorsqu'elle serait rédigée ainsi: „Indubitable est le système de Copernic touchant le mouvement des planètes autour du Soleil, à bon droit on répute la Terre une planète”, pourvu que van Velden déclarât que, par cette assertion, il ne voulait contredire aucun décret, ni aucune bulle pontificale. Mais les députés de la Faculté de Louvain réclamèrent de l'Internonce une décision plus rigoureuse, que celui-ci rendit en ordonnant à van Velden de retirer sa thèse. Van Velden fut obligé de se soumettre; mais quelques mois plus tard il fit imprimer une triple série de thèses sur la Logique, la Physique et la Métaphysique, à l'une desquelles il ajouta un corollaire affirmant le système de Copernic. Cette publication fut cause d'un second procès, dans lequel intervinrent de nouveau l'Internonce, le Conseil de Brabant et cette fois aussi le Conseil Privé. On trouvera tous les détails de ce procès dans l'écrit que nous citons dans la note 2 de cette lettre. Ce fut une longue suite d'intrigues et de querelles de plus en plus envenimées, qui, cette fois encore, força van Velden de retirer sa thèse et ne se termina qu'en 1692.

Van Velden toutefois conserva sa chaire et continua de professer le système de Copernic. En 1695, il fit imprimer un nouveau placard contenant des thèses sur toute la philosophie,

norasti, audaciam mihi dedit, otium tuum sedulissimum, importunis hisce literis interpellandi. Theſin hîc edidi Philoſophicam ³⁾, cujus exemplar oſtendet Frater meus ⁴⁾ harum lator, et in quâ Recentiorum Veſtigia, et præſertim Tua tanquam magis probata ſequi conatus ſum: Hanc invida ſtatim Peripateticorum manus laceravit: ac ſimul ejuſdem fortis Theologos eandem ut proſcriberent, incitavit. Hi, Curiae Romanae ſervi, gratiam illius quo facilius aucuparentur et deſtinatum finem felicius obtinerent, aggreſſi potiſſimum ſunt Corollarium Phyſices, ubi citantur verba Godeau Hiſt. Eccleſiaſt. ⁵⁾ ad Ann. Chr. 748 referentis, Syſtema Copernici licet adverſus Galilaeum ſub Urbano VIII. condemnatum, idem tamen eundem Urbanum defendiſſe ac ſuſtinuiſſe &c. ⁶⁾ Theologi noſtri, querelis admodum iniquis, citationem iſtam tanquam Romanae ſedi ſumme injurioſam apud Internuntium ⁷⁾ Bruxellis morantem detulerunt, tantaeque proterviae et temeritatis exemplum inſigne in me ſtatui petierunt. Lubes iis obſecutus eſt Internuntius, et ad Rectorem Univerſitatis ⁸⁾ ſcripſiſſe fertur (ipſo Rectore ita jactante) ut Decretum Appre-

dans l'une desquelles il défend explicitement le système du Monde de Descartes, c'est-à-dire le mécanisme imaginé pour expliquer le système de Copernic. En 1709, il fut installé chanoine de St. Lambert à Liège. Il mourut dans cette ville en 1724, à l'âge de 60 ans.

- ²⁾ Galilée et la Belgique Essai historique sur les vicissitudes du système de Copernic en Belgique (XVIIe et XVIIIe Siècles) par le docteur George Monchamp, prêtre du diocèse de Liège, Lauréat de l'Académie royale de Belgique, Professeur de philosophie au séminaire de St. Trond. Saint-Trond, Imprimerie-librairie de G. Moreau-Schouberechts, rue de Diest. 1892. in-8°, à la page 33 et suivante des Pièces justificatives.
- ³⁾ M. Monchamp ne donne pas le titre de cet écrit qui paraît s'être perdu et dont on ne connaît le texte que par les passages cités dans les pièces du procès.
- ⁴⁾ Van Velden avait quatre frères: Grégoire Jean, baptisé le 14 février 1667, Ignace Gérard baptisé le 31 décembre 1668, François Xavier, baptisé le 15 juillet 1670, et Pierre Joseph, baptisé le 26 mars 1672, qui tous, à cette époque, se trouvaient sous la conduite du Jésuite Charles van der Burcht.
- ⁵⁾ L'histoire de l'Eglise de A. Godeau, évêque et seigneur de Vence, né à Dreux en 1605, mort à Vence le 21 avril 1672. Une réimpression de cet ouvrage avait paru à Bruxelles en 1687 en six volumes in-12°.
- ⁶⁾ On trouve le passage cité par Van Velden à la page 238 de l'ouvrage de M. Monchamp. Ce qui dut le rendre particulièrement agressif, fut la phrase suivante: „Le Pape Urbain, comme nous avons dit, et comme il paroist par une de ses Odes, estait de l'opinion du mouvement de la Terre, mais comme par sa nouveauté elle choquoit tout le monde et estoit en apparence contraire à quelques passages de l'Ecriture Sainte, que toutefois il est facile d'expliquer et qu'en effet on a expliquez, il creut devoir faire cette censure; qui fut pourtant plutôt politique qu'apostolique.”
- ⁷⁾ Julio Piazza, originaire de Forlì, abbé de St. George. Il fut internonce de 1690 à 1696, et reçut le chapeau de cardinal en 1712.
- ⁸⁾ Thomas Stapelton, prêtre irlandais, Président du collège de Milius (collège de Luxembourg), depuis près de 35 années docteur en droits et professeur à la Faculté de Droit.

hensionis corporalis et in carcerem conjectionis, contra omnem juris ac justitiae formam, exemplo inaudito, à Rectore adversus me datum, executioni mandaret: et casu, quo satis fortis non esset, pollicitus est, Excell. D.num March. de Castanaga²⁾) harum provinciarum Gubernatorem, adjuncturum militum aliquot cohortes, idem ut exequerentur. Intereà more hisce in locis consueto, adversus insultus tam atroces Concilio Brabantiae exhibui libellum supplicem. Sed periculum est, ne instinctu Internuntii, ejusdemque, quâ apud Gubernatorem pollet, auctoritate, causa haec Lovanium dijudicanda, hoc est à juratis meis hostibus damnanda remittatur.

At vero, remedium efficax huic malo ni statim opponatur, actum planè hic est de Philosophiâ Recentiorum. Nam ego (quod parum est) si succumbam, nemo posthâc sibi tutum credet, vel Copernici, vel Cartesii, vel Illustrissimi etiam Nominis Tui alteriusve novi ac docti Philosophi, mentionem facere. Suppliciter itaque nomine omnium Veritatem ac libertatem amantium, Te precor, ut causam hanc nobilissimo Domino Fratri Tuo, qui Potentissimo Britanniarum Regi à Secretis est, litterulâ aliquâ commendare digneris. Ille enim pro singulari suâ prudentiâ et auctoritate quâ hîc valet, alterutrum facile impetrabit, ut vel negotium hoc, in Concilio Brabantiae more consueto examinetur; vel Universitatis Rectori, ne ob Thesin adedò innocentem et purè philosophicam, in mei aut rectae Philosophiae detrimentum quidquam statuatur, mandetur. Raptim haec scripta sunt; neque tempus patitur, ut indignum hunc procedendi modum, quem Inquisitione Hispanicâ aut Italicâ pejus odi, fufius explicem. Intereà vero Illustrissimum D.num Fratrem Tuum in exercitu convenire non differam, ac totam rem ei exponere. Vale Vir Spectatissime, et laboranti hîc Philosophiae succurre, meamque arrogantiam atque importunitatem boni consule. Sum etenim

Admirabilis Ingenii Tui,

Bruxellis. 19. July. 1691.

Cultor devotissimus
MARTINUS VAN VELDEN.

²⁾ Don Francisco Antonio de Agosto, marquis de Gastanaga, gouverneur et capitaine général des Pays-Bas depuis le 30 décembre 1685, jusqu'au 26 mars 1692. Il mourut à Barcelona en novembre 1702.

N^o 2688.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

24 JUILLET 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle fait suite au No. 2682.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2693.*A Hanover ce $\frac{14}{24}$ de Juillet 1691.

MONSIEUR

Il y a plusieurs semaines, que je Vous ay écrit de Wolfenbutel, que j'y avois receu vostre lettre avec la solution de la ligne catenaire enfermée dans une lettre pour Messieurs de Leipzig, et que je n'avois pas manqué de la leur faire tenir. Depuis j'ay attendu à vous écrire de nouveau jusqu'à ce que j'ay receu le tout imprimé dans leur mois de Juin, ou vous trouverés, Monsieur, vostre solution avec celle de Monsieur Bernoulli et la mienne³⁾. J'ay pris plaisir de voir qu'on s'est rencontré. Cela nous assure de ne nous estre pas mépris au moins dans le fonds; il est vray que je n'ay pas eu le loisir de faire une comparaison exacte, neantmoins ayant vû, que plusieurs conclusions s'accordoient, j'en juge autant des autres, ou s'il y a quelque faute (quoy que je n'en aye point remarquée) il ne sera pas difficile de la redresser. J'ay aussi cherché quelques uns de vos cas particuliers par mon calcul, et il m'est venu la meme chose. Ainsi je m'imagine qu'il y a de l'accord. J'espere que Monsieur Bernoulli fera une plus exacte comparaison; et comme il employe ma methode, je prends part à ce qu'il a fait. Luy et moy nous avons réduit le probleme à la quadrature de l'Hyperbole, nous avons donné tous deux non seulement les tangentes et l'extension de la courbe, mais aussi le centre de gravité de la courbe, et moy j'y ay adjouté le centre de gravité de l'espace. Nous avons donné tous trois les tangentes et l'etendue de la courbe. Mons. Bernoulli s'est rencontré avec vous Monsieur à penser à la courbe dont l'evolution sert à descrire la ligne catenaire, et il a remarqué la dessus de fort jolies choses. De sorte qu'il me semble, qu'il a tres bien fait. Cependant il estoit bien éloigné, il y a deux ou

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 87.

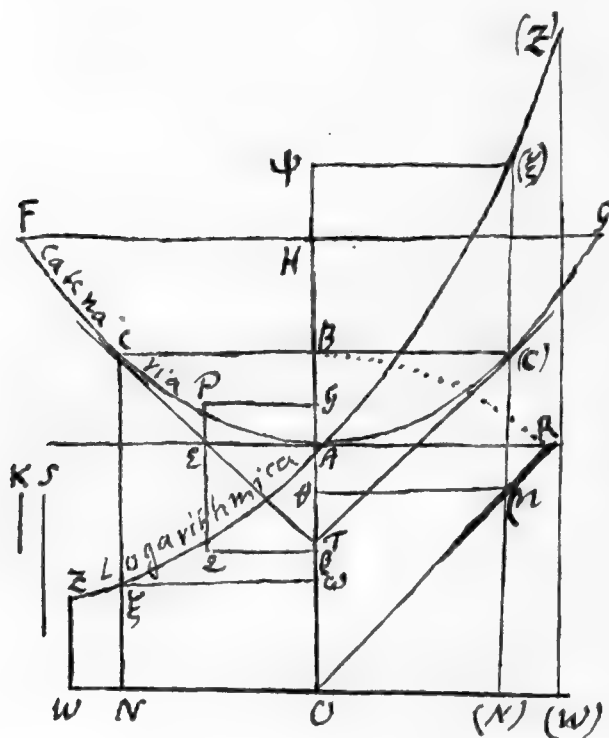
²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 95 et Briefwechsel, p. 652.

³⁾ Voir, sur ces trois solutions, la pièce N^o. 2681, note 1.

trois ans, de se promettre quelque chose de cette nature, avant qu'il s'est façonné à mon calcul, comme il avoue luy même.

Avec tout cela ses constructions sont fort différentes des miennes. Car il se contente de supposer la quadrature de l'Hyperbole ou l'extension de la courbe parabolique, et moy j'ay réduit le tout aux Logarithmes, tant parce qu'ainsi tout vient d'une manière très simple et très naturelle (tellement que la courbe catenaire semble être faite pour donner les Logarithmes) que parce qu'ainsi je puis trouver par la Geometrie ordinaire une infinité de points véritables, ne supposant qu'une seule proportion constante une fois pour toutes, qu'on ne sauroit donner jusqu'icy Geometriquement que par l'étendue d'une courbe, ou quelque chose de semblable, au lieu qu'autrement on est obligé à chaque point de la courbe qu'on demande de recourir aux voyes extraordinaires.

Ne sachant point, Monsieur, si vous avez déjà reçu le mois de Juin de Leipzig,



je mettray ici l'abregé de mon discours en peu de mots. FCA (C) G la catenaire, et Z ξ A (ξ) (Z) la Logarithme. On prend AO et ZW en raison S et K ⁴⁾, constante et perpétuelle, une fois pour toutes les lignes catenaires et pour tous leur points. Faisant OW = O(W) = AO. Et puis entre AO et WZ, item entre AO et (W)(Z) (supposant (W)(Z) AO et WZ en progression Geometrique continue) on met pour ordonnées comme Nξ ou (N)(ξ) autant de moyennes proportionnelles qu'on veut; pour decire la courbe logarithmique ZξA (ξ) (Z). Or posant ON et O(N) égales, NC ou OB ou OR est moyenne arithmetique entre Nξ et (N) (ξ) (dont la

moyenne Geometrique est AO parametre de la catenaire). Ainsi la courbe cate-

⁴⁾ Comme on verra dans la note 6 de cette lettre, la raison $S : K = OA : ZW$ n'est autre que le nombre e , base du système des logarithmes népériens.

naire se construit fort bien par les Logarithmes, et si elle se suppose construite par le moyen d'une chaînette, elle sert à donner les Logarithmes sans calcul, ex dato numero, ou bien numeros ex dato Logarithmo⁵⁾. Voicy le reste des propriétés je suppose $OR = OB$ et que G, P, Q sont les centres de gravité de $CA (C)$, AC , $AONCA$. $OR - AR = N\xi$, $OR + AR = (N)(\xi)$. Triangula OAR et CBT sunt similia (ou bien EAT); $AR = AC$; $\psi\omega = CA (C) = \text{bis } AC$. Rectang. $RAO = \text{Spat. } AONCA$; $O\theta : OA :: BC : AR$, $O\theta + QB = \text{bis } OG = = \text{quater } O\beta$; et $AE = GP = \beta Q$.

Je n'ay pas expliqué quelle doit estre la proportion de K à S ou de WZ à OA ; mais vous jugerés aisément, Monsieur, qu' AO doit estre egale à la soustangentiale (comme vous l'appelés) de la logarithmique, et que par consequent, posant $OW = AO$, la raison de AO à WZ est toujours la même et déterminée⁶⁾. Ainsi toutes les logarithmiques aussi bien que toutes les catenaires sont semblables ou d'une mesme espece.

J'ay donné encor quelque chose dans le mois precedent, ou j'ay redressé quelques fautes⁷⁾ de mon vieux essay de *resistentia medii*; j'ay aussi rendu justice à votre series pour l'Hyperbole qu'on a eu tort de dire la même avec celle que j'avois donnée autre fois⁸⁾. Je me suis aussi fervi de l'occasion pour expliquer la ligne loxodromique, ou des rumbes par les logarithmes⁹⁾, ce que j'avois trouvé

⁵⁾ Consultez, sur ces constructions et sur les théorèmes divers qui vont suivre, la solution de Leibniz, citée dans la note 1 de la pièce N°. 2681, où ils se trouvent exposés plus explicitement.

⁶⁾ Posant $OA = a$, $O(N) = x$, $(N)(\xi) = y$, on a, d'après la définition de Leibniz $y \frac{dx}{dy} = a$,

d'où il suit $y = ae^{\frac{x}{a}}$. C'est donc là l'équation de la logarithmique $Z(Z)$ qui a servi à la construction de la chaînette et, puisque $OW = a$, on a $OA : WZ = a : ae^{-1} = e : 1$.

Quant à la chaînette elle-même, la construction $NC = \frac{1}{2}(N\xi + (N)(\xi))$ amène immédia-

tement son équation analytique bien connue $y = \frac{1}{2}a \left(e^{\frac{a}{x}} + e^{-\frac{a}{x}} \right)$. Ainsi, la solution de Leibniz se distingue-t elle de celles de Huygens et de Bernoulli surtout en ce point qu'elle fait connaître presque explicitement cette équation analytique.

⁷⁾ Voir, sur l'„Additio ad schediasma de medii resistentia”, qui parut dans les Acta d'Avril 1691, les Lettres N°. 2659, note 4 et N°. 2664, note 5.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2636, aux pages 550 et 551.

⁹⁾ Voir l'article de Leibniz des „Acta” d'Avril 1691, cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2636. Nous reviendrons sur cet article dans une note de la lettre de Leibniz à Huygens du 21 septembre 1691.

il y a plusieurs années. Mais la catenaire m'en avoit fait ressouvenir. Aussi sçait-on (ce me semble) que la chose se réduit à la somme des secantes appliquées à l'arc dont vous avés remarqué Monsieur dans votre solution que la catenaire depend aussi. Mons. Bernoulli y a joint aussi dans ce dernier mois, la considération de la Loxodromique ¹⁰). Mais il ne s'estoit pas apperçu, que la Loxodromique se réduit à la quadrature de l'Hyperbole, ou aux Logarithmes où [ou] à la Catenaire.

Je voulois écrire il y a plus de trois semaines, pour envoyer ma solution que Mr. Fatio demande. Mais j'ay trouvé que vos lettres estoient restés à Wolfenbutel. Car comme j'y vay souvent, j'y ay un logis, où je laisse plusieurs papiers, mais les vôtres y estoient restés par megarde. Et je n'ay pas voulu me hasarder sur ma memoire. Ainsi je ne puis satisfaire à ma promesse que dans quelques semaines, quand je feray à Wolfenbutel. Cependant je suis avec ardeur

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
LEIBNIZ.



¹⁰) Il s'agit d'un article de Jacques Bernoulli qui parut dans les „Acta” de juin 1691 sous le titre „Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda Spirali Logarithmica, Loxodromiis Nautarum, et Areis Triangulorum Sphaericorum: una cum Addimento quodam ad Problema Funicularium, aliisque, per I. B.

Ajoutons que l'„Addiramentum”, mentionné dans le titre, contient une extension du problème de la chaînette à quelques cas où la densité varie suivant une loi connue et au cas où la chaînette est supposée extensible.

N^o 2689.

CHRISTIAAN HUYGENS, à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

26 JUILLET 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par Monchamp¹⁾.*

A Hofwijck ce 26 Jul. 1691.

Ce n'est pas pour croire que ma recommandation produira beaucoup d'effet que je l'emploie auprès de vous, mais parce que je n'ay pu la refuser à l'instance prière de celui qui vous fera tenir cette lettre. C'est un Professeur à Louvain natif de la Haye, nommé van de Velde, qui m'est venu voir il y a un an, et m'a paru bien scavant en Philosophie. Depuis peu il a publié et soutenu des Theses, ou il n'avance pas seulement les sentiments de Des Cartes, et la mobilité de la Terre suivant le Systeme de Copernic mais il reprend outre cela un peu librement l'inutilité de la Philosophie Scolastique, ce que quelques uns de ces anciens docteurs ne pouvant souffrir, ils l'ont accusé auprès de Mr. le Nonce du Pape qui est à Bruxelles, à fin de le faire agir auprès du Recteur de l'Université pour faire mettre en prison nostre Philosophe qui pourroit ainsi devenir martyr de la doctrine Cartesienne. Il a eu recours jusqu'icy au Conseil de Brabant ou il a présenté requête contre le decret de prise de corps qu'on avoit obtenu. Mais comme il apprehende surtout que le Marquis de Gastanaga ne preste main forte à ses adversaires, qui l'en sollicitent par l'autorité de l'Internonce, il a creu que Mr. le Marquis venant quelques fois faire sa cour au Roy dans vostre Armée²⁾, vous pourriez avoir occasion de luy dire un mot en faveur de luy Suppliant à fin qu'il fust delivré de cette persecution. Voiez je vous prie s'il y aura moyen de faire quelque chose en sa faveur, et jugez qu'il doit estre bien en peine de sa personne puis qu'il vient rechercher une protection si éloignée³⁾. Je crois que tant Mr. le Marquis de Gastanaga, que vous, avez bien d'autres choses à penser; presente-

¹⁾ Dans l'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 2687, note 2.

²⁾ Constantyn Huygens, frère, se trouvait à l'armée auprès du roi Willem III, dans les environs de Charleroi.

³⁾ Van Velden n'arriva au camp chez Constantyn Huygens que le 9 août au soir. Ce dernier nota dans son journal: „Le soir un professeur de Louvain vint chez moi, m'apportant une lettre de frère Christiaan. Il était persécuté pour quelques thèses, qu'il avait faites en faveur de la nouvelle Philosophie. Il voulait que le roi, ou du moins moi, parlerait ou écrirait au marquis de Gastanaga.”

ment, que ce que disputent entre eux les Philosophes, car on dit que dans peu il pourroit y avoir bataille entre les deux Armées. Dieu veuille, qu'elle soit heureuse, et que nous vous puissions revoir, sain et content ⁴⁾).

A Monsieur
Monsieur DE ZULICHEM
Secrétaire du Roy de la Grande Bretagne
A l'Armée.

N^o 2690.

JAC. BERNOULLI.

JUILLET 1691.

La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum ¹⁾.

J. B. Demonstratio Centri Oscillationis ex Natura Vectis, reperta occasione eorum, quae super hac materia in Historia Literaria Roterodamensi recensentur, articulo 2. mens. Jun. 1690 ²⁾).

Ante decennium eruditus quidam Gallus Illustris ³⁾ *Hugenii* doctrinam de Centro Oscillationis labefactaturus supposuit, *celeritatem totalem penduli compositi aequari summae celeritatum partium ejus separatarum*. Ego *Hugenii* aliquanto post suscepta causa, principii hujus falsitatem ex natura vectis demonstravi ⁴⁾, juxta quam perpetuo partem celeritatis penduli in ipso axe consumi & deperdi necessum sit; quod tum sufficere poterat ad paralogismum Adversario ostendendum. Ideoque cum eadem opera determinare volebam, quanta praecise celeritatis pars in axe absumeretur, accidit mihi, ut rem quam praeter institutum esse judicabam, paulo negli-

⁴⁾ La campagne se termina sans bataille; Constantyn fut de retour à la Haye le 21 septembre 1691.

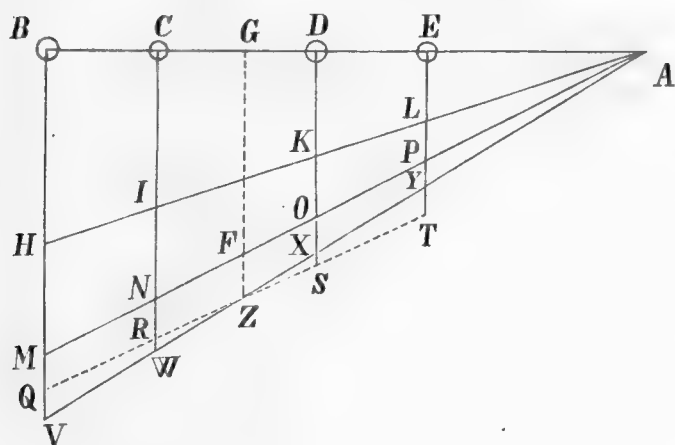
¹⁾ De juillet 1691, pages 317 et suiv.

³⁾ L'abbé de Catelan; voir la pièce N^o. 2260.

²⁾ Il s'agit des pièces Nos. 2605 et 2606.

⁴⁾ Voir la pièce N^o. 2426.

gentius curarem, indeque in calculum inciderem ab *Hugeniana* Propositione abludentem, quod suspicari me fecit, diversam esse rationem vectis, cujus alterum fulcrum sit in motu, quam quæ est vectis ordinarii: id quod tunc quidem aliis discutendum reliqui, ipsemet vero materiam hanc ab eo tempore prorsus seposui. Interea prælustis & generosus quidam Vir, qui avitæ *Hospitaliorum* gloriæ nunc insuper scientiarum literarumque decus eximium addit, re maturius perpensa observavit⁵⁾, huic meo principio e vulgari vectis natura defuncto apprimè cum *Hugeniano* calculo convenire, inque eo duntaxat peccatum a me esse, quod celeritatem penduli acquisitam consideram, cum nascentis tantum ratio habenda fuisset. Cujus correctionis certior per literas factus *Hugenius* approbavit methodum⁶⁾, sed difficilem eandem pronuntiat, & quædam haud satis evidentiae continere asserit: veluti, quod celeritas vel quantitas motus penduli initialis, non acquisita spectanda sit; quod distribuendus ejus excessus eo modo quo fecimus, & quod in pendulo trium pluriumve ponderum fulcrum vectis respectu unius ponderis concipiendum sit in centro oscillationis reliquorum: miratur denique cum illustri *Hospitalio*, quod Propositionis suæ veritatem, quam modo agnoscere videbar, calculo meo dubiam reddere coner. Ad quæ sequentia notanda habeo: *Primo*, miror mirari Viros acutissimos, cum verba mea satis clare innuant, ex calculi istius ab *Hugeniana* hypothefi dissensu inferre me voluisse potius, peculiarem ut jam dixi in oscillatorio vecte obtinere communicationis motus legem, quam dictam hypothefin ullatenus suspectam reddere; quanquam, si verum fateri licet, nondum a me obtinere possum, ut hujus veritatem vel in Axiomatum numero habeam, vel ab *Hugenio* satis in



propatulo constitutam arbitrer, eo præsertim casu, quo pondera durante motu suo mox inter se connexa, mox soluta supponuntur⁷⁾. *Secundo*, ratio cur celeritas penduli initialis, non acquisita, spectanda sit, attendenti obscura esse nequit, nec mihi fuisset olim, si vel momentum speculationi inhæsissem diutius: In-

⁵⁾ Voir la pièce N°. 2605.

⁶⁾ Voir la pièce N°. 2606.

⁷⁾ Allusion à la Prop. IV de la „Pars Quarta” de l’„Horologium Oscillatorium”.

telligentur pondera quotvis B, C, D, E, virga inflexili AB connexa, junctim descendere in perpendicularibus, ut ante hac supposui: celeritates quas acquirunt eo momento quo perveniunt in H, I, K, L, sunt HM, IN, KO, LP, quæ cum proportionales esse debeant ob commune vinculum ipsis ponderum distantis ab axe AB, AC, AD, AE, sequitur, virgam cui implicata sunt ipsorum descensui cum his celeritatibus continuando nihil afferre alterationis, & propterea nullum pondus hactenus in alterum quicquam de motu suo transferre. Superest ergo solus gravitatis impulsus, qui quolibet temporis instanti acquisitis celeritatibus de novo superadditur, qui alterationem patitur. Repræsentetur hic, (cum omnibus corporibus æqualis imprimatur) per æquales lineolas MQ, NR, OS, PT, quæ quidem respectu celeritatum acquisitarum HM, IN, KO, LP, uti hæc ipsæ respectu spatiorum percursorum BH, CI, DK, EL, habendæ pro incomparabiliter parvis, sic ut hæc tria QM, MH, HB, habeant se quodammodo, ut linea, superficies & corpus. At vero ob interpositam virgam fieri nequit, ut pondera simul sint in punctis Q, R, S & T, hoc est, in recta QT parallela ipsi MA; quin potius in directum jacere debent cum axe A, secundum rectam VWXY, adeo ut cum pondera axi propiora terminos suos S & T nondum attigerunt, remotiora suos Q & R jam præterierint, parte residua virium gravitatis ab illis in hæc translata, parte in axe absumta. *Tertio*, in pendulo trium pluriumve ponderum centrum oscillationis omnium excepto uno considerat *Hospitalius* ceu fulcrum respectu reliqui. Hoc quia inevidens judicat *Hugenius* (quanquam verum deprehendam) & præterea quia ad demonstrationem aliter quam per inductionem instituendam parum aptum, malo rem invertere, & pondus duntaxat extimum habere loco fuleri, quod ferat reliqua pondera omnia suis quæque locis vectem urgentia. *Quarto*, distributio seu translatio quantitatis motus (olim solas celeritates consideravi, quia pondera supposui æqualia) nihil obscuritatis habere tandem potest, fluitque ex natura vectis ordinarii: nimirum ponderis D incrementum celeritatis extra virgam est OS, in virga tantum OX, residuum XS, quantitas ergo motus transferenda tum in axem tum in pondus extimum $D \times XS$ ⁸⁾; unde AB est ad AD, sicut $D \times XS$ ad $\frac{D \times AD \times XS}{AB}$ portionem quantitatis motus transferendam in solum pondus B: Similiter portio, quam de motu suo pondus E in pondus B transmittit, est $\frac{E \times AE \times YT}{AB}$. At pondus C, quod majus celeritatis incrementum in virga quam extra virgam accipit, motui ponderis B contraria ratione adimere censendum est portionem $\frac{C \times AC \times WR}{AB}$. Est vero totum incrementum quantitatis motus, quod ponderi extimo B a reliquis ponderibus

⁸⁾ L'imprimé des „Acta” a remplacé, ici et dans les formules qui suivent, le signe \times par x .

accedit, præter id quod a propria gravitate nanciscitur, $B \times VQ$: tandem sit Z interfectio rectarum QT , VY , & ducatur GZ parallela rectis BV , CW , &c.

Quibus positis centrum oscillationis sic invenitur: Per hypothesin & ex natura vectis est,
$$\frac{E \times AE \times YT + D \times AD \times XS - C \times AC \times WR}{AB} = B \times VQ,$$
 quare æque multi-

plicando & addendo erit, $E \times AE \times YT + D \times AD \times XS = C \times AC \times WR + B \times AB \times VQ$ seu (quia YT , XS , WR , VQ , ipsis ZY , ZX , ZW , ZV , vel ipsis GE , GD , GC , GB , proportionalia) $E \times AEG^9) + D \times ADG = C \times ACG + B \times ABG$, additisque utrique parti tum $E \times AEq + D \times ADq$, tum $C \times CAG + B \times BAG$, fiet $E \times EAG + D \times DAG + C \times CAG + B \times BAG = E \times AEq + D \times ADq + C \times ACq + B \times ABq$; unde tandem $AG = \frac{B \times ABq + C \times ACq + D \times ADq + E \times AEq}{B \times AB + C \times AC + D \times AD + E \times AE}$. Si quædam pondera ultra

axem ex adversa parte constituta sint, eadem pro AG invenitur quantitas, nisi quod membra denominatoris ponderibus istis respondentia fiant negativa.

Jam vero puncti G a virga ponderibus B , C , D & E gravata abrepti & per rectam GZ descendentes, incrementum celeritatis, cum pervenit ad F , necessario est FZ , quæ est æqualis, ob Parallelogrammum FQ , ipsi MQ vel NR &c. incremento scil. velocitatis, quod pondus quodlibet separatim descendens a propria gravitate acquirit; quod cum similiter valeat in omnibus spatii GZ partibus, sequitur, spatium istud, hoc est, angulum GAZ eodem tempore pertransiri a virga, sive omnibus ponderibus B , C , D & E , sive unico tantum pondere in G gravata, & proin G fore centrum oscillationis, quod itaque repertum est. Neque variat demonstratio pro pendulo ordinario, cui pondera ita inhærent, ut per arcus circulorum descendere cogantur: cumque reperta quantitas AG eadem sit cum illa, quæ alias pro centro percussionis invenitur, sequitur, *centrum oscillationis & percussionis* corporum, ut recte notavit *Hugenius*, unum idemque esse, quanquam *Wallisius*¹⁰⁾ in Cono ex. gr. aliud percussionis, *Hugenius* aliud oscillationis centrum assignat: fallitur enim *Wallisius* in eo, quod integræ basi Coni circulisque basi parallelis non majorem distantiam ab axe rotationis celeritatemque tribuit ea, quam ipsa horum circulorum centra obtinent. Hæc vero centri oscillationis demonstratio sic reformata, uti generalis est & facilis, inque Geometrica exactitudine *Hugenianæ* neutiquam cedit, sic eidem in eo præferenda videtur, quod principium vectis, quo nititur, indubitatum est ac evidens, cum *Hugeniana* hypothesis obscura fere sit, nec aliam ob causam pro vera habeatur, quam quod nihil in contrarium afferri possit, intellige in solidis corporibus: in liquidis enim res magis dubia videtur; cum vix appareat, quomodo cum ista hypothesi conciliari possit spontaneus communis centri gravitatis ascensus, qui

⁹⁾ C'est-à-dire: $E \times AE \times EG + D \times AD \times DG$, etc.

¹⁰⁾ Voir, sur ce que va suivre, les notes 2 et 3 de la pièce N°. 2606.

accidit, cum metallum in imo liquoris acidi positum ac dissolutum, aut liquor levior graviore leniter superinfusus eidem sensim permiscetur; id quod anfa & fundamentum extitit Perpetui Mobilis nuper a *Fratre*¹¹⁾ inventi¹²⁾ ac in Actis publicati¹³⁾, cui proin ibidem subjunctam stricturam neutiquam officere existimamus. Cæterum collegeram, quod si celeritas totalis penduli compositi minor esse debeat summa celeritatum partium ejus separatarum, reliquum in axe premendo consumi necessum sit. Negat *Hugenius* hanc consequentiam, dicendo, sæpenumero deperdi aliquid de motu, quod nullibi infumatur: at ego contra sentio, si quid amittatur, illud perpetuo alicubi impendi, sed quandoque in premendo firmo obice, quandoque in tollendo motu contrario, adeo ut cum penduli nostri pondera moveantur in eandem partem, jure inferre potuerim, motum deperditum necessario in axe premendo consumtum esse. Denique & illud dubium est, quod mihi objicit Vir acutissimus, effectum videlicet resistentiæ aeris, disruptionis vinculi, quod partes penduli connectit, aliorumque obstaculorum indeterminatæ quantitatis esse, minuique in infinitum posse, sic ut non tollat (ut existimaram) possibilitatem motus perpetui, qui alias obtineret, si sine his impedimentis centrum gravitatis penduli altius ascendere quam descendere supponeretur. Constat enim, id quod de motu communicatur aut absumitur occurso obstaculorum, ad celeritatem mobilis, & hanc ad motus altitudinem determinatam semper relationem obtinere. Tantum de his. Notum occasione præsentis materiæ Eruditis facio, *Fratrem* meum observasse

¹¹⁾ Johannes Bernoulli, né à Bâle le 27 juillet 1667, mort dans cette même ville le 1er janvier 1748. De même que son frère Jacob (voir la Lettre N°. 2332, note 1) il eut à vaincre l'opposition de son père pour s'appliquer aux sciences mathématiques. En 1691 il visita Paris, où commencèrent ses relations avec de l'Hospital, sur lesquelles on peut consulter les pages 222—226 du Tome III des „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik” de M. Cantor (édition de 1901). En 1695 il fut nommé professeur à l'Université de Groningen; dix ans plus tard il succéda à son frère, Jacob, dans la chaire de Bâle, qu'il occupa jusqu'à la fin de sa vie. Deux de ses fils, Nicolas, né à Bâle le 27 janvier 1695, mort à St. Petersburg le 6 août 1726, et Daniel, né à Groningen le 8 février 1700, mort à Bâle le 17 mars 1782, se sont distingués comme mathématiciens, surtout le dernier, bien connu par ses recherches d'hydrodynamique et sa théorie de l'élasticité des gaz.

¹²⁾ Ce mobile perpetuum se trouve décrit dans son essai :

Dissertatio Chymico-Physica de Effervescentia & Fermentatione, nova hypothesi fundata, cum descriptione alicujus perpetui mobilis pure artificialis, autore Johanne Bernoulli Basiliensi. Basileae. Typis Jac. Bertschii 1690. in-4°.

Bernoulli imagine un mélange de deux liqueurs d'inégale densité dans un vase. Un tube de verre y est plongé verticalement de manière que le bout supérieur ouvert dépasse le niveau du liquide. Le bout inférieur est fermé par une membrane que Bernoulli suppose perméable seulement pour la moins dense des deux liqueurs. Celle-ci monterait dans le tube et s'écoulerait continuellement par l'orifice supérieur.

¹³⁾ Voir les „Acta Eruditorum” de février 1691.

quod præter *Hugenii* Cycloidem infinitæ dentur curvæ, per quas descendens grave oscillationes peragat ifochronas ¹⁴⁾: item non solum cum *Newtono* & *Tschirnhaufio* ¹⁵⁾ infinitas cycloides animadvertisse, quæ sui evolutione seipsas describant, sed & detexisse quampiam ex alio quam cycloidalium genere ¹⁶⁾, quæ eadem proprietate gaudeat.

N^o 2691.

D. PAPIN à CHRISTIAAN HUYGENS.

16 AOÛT 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par E. Gerland ¹⁾.

La lettre fait suite au No. 2640.

Chr. Huygens y répondit le 2 novembre 1691.

de Marbourg ce 16^e Aoust 1691.

*) MONSIEUR

Je ne sçay si Vous aurez receu celle que je me donnay l'honneur de Vous écrire il ij a 9 ou 10 mois, ou je prenois la liberté de Vous demander quelques éclaircissements sur la double refraction du cristall d'Islande et sur la dureté essentielle que Vous attribuez à certains corps: et je taschois de faire voir que la dureté se peut expliquer sans cela: je vous disois aussi que je pourrois faire le vaisseau de Drebell de fort bon usage. Depuis cela, Monsieur, ayant eu l'honneur de faire voir quelques expériences à S. A. S. ²⁾ elle m'a donné des marques de sa bienveillance et de sa libéralité, et m'a aussi ordonné de luy faire le bateau de Drebell: J'ay donc travaillé à cela et J'espere que Vous n'aurez pas desagreable de voir la Description de ce que j'ay fait. ABC. fig. 1. est vn vaisseau de fer blanc parallépipède

¹⁴⁾ Il n'en est rien; aussi Jean Bernoulli n'y est jamais revenu.

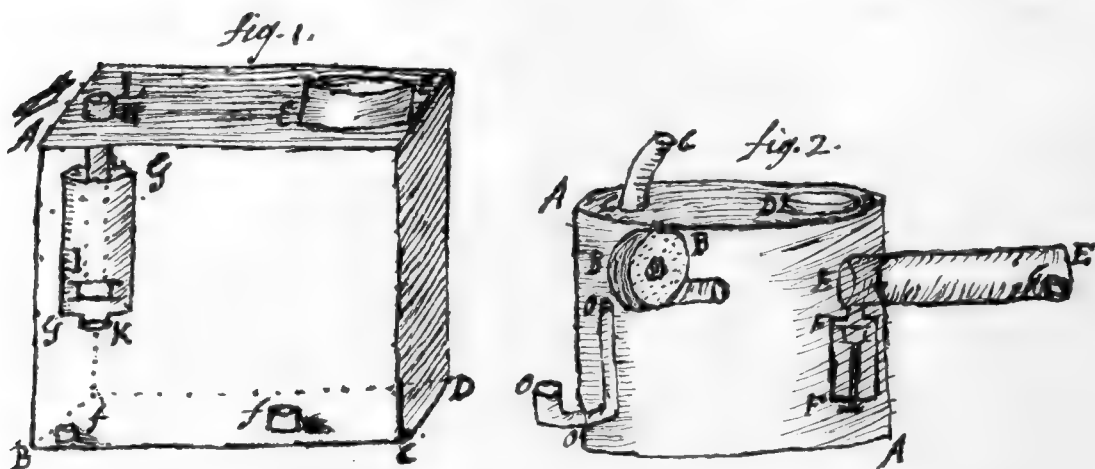
¹⁵⁾ Consultez les notes 18 et 19 de la pièce N^o. 2626.

¹⁶⁾ Il s'agit de la spirale logarithmique, comme il résulte du § 9 d'un article publié par Jacques Bernoulli dans les „Acta Eruditorum” de mai 1692, sous le titre: „Lineæ Cycloïdales, Evolutæ, Ant-Evolutæ, Causticæ, Anti-Causticæ, Peri-Causticæ. Earum usus & simplex relatio ad se invicem. Spira mirabilis. Aliaque per I. B.”

¹⁾ Leibnizens und Huygens' Briefwechsel mit Papin, p. 172.

²⁾ Karl, landgrave de Hessen-Cassel. Voir la Lettre N^o. 2401, note 4.

dont la hauteur AB : est de $5\frac{3}{4}$ pieds : la longueur BC : $5\frac{1}{2}$ et la largeur CD : $2\frac{1}{2}$. ce vaisseau est tout fortifié de fer et de bois dehors et dedans. EE est vne ouverture de 15 poulces de diametre afin qu'un homme ij puisse passer facilement : et quand



on est dans le vaisseau on peut fermer cette ouverture fort exactement par le moien d'une plaque qu'on presse avec des vis contre la dite ouverture. *ff* sont d'autres ouvertures plus petites faites au fond du vaisseau pour passer des rames et aussi pour toucher les choses que l'on approchera et y appliquer des petards ou autres instruments qu'on jugera à propos : ces trous se ferment de mesme que le grand. GG est vne pompe dont le manche du piston IL est vn tuyau qui penetre le fonds superieur du bateau et ij est fortem.^t soudé. Au bout exterior L on attache vn tuyau de cuir garni en dedans d'un fil de fer tourné en vis ; et le haut de ce tuyau est garni d'un bois leger pour flotter sur l'eau sans donner de soupçon sur tout durant la nuit. J'attache des poids au bas de la pompe GG, et je mets par en haut de l'eau sur le piston pour le rendre plus exact : la pompe estant par ce poids tiree en bas tire l'air par le tuyau LI au travers du piston qui a vne soupape pour laisser entrer l'air dans la pompe : et ensuite en pesant avec le pied sur vne echelle de corde qui passe sur vn rouleau ajusté pour cet effet, on remonte la pompe et les poids qui ij sont attachez : et l'air qui ij estoit entré sort par le trou K qui a aussi sa soupape ajustée pour cela. Ainsi on peut tousjours avec vne grande facilité attirer de l'air frais dans le bateau, pourvu que le tuyau attaché en L soit assez long pour atteindre à la superficie de l'eau. Quand on met ce bateau à l'eau il faut que les trous d'embas soient fermez et celui d'enhaut ouvert : et quand les hommes sont entrez il faut qu'ils ferment le trou d'enhaut apres avoir pris avec eux 30 ou 40 quintaux de plomb qui joints à ce qu'on aura premierement mis aux crochets de fer qui sont au bas de la machine feront qu'elle sera presque en equilibre avec un volume d'eau

pareil. Il faut ensuite faire jouer la pompe jusques à ce que, par le moien d'un Barometre enfermé dans le mesme batteau, on voye que la pression interieure de l'air contre les trous *ff* est aussi forte que la pression exterieure de l'eau contre les mesmes trous, c'est à dire vn peu moins de 6 pieds d'eau : or comme ma pompe a 4³⁾ pouces de diametre et environ 9 pouces de jeu, il ne faut qu'environ 100 coups de la ditte pompe pour reduire l'air à un tel degré de pression : et la pompe estant si bien ajustée quil ne faut qu'environ deux secondes pour chaque coup, il ne faudroit pas plus de 4 minutes pour en venir à bout. Alors on pourroit ouvrir l'un des trous *f* sans crainte que l'eau entraist par là : puisqu'au contraire l'air tiré par la pompe ij sortiroit tousjours : Il faudroit puiser par ce trou ouvert de l'eau pour charger le batteau jusques à ce qu'on vist que le batteau commenceroit à s'enfoncer : ce qui se cognoistroit infailliblement ou par le Barometre ; ou par la hauteur que l'eau acquerroit dans le tuyau *f* : alors il faudroit revuider vn peu d'eau dans ce trou afin que le batteau demeurast vn peu plus leger que l'eau : et en ramant vers en bas, je veux dire en pesant sur le batteau en ramant, il seroit facile de le faire enfoncer tant et si peu et si lentement qu'on le jugeroit a propos. Il est à remarquer que j'ay fait pour les trous *ff* des tuyaux vn peu longs, afin que quand le batteau s'enfonce l'eau du dehors n'en acquiere pas plus de force pour presser l'air dans le batteau : car il est clair que la hauteur que l'eau acquiert dans ces tuyaux resiste à l'augmentation qui s'est faite à la hauteur de l'eau exterieure : et la pompe jouant beaucoup plus viste que le batteau ne descend, l'air qui entre repousse bien tost le peu d'eau qui est monté dans les trous *ff* : et ainsi le batteau demeure tousjours vn peu plus leger que l'eau, et si on cessoit de ramer il remonteroit lentement à la superficie. Lorsque par le Barometre on aura recognu que le vaisseau est aussi bas qu'on veut, (par exemple que les trous *ff* sont à 10 pieds au dessous de la superficie de l'eau) il faudra cesser de ramer vers en bas et se contenter de maintenir le vaisseau à cette profondeur : on voit qu'on pourroit alors ouvrir autant de trous qu'il ij en auroit au fonds, fussent ils assez grands pour passer vn homme, et ainsi on pourroit aller faire son coup sans estre apperceu. Quand ensuite on seroit loing de l'ennemi et qu'on voudroit faire de longs voyages, on n'auroit qu'à jeter toute l'eau hors du batteau afin de remonter plus viste et plus haut, et apres avoir fermé les trous *ff* on pourroit ouvrir le trou *EE*, ayant premierement laissé sortir l'air pressé par quelque petit trou : ainsi on monteroit sur le batteau et on pourroit ij dresser quelques mats avec des voiles : et vn tel batteau estant long, comme il pourroit estre, seroit sans doute extremement viste à cause de sa fermeté, puisque non seulement la partie inferieure estant beaucoup plus pesante que l'eau resisteroit à monter ; mais aussi la partie superieure estant beaucoup plus legere resisteroit à descendre. Ce vaisseau pourroit donc porter beaucoup plus de voiles, à proportion, que les vaisseaux

3) Il est douteux s'il faut lire 4 ou 5.

ordinaires qui ont vne grande partie de leur poids dans l'air: et comme il ne feroit que tres peu hors de l'eau et ne donneroit pas de prise aux vents contraires il iroit facilement à tous vents: cela donc me persuade que ces nouveaux vaisseaux feroient des voyages plus promptement que les vaisseaux ordinaires. Celui que j'ay fait m'a donné beaucoup de peine et a requis beaucoup de temps faite de fer-blantiers pour ij travailler de la bonne maniere: j'ay esté contraint de faire des fortifications de fer et de bois par dedans et par dehors, ce qui l'a rendu fort pesant; au lieu que par le moien de bandes de fer blanc soudées à la machine et embrassants les barres de fer du dehors la meime fortification auroit servi pour le dehors et pour le dedans. Enfin pourtant la chose estoit faite, et avant de la mettre à l'eau j'ij avois pressé l'air en si peu de temps et avec tant de facilité que j'estois seur du bon effet qu'ell'auroit fait dans l'eau: puisque la pression de l'eau au dehors auroit encor résisté à la moitié de la force de l'air interieur et ainsi auroit fortifié la machine. Mais le charpentier (de qui c'est le mestier de coignoistre par experience si ses instruments sont assez forts pour lever les fardeaux qu'on luy propose) fit pourtant la sottise de prendre vne grue trop foible; en sorte que quand on eleva la machine pour la mettre à l'eau, le crochet de fer se rompit et la machine en tombant se gasta tres fort⁴⁾. J'ay lieu de croire que si je voulois à present la reparer, les ouvriers me feroient tout a fait desesperer m'ayant tant fait languir dez la premiere execution: et au fonds, cecy n'estant qu'un apprentissage et mal executé, ce batteau ne pourroit jamais servir à des vsages reels; mais seulement pour quelques experiences dont il me semble qu'on peut se tenir aussi seur que si on les avoit veues. Si Vous jugez donc, Monsieur, que ma Theorie soit sans defauts, voicy ce que je crois qu'il faudroit mettre au plustost en pratique sans plus perdre de temps avec les ouvriers de Cassell. AA: fig. 2.⁵⁾ est vn grand tonneau ovale de bois, ayant 6 à 7 pieds de haut: son grand diametre autant, ou plus si l'on veut: son petit diametre 3 ou 4 pieds. BB est vn *rotatilis suctor et pressor Hassiacus*⁶⁾ qui par le moien du tuyau CC attire continuellement l'air exterieur. DD est le grand trou pour entrer: EE est vn grand vaisseau cylindrique de cuivre d'environ 14 ou 15 pouces de diametre et de 5 à 6 pieds de long: l'ouverture de ce vaisseau est dans le cuvier AA et se doibt fermer comme celles de la machine precedente: FF est vne pompe par ou les gens dans le tonneau AA peuvent presser l'air dans le vaisseau EE apres qu'on ij aura enfermé vn homme qui agira par le trou G

⁴⁾ Ce malheur arriva le 13 ou le 23 août 1691. Consultez la préface de l'ouvrage de Gerland, page 60.

⁵⁾ Voir la seconde figure de la page 120.

⁶⁾ Voir, sur cette machine, l'article de Papin dans les „Acta Eruditorum” de juin 1689, intitulé: „Rotatilis suctor et pressor Hassiacus, in Serenissima Aula Cassellana demonstratus et detectus”, et la préface de l'ouvrage de Gerland, pages 39 et 40.

contre les vaisseaux ennemis &c. ce trou se ferme comme les autres. Vous voyez, Mons.^r, combien cette nouvelle construction est preferable à la precedente: pour la facilité tant de l'exécution; que de l'usage: car le tonneau AA n'auroit aucune pression interieure à supporter, et il suffiroit qu'il fust assez fort et exactement fait pour empêcher que l'eau de dehors n'y entraist: le fonds d'embas feroit à peu pres également pressé par les poids dont on le chargeroit en dedans et par l'eau qui le toucheroit au dehors: et le fonds superieur estant le moins pressé par l'eau la soutiendrait aisément; et on pourroit encor le fortifier de quelques barres en dedans. D'autre costé le vaisseau EE n'auroit pas, à beaucoup près, vne si grande pression interieure à souffrir que la machine precedente: et ainsi à cause de sa figure cylindrique il la supporteroit aisément sans changer sensiblement de volume: ainsi cette machine pourroit s'enfoncer ou retourner à la superficie: et avoir ses trous ouverts tantost au dessus et tantost au dessous, sans qu'il fust besoing d'ajouter ou d'oter qu'une petite quantité d'eau au lieu que pour la machine precedente, quoy que fortifiée avec beaucoup de frais et de peines, il auroit fallu vne grande quantité d'eau pour recompenser les changements de volume qui luy feroient arrivez. Vn autre avantage qui se rencontre icy c'est que, l'air n'estant point pressé dans AA, vn homme seul par le moien du *rotalis fuctor* pourroit ij faire vn vent continuel suffisant pour la respiration de 100 hommes et plus s'il estoit besoing: et l'air superflu sortant par vn autre tuyau tel que CC, ne feroit point de bouillonnements dans l'eau: on pourroit aussi faire que l'air qu'on fourniroit à l'homme en EE retourneroit dans AA pour sortir aussi sans bouillonnement. On feroit seur aussi que la machine ne pourroit descendre sans qu'on s'en apperceust d'abord par le moien du barometre recourbé O O O ouvert des deux bouts et ayant communication au dehors et au dedans: et crainte de rupture on pourroit ne faire ce barometre de verre que dans l'endroit ou le haut du mercure feroit ses mouvements. On feroit enfoncer le bateau en ij laissant entrer l'eau par vn robinet: et afin de n'estre pas surpris il ij auroit des hommes avec des rames qui feroient aussi effort pour l'enfoncer et qui feroient le robinet si tost que le bateau enfonceroit sans beaucoup deffort. Les rames devroient estre attachées avec des cuirs comme on dit qu'estoient celles du bateau de Drebell: et quand on voudroit remonter on le feroit en partie par le moien des mesmes rames; et en partie en chassant l'eau de la machine avec vne pompe bien ajustée pour cet effet. Voilà, Monsieur, les moiens qui me semblent infailibles pour surmonter les plus grandes difficultez qui se puissent trouver dans ce dessein important: Je crois qu'on ne doutera pas apres cela qu'on ne puisse aisément venir à bout du reste, comme de se guider pour entrer dans les ports, d'ij trouver les vaisseaux ennemis, d'ij attacher des petards, &c. Je m'abstiendray donc de parler de tout cela afin d'éviter vne longueur excessive: et j'espere que, considerant l'importance de la chose et le peu de despenfe qu'il ij a à risquer pour cela, Vous ne ferez pas de difficulté, Monsieur, de temoigner que la chose merite d'estre poussée avec diligence: car

on ne peut douter que cette invention ne soit fort praticable puisque je l'ay desjà executée d'une maniere beaucoup plus difficile que celle que je propose à present. J'ay fait la relation de ce qui s'est passé à Mon.^{gr} le Landgrave, et je luy ay marqué que pour m'asseurer encor plus de la justesse de mes raisonnemens je vous en escrirois comme à l'oracle que l'on doit consulter sur ces matieres: je Vous supplie donc tres humblement, Monsieur, d'avoir la bonté de m'accorder vne responce: et de me donner vostre approbation en ce qui la merite: ou de me decouvrir mes erreurs si j'en ay commis: il semble qu'il est de l'interest de toute la Republique des lettres de faire en sorte que les Princes retirent de la satisfaction des despeses qu'ils se resolvent de faire pour de nouvelles inventions. En attendant l'honneur de vostre responce je Vous supplie de me permettre tousjours de me dire avec vn tres profond respect.

MONSIEUR

Vous ne ferez peut estre pas fasché, Mr., de sçavoir une circonstance que j'oubliois à vous marquer: c'est qu'en laissant sortir l'air pressé de nostre machine on se trouve incontinent dans vn brouillard: de mesme qu'en tirant l'air avec la machine du uuide on voit dabord des nuées qui se forment dans le recipient.

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

D. PAPIN.

*) Respondu le 2 Nov. [Christiaan Huygens].



N^o 2692.J. GOUSSET ¹⁾ à CHRISTIAAN HUYGENS.

28 AOÛT 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit le 2 novembre 1691.*

*) MONSIEUR

Puis que Mons.^r Papin mon Cousin m'a fourni l'occasion de me donner l'honneur de vous escrire, en m'envoyant cette lettre ²⁾ pour vous la faire tenir, permettez moy d'en profiter aussi pour m'instruire en vous consultant avec la même soumission, que fait mon Cousin. Ce que je prendrai la liberté de vous demander, Monsieur, regarde ce que j'ai leu dans vostre traité de la lumière. Vous faites, comme Des Cartes, la Lune distante de la terre de 30 diamètres de la terre ³⁾. Et le soleil de 12000 ⁴⁾. Je desirerois savoir si cette distance du soleil a été remarquée par quelque observation faite directement sur le soleil. Si cela est, ce sera une confirmation pour le système. Car c'est aussi ce qui résulte à peu près en calculant 365 ⁵⁾ roulemens du vortice de la Lune considéré comme une rouë qui court autour de la partie du vortice du soleil qui est entre ces deux astres, & ayant pour semidiamètre 30 diamètres du globe terrestre.

J'ay une difficulté sur ce que vous faites un point de la terre sous l'Equateur, plus éloigné du centre que sous le pôle, seulement comme 578 à 577 ⁵⁾. Et que cependant vous dites ⁶⁾ que le niveau decline vers le nord en ces pays, de 5 min. 54. ⁶⁾. Il me semble que cette déclinaison du niveau devrait paroître sensiblement, si la terre n'est pas plus aplatie que cela vers les pôles. Oserai-je ajouter une curiosité à l'occasion d'une certaine hypothèse qu'un de nos messieurs me debitoit il y a peu de temps. Je serois bien aise de savoir si une révolution de 6915 années avec 343. jours remettrait les planètes à sa fin dans la même situation ⁴⁾ où elles estoient à son commencement, du moins si cela se feroit à l'égard du soleil & de la Lune. Mais, Monsieur, je vous prie de ne pas croire que j'ignore combien vous avez d'occupations plus considérables, que celle de me répondre sur mes questions. Je ne souhaite pas de vous en distraire. Mais je souhaiterois bien qu'il vous restât un moment de temps à perdre à cela. À l'égard de la réponse

¹⁾ Voir, sur Jacques Gousset, la Lettre N^o. 2608, note 5.

²⁾ La Lettre N^o. 2691.

³⁾ Page 6 du „Traité de la Lumière”.

⁴⁾ Page 8 du même ouvrage.

⁵⁾ Voir l'„Addition” au „Discours de la cause de la Pesanteur”, page 156.

⁶⁾ Page 151 du „Discours de la cause de la Pesanteur”.

que vous ferez a mon Cousin, je ne croi pas qu'il y ait de meilleure voye que celle d'ici. Je ferai bien aise de servir a vostre commerce, & en mesme temps d'y participer. Je finis en vous asseurant, Monsieur, que je recevrai vos éclaircissements avec toute l'estime & la déference imaginable, & que j'en aura une parfaite reconnoissance. Je suis,

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
GOUSSET.

mon adresse est a Gouffet
professeur dans l'Université.

a Groningue le 28 Aoust 1691.

Si vous me faisiez la grace de me donner un pied certain pour le cours de chaque Planete par lequel je pûsse diviser ce periode de 6916 ans 343 jours, il ne seroit pas besoin que vous prissiez la peine de le calculer.

A Monsieur

Monsieur HUGENS DE ZULICHEM.

-
- ^{a)} Repondu le 2 nov. 91 [Christiaan Huygens].
 - ^{b)} Ce feroient 400 roulemens mais cela ne sert guerre a confirmer le systeme [Christiaan Huygens].
 - ^{c)} le calcul le confirme [Christiaan Huygens].
 - ^{d)} qu'appellez vous la mesme situation? car ayant toutes des temps periodiques incommensurables, il n'arrivera jamais que le soleil et la Lune se retrouvent ensemble a un mesme point ou ils ont esté conjoints. quand il n'y auroit point d'anomalie, et avec elle le calcul est infini [Christiaan Huygens].
-

N^o 2693.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

1^{er} SEPTEMBRE 1691.*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse aux Nos. 2682 et 2688.**Leibniz y répondit le 21 septembre 1691.*

*Sommaire:*³⁾ S'il l'a fait expres⁴⁾ de ne marquer pas la raison de \aleph à \beth ⁵⁾, ni que $A\theta$ ⁶⁾ est la soustangente de la Logarithmique? J'ay bien reconnu, en conferant vostre construction avec celle de Mr. Jo. Bernouilly⁷⁾, que cela doit être ainsi, mais comment avez vous cru que sans cela j'eusse pu le scavoir? ou vos autres lecteurs?

Qu'il a merveilleusement reussi et aussi Jo. Bernouilly!

Ce que j'ay cherché, c'estoit principalement de voir de quelle nature estoit la courbe proposée, et si elle se pouvoit construire geometriquement ou s'il estoit besoin de supposer quelque quadrature d'une autre courbe. Ce qui s'est trouvé ainsi. Dans cette recherche j'ay remarqué quelques unes des proprietéz de cette Catenaire, qui se sont offertes. Les autres que vous ou Mr. Bernouilli avez decouvertes, je ne les ay point cherchées, comme la dimension de l'espace entre la courbe et sa base, les centres de gr. de cet espace et celui de la courbe, parce que je [les] croiois incomparablement plus difficiles a trouver qu'elles ne sont. Je n'ay point esperé aussi que la quadrature de la courbe $xyy = a^2 - ayy$ dont j'ay dit que la construction de la chaînette depend, estoit reduisible à la quadrature de l'hyperbole, a la quelle vous et Mr. Bernouilly avez reduit vostre construction, ce qui me paroît le plus beau de tout ce que vous avez tous deux decouvert.

Il est a souhaiter ce que vous dites que Mr. Bernouilly en fasse voir le rapport⁸⁾ je voudrois aussi qu'il adjoutast les demonstrations, ou manieres de trouver.

Bernoulli theorema 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ex meis facile deducuntur⁹⁾ et pleraque velut

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 90.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 98 et Briefwechsel, p. 659.

³⁾ Ce sommaire ou cette minute se trouve à la page 121 recto et verso du livre G des Adversaria; sa rédaction diffère sur plusieurs points de celle de la lettre elle-même; ainsi nous avons cru utile de la reproduire ici.

⁴⁾ Il s'agit de la solution de Leibniz du problème de la chaînette, citée dans la note 1 de la pièce N^o. 2681.

⁵⁾ C'est-à-dire la raison de K à S de la note 4 de la Lettre N^o. 2688.

⁶⁾ La ligne AO de la figure de la Lettre N^o. 2688.

⁷⁾ Voir la note 12 de la Lettre N^o. 2664.

⁸⁾ C'est-à-dire le rapport entre les diverses solutions. Allusion à la remarque de Leibniz de la Lettre N^o. 2688: „j'espère que Mr. Bernouilly fera une plus exacte comparaison”.

⁹⁾ Voir la note 22 de la présente lettre.

corrolaria, quartum¹⁰⁾ non inveni, sed quomodo inventum fit non difficulter perpexi. Illud vero ne quidem quaesiveram. Duodecimum¹¹⁾ ex eodem fundamento haberi poterat, cujus etiam constructio brevior Bernouliana erit, si tantum AL ponatur aequalis GK, sic enim fit L centr. gr. curvae EBF; quod se non puto ignorasse. Estque inventio centri gr. spatij CA (C) in tua figura. affinis admodum isti¹²⁾. Spatii BAOE¹³⁾ dimensionem non habet Bernoulius ex qua etiam dimensio spatij MPO deducitur.

Il n'a rien non plus de la surface du conoïde.

Je ne trouve aucune erreur ni dans vos inventions ni dans les siennes. apres les avoir toutes examinées.

Car horsmis la reduction de la construction a la quadrature de l'hyperbole, ou au Logarithmes, je vois les fondements de tout ce que vous et Mr. Bernouilly avez de plus que moy; mais cette reduction, que j'estime fort, je ne vois pas jusqu'icy comment vous y estes parvenus, et vous me ferez plaisir de me l'apprendre. Quand je considere que vous avez tous deux rencontré cette reduction, je dis qu'il faut que ce soit ou quelque stupidité qui m'empesche de la voir, ou de ce que je suis beaucoup moins versé que vous et luy en ce qui regarde les quadratures, et comment les unes dependent des autres; ce qui est certain; ou de ce qu'on n'y peut arriver que par vostre nouveau calcul duquel dans tout le reste je ne vois pas encore la necessité; mais je veux croire qu'il sert a faire remarquer plus facilement les diverses proprieté des lignes qu'on examine, parce que je vois que Mr. Bernouilly aussi bien que vous Mr. a decouvert des choses touchant cette chaînette, que je ne me suis pas proposées à chercher, parce que je les croiois trop éloignées; mais a vous et luy il semble qu'elles se soient offertes.

J'ay souvent considéré que les lignes courbes que la nature presente souvent a nostre vue, et qu'elle decrit, pour ainsi dire, elle mesme, renferment toutes des proprieté fort remarquables. Telles sont le cercle que l'on rencontre partout. La parabole, que decrivent les jets d'eau. L'ellipse et l'hyperbole, que l'ombre du bout du stile parcourt et qu'on rencontre aussi ailleurs. La cycloïde qu'un clou qui est dans la circonference d'une roue decrit. Et enfin nostre chaînette qu'on a remarquée par tant de siècles sans l'examiner. De telles lignes meritent à mon avis qu'on se les propose pour exercice, mais non pas celles qu'on forge de nouveau seulement pour y employer le calcul geometrique. C'est pourquoy je ne voudrais pas m'amuser à poursuivre ces differentes natures de chaîne que Mr. Jo. Bernouilly propose, comme devant achever et pousser plus avant cette speculation.

Pour ce qui est de la courbure du ressort dont Mr. J. Bernouilly fait mention elle merite d'estre recherchée, puis que c'est encore une des lignes que la Nature decrit. Mais malaisément trouvera t'on icy des principes aussi feurs, que ceux qui servent a la speculation de la chaîne. Il parle en suite de la courbe que produit une voile tendue par le vent, comme estant d'une meditation tres sublime. Et il ajoute qu'une partie de la voile qui a sa sustentante perpendre a la direction du vent doit se plier en arc de cercle, ce qui me paroît si faux que je veux plutost croire que je n'entens pas bien sa proposition que de luy imputer une erreur si grossiere.

¹⁰⁾ „Spatium funicularium BAE (voir la figure de la présente lettre) vel BAF est aequale rectangulo sub BA et AF, diminuto rectangulo sub CB et FG”. Voir d'ailleurs le § I de l'Appendice N°. 2694.

¹¹⁾ „Si ad AG applicentur duo Rectangula AI, AK, quorum unum AI ei quod sub semilatre transversa CB et recta FG comprehenditur rectangulo, alterum AK quod ipsi spatio Hyperbolico BGA aequatur; et differentiae latitudinum KI sumatur in axe a vertice B aequalis BL, erit punctum L centrum gravitatis curvae Funiculariae EBF”. Voir encore le § III de l'Appendice N°. 2694.

¹²⁾ Voir le § IV de l'Appendice N°. 2694, note 1.

¹³⁾ Lisez BMOE et consultez la figure de la présente lettre.

1 Septembre 1691.

MONSIEUR

Peu de jours apres que jeus receu vostre lettre du 24 Jul. l'on m'apporta les Acta de Leipzich de May et Juin, où je vis avec bien du plaisir outre vos inventions touchant la *Catenaria*, les quelles vous veniez de me communiquer, celles de Mr. Jo. Bernouilly. Je vous admiray tous deux, et vous, Monsieur, surtout, d'avoir si bien reussi à decouvrir les proprieté de cette courbe, et ayant examiné¹⁴⁾ vos constructions et vos Theoremes, je trouvay que tout quadroit ensemble, comme aussi avec ce que j'ay donné, en ce que nous avons de commun et qu'il n'y avoit aucune erreur. Je consideray ensuite pourquoy plusieurs de vos decouvertes m'estoient echappées, et je jugeay que ce devoit estre un effet de vostre nouvelle façon de calculer, qui vous offre, à ce qu'il semble, des veritez, que vous n'avez pas mesme cherchées, car je me souviens que dans une de vos lettres precedentes¹⁵⁾, vous m'aviez dit, en parlant de ce que vous aviez trouvé touchant la *Catenaria*, que le calcul vous offroit cela comme de foy mesme, ce qui certainement est fort beau. Pour moy je puis dire que j'ay trouvé tout ce que j'ay cherché et plus, mais je n'ay point cherché ni vostre dimension de l'espace¹⁶⁾, ni les deux centres de gravité¹⁷⁾, n'ayant pas esperé qu'ils fussent trouvables. Ainsi ils me sont echappez, quoyque j'en aye esté fort pres. Car j'ay assez reconnu, en examinant vos theoremes là dessus, par quelle voie j'y aurois pu parvenir¹⁸⁾ et que ces theoremes ont une mesme origine. J'ay aussi remarqué en passant que Mr. Bernouilly¹⁹⁾, pour avoir le

¹⁴⁾ On rencontre cet examen aux pages 116 verso jusqu'à 119 recto du livre G des Adversaria, sous les dates des 5, 6 et 7 août.

¹⁵⁾ La Lettre N°. 2627 du 13 octobre 1690.

¹⁶⁾ Il s'agit de l'aire AONCA de la figure de la Lettre N°. 2688. Selon Leibniz elle est égale au rectangle sur OA et AR. Dans le § I de l'Appendice de cette Lettre, la pièce N°. 2694, Huygens retrouve et démontre ce théorème.

¹⁷⁾ Le centre de gravité P de l'arc AC (voir toujours la figure de la Lettre N°. 2688) et le centre de gravité Q de l'aire AONCA. La construction de Leibniz de la distance OG du premier de ces centres à la droite NO diffère de celle énoncée par Bernoulli (voir la note 11 et la figure de la présente lettre) et aussi de celle de Huygens démontrée au § III de la pièce N°. 2694. Elle est comme il suit: „Arcui AC vel AR, ordinatae BC, parametro OA inventa quarta proportionalis Oθ, addatur abscissae OB et summae dimidia OG, dabit G centrum gravitatis”. La construction de EA, et celle de Oθ, OG une fois trouvée, sont au contraire identiques avec celles démontrées par Huygens aux § III et IV de la pièce N°. 2694. Toutes ces constructions sont d'ailleurs exactes.

¹⁸⁾ Voir la pièce N°. 2694, aux paragraphes cités dans les deux notes précédentes.

¹⁹⁾ Il s'agit de son douzième théorème, cité dans la note 11 de la présente lettre.

de l'espace BMOE, et la vôtre ²⁴⁾ de l'espace BEA dans la 2^e fig. de Mr. Bernoulli ²⁵⁾ l'on peut aussi trouver celle de l'espace MOR, que la courbe MO re-tranche du rectangle MPOR, lequel espace devient égal au rectangle FC, lorsque BA est égal à RM ou BC ²⁶⁾, mais qu'a-t-on à faire, direz vous, de chercher si avant!

J'avois fait tout cet examen, et les remarques dont je viens de parler sans beaucoup de peine, et dès les premiers jours, mais je n'ay pu trouver la Réduction de la construction de la Courbe à la quadrature de l'Hyperbole, et c'est ce qui m'a fait differer de vous faire réponse. Car cette réduction me paroissant fort belle, parce qu'elle donne la maniere de trouver avec facilité des points dans la courbe, j'aurois esté bien aise d'en decouvrir auparavant la methode par ma propre meditation, qui, à dire vray, a esté interrompue par plusieurs affaires et distractions de

6. „Recta vero evolvens EO est tertia proportionalis ad CB et CA”. „Idem ex meis” (notes marg.). Le théorème se déduit des théorèmes (δ), (ε) et (ζ) du § IV de la pièce N^o. 2669, en observant qu'on a $EO = MB + MO = \frac{ad}{b-a} + \frac{ds^2}{a(b-a)} = \frac{b^2d}{a(b-a)}$ et de

$$\text{même: } \frac{CA^2}{CB} = \frac{(d+r)^2}{r} = \frac{b^2d}{a(b-a)}.$$

7. „Recta BM usque ad principium curvae MNO sumta aequatur ipsi BC”. Pour la comparaison des solutions de Huygens et de Bernoulli ce théorème doit être considéré comme constituant la définition de la droite BC de Bernoulli. Huygens ajouta en marge: Idem ex meis, et insuper quod DF—FA ad FA ut AB ad BM. Voir le théorème 3 de la III^e partie de la pièce N^o. 2668.

8. „MP est dupla ipsius BA”. „Idem ex meis. Verum”. (notes marg.). Ce théorème encore se déduit facilement des théorèmes (δ), (ε) et (ζ) déjà cités, en faisant usage, pour le calcul de MP, de la relation: $AP : EO = AF : FD$, où FD représente la tangente de la chaînette au point F.

9. „Rectangulum sub CB et PO duplum est spatii hyperbolici ABG”. Probablement ce numéro 9 a été ajouté par mégarde, l'annotation „idem ex meis” des notes marginales y fait défaut et il n'est pas facile de voir comment ce théorème pourrait être déduit des résultats de Huygens, où la quadrature de l'hyperbole ABG n'entre en aucune manière.

10. „Recta CP bisecta est in puncto A”. „Idem ex meis” (notes marg.). Le théorème est une conséquence immédiate des théorèmes 7 et 8.

11. „Curva EB est ad curvam MNO, ut recta CB ad rectam AG”. „Idem ex meis” (notes marg.). Le théorème se déduit immédiatement des théorèmes 3 et 5.

²³⁾ Voir le § VI de la pièce N^o. 2625.

²⁴⁾ Voir la note 16 de la présente lettre. En effet, l'aire BEA se déduit immédiatement de celle dont il est question dans cette note.

²⁵⁾ Voir la figure de cette lettre.

²⁶⁾ On rencontre ce calcul à la page 122 recto du livre G. Huygens y arrive pour l'espace MOR à la formule générale: $\frac{4}{3} \frac{AG^3}{BC} - 2CA \cdot AG + 2BC \cdot AF$. Dans le cas particulier, dont il s'agit, on a: $CA = 2BC$ et $AG = \sqrt{CA^2 - BC^2} = BC\sqrt{3}$ et par suite la formule se réduit à l'expression $2BC \times AF = CA \times AF$, comme le texte l'indique.

toute forte²⁷). Enfin je n'y vois point de jour encore, et puisque Mr. Bernoulli aussi bien que vous, a reussi en ce point, j'en conclus qu'il faut que vostre nouveau calcul vous ait conduit tous deux, ou bien une plus grande connaissance que vous vous estes acquise, l'un et l'autre, en ce qui est des quadratures et leurs relations et dependances mutuelles. J'ay recherché la dessus ce que je me souvenois d'avoir vu dans les oeuvres posthumes de Mr. Fermat²⁷), mais ce Traité est imprimé avec tant de fautes, et de plus si obscur, et avec des demonstrations suspectes d'erreur, que je n'en ay pas scu profiter. Vous me ferez donc tres grand plaisir, Monsieur, si vous me voulez donner quelque lumiere en cecy, ce que peut-être vous pouvez en fort peu de paroles. J'avois reduit cette construction, comme vous scavez, à la dimension de la Courbe $xyy = -aay + a^4$ ²⁸) et je vois maintenant quel espace hyperbolique est egal à un espace de cette courbe²⁹), mais je ne scay pas comment j'aurois pu trouver cela; et il se peut que vostre Reduction est fondée sur autre chose, ce que je feray bien aise d'apprendre. Si Mr. Bernoulli en examinant le raport entre nos inventions (ainfi que vous le souhaitez) vouloit en mesme temps expliquer les fondemens de ses decouvertes, il ne feroit pas besoin que vous prissiez la peine de m'instruire, et il m'aideroit par là a entendre vostre *calculus differentialis*, dont je commence avoir grande envie; mais peut-estre il nous fera attendre encore longtemps³⁰).

Je ne voudrois jamais m'amuser à ces differentes natures de chaines, que Mr. Jo. Bernouilly³¹) propose comme devant achever ou pouffer plus avant cette

²⁷) Voir, sur les „Varia Opera” de Fermat, publiés en 1679, la note 1 de la Lettre N°. 221. Il s'agit ici surtout du traité „De aequationum localium transmutatione et emendatione ad multimodam curvilineorum inter se vel cum rectilineis comparationem, cui annectitur proportionis geometricae in quadrandis infinitis parabolis et hyperbolis usus”, qui occupe les pages 255—285 du Tome I de l'édition complète des „Œuvres de Fermat”, publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Charles Henry, sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Gauthier-Villars et fils, 1891. in-4°.

²⁸) Voir p. e. le septième théorème de la pièce N°. 2681.

²⁹) D'après une annotation de Huygens sur la même feuille manuscrite qui contient la minute de la pièce N°. 2681, il avait trouvé que l'aire $MA\xi\theta\zeta$ de la figure de notre pièce N°. 2694, devrait être le double de l'aire hyperbolique $MA\xi$. Or, la courbe $A\xi\theta$ de cette même figure, définie dans l'annotation mentionnée par la relation $\theta\varphi = \frac{\lambda\varphi^2}{\xi\varphi}$, s'identifie, suivant le dernier alinea du § VIII de la pièce N°. 2625, avec la courbe $\alpha\psi\theta$ de la figure 5 de cette pièce N°. 2625, c'est-à-dire avec la courbe $x^2y^2 = -a^2y^2 + a^4$.

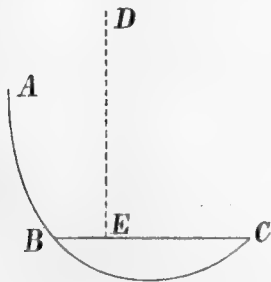
³⁰) En effet, Jean Bernoulli ne publia une analyse du problème de la chaînette qu'en 1742, dans ses „Lectiones Mathematicae, de methodo integralium, aliisque, conscriptae in usum III. Marchionis Hospitalii, Cum Auctor Parisiis ageret, Annis 1691 & 1692”.

³¹) Il s'agit des chaînettes à densité inégale, mentionnées par Jean Bernoulli vers la fin de l'article, cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2681, qui contient sa solution du problème de la chaînette ordinaire.

speculation. Il y a de certaines lignes courbes que la nature presente souvent à nostre vue, et qu'elle decrit pour ainsi dire elle mesme, lesquelles j'estime dignes de consideration, et qui d'ordinaire renferment plusieurs proprietes remarquables, comme l'on voit au Cercle, aux Sections coniques, à la Cycloïde, aux premieres Paraboloides^{b)} et à cette *Catenaria*. Mais d'en forger de nouvelles, seulement pour y exercer sa geometrie, sans y prévoir d'autre utilité, il me semble que c'est *difficiles agitare nugas*, et j'ay la mesme opinion de tous les problemes touchant les nombres. *Calculus ludimus, in supervacuis subtilitas teritur*, dit quelque part Seneque en parlant de certaines disputes frivoles des philosophes Grecs.

Pour ce qui est de la courbure du Ressort, dont l'autre Mr. Bernouilly fait mention³²⁾, elle peut meriter quelque attention estant encore une de ces lignes que la nature decrit quoyque je doute fort si on trouvera des Principes aussi surs que ceux qui servent à la speculation de la Chainette. Il parle outre cela de la courbe que produit une voile tendue par le vent, comme estant d'une meditation tres sublime. En quoy je veux croire que je n'entens pas ce qu'il veut dire, parce que cette courbure en arc de cercle, qu'il donne à une partie de la voile, me paroist trop absurde (en l'interpretant simplement) pour qu'il se puisse estre trompé si grossierement³³⁾.

Voicy a peu pres la fig. 2^e de Mr. Bernouilly³⁴⁾ à laquelle se rapportent les 2 remarques precedentes³⁵⁾. Vous avez fort bien fait de m'avertir dans vostre



³²⁾ Dans l'article de Jacques Bernoulli qui parut dans les „Acta eruditorum” de juin 1691, sous le titre: „Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda Spirali Logarithmica, Loxodromiis Nautarum, et Areis Triangulorum Sphaericorum; una cum Additamento quodam ad Problema Funicularium, aliisque”.

³³⁾ Voici le passage en question de l'article cité dans la note précédente: „Istis vero omnibus multo sublimior est speculatio de *Figura veli vento inflati*; quanquam cum *Problemate Funiculario* eatenus affinitatem habet, quatenus venti continuo ad velum adlabentis impulsus seu funis alicujus gravamina spectari possunt. Qui naturam pressionis fluidorum intellexerit, haud difficulter quidem capiet, quod portio veli BC, quae subtensam habet directioni venti DE perpendicularem, curvari debeat in arcum circuli. At qualem curvaturam induat reliqua portio AB, ut difficilis est perquisitio, sic in re nautica eximii prorsus usus futura est, ut praestantissimorum Geometrarum occupationem juxta cum subtilissimis mereri videatur”.

Ajoutons que l'étrange assertion de Jacques Bernoulli reposait sur la supposition que le vent ne pouvant s'échapper de la partie BC de la voile la pression y serait partout égale tandis qu'il en serait autrement pour la partie AB.

³⁴⁾ Voir la figure de la page 130.

³⁵⁾ C'est-à-dire les remarques sur la construction du centre de gravité de la chaînette et sur la quadrature de l'espace MOR.

lettre que BC, ou bien AO dans vostre figure doit estre la soutangente de la Logarithmique, car j'aurois eu de la peine à le deviner, et il me semble que vous en deviez informer vos lecteurs dans les Acta. Dans cette construction par la Logarithmique, qui est fort ingénieuse, la propriété de la soutangente, que j'ay remarquée pag. 179 de mon Traité de la Lumière³⁶⁾, est venue fort à propos, car il a falu la supposer pour y parvenir si je ne me trompe.

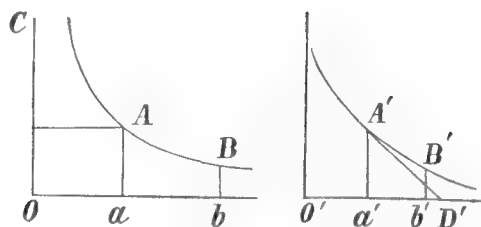
J'espere que vous aurez trouvé du temps pour achever ce que vous m'avez promis touchant les tangentes, et je l'attens avec impatience; mais je ne souhaite pas moins d'apprendre la Réduction dont je vous ay parlé, et dont je vous auray l'obligation toute entiere. Je suis avec infiniment d'estime etc.

P. S. Je ne scay pas pourquoy ces Mrs. de Leipfich m'ont donné cette fois le titre de Dynasta in Zulichem³⁷⁾ au lieu de Zeelhem, qu'ils ont mis cy devant et qui estoit comme il faut. On pourroit croire qu'ils parlent de deux Christiani Hugonii; vous pouvez par occasion, Monsieur, les detromper.

a) J'espere de Mr. Bernouilly l'analyse par vostre methode. Trocq de Fatio.
Tschirnhaus que dit-il.

Dynasta in Zulichem [Christiaan Huygens].

b) Non pas celles cy [Christiaan Huygens].



³⁶⁾ Voici la propriété en question
Soit AB une hyperbole décrite sur
les asymptotes Oa et OC, et A'B' une
logarithmique ($y = C \cdot e^{-\frac{x}{k}}$) à sous-
tangente constante a'D'. Alors, si
 $Aa = A'a'$; $Bb = B'b'$ (ou plus géné-
ralement: $A'a' : B'b' = Aa : Bb$), on
a la relation suivante: „espace hyper-

bolique ABba: „parallélogramme de l'hyperbole" $OA = a'b' : a'D'$

³⁷⁾ Voir la note 1 de la pièce N°. 2681.

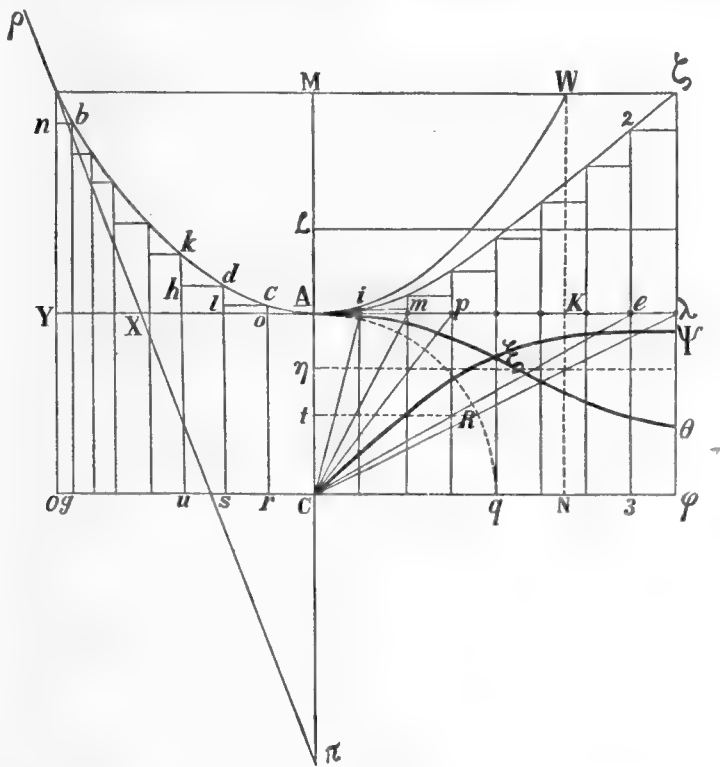
N^o 2694.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[AOÛT 1691.]

*Appendice de la pièce No. 2693¹⁾.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*§ I²⁾.

Sit catena AV; vertex A; axis CAM; AA tangens in vertice; V π tangens in



¹⁾ Cet appendice, que nous avons emprunté aux pages 119 verso et 120 recto du Livre G, contient la quadrature de la chaînette et la détermination des centres de gravité de l'arc et de l'aire d'un segment de cette courbe. Nous l'avons divisé en quatre paragraphes.

²⁾ *Quadrature de la chaînette.* On retrouvera cette quadrature, obtenue par un raisonnement semblable, dans un article qui a paru dans l'„Histoire des Ouvrages des Sçavans” de Février 1693 sous le titre „Lettre de Mr. Huygens à l'Auteur”, où Huygens est revenu sur le problème de la chaînette (voir la Correspondance de l'année 1693).

V. Sit $A\lambda$ aequ. catenae AV , et fiat angulus $A\lambda C$ aequ. $V\pi A$. Et divisa sit $A\lambda$ in totidem partes aequales quae sunt internodia aequalia in AV .

Ex demonstratis pag. 92³⁾, scimus angulos cAo , dcl , kdh tales esse ut tangentes eorum crescant aequaliter ut numeri 1, 2, 3, 4, etc.; cumque ulterius Vbn sit aequalis ang.^o λCA , eo quod $A\lambda C$ factus sit aequ. nVb , sequitur internodia Ac , cd , dk etc. inclinari ad perpendiculares seu axi MC parallelas, sicut respective inclinantur Ci , Cm , Cp , etc. ad rectam $A\lambda$.

Porro est AV curva, seu $A\lambda$ recta, ad VY , ut $\square C\lambda$ ad spatium $C\xi\psi\phi$ ⁴⁾, quod aequale esse ostendimus rectang.^o $CR\lambda$ ⁵⁾. Ergo $A\lambda$ ad VY ut $\square C\lambda$ ad $\square CR\lambda$, hoc est ut $A\lambda$ ad λR . Ergo $VY = \lambda R$. Et tota VO aequ. $C\lambda$, nam $CR = YO$ seu CA ex constr. ne Eodem modo ostenditur bg aequalis Ce , atque ita de caeteris.

Notatu dignum quod spatia cC , dr , ks etc. sunt omnia inter se aequalia si portiones curvae Ac , cd , dk , etc. sint aequales. Nam si has tanquam internodia recta consideremus, et tanquam radios circuli habeamus, erunt Ao , cl , dh , etc. sinus complementorum angulorum ACi , ACm , ACp , etc. eoque erunt inter se sicut sinus compl. angulorum horum in quadrante CAq ; sed hi sinus in secantes istorum angulorum ducti efficiunt quadratum radii, (velut λC in Ct facit \square aequale qu. CR , quia λC ad CA seu RC , ut RC ad Ct). Ergo eadem secantes ductae unaquaeque in rectas Ao , cl , dh etc. sibi respondentes, hoc est quae subjacent internodiis tantundem ab A distantibus, quantum secantes quaeque, efficient quoque rectangula aequalia inter se Ar , cs , du etc., ac singula aequalia $\square Ar$, unde sequitur spatium totum $AVOC$ aequari rectang.^o $A\phi$. Unde dimensio cognoscitur spatii AMV ⁶⁾.

³⁾ Il s'agit du § I de la pièce N°. 2625. Huygens ajouta ici en marge: „Imaginandum internodium, horizonti parallelum, esse minimum respectu caeterorum”.

⁴⁾ Voir le § VII de la pièce N°. 2625 et surtout la note 21 de cette pièce.

⁵⁾ D'après le § III et la figure correspondante de la pièce N°. 2669, on a : spat. $AOE = a(b-a)$, où $a = AB$, $b = AG$. En appliquant ce résultat à notre figure, on trouve : spat. $C\xi\psi\phi = AC \times (C\lambda - AC) = CR \times R\lambda$. Huygens, plus tard, annota ici en marge: „hac tamen quadratura nihil opus erat”. En effet, il n'était pas difficile de montrer que les accroissements successifs de la diagonale $C\lambda$ égalent partout ceux de l'ordonnée Vy , comme par exemple $Cp - Cm = kh$ (parce que $kd = mp$ et $\angle hkd = \angle mpc$), donc $Vy = \lambda R$; ce qu'il fallait prouver. C'est la voie suivie dans l'article cité dans la note 2.

⁶⁾ Pour démontrer l'identité de ce résultat avec celui annoncé par Bernoulli et que nous avons cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2693, nous n'avons qu'à remarquer que, d'après le § III de la pièce N°. 2625, le triangle AIC de la figure 4 de cette pièce est congruent avec le triangle $A\lambda C$ de notre figure, puisque AI , comme $A\lambda$, égale l'arc de la chaînette et que CI , comme $C\lambda$, représente une perpendiculaire à la tangente. Il s'ensuit donc que l' AC de notre figure s'identifie avec le rayon de courbure du sommet de la chaînette, c'est-à-dire, comme nous l'avons vu dans la note 22 de la Lettre 2693, avec la ligne BC de la figure de Bernoulli, reproduite dans la même Lettre. Mais on a dans notre figure : spat. $AMV = \square OM$ — spat. $AVOC = \square CW - \square A\phi = \square AW - \square N\lambda = AM \times MW - AC \times K\lambda$, ou bien, dans la figure de Bernoulli, $BA \times AF - CB \times FG$, puisque AG y égale l'arc de la chaînette.

§ II⁷⁾.

Si super $C\phi$ erigatur perpend.^s $\phi\zeta$ aequalis $C\lambda$, ieu OV , constat punctum ζ esse in hyperb.^a aequaliterna $A\zeta$, cujus centrum C , semidiameter CA , vertex A . Similiterque si statuatur $3e2$ aequ. Ce , hoc est bg , etiam punctum 2 , esse in eadem hyperbola. Unde liquet, descripta ejusmodi hyperbolâ $A\zeta$, si ad eam producatur applicata catenariae quaelibet VM , fore $M\zeta$ applicata in hyperbola, aequalem curvae interceptae VA , quod invenit Jo. Bernoulius.

§ III⁸⁾.

Ad inveniendum centrum grav. curvae AV , cogitandum e medio singulorum internodiorum aequalium Ac, cd, dk , etc. rectas axi parallelas cadere in CO parallelam tangenti AY . Et quoniam hae rectae onerantur singulae pondere aequali unius internodii, facile intelligitur centrum gr. curvae AV tantum distare ab OC recta, quanta est summa omnium earundem rectarum divisa per numerum ipsarum. Sed eadem rectae sunt erectae super $C\phi$ in hyperbolico spatio $A\zeta\phi C$, secantes nempe in duo aequalia singulas partes in recta $C\phi$ acceptas, atque aequae magnas iis quae sunt in catena AV ; ac porro patet quod si $\square L\phi$ ponatur aequale spatio $A\zeta\phi C$, summa rectarum totidem, in eo rectangulo, iisdem divisionibus rectae $C\phi$ insistentium, aequalis erit summae dictae rectarum in spatio $A\zeta\phi C$, ac proinde quoque summae rectarum in spatio $ACOV$. LC vero est aequalis summae rectarum in $\square L\phi$ divisae per numerum ipsarum. Ergo eadem LC aequalis quoque summae rectarum spatii $ACOV$ divisae per ipsarum numerum; ac proinde aequalis distantiae centri gr. curvae AV ab recta CO ⁹⁾.

Distantia autem centri gr. curvae AV ab MA est AX , si X sit intersectio tangentium curvae in V et A ; quia si catena AV obrigescere ponatur, eo nihil mutatur figura ejus; tunc vero intersectio filorum $\rho V, \lambda A$ curvam AV sustinentium necessario cadet in perpendicularem per ejus centrum grav. transeuntem. Ergo et antequam rigesceret.

⁷⁾ *Vérification du troisième théorème de Bernoulli.* (Voir la note 22 de la Lettre N°. 2693).

⁸⁾ *Détermination du centre de gravité de l'arc de la chaînette.*

⁹⁾ Remarquons encore que la construction, indiquée dans la Lettre N°. 2693 à la page 130, se déduit facilement du résultat obtenu ici. Puisque, en effet, $\square L\phi = A\zeta\phi C$, il suit immédiatement $\square L\zeta = A\zeta MA$, c'est-à-dire, dans la figure de la page 130, $\square LG = BAGB$.

§ IV ¹⁰⁾.

Porro facile quoque ipsius spatii VAW centr. gr. invenitur; quod nempe cognoscitur ex centro gr. spatii VACO. Hoc autem datur ex eo quod rectangula omnia minima Ar , cs , du etc. sunt inter se aequalia et centra gr. singulorum in mediis earum altitudinibus. Hinc enim sicut summae omnium rectarum a mediis internodiis Ac , cd , dk in CO cadentium, aequabatur summa totidem rectarum in spatio hyperbolico $A\zeta\varphi C$ aequaliter distantium; ita summa omnium e centr. gr. rectangulorum Ar , cs , du etc., in CO cadentium, aequabitur dimidio summae istarum rectarum in spatio hyperbolico $A\zeta\varphi C$; hoc est summae partium istarum rectarum quae sunt in $\square \eta\varphi$, si hoc aequale ponatur $\frac{1}{2}$ spatii $A\zeta\varphi C$, sive $\frac{1}{2} \square L\varphi$. Et summa illarum e centr. gr. rectangulorum Ar , cs etc. in CO cadentium per numerum ipsarum divisa, quae dat distantia gravitatis spatii AVOC ab recta CO, acquabitur summae harum rectarum in $\square \eta\varphi$ per ipsarum numerum divisae, hoc est ipsi rectae ηC , quam apparet dimidiam esse CL, quia $\square \eta\varphi$ dimidium fecerimus $\square L\varphi$.

Denique perspicuum est spatii AVOC distantiam centri gr. ¹¹⁾ esse eandem AX quae et curvae AV, cum rectanguli Ar , cs , du sint aequalia sicut internodia ipsis respondentia Ac , cd dk etc.



¹⁰⁾ Détermination du centre de gravité du segment $V'AW'$ de la chaînette, comme aussi de la figure $VOCA$.

¹¹⁾ Intercalez ici „ad CM”.

N^o 2695.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

4 SEPTEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uylensbroek ¹⁾ et par C. I. Gerhard²⁾.**Elle fait suite au No. 2693.**G. W. Leibniz y répondit le 21 septembre 1691.*

Hofwijck à la Haye ce 4 Septembre 1691.

MONSIEUR

Il y a 3 jours que je me donnay l'honneur de vous escrire une assez longue lettre. A peine une demie heure apres que je l'eus envoyée à la poste, je trouvay avec plaisir ce que jusques là je n'avois pu penetrer, scavoir la Reduction de la Construction de la Catenaria à la quadrature de l'Hyperbole, de sorte que je souhaitois fort de faire revenir ma lettre pour y ajouter cela, mais comme je demeure icy à ma maison de campagne, à une lieue de la Haye, le courier auroit esté parti devant que j'eusse pu contremander celui que j'en avois chargé. Je n'ay donc pu m'empescher de vous escrire cette autre, non seulement pour vous epargner la peine de me montrer ce qui en cecy m'avoit semblé trop difficile, comme je vous en avois prié, mais aussi pour vous faire voir la Construction qui m'est venue, afin que je puisse scavoir si je n'ay pas tenu la mesme route que vous, Monsieur, dans cette recherche; ce que je croiray estre ainsi, si j'apprens que vous ayez rencontré la mesme construction, devant que d'aller à la vostre par les Logarithmes. C'est une merveille comment quelque fois en un clin d'oeil on s'apperçoit de ce qu'on n'a sçu voir auparavant quoy qu'en estant fort proche.

J'avoue qu'il y a eu du hazard et du bonheur à mon egard, et c'estoit beaucoup de scavoir que la chose estoit possible: c'est pourquoy j'admireray d'autant plus vostre methode, si elle vous a conduit d'abord à faire cette decouverte, aussi bien que Mr. Bernoulli, sans que vous sçussiez rien l'un de l'autre, quant à ce point de recherche. Ma construction est telle: que CS, RV se coupent à angles droits en B, qui soit le sommet de la Chainette, BC le parametre, à qui soit prise egale BM.

¹⁾ Christiani Hugonii etc. Exercitationes mathematicae, Fasc. I, p. 94.

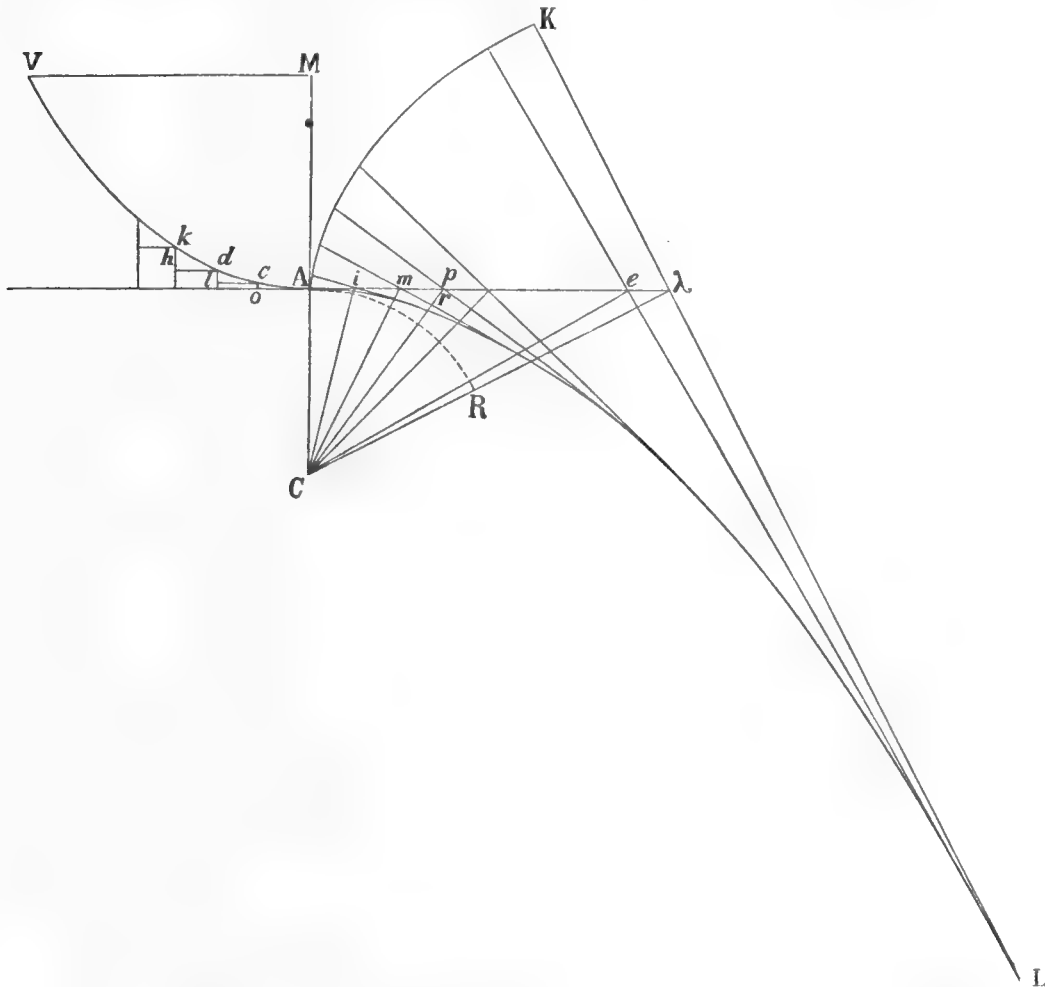
²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 101, et Briefwechsel p. 663.

du véritable, qui est fort beau et sans beaucoup de detour, comme je crois que vous le savez fort bien.

Avant hier me vint voir icy le Sr. Weigelius⁴⁾, professeur à Jena, qui m'entretint

On a donc $VM = K\lambda = KL - L\lambda = \text{arc. } AL - \lambda L$, tandis qu'en même temps $R\lambda = \Sigma pr = \Sigma hk = AM$; donc $CM = C\lambda$.

Ces indications suffiront pour expliquer les constructions du texte, puisqu'elles mènent directement à celle donnée en seconde ligne, d'après laquelle AE (voir la figure du texte)



$= \text{arc } BT - RT$ tandis que l'autre se déduit facilement à l'aide des propriétés bien connues de la parabole.

⁴⁾ Sur Erhard Weigel, voir la Lettre N°. 2659, note 4

de ses grands desseins pour l'avancement des sciences et qui paroît extrêmement satisfait de certaines demonstrations qu'il pretend avoir de l'existence de Dieu et de la Providence. Je l'iray voir à la Haye, où il dit avoir un couffin rempli de ressorts et autres curiositez qu'il veut me montrer. Il dit qu'il a l'honneur de vous connoître, depuis le temps que vous estudiez en mathematiques sous luy. J'aime-rois bien mieux voir icy son disciple, a qui je suis etc.

MONSIEUR

Tres humblement

P. S. Devant que de fermer cette lettre, j'ay considéré les paroles de Mr. Bernouilly, dans ce qu'il a donné dans les Acta, touchant la Catenaria, où il dit: *Hujus autem et praecedentis Construtionis demonstrationem lubens omitto, ne Celeberrimo Viro primae inventionis palmam vel praeripiam, vel inventa sua super hac materia plane supprimendi ansam praebeam* ⁵⁾. D'où il semble qu'il avoit envoié ses decouvertes à Mrs. de Leipfich pour vous estre communiquées. Car si son intention eust esté qu'elles fussent tenues secretes, jusqu'à la publication generale, comment vous pouvoit il *praeripere palmam primae inventionis*, (de quoy il a cru se garder en ne decouvrant pas ses deux demonstrations) ou vous donner sujet de supprimer vos inventions. Je veux croire pourtant, puis que vous m'en assurez ⁶⁾, Monsieur que vous n'avez point vu la construction de Mr. Bernouilly, devant que de donner la vostre; mais il se pourroit qu'il seroit venu à vostre connaissance (puis que le memoire de Mr. Bernouilly estoit à Leipfich depuis le mois de Decembre et qu'il n'en avoit pas recommandé le secret) qu'il l'avoit à la quadrature de l'hyperbole; ce qui me paroît d'autant plus vraisemblable, que l'invention de cette construction ne semble pas dependre de vostre methode, mais d'une remarque particuliere qui ne s'offre pas facilement d'elle mesme. Il est vray aussi que lorsqu'au mois d'Octobre 1690 ⁷⁾ vous me racontastes sommairement vos decouvertes touchant cette courbe, vous adjoutiez *supposita ejus construtione*, de sorte que vous n'aviez pas encore alors cette construction. Vous auriez pu prevenir tous ces doutes, qui en tout cas ne vous peuvent pas faire grand tort, en donnant

⁵⁾ Ces paroles s'appliquent aux deux constructions de la chaînette, indiquées par Bernoulli, dont la première suppose la quadrature de l'hyperbole et l'autre, comme celle de Huygens, la rectification de la parabole.

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2676.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2627 à la page 518.

vos inventions sous la couverture du chiffre, comme je vous l'avois conseillé plus d'une fois⁸⁾.

N^o 2696.

P. D. HUET à CHRISTIAAN HUYGENS.

16 SEPTEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2675.*

MONSIEUR

J'estois sur mon depart pour venir en ces quartiers, quand j'ay eu l'honneur de recevoir uostre lettre du 18. Auril. Les occupations que j'y ay trouuées, m'ont si fort distrait, & m'ont laissé si peu de liberté, qu'il ne m'a pas esté possible de vous répondre plustost. Si auant que de uous enuoyer mon petit ouurage contre la Philosophie Cartesienne, j'auois lu l'histoire de la vie de son Auteur qui uient de paroistre¹⁾, je ne scais si je me ferois hazardé a uous faire ce present, sachant qu'il estoit lié d'une estroite amitié avec Monsieur uostre pere. Vos deux derniers traittez m'ont rassuré et m'ont fait connoistre que quelque ami qu'ait esté Mr. des Cartes de uostre famille, la uerité vous est encore plus amie. Ce que j'ay escrit contre luy m'a attiré plus d'affaires que tout ce que j'ay jamais escrit, quoy que je n'aye pas veu la dixième partie de ce qu'on a fait pour ou contre. J'ay veu seulement des Theses disputées a Leijde, et vn petit liure de Mr. Regis²⁾, Cartesien au

⁸⁾ Voir les Lettres Nos. 2623, 2633, 2667 et 2677.

¹⁾ La Vie de Monsieur Descartes Premiere (Seconde) Partie, A Paris chez Daniel Horthemels, rue Saint Jacques, au Mécénas M.DC.XCI. Avec Privilege du Roi. 2 Vol. in-4°. La dédicace à Monseigneur le Chancelier est signée A. B.

L'auteur est Adrien Baillet, fils d'un paysan, né le 13 juin 1649 à la Neuville en Hez, près Beauvais. Il fut élevé par les Franciscains, étudia au collège de Beauvais, fut ordonné prêtre en 1676 et entra, en 1680, comme bibliothécaire, au service de l'avocat général Lamignon, chez lequel il mourut le 21 janvier 1706. Il a écrit plusieurs ouvrages d'histoire ecclésiastique et autres parmi lesquels une „Histoire de Hollande” en 6 volumes, publiée sous le pseudonyme Balt. Hezeneil de la Neuville, anagramme de Baillet de la Neuville en Hez.

²⁾ Réponse au livre qui a pour titre: *Petri Danielis Huetii, Episcopi Suessionensis Designati, Censura Philosophiae Cartesianae*, servant d'éclaircissement à toutes les parties de la Philosophie, & sur tout à la Métaphysique. Par Pierre Silvain Regis. A Paris, chez Jean Cusson, 1691. in-12°. Sur P. S. Régis, voir la Lettre N^o. 2616, note 7.

grand collier, député par tout le parti pour me repondre. Les Theſes m'ont paru peu de choſe, & ce liure encore moins et rien ne m'a donné meilleure opinion de mes objections ny plus mauuaife de la ſecte que j'ay attaquée, que de voir que ceux qui ſont a la teſte de ce parti, la defendent ſi mal. Si toſt que je ſeray de retour a Paris, c'eſt a dire dans vn mois, comme j'eſpere, je ne manqueray pas de mettre entre les mains de Mr. de la Hire vn exemplaire des *Quaeſtiones Alnetanae*. Comme la plus part des gens ne jugent des ouurages que par vne inſpection ſuperficielle, pluſieurs Theologiens ont trouué a redire que j'aye entrepris de prouuer la concorde de la Foy et de la raiſon par des fables, car c'eſt ainſi qu'ils s'expriment. Ces bonnes gens plus verſez dans la Theologie Scholaſtique que dans la Poſitiue, ne ſauent pas qu'en critiquant la methode dont je me ſuis ſerui, ils blaſment celle de la plus part des Peres, d'Athenogeras, de Tatien, de Clement Alexandrin, d'Arnobé, de Theodoret, de St. Auguſtin, et de la plus part des autres. Cette methode eſt fondée ſur ce raiſonnement. Les dogmes de la Religion Chreſtienne ne choquent point la raiſon, ſi ceux qui ſe ſont le mieux ſeruis de leur raiſon, ont cru et ſouſtenu des Dogmes ou ſemblables, ou moins croyables encore. Or ceux qui ſe ſont le mieux ſeruis de leur raiſon, c'eſt a dire les nations les plus éclairées dans les tems ou elles ont le plus fleury, les Egyptiens, les Phœniciens, les Grecs, les Romains, les Chinois, et d'autres nations de la terre, & les plus grands Philoſophes de l'antiquité, ont cru et ſouſtenu des dogmes, ou ſemblables, ou moins croyables encore. Donc les dogmes de la Religion Chreſtienne ne choquent point la raiſon. Or les fables des Egyptiens, des Phœniciens, des Grecs, et des Romains ſont leur veritable religion, comme Arnobé³⁾ l'a fait voir, et comme je l'ay monſtré dans quelque endroit de mon liure. J'ay donc eu raiſon d'alleguer ces fables. Je demeure bien d'accord de voſtre propoſition *Nihil aduerſus rationem valere debere auctoritatem Fidei*⁴⁾, pourueu qu'on diſtingue exactement l'*aduerſus* du *ſupra* car s'en tenant a ces principes, qui me ſemblent incontestables, que noſtre raiſon eſt fort bornée, que la puiſſance de Dieu eſt infinie, & que la Foy eſt vn don de Dieu, venant immediatement de luy ſans paſſer par les voyes de la nature, on peut bien dire que la Foy nous propoſe bien des choſes qui ſont au deſſus de la raiſon, mais comme la raiſon eſt auſſi vn don de Dieu d'un autre genre, et que les dons de Dieu ne ſe choquent et ne ſe deſtruient pas les vns les autres, on ne doit pas dire que la foy choque la raiſon. Vous jugerez vous meſme de cet ouurage, Monsieur, quand

³⁾ Arnobius l'ancien, mort probablement en 327, enseigna, la rhétorique à Sicca en Numidie, se convertit au Christianisme et écrivit sept livres contre les Gentils, dont Saumaise rédigea une édition, publiée après sa mort sous le titre:

Arnobii Afri aduersus Gentes Libri VII. Cum Recensione Viri Celeberrimi & integris omnium commentariis.

Editio novissima atque omnium accuratissima [ed. Ant. Thysius] Lugduni Batavorum. Ex officinâ Ioannis Maire. MDCLi in-4°. Il en existe plusieurs autres éditions.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2675, note 7.

vous aurez pris la peine de le lire. Je n'en faurois desirer vn meilleure juge que vous, ny qui joigne plus d'équité et de candeur a tant de penetration et d'intelligence. J'en suis si persuadé, que j'ay toujours regardé comme vne perte irreparable pour le royaume, la resolution que vous auez prise de le quitter. Vous receurez avec ce liure vn petit traité sur vn sujet bien different⁵). Vous me ferez vn plaisir singulier de l'examiner et de le critiquer. Vous m'en ferez vn plus grand sans comparaison de croire qu'on ne peut vous honorer plus que je fais, & estre avec vn zele et vn attachement plus sincere

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant seruiteur
L'ABBÉ HUET.

A Auranches le 16 7^{bre} 1691.

N. Eu. d'Auranches.

N^o 2697.

N. FATIO DE DUILLIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 SEPTEMBRE 1691.

La lettre se trouue à Leiden, coll. Huygens.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2700.

$\frac{8}{18}$ Sept. 1691.

MONSIEUR

*) Je suis parti de la Haye avec une si grande precipitation que je n'ai pû trouver un moment pour aller à Hoffwyck recevoir vos ordres pour l'Angleterre. Cela n'empêchera pas Monsieur que je ne puisse les recevoir ici. Monsieur le Docteur

⁵) Probablement l'ouvrage :

Traité de la situation du Paradis terrestre. A Mrs. de l'Académie Française. Par M. Pierre Daniel Huet, nommé à l'Evêché d'Avranches. A Paris, chez Jean Anisson, 1692. in-12°.

Quoique le titre porte le millésime 1692, l'ouvrage doit avoir paru en 1691, puisqu'il se trouve analysé dans la première livraison du Journal des Sçavans de 1692.

Bernard ¹⁾ a été avancé à un Benefice, qui lui vaut 300 pieces par an. Sa charge de Professeur d'Astronomie dont les appointements sont de 150 pieces est devenue vacante par là; ceux qui se presentent pour la remplir sont Monsieur Halley et Monsieur Gregory. Je verrai bientôt Monsieur Newton, puis qu'il doit venir ici en fort peu de jours. Vous m'obligeriez sensiblement Monsieur de m'envoyer les Errata de son livre ²⁾ que je Vous ai laissez et desquels malheureusement je n'ai point gardé de Copie. Je suis avec beaucoup de respect

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres chez Monsieur Tourton

& Compagnie, ce $\frac{8}{18}$ 7^{bre} 1691.

A Monsieur.

Monsieur HUGENS DE ZEELHEM

à

³⁾

^{a)} Receu et répondu le 25 Sept. et renvoiè les Errata [Christiaan Huygens].

¹⁾ Sur Edward Bernard, voir la Lettre N°. 448, note 6. En 1691, l'évêque de Winton lui confia la paroisse de Brightwell.

²⁾ Voir l'Appendice N°. 2698.

³⁾ Sur le côté de l'adresse Chr. Huygens nota: Newton quid. Bernard Exempl. Mr. Locke saluer.

N^o 2698.

N. FATIO DE DUILLIER.

1690.

Appendice au No. 2697.

*La copie, de la main de Chr. Huygens, se trouve à Hanover, Bibliothèque royale.
Elle a été publiée en extrait par J. Groening¹⁾.*

Conjecturae de sphalmatis typographicis in Cl. Newtoni
Philosophiae Principiis Mathematicis.

Quae inducta sunt Newtonus deleverat in MS.

D. Fatii ex quo haec descripta sunt, quippe frustra aut
sine causa deprehensa²⁾).

In praefatione pag. 2. l. 22. demonstratam. Ibidem l. 23. eandem p. 10. l. 25. pro
mensuratarum legi velim quantitatum mensuratarum p. 15. l. 25. Lineam pH in
plana. Ibid. l. pen. dele, Radii volubiles p. 16. l. 1. pro nervorum lege muscutorum
vel tendinum p. 13. l. 7. *alligatum*. Ibid. l. 14. *Etsi vera sint quae hic dicuntur, fieri
tamen non potest ut summa motuum A, B, existentium ante concursum, partium 26,
evadere possit post concursum partium viginti, quamvis in contrarias partes*, p. 18.
l. 2. demonstratur si punctorum motus fiat in eodem plano. Ergo &c. p. 19. l. 9.
quietis p. 18. *dubitari potest utrum in actionibus corporum inter se, si generentur
motus circulares pergat centrum grav. in linea recta moveri*.

P. 20. l. 8. movebunt (per &c.). Ibid. l. 19. Christophorus, p. 22. l. 7. con-
trarias aequalis mutatio p. 23. l. 6. Nam si regula. p. 27. l. 1. pro Ac E lege ac E.
Ibid. l. 25. parallelogrammo. Ibid. l. ult. circumscriptae p. 29. in ima pag. lege vel.
Lemma 6³⁾) probatur per suppositionem ipsius lemmatis. Tota ejus demonstratio

¹⁾ Voir, sur l'histoire de cette copie, les notes 1 et 2 de la pièce N^o. 2540. Groening attribue encore ces corrections à Chr. Huygens, quoique les notes que Huygens a ajoutées à sa copie indiquent clairement que les Errata ont été extraits par Huygens du manuscrit de Fatio de Duillier.

Groening n'a imprimé que les corrections qui lui semblaient les plus importantes, en les arrangeant d'après l'ordre des pages des Principia, auxquelles elles se rapportent.

²⁾ Dans ce qui suit, on a imprimé en italiques les passages que Newton, d'après la remarque que Huygens écrivit en tête de la pièce, avait biffés comme étant des corrections abusives.

³⁾ En cet endroit on trouve écrit en marge: Newtoni annot. 10. deleatur demonstratio lemm. VI, vel legatur Nam si angulus ille non evanescit, continebit arcus AB cum tang. AB [Lisez AD] angulum rectilinio aequalem, et propterea curvatura ad punctum A non erit continua contra hypothesin.

ita legi poterit expunctis inutilibus quibusdam. Nam punctis AB coeuntibus, nulla quoque adeo ipsius AB parte jacente intra curvam, manifestum est quod haec recta AB vel coincidat cum tangente AD cujus nulla etiam pars jacet intra curvam, vel ducitur inter tangentem et curvam. Sed casus posterior est contra naturam curvarum quae unicam in puncto A tangentem admittit ergo &c. p. 30. l. 7. lege. Nam dum punctum ad punctum A accedit, intelligantur semper produci AB et AD ad *b* et *d*, ut sint *Ab*, *Ad* magnitudines finitae hoc est magnitudines non infinitae parvae, et secanti BD parallela agi *bd* quae proinde lineam AD *d* secabit in *d*, cum ea constituens angulum *Adb* aequalem ang.^o ADB tangentis cum secante atque adeo non infinite parvum. Sitque arcus *Ab* semper similis arcui AB. Et punctis &c. p. 30. l. 9. evanescet; coincident autem puncta *b* et *d*, adeoque &c. p. 30. l. 16. haec BF ultimo p. 31. l. 1. Nam dum punctum B ad punctum A accedit intelligantur semper produci AB, AD, AR ad *b*, *d* et *r*, ut sint *Ab*, *Ad* quantitates non infinite parvae; et ipsi RD agi parallela *rbd*, quae proinde lineam AD *d* secabit puta in *d*, constituendo cum ea angulum *Adb* aequalem ang.^o ADB tangentis cum secante, atque adeo non infinite parvum. Et arcui AB semper ducatur similis arcus *Ab*. Coeuntibus punctis A, B, angulus *bAd* evanescet, et propterea coincidentibus jam punctis *bd* triangula tria &c.

Demonstratio Lemmatis IX, intelligatur ex iis quibus facilioris reddidi demonstrationis Lemma VII et VIII. p. 32. l. 18. venirent sunt *tum in eadem figura tum praecipue in duabus figuris inter se comparatis ut quadrata* &c. Ibid. l. 21. *generantur sunt tum in eadem figura, tum praecipue in duabus figuris inter se comparatis ut vires* &c.

p. 33. l. 18⁴⁾. Et quamvis angulus D non detur sed vel linea DB PER PUNCTUM QUODVIS TRANSEUNTE, VEL ALIA QUACUNQUE LEGE CONSTITUATUR, TAMEN ANGULI D, *d* EADEM LEGE ERIT CONSTITUTI AD AEQUALITATEM⁵⁾ pag. 34. l. 23. erit *infinite* minor vel etiam lege erit *infinite* major minorve priore. l. 26. lege &c. in qua quilibet posterior angulus contactus *prodiit* infinite minor priore.

⁶⁾ p. 35. l. 21. pervenientis. p. 32. l. 6. definiendum est quid per vim regularem oporteat intelligi p. 39. l. 12. agat perpetuo l. 13. quantitatem superficiei non augebit nec minuet. *Hoc quidem verum si superficies descripta ad planum immotum semper referatur, et in ea per lineas perpendiculares projiciatur, atque ita intelligendum est Scholium. Alioqui superficies descripta unque augetur.* Ad pag. 39. Prop. III. Sic lege intersectis literis etiam in ipsa thesi probanda, quae alioquin obscurior

⁴⁾ Lisez: 19.

⁵⁾ Les mots imprimés en majuscules ont été soulignés par Huygens. Il nota en marge: à manu Newtoni.

⁶⁾ Ici encore Huygens nota en marge: manus Newt.i, sans pourtant indiquer les mots auxquels s'appliquerait cette remarque.

effet propter frequentiorem usum vocis alterum⁷⁾. Corpus omne L quod radio a. c. c. alterius T utcumque m. d. d. a. c. c. i. t. p. u. v. c. e. v. c. t. a. c. alterum T & e. v. o. a. q. c. alterum T urgetur N (p. L. c. 6) s. v. n. q. ae. & c. s. i. q. c. alterum T urgetur u. c. utrumque L et T secundum l. p. p. c. primum L d. c. c. alterum T a. e. a. p. v. a. q. c. alterum T. u. j. d. p. v. s. ae. & c. & p. (p. L. 1.) c. i. alterum T (adde sibi ipse jam relictum) v. q. v. m. u. i. d., & c. p. L. u. d. v. (adde id est urgente vi reliqua) p. a. t. p. c. c. alterum T d. T. i. (p. T. 2.) d. v. a. c. i. alterum T ut centrum. Q. E. D. Eadem ratione interpolandae sunt literae L et T in Corollariis pag. 40. l. 18. Visque tota ex omnibus &c. Haec pars Corollarii corrigenda est nam arearum descriptio circa centrum mobile non est descriptio [?] aequabilis, verum quae de his scripsi transcribere longum foret.

⁶⁾ Ad Scholium p. 40. Nihilo deterius esset Scholium si tollerentur verba [retinetur.... cuius vi corpus] vel verba [et motus.... in orbita] *vel saltem si alterutra harum praecipue in parenthesi constituerentur*. P. 41. l. 14. spatiorum adde id est linearum nascentium &c. p. 42. post finem Coroll. 6. addere potes, Et

in universum si sunt T, t tempora periodica; R, r radii circularum, erunt $\frac{R}{T}$,

$\frac{r}{t}$ ut velocitates; $\frac{R}{Tq}$, $\frac{r}{tq}$ ut vires centripetae. Si erit praeterea T^n ad t^n ut R^m ad

t^m , erunt $R^{1-\frac{m}{n}}$, $r^{1-\frac{m}{n}}$ ut velocitates, $R^{1-\frac{2m}{n}}$, $r^{1-\frac{2m}{n}}$ ut vires centripetae, itemque

erunt $T^{\frac{n}{m}-1}$, $t^{\frac{n}{m}-1}$ ut velocitates, $T^{\frac{n}{m}-2}$, $t^{\frac{n}{m}-2}$ ut vires centripetae. Sunt autem n et

m indices quarumvis potestatum. Ibidem l. 16. autem reciproce in l. 23. collegerunt. Coroll. pag. 42. obscurum est. Pag. 42. l. 3. a fine lege arcum BD. pag. 43. l. 2. arcum quemvis datum describit, efficiet si secundum lineas parallelas agere supponatur, ut corpus &c. pag. 44. l. 2. concurrentes p. 121. l. 4. pro CA lege GA (ni fallor) p. 46. l. 4. lege reciproce ut quadratocubus, id est reciproce ut quinta potestas distantiae SP. l. 10 jungetur CP. Ob similia triangula CPM, TPZ, est CPq. ad PMq. ut PRq. ad QTq. et ex natura circuli &c. Nulla enim lemmatum VIII et VII citatione opus est. p. 47. l. 20. reciproce ut cubus. p. 49. l. 1. reciproce

⁷⁾ Voici le théorème et la démonstration dont Fatio indique les mots par leurs initiales : Corpus omne quod, radio ad centrum corporis alterius utcumque moti ducto, describit areas circa centrum illud temporibus proportionales, urgetur vi composita ex vi centripeta tendente ad corpus alterum & ex vi omni acceleratrice, qua corpus alterum urgetur.

Nam (per Legum Corol. 6) si vi nova, quae aequalis & contraria sit illi qua corpus alterum urgetur, urgeatur corpus utrumque, secundum lineas parallelas, perget corpus primum describere circa corpus alterum areas easdem ac prius: vis autem qua corpus alterum urgebatur, jam destruetur per vim sibi aequalem & contrariam, & propterea (per Leg. 1) corpus illud alterum vel quiescet vel movebitur uniformiter in directum, & corpus primum, urgente differentia virium, perget areas temporibus proportionales circa corpus alterum describere. Tendit igitur (per Theor. 2) differentia virium ad corpus illud alterum ut centrum Q. E. D.

ut $\frac{I}{PC}$ p. 51. l. ult. PS, PH. p. 49. post finem Corol. 2 lege nam velocitates in verticibus ellipsium principalibus, eundem habentem axem majorem, esse ut ordinatim applicatas ad idem punctum axis majoris, quod si per A verticem principalem ducatur ad ellipses illas tangens communis, corpora in Ellipsis revolventia si a puncto A jamjam exeuntia, eodem tempore aequaliter a tangente communi centrum versus decident ipso motui initio, quoniam videlicet, in puncto A stabilis et constans supponitur vis centripeta. Unde sequitur corpora in ellipsis illis mota, si a puncto A secundum communem illam tangentem simul projecta demittantur, in principio motus, atque adeo semper, in eadem perpendiculari ad axem majorem simul repertum iri. p. 57. l. 9. in minima et in maxima, (vide enim p. 60. l. 8.) l. 21. *figuris*, quae *tamen* inter se similes, sin minus in alterutro vertice, inveniuntur. p. 426. l. 8. et 9. pro major lege minor p. 61. l. 5. a fine lege figurarum p. 72. pro Scho- in ima pagina scribe P. p. 105. lemma XXVIII. Nulla extat figura in se recurrens quin admodum Ovalis, cujus area rectis per quodcumque datum punctum transeuntibus pro lubitu abscissa &c. p. 105. l. 19. ceu polum aequabili et uniformi cum motu. l. 22. Ovale quadratum p. 195. l. 11. ac detur tum sphaerae densitas tum ratio. p. 120. l. 23. sectorem p. 122. l. 6. pervenit. p. 123. l. 16. sit ut velocitas inversè, adeoque. l. 13. ipsi DT vel EG. l. 23. pro vi lege vi. p. 125. l. 16. omnibus aequalibus altitudinibus. p. 131. l. 3. a fine. Atque hactenus motum. p. 144. l. 4. a fine quaeque. p. 152. l. 7. dele & l. 14. duobus. p. 169. l. 3. a fine orum ad invicem. p. 172. l. 9. minoris sint differentiae respectu earum longitudinis, et inclinationis. l. 17. describet. p. 179. l. 4. undiquè. p. 193. l. 2. a fine aequales arcus HK, *hk*, et IL, *il*, qui magnitudine, ab invicem quam minimum differunt: et ad p. 219. l. 9. et 13. pro = scribendum — l. 17. P.Aⁿ⁻¹. p. 230. scribe in schemate literae Aa, Bb, Cc, Dd, Ee. p. 231. l. 14. uti. p. 249. l. 12. et semper conjunctim p. 307. l. 9. auferantur p. 315. l. 11. lege 11. ad 17. p. 343. l. 12. posset. p. 380. l. 25. aequentur. p. 402. l. 23. astronomi. p. 407. l. 2. recidit. p. 409. l. 1. Et sic. p. 411. l. 22. Haec fallacibus nituntur observationibus, nam si inter ferrum et magnetem interponatur chartula vel lignum &c. attractio non fit multo minor, ut ipse expertus sum. Plures afferre possem observationes quibus constat vim magnetis juxta superficiem non multo minorem esse quam in ipsa superficie. Fortiorem magnetem olim ad globum ferreum admovebam, et quamvis id maxime vellem, viribus maximis etiam adhibitis, efficere non potui quin cum magnetis ad ferrum parva jam esset distantia, aliud in alterum rueret, et strepitu ex vehemitione collisione oriretur. Sed et minora ferri frustula in magnetem admotum, et adhuc a se distantem profiliunt, cum tamen a magnete vi mediocri adhibita separari possent p. 411. l. 24. pro vel minimum, lege aliquantulum. p. 411. corol. 3. Unde etiam vacuum necessario dabitur. p. 410. cor. 1. corporum sensibilibum p. 451. l. 4. a fine duobus. p. 455. l. ult. posteriorem. p. 476. l. 5. a fine, superabat. p. 477. l. 2. distantia. p. 481. l. 7. possint. l. 10. duplae distantiae planetae à centro

foliis ad distantiam cometae a centro. l. 21. pro respective lege reciproce. In ima pag. pro c . 2 lege $2c$. p. 474. l. 15. et motu angulari circa solem &c. quaedam hic corrigenda sunt. p. 481. lemma V definiendum est quid sit linea generis parabolici.

p. 482. l. 8. ⁸⁾ a fine $\frac{c-2c}{HL}$, 2d. l. 5. a fine $SL=s, s$ in. p. 486. l. 5. sit (per corol.

6. prop. XVI. lib. I.) ad velocitatem. p. 487. l. 1. adeoque (per corol. 7. prop. XVI. lib. I.) p. 488. l. 1. X, inveniendum per corol. 7. prop. XVI. lib. I. longitudinem. In schemate p. 488. puncta Gg intra angulum AYC, punctum γ extra angulum illum constitui possent. P inter puncta O et N collocandum est. p. 489. l. 29. rectae BS vel Bξ. p. 490. l. 4. $\frac{4}{3}$ Tt. p. 489. l. 5. quorum. l. 7. TA et TC. l. 30. chordae AEC. p. 490. l. 9. tC. l. 11. MP ad MN. l. 3. *innotescat ac proinde sint AC, ac, ax praeterpropter parallelae*. p. 475. l. 11. pro AQG lege \vee QG. p. 472. l. 3. a fine excessus lege defectus.... a longitudine. p. 491. l. 20. peractae. p. 492. deest observatio Cometae in Q existentis. p. 500. l. 16. pupillae. p. 510. l. 17. quam.

In summa quaque pagina adscribi deberet tum liber, tum numerus propositionum et rerum de quibus agitur summum caput. Variarum praeterea construendae essent tabulae, una quae seriem proportionum contineret, altera quae esset materialium, tertia quae etiam eadem esse posset cum prima, ostenderet ex quibus propositionibus quaevis pendeat propositio.

p. 115. corrige literam E, in schem. p. 117. l. 20. lege vel pro uel. p. 128. l. 1. ut areae p. 123. l. 6. ut $\frac{2VI+I^2}{DE}$. p. 132, 134. in schem. pro minori V scribe ν .

p. 134. l. 24. intelligatur. p. 197. l. 6. a fine dele virgulam eminentem supra vocem centripetae. p. 227. l. 15. secundum. p. 241. l. 6. ⁹⁾ a fine *error latet* in $\frac{tGT}{N}$.

p. 317. l. 13. illae. p. 408. l. 4. a fine. Ipse expertus sum quod et Hugenius expertus est, pendula juxta posita, vel ex eadem trabe pendentia ire simul et redire, licet ifochrona non sunt si longius ab invicem ponantur. p. 409. l. 4. a fine *pro major nonne legendum minor*. p. 481. l. 13. pro transversam, lege majorem. In errorum pag. l. 14. pro⁻² scrib.⁻³ l. 20. post scribe T adde vel potius p. 297. l. 19. pro QT scribe QO. Quedam omitto quae jam esse correctae in codice Newtoniano novi.

p. 371. ¹⁰⁾ atque adhuc accuratioribus, quod major [esse] deberet quam digitorum quinque cum semisse et minor quam digitorum 7. Pedes anglicos pauciores quam 1111 et plures quam 984.

⁸⁾ Lisez: 7.

⁹⁾ Lisez: 4.

¹⁰⁾ Ajoutez l. 16.

De hoc experimento securus est Newt. non autem de alio in quo erant digiti $5\frac{2}{3}$.

Aliae conjecturae. Pag. 361. l. 14. temporibus aequalibus aequaliter moveri. p. 362. l. 19. quae nunc altissimae sunt mox fiunt infimae. p. 372. l. 7. a fine. Stentorophonicis. p. 222. l. 7. a fine. rol. 3. Prop. LXXII &c. Haec verba denotant addendum esse pag. 196 post lin. 4 Corollarium tertium quod ibi deest. Corollarium autem istud verum erit in mea hypothesi gravitatis¹¹).

Ex Newtoni codice p. 243. l. 10. $\frac{DRq \times CK \times CP}{2CDq \times QB}$ p. 403. ant Hyp. VI. Eadem lege Satellites Saturni revolvi Cassinus detexit. p. 32. l. 14. quos vires quaelibet aequales in partibus istis similibus ad corpora similiter applicatae generant et qui... Corol. 2. Errores autem quos vires proportionales in similibus figurarum similibus partibus similiter applicatae generant. p. 33. l. 19. non detur sed vel a recta BD ad datum punctum convergente, vel alia quacunque lege constituatur, tamen anguli D, d, eadem lege constituti. p. 40. l. 26. vi ad hoc centrum tendente retrahitur a motu rectilineo et in orbita sua retinetur: quidni, p. 474. l. 16. tanto celerius fertur ut recta per Terram et Cometam perpetuo ducta, convergat ad partes ultra Cometam, Cometa è terra spectatur ob motum suum nimis tardum. p. 481. post l. 24. adde Curvam generis parabolici hic appello cujus ordinatim applicata vel basis potestas est cujus Index est unitate major, vel ex ejusmodi potestatibus per additionem vel subtractionem componitur. describenda est hujusmodi curva per puncta quotcunque data A, B, C, D, E, F &c. et ab iisdem... p. 371. l. 14. 868. l. 15. 1302.

Alia Errata ex Newtoni mei codice. Londini. 13 Mart. die $\frac{1689}{90}$.

P. 3. l. 14. Vis magnetica pro magnitudine magnetis et intensione virtutis major in uno magnete minor in alio p. 8. l. 9. recedere ab. pag. 10. l. 5. vero ubi. Ibid. l. 15. verum illum et unicum. pag. 15. l. 25. in plana. p. 16. l. ult. et differentiae. p. 22. l. 7. mutatio motus corporis utrique in partes contrarias illata aequalis erat, atque. p. 24. l. 21. reciproce ut. p. 33. l. 28. sesquuplicata seu sesquialtera. p. 42. l. 10. in subduplicata seu. p. 47. l. 20. reciproce est. p. 42. l. 16. subduplicata ratione reciproce. p. 55. l. ult. adde namque area tota est ut area QT x SP ducta in

¹¹) Consultez, sur l'hypothèse de Fatio de Duillier, les Lettres Nos. 2570 et 2582. Le Corollaire 3 a, en effet, été ajouté dans les éditions subséquentes des „Principia”, où il est formulé comme il suit: „Si ad Solidorum duorum quorumvis, similium et aequaliter densorum puncta singula tendant vires aequales centripetae decrescentes in duplicata ratione distantiarum a punctis, vires quibus corpuscula, ad solida illa duo similiter sita, attrahentur ab iisdem, erunt ad invicem ut diametri solidorum”.

tempus periodicum. p. 56. l. 3. 7. et alibi, pro axibus transversis scribe axes majores. p. 60. l. 1. $2SP + KP$. p. 112. l. 29. pro ab lege ad. p. 159. l. 24. quovis dato. p. 219. l. 17. $n-1$. p. 221. l. 19. computandi. p. 231. l. 14. uti. p. 105. l. 20. post recta adde, uniformi cum motu. ibid. l. 22. intra ovalem quadratum. p. 112. l. 8. 12. 17. dele $+\frac{1}{2}D$, $+\frac{1}{2}F$, $+\frac{1}{2}H$. ib. l. 10. pro S. lege P. p. 402. l. 3. verae.... sufficiant. p. 407. l. 3. post confecto adde: Nam arcus illius quem Luna tempore minuti unius primi medio suo motu ad distantiam 60 semidiametrorum terrestrium describeret, sinus versus est pedum Parisiensium $15\frac{1}{2}$. p. 420. l. 19. ¹²⁾ subfesquialtera. p. 426. l. 25. revolutionibus annuis. p. 481. l. 11. Planetae a centro solis ad distantiam Cometae. l. 21. pro respective scribe reciproce. p. 485. l. 19. verticem μ p. 489. l. 30. (per Corol. lemm. X).

p. 490. l. 4. $\frac{2}{3}$ Tr. l. 11. MP ad MN. p. 488. in schemate scribatur P inter N et O. p. 23. l. ult. ut.... moveatur.... abeat p. 37. l. 19. et 39. l. 13. ut deflectat et pergat. p. 38. l. 10. corpus a. p. 40. l. 29. trahitur a. p. 36. l. 20. rerum conceptui p. 39.

p. 1. l. 9. Aer densitate duplicata in spatio etiam duplicato fit quadruplus in triplicato sextuplus. p. 26. l. 12. Si negas fiant ultimo inequales, et sit earum ultima differentia D. p. 41. l. 28. Corol. 1. Hinc (cum arcus simul descripti sint ut velocitates, et reciproce ut tempora periodica) vires centripetae erunt ut velocitatum quadrata applicata ad.... p. 42, 55, 56, 57, 58. et alibi, pro dimidiata ratione scribe subduplicata ratione p. 44. Prop. VI. Theor. V. Namque in figura indefinite parva QRPT, lineola nascens PR ea est quam corpus uniformi cum velocitate absque vi centripeta describeret ideoque tempori proportionalis est. Et lineola QR spatium est quod corpus cadendo ab R eodem tempore describeret; ideoque (per lemm. X. vel XI.) est ut quadr. temporis, si modo detur vis centripeta. Sin vis illa major sumatur vel minor, lineola QR major fiet vel minor in eadem ratione (per leg. 11.) et propterea est ut vis illa et quadr. temporis conjunctim id est (cum tempus sit ut area SPQ, et haec area ut rectangulum $SP \times QT$) lineola QR est ut vis illa et ST quad. $\times QT$ qu. conjunctim. Unde vis illa, si termini rationis applicentur ad QR, fiet inverse ut Solidum $\frac{SP \text{ qu.} \times QT \text{ qu.}}{QR}$ Q. E. P.

Coroll. Hinc si detur &c.

Schol. Nota quod in figura indefinite parva QRPT, cum QR sit (per lemm. XI) ut RP qu. five ut QT qu. longitudo $\frac{QT \text{ qu.}}{QR}$ data erit, et propterea cum SP etiam detur, solidum $\frac{SP \text{ qu.} \times QT \text{ qu.}}{QR}$ quoque datum erit, licet longitudo QR et QT non dentur. At si figura QRPT usque adeo augeatur ut non amplius pro indefinite

¹²⁾ Lisez: 20.

parva haberi possit, solidum illud non amplius dabitur. Et propterea ut solidum illud omninò daretur, eam assumi ipsius quantitatem quae ultimo fit ubi figura QRPT coeuntibus punctis P et Q evanescit.

p. 67. l. 17. ideoque si rectae RP, SQ concurrant in T et agatur TZ, figura TRZS dabitura specie, et recta TZ in qua punctum Z alicubi locatur dabitur positione.

p. 330 et 331. dele omnia et lege ¹³⁾). Si vas impleatur aqua in fundo perforetur, ut aqua per foramen defluat, *manifestum est* ¹⁴⁾ *quod aqua defluens aequalis erit aquae in aere eodem tempore cadenti in columna rotunda cujus latitudo ad basin eadem est atque foraminis et altitudo eadem atque aquae stagnantis in vase: ideoque velocitas quacum aqua exit ex foramine eadem est ac si a summitate aquae in vase decidisset, et propterea si motus ille sursum vertatur, aqua egrediens ascendet ad altitudinem aquae in vase, et si aqua per canalem in latere vasis oblique egrediatur, describet parabolam cujus latus rectum est quadruplum altitudinis aquae in vase supra canalis orificium et cujus diameter horizonti perpendicularis ab orificio illo ducitur, atque ordinatim applicatae parallelae sunt axi canalis. Quantitas autem aquae effluentis quo tempore corpus cadendi describere possit altitudinem aquae in vase supra canalem aequalis erit columnae aquae cujus diameter eadem est atque canalis illius et longitudo duplo major quam altitudo ille aquae in vase supra canalem.*

Haec omnia de fluido subtilissimo . . . quod effluit.

Denique vas in fundo perforatum sustinet pondus aquae totius contentae demto pondere quod in aquam effluentem ad ejus motum generandum impenditur, quodque aequale est duplo ponderi aquae foramini perpendiculariter insistentis. At si aqua per canalem horizonti parallelum egrediatur . . . non efflueret. Tollitur enim pressio quae ad aquae effluentis motum generandum sufficit: quae quidem pressio aequalis est duplo ponderi columnae.

p. 334. l. 7. duplo ponderi. ib. l. 12. imminentis, demto pondere aquae reliquae quae foramini perpend. r imminet, et cujus quantitas, si vas permagnum sit, in sequenti computatione negligi possit. ib. l. 14. si et singulae fundi partes sustineant pondera aquarum sibi perpend. r imminentium, reliquum est ut globus etiam tamquam fundi pars aliqua sustineat ponderis aquae sibi perpend. r imminentis, sed aquae defluenti resistendo vim ejus sustinet ponderi illi aequalem. (dele caetera usque ad cujus altitudo est RS).

p. 335. l. 11. Pondus autem columnae illius duplicatae, quo tempore. p. 335. l. 20. et l. ult. et p. 336. l. 3. quatuor tertius p. 336. l. 10. in fluido ejusdem secum densitatis dimidi p. 351. l. 10. quasi dimidia sui parte minor. ib. l. 12. pars quasi

¹³⁾ Consultez, au sujet de ce qui suit, la note 2 de la pièce N°. 2543.

¹⁴⁾ Ici Huygens nota en marge: „non apparet mihi quidem”. Les mots en italiques ont été soulignés par Huygens.

tertia.... restituitur. ib. l. 18. quasi tertia sui parte. p. 370. l. 8. 1 ad $\frac{950}{900}$ ¹⁵⁾. ib. l. 9.

1 ad $\frac{12983}{12300}$. ib. l. 11. erit $\frac{389500}{369000}$ digitorum seu pedum anglicorum $\frac{32458}{30750}$ ib.

l. 14. $\frac{32458}{30750}$ $\frac{203939}{193206}$. ib. l. 17. $\frac{32458}{30750}$ seu digitos $\frac{389500}{369000}$.

ib. l. 19. $\frac{199\frac{3}{8}}{194\frac{1}{2}}$. ib. l. 20. pedes $\frac{203939}{173206}$ adeoque tempore minuti unius secundi

pedes $\frac{1023}{996}$. ib. l. 21. dele scribit Mersennus.... locum tenet. p. 371. l. 15. dele

atque adeo... Mersenni. ib. l. 18. digitorum quinque, et minor quam digitorum 8 atque adhuc accuratioribus quod major esse deberet quam digitorum septem; atque adeo quod sonus tempore unius minuti secundi conficit pedes anglicos pauciores quam 1094 et plures quam 984. p. 372. l. 12. pedum 1023. ib. l. 13. pedum

9 $\frac{14}{15}$.

Pag. 402. l. 10. Hypoth. III. leges et proprietates corporum omnium in quibus experimenta instituere licet sunt leges et proprietates corporum univerforum.

Nam proprietates corporum non nisi per experimenta innotescunt ideoque generales statuendae sunt quotquot cum experimentis generaliter quadrant. Certe contra experimentorum tenorem somnia temere confingenda non sunt, nec à naturae analogia recedendum, cum ea simplex esse soleat et sibi semper consona. Extensio corporum non nisi per sensus innotescit, at in omnibus non sentitur. Sed quia sensibilibus omnibus competit, de universis affirmatur. Corpora plura dura seu solida esse experimur, et inde non horum tantum sed aliorum etiam omnium particulas indivisas esse duras merito concludimus. Corpora omnia mobilia esse et impenetrabilia, et viribus quibusdam perseverare in motu vel quiete ex hisce sensibilibus proprietatibus colligimus. Corporum partes divisas ab invicem separari posse ex phaenomenis novimus, et partes indivisas in partes minores ratione distingui posse ex Mathematica certum est; utrum vero partes illae distinctae per vires naturae ab invicem separari possint incertum est: at si vel unico experimento constaret quod particula aliqua indivisa, frangendo corpus durum divisionem pateretur, concluderemus universaliter vi hujus hypotheseos quod non solum partes divisae separabiles essent, sed etiam quod indivisae omnes in infinitum dividi possent. p. 410. l. 27. corporum sensibilibus. ib. l. 31. dele igitur. ib. l. 33. dele. Nam si aether.... superiore et scribe Consequitur ex propositione praecedenti per hypoth. III, si modo hypothesis ista hic obtineat.

¹⁵⁾ C'est-à-dire : un nombre compris entre 950 et 900.

N^o 2699.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

21 SEPTEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.
Elle est la réponse aux Nos. 2693 et 2695.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2709.*

Bronsvic $\frac{11}{21}$ Septembre 1691.

MONSIEUR

J'ay reçu vos deux lettres du 1. et du 4 de Septembre, qui m'ont rejoui par les bonnes nouvelles de vostre santé, ou je m'intéresse beaucoup. Je suis bien aise aussi d'apprendre par l'examen que Vous avez fait, que nos solutions s'accordent. Je n'avois pas songé à la courbe, qui par son évolution peut produire la chaînette. Cependant je voy qu'il est bon d'y songer dans les rencontres. Je ne scay, Monsieur, si vous avez remarqué un petit discours de Angulo contactus et Osculi³⁾, que j'avois mis dans les Actes de Leipzig mois de Juin 1686. Où je considère, que la direction de la courbe se doit exprimer par la droite qui la touche, parce que la droite a partout la même direction : Et la droite qui touche ne fait avec la courbe qu'un angle de contact, qui est moindre que tout angle de droite à droite. Mais la courbure ou flexion de la courbe, en chaque point se doit exprimer par le cercle qui l'y touche le plus exactement, ou qui la baise, car le cercle a par tout la même courbure; et le cercle qui baise ne fait avec la courbe qu'un angulum Osculi, comme je l'appelle, qui est moindre que tout angle de contact de cercle à cercle. Et ce cercle fera la mesure de la courbure. Ce qui s'accorde avec ce que vous dites, Monsieur, du rayon de la curvité⁴⁾. C'est pourquoy on fait bien de considérer cecy en examinant les courbes. Et les centres des cercles mesurans la courbure tombent dans votre génératrice par évolution. Il seroit peut-estre bon de continuer la progression et d'examiner quelle courbe seroit la plus propre à estre la mesure de l'osculution du second degré. Il est vray, qu'on ne trouvera point

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 97.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 103, et Briefwechsel, p. 665.

³⁾ Ce discours porte le titre : „Meditatio nova de natura anguli contactus et osculi, horumque usu in practica Mathesi, ad figuras faciliores succedaneas difficilioribus substituendas.

⁴⁾ Voir la pièce N^o. 268 I, au troisième théorème.

d'autres courbes uniformes, cependant comme deux contacts coincidens font l'osculation, on pourroit encore considerer la coincidence de trois contacts et même de 4 contacts, ou de deux osculations etc. Je suis bien aise que par vos decouvertes jointes aux nostres, nous avons la quadrature de la generatrice de la chainette. Il est vray, Mons. comme vous jugés fort bien, que, ce qu'il ij a de meilleur et de plus commode dans mon nouveau calcul c'est qu'il offre des verités par une espece d'analyse, et sans aucun effort d'imagination, qui souvent ne reussit que par hazard, et il nous donne sur Archimede tous les avantages que Viète et Des Cartes nous avoient donnés sur Apollonius. J'avoue que je ne l'ay pas encor portée à sa perfection, et je ne scay si d'autres occupations me le permettront. Cependant je ne croy pas que jusqu'icy on ait esté en meilleur chemin ny plus avant. Depuis que vous avés trouvé vous même la reduction de la chainette à la quadrature de l'Hyperbole, vous avés eu quelque raison Monsieur, de croire, que j'y pouvois estre arrivé aussi par une semblable remarque particuliere. Et même vôte soubçon est allé un peu trop avant, jusqu'à me faire une petite querelle⁵⁾. Mais je n'ay pas trouvé necessaire de m'en emouvoir. Vous sçaurés, Monsieur, que Messieurs de Leipzig ont gardé à Mons. Bernouilly une entiere fidelité, et bien loin de me decouvrir sa solution, ils ne m'ont pas même mandé qu'elle procedoit par la quadrature de l'Hyperbole. Je ne sçay s'il leur a recommandé le secret, mais ils ont bien jugé, qu'ils le luy devoient, et c'est moy qui le leur ay recommandé moy même, de peur, que Mr. Tschirnhaus n'en sçut quelque chose, car lors que j'avois proposé le probleme, je l'avois eu en vue⁵⁾, à cause des grands bruits qu'il faisoit de ses methodes. Mais si vous ne nous voulés pas croire ny ces Messieurs de Leipzig ny moy, sur nôtre parole, j'ay en main une preuve, aussi bonne qu'auroit pu estre le chiffre que vous m'aviés conseillé à la fin, et dont je me suis dispensé par paresse et par distraction ne le jugeant plus necessaire. Elle ne vous permettra point de douter que j'aye sçu la reduction à la quadrature à l'Hyperbole avant l'arrivée de la solution de Mr. Bernouilly à Leipzig. C'est que je l'ay mandée à un amy de Florence⁶⁾ dans une de mes lettres du 26 d'Octobre ou du 9 de Novembre⁷⁾, car il repond à la fois à ces deux, et je ne me souviens pas dans la quelle

⁵⁾ Voir la note 10 de la Lettre N°. 2623.

⁶⁾ Rudolf C. Baron von Bodenhause, mathématicien et précepteur du prince héritier de Toscane. La bibliothèque royale de Hannover possède 36 lettres de lui à Leibniz et 34 réponses de Leibniz.

⁷⁾ La lettre de Leibniz à von Bodenhause, du 26 octobre 1690 V. S., dont M. Bodemann, le directeur de la bibliothèque de Hannover, a bien voulu nous transmettre la copie. Nous en extrayons le passage suivant.

„Was die lineam anlangt, so habe ich in des P. Pardies traité des forces mouvantes nachgeschlagen, befinde dass seine suppositiones recht, auch sonst bekand, nemlich von n. 72 bis 75 inclusive. Er sagt aber nur, dass die linea keine parabole sey, alleine was es für eine

j'ay touché ce point, et il m'y promet la dessus le silence, que je luy avais recommandé. Il me semble aussi, que vous pervertissés un peu le sens des paroles de Mr. Bernoulli. Et je croy que vous voulés railler. Je pense que le terme que j'avois donné pour la solution expirant avec l'année, il s'imagina que la mienne seroit bientoit, ou pourroit estre déjà entre les mains de Messieurs de Leipzig, pour estre imprimée, et qu'en ce cas, ils ne feroient peut-estre pas difficulté de me communiquer la sienne, ny moy de la voir et qu'elle me pourroit rebuter, s'il m'ostoit la matiere de dire quelque chose de nouveau et s'il me ravissoit jusqu'aux demonstrations. Mais cette apprehension n'estoit pas necessaire. D'ailleurs je ne me pressois pas lors même que je scus que la solution de Mr. Bernoulli estoit arrivée parce que je voulois encor donner du temps à des sçavans hors de l'Allemagne d'y essayer leur Analyse. Car j'ay escrit pour ce sujet en France et en Italie, mais sans en rien tirer. Pour vous dire la verité je n'avois pas crû que Mons. Bernoulli auroit réduit le probleme à la quadrature de l'Hyperbole, et je ne l'ay sçû que lors que j'ay vû sa solution imprimée, et j'ay trouvé qu'il avoit surpassé mon attente. Je ne scay pas bien comment il est arrivé à cette réduction, et je veux bien croire que c'estoit par une remarque particuliere, mais que l'usage de nôtre calcul luy avoit peut-estre rendue aisée. Car s'il l'avoit obtenue par une voye plus generale, il n'auroit pas ignoré que la construction de la ligne des Rhumbes ou la loxodromique depend de cette même quadrature de l'Hyperbole et de la même façon; car il s'est contenté de la construire par une quadrature plus composée dans les Actes

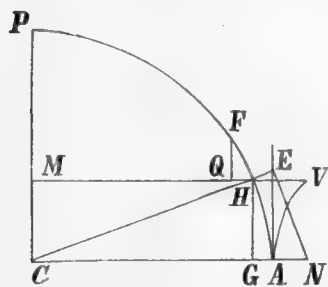
seyen müste, sagt er, (deucht mich) nicht; sondern kommt auff eine andere supposition. wenn die chorda des ponderis expers consideriret wird und gewisse pondera oder forces darauff appliciret werden, videatur n. 76 seqq. und wann er n. 81 sagt: les cordes sont effectivement courbées en hyperboles, so redet er abermals nicht von unserm casu, sondern von einem andern, wenn nemlich die chorda sich thänet [sic = dehnet] quand les cordes se courbent en se rallongeant, welches ganz eine neue und mehr componirte frage gibt, da ich sehr zweifle, ob die Hyperbola statt habe. Ich supponere hin gegen, dass der faden oder viel mehr die Kette ihre länge behalte. Joachimus Jungius, so einer der besten Analyticorum und philosophorum nostri seculi gewesen, und noch ante Cartesium viel herrliche gedanken gehabt, hat sich über des problema sehr bemühet, aber nichts anders finden können, als dass keine parabole statt habe. Ich finde dass die curva catenaria sehr notable proprietates habe; datâ ipsius constructione, kann man leicht geben tangentes, quadraturam areae, dimensionem curvae, superficies ejus rotatione genitas etc. Ihre descriptio supponiret logarithmorum constructionem; und daher vice versa positâ descriptione hujus curvae physica; kann man pulcherrime die logarithmos ausfinden und construiren, und also kann man ope curvae catenariae quocunque medias proportionales inter duas rectas datas geben. Et ita haec curva est una ex virtuosissimis totius Geometriae und über diesz summae in construendo facilitatis, wenn man nur einen faden hat, der sich sufficienti facilitate bieget und proprio pondere nicht notabiliter thenet. Dieses aber de logarithmis sage ich andern noch nicht, damit sie vor der Zeit nicht wissen, ob die curva sey ex numero ordinariorum an vero transcendentium".

du mois de Juin dernier⁸⁾ pag. 284, 285. Au lieu que je l'ay reduite à la quadrature de l'Hyperbole, Actes du mois d'Avril p. 181. Ce que j'y dis⁹⁾ suffit aussi pour donner la réduction de la chainette, quoy que je l'aye diffimulé, car j'y dis expressement que la ligne des Rhumbes se construit par la somme des secantes et je crois que Snellius l'avoit déjà remarqué¹⁰⁾, or j'y montre, comment cette somme des secantes se réduit à la quadrature de l'Hyperbole et j'en donne le fondement. Et vous scavés que cette même somme des secantes sert aussi pour la chainette¹¹⁾. Il y a plus de 10 ans que j'ay trouvé la construction de la Loxodromique, mais la recherche de la chainette m'en fit ressouvenir¹²⁾. Vous parlés, Monsieur, dans votre solution d'une maniere fort bonne de trouver les sommes des secantes par les Tables. Est il permis de l'apprendre^{c)}. Cependant je vous avoueray bien que ce n'est pas par la voye de la figure, suivant ce que je dis p. 181, que je suis arrivé à la réduction de la loxodromique ou de la chainette quoy que j'aye esté bien aise de m'en servir pour les autres.

«Vous vous souviendrés peut-être, Monsieur, de mes lettres, où je recommande les expressions exponentiales¹²⁾, ou (qui est la meme chose) logarithmiques. Vous

⁸⁾ Il s'agit de l'article de Jacques Bernoulli (et non de Jean comme Leibniz semble supposer) cité dans la note 32 de la Lettre N°. 2693.

⁹⁾ Dans l'article cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2636 Leibniz, à la page mentionnée, commence par démontrer que la différence de longitude entre deux lieux sur une même loxodromique s'exprime par l'intégrale $\int b \sec h \, dh$, où h représente la latitude et b la tangente de l'angle sous lequel les méridiens sont coupés par la loxodromique.



Ensuite il remarque que, d'après la figure que nous reproduisons ici, où $\angle HCA = h$, $\angle CEN = 90^\circ$, $CA = 1$, $MV = CN$, on a $\sec h \, dh = CE \times FH = CN \times FQ = MV \times FQ$. Ainsi la détermination de l'intégrale $\int \sec h \, dh$ dépend de la quadrature de l'aire CMVA.

Enfin, pour réduire cette intégrale aux logarithmes, c'est-à-dire à la quadrature de l'hyperbole, il pose $HG = \sin h = e$, donc $MV = CN = CE \cdot \sec h = CA \cdot \sec^2 h =$

$$= \frac{1}{1-e^2}. \text{ On a donc } \int \sec h \, dh = \int \frac{de}{1-e^2} = \\ = e - (e) + \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{3}(e)^3 + \frac{1}{5}e^5 - \frac{1}{5}(e)^5 + \dots =$$

$$= \frac{1}{2} \log \left(\frac{1+e}{1-e} : \frac{1+(e)}{1-(e)} \right), \text{ où } e \text{ et } (e) \text{ représentent les sinus de la latitude des lieux extrêmes de la loxodromique.}$$

¹⁰⁾ Snellius l'avait fait dans l'ouvrage suivant: Willebrordi Snellii à Royen. R. F. Tiphys Batavus, sive Histodromice, De navium cursibus et re navali. Lugduni Batavorum, Ex Officinâ Elzeviriana, Anno MDCCXXIV. in-4°.

¹¹⁾ Voir le deuxième alinéa du septième théorème de la pièce N°. 2681.

¹²⁾ Voir les Lettres Nos. 2627, 2632, 2636, 2639 et 2659.

en voyés maintenant l'usage dans la chaînette, car c'est ainsi qu'on donne des véritables points des lignes transcendentes ¹³⁾. Et je croy que c'est ultimum quod in illis humano ingenio praestari potest. Il est vray que ce n'est pas tousjours si aisément. Cependant icy le calcul m'a mené tout d'un coup à la considération des Logarithmes, sans que j'ay eu besoin d'y aller par detour. Ce que j'avois dit que je faisois dans la courbe supposita ejus constructione ne vous doit troubler. Je le diray bien encor, comme si je disois que ducere minimam ex puncto dato ad parabolam, est un probleme resolu le plus absolument, suivant le style des anciens, mais supposita parabolæ constructione, car alors on n'a besoin que de la regle et du compas. Quoy que j'aye la construction de la chaînette aussi bonne qu'il est possible d'avoir, ce n'est pas tout à fait suivant la Geometrie ordinaire. Voudriez vous que j'eusse dit en vous écrivant suppositis Logarithmis et supposita quadratura Hyperbolæ, ou quelque chose de semblable ? En parlant comme j'ay fait, je me tenois dans la generalité et je ne voulois pas faire penser que j'avois quelque chose de plus qu'on n'auroit pû attendre. Mais c'est assés de ce procès.

Vous avés raison d'estimer la Methode de reduire les quadratures à celles de l'Hyperbole ou du Cercle quand cela se peut, j'ay quelque chose la dessus, et ce que j'estime beaucoup la dedans c'est qu'une même methode me mene à une solution absolue ou au Cercle ou à l'Hyperbole, selon la nature de la chose. Mais je n'ay pas encor passé certains limites; il me faudroit de l'assistance, car je suis rebuté des calculs. Je souhaiterois aussi de pouvoir tousjours reduire les quadratures aux dimensions des lignes courbes, ce que je tiens plus simple. Avés vous peut-estre pensé à ce point Monsieur.

Lors que j'ay donné mon calcul Octob. 1684, j'ay aussi remarqué p. 473, que la soustangente de la Logarithmique est constante ¹⁴⁾. Je l'avois même déjà mis dans mon traité de la quadrature Arithmetique ¹⁵⁾, ou je m'en servois à la quadrature de l'espace de la Logarithmique. Mais j'ay quitté la pensée de publier ce traité. A l'égard des lignes de Mr. Bernoulli, vous avés raison, Monsieur, de ne pas approuver qu'on s'amuse à rechercher des lignes forgées à plaisir. J'y ajoute

¹³⁾ Allusion à la construction de la chaînette au moyen de la courbe logarithmique, exposée par Leibniz dans la Lettre N°. 2688, et dans son article sur la chaînette, cité dans la note 1 de la Lettre 2681.

¹⁴⁾ Vers la fin de l'article cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2205, Leibniz se propose de trouver la courbe dont la soustangente est constante et il montre que cette courbe doit être une logarithmique.

¹⁵⁾ Voir la note 6 de la Lettre N°. 2192. Quoique le manuscrit mentionné dans cette note n'ait jamais été imprimé, on peut consulter ici la Prop. 46 du „Compendium quadraturae arithmeticae”, publié en 1858, par C. I. Gerhardt, au T. V. de „Leibnizens mathematische Schriften”, p. 99—112, dont les propositions correspondent, d'après Gerhardt, avec celles du traité.

pourtant une limitation : si ce n'est que cela puisse servir à perfectionner l'art d'inventer. C'est pourquoy je ne desapprouve pas que des personnes qui ont du loisir et de l'inclination, et surtout des jeunes gens, s'y exercent. Et c'est pour cela que je ne veux pas décourager non plus ceux qui s'exercent dans les nombres. Parce que c'est encor en cela que je trouve l'Analyse imparfaite, je souhaite que nous puissions encor dans ce siècle porter l'Analyse des Nombres et des lignes à sa perfection, au moins quant au Principal, ut hac cura genus humanum absolvamus afin que dorenavant on tourne toute la subtilité de l'esprit humain à la physique. Je croy qu'on pourroit voir ce souhait accompli si quelques personnes propres à cela s'entendoient. Du reste je n'ay pas entendu non plus ce que Mr. Bernoulli veut dire avec son arc de cercle dans la voile. Les occupations que j'ay m'ont fait résister à la tentation de penser aux choses qu'il propose. Si M. Fatio le veut, nous enverrons à M. Meyer à Breme nos Methodes promises pour les Tangentes à fin qu'il en fasse l'échange quand il les aura reçues toutes deux.

Je remarque plusieurs fautes d'impression dans mon discours sur la loxodromie, Actes de Leipzig du mois d'Avril p. 181. Car *ligne* 12, au lieu de 1 l2l, il faut mettre 1 l3l, et *ligne* 20 au lieu de 1 l2l il faut mettre 1 l1d; et *ligne* 25 au lieu de 1 d3l, il faut mettre 2 l3l. Et p. 182 *lin.* 20, j'ay manqué moy meme, par inadvertance, mettant $\frac{e}{1} + \frac{e^3}{3} + \frac{e^5}{5}$ etc. au lieu de mettre comme j'avois déjà mis auparavant

$\frac{e-(e)}{1} + \frac{e^3-(e)^3}{3} + \frac{e^5-(e)^5}{5}$ etc. ce que le discours meme fait assez voir. Je

remarque cela afin que si vous vouliez daigner de lire ces choses vous n'en foyez point arrêté. Je crois d'avoir déjà indiqué quelque chose dans ma precedente touchant ce rapport de la loxodromique à la chainette. Du moins puisque vous aviez réduit la chainette à la somme des secantes selon les arcs dans vostre solution, et que j'avois réduit cette somme aux logarithmes dans les actes d'avril 1691, vous y pouviés déjà voir le rapport de la chainette à la quadrature de l'Hyperbole. L'équation de la courbe auxiliaire (selon vous) estant $xyy = a^4 - ayy$, je ne scais comment vous vient $xyy = 4a^4 - x^4$ ¹⁶⁾, la quadrature¹⁷⁾, ou xdy est la somme des tangentes, selon les sinus de complement, la quelle se trouve égale à la difference entre la somme des secantes selon les arcs et la somme des sinus de complemens selon les arcs. Or cette dernière somme est trouvable absolument donc la quadrature à la quelle vous réduisés la chainette, depend de la somme des

¹⁶⁾ Voir le septième théorème de la pièce N°. 2681.

¹⁷⁾ La remarque qui va suivre se rapporte à la première des deux courbes mentionnées. En effet, il est clair que la quadrature $\int x dy = \int \frac{a \sqrt{a^2 - y^2}}{y} dy$ de cette courbe se réduit facile-

secantes selon les arcs, que j'ay reduite aux logarithmes. Et pour appliquer vostre equation à la chainette, x estant la longueur de la chainette depuis le sommet, la somme des y (selon les x) ¹⁸⁾ fera l'ordonnée de la chainette, a estant l'unité ou le parametre. C'est ainsi que la quadrature de vostre courbe donne la chainette. Je ne scay si j'ay deviné vos raisonnemens. Je suis avec zele.

MONSIEUR

Vostre treshumble et trefobeissant serviteur

LEIBNIZ.

- ^{a)} bona verba. Je cherchois un compagnon dans mon ignorance et peu de penetration, si vous jugez que d'autres pourroient avoir quelque pensee semblable a celle que j'ay eue. Vous pourriez en publiant vostre calcul, publier a cette occasion la lettre de Florence qui fera une certitude entiere [Chr. Huygens].
- ^{b)} si la recherche de la chainette vous en fit souvenir, il semble donc que vous aiez aussi reduit sa construction a la somme des secantes des arcs egaleement croissans [Christiaan Huygens].
- ^{c)} a quoy vous serviroit aiant la parfaite? [Christiaan Huygens].
- ^{d)} mais non pas qu'elles representent le quarré de l'hyperbole [Chr. Huygens].

ment, à l'aide de la substitution $y = a \cos \varphi$, à l'intégrale $\int \operatorname{tg} \varphi d. \cos \varphi$ („la somme des tangentes selon les sinus du complément”), qui est égale, en valeur absolue, à $\int \sec \varphi d\varphi - \int \cos \varphi d\varphi$.

Il est curieux de remarquer que Huygens, au contraire, était arrivé à la courbe en question en réduisant l'intégrale $\int \cos \varphi d. \operatorname{tg} \varphi$ à la quadrature $\int y dx$ de cette courbe, comme on peut le voir au § VIII de la pièce N°. 2625.

¹⁸⁾ C'est-à-dire: $\int y dx$; mais lisez plutôt: $\int \frac{y}{a} dx$. Alors le théorème est conforme au résultat du § VIII de la pièce N°. 2625, généralisé comme nous l'avons indiqué, pour le § VII, dans la note 22 de cette même pièce, l'„ordonnée” de Leibniz n'étant autre que la ligne LK de la figure 4 de cette pièce.

N^o 2700.

CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

[25 SEPTEMBRE 1691]¹⁾.*Une partie de la lettre a été publiée par P. Prévost²⁾.**La lettre est la réponse au No. 2697.*

Monfieur, Je viens de recevoir avec joie celle que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire après votre arrivée à Londres, étant bien aise de vous voir passer la mer sans mauvaise rencontre. J'ai été il y a 15 jours vous chercher à la Haie, pour vous rendre le papier où sont les errata du livre de Mr. Newton³⁾. . . . J'attends la réponse de Mr. Leibniz à ma dernière lettre, dans la quelle je l'ai pressé d'accomplir le marché que vous savez⁴⁾. S'il tarde davantage, je commencerai à soupçonner qu'il n'a pas envie de le tenir. Je vous feray part de ce que j'apprendrai ou de ce que je recevrai de sa part, et me dirai en finissant avec toute l'affection possible, etc.

HUYGENS DE ZULICHEM.

N^o 2701.

G. MEIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 SEPTEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle fait suite au No. 2678.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2711.*

Illustri Viro

CHRISTIANO HUGENIO G. MEIERUS F. S. P.

^{a)} Ex celeb: Leibnizii literis diu jam est quod intellexi, literas quibus ejus ad Te, Vir Illustris, spectantes incluferam, recte extraditas esse. Idem ille officium

¹⁾ Voir la note *a* à la fin de la Lettre N^o. 2697.

²⁾ Le Recueil, cité dans la Lettre N^o. 2572, note 1. Prévost mentionne la lettre comme étant sans date et sans adresse. La lettre elle-même ne se trouve plus dans la collection Fatio de Duillier de la Bibliothèque publique de Genève et la minute nous manque.

³⁾ Ici Prévost supprime une partie de la lettre.

⁴⁾ Il s'agit toujours de l'échange de calculs mentionné dans la note 3 de la Lettre N^o. 268c. Leibniz l'avait accepté par sa lettre du 27 mai 1691, notre N^o. 2682, et promis d'envoyer sa méthode touchant le problème renversé des tangentes, ce que Huygens venait de lui rappeler dans une phrase que l'on rencontre à la page 134 de la Lettre N^o. 2698.

novissimis tabellariis à me exquirat, egoque Viro optimo devotus curas istas in me lubentissime recepi ¹⁾. Aperuit in cæteris solutionum Geometricarum instituendas commutationes. Ego quemadmodum honori mihi duco tantis nominibus non innotuisse tantum sed et servitiis reddendis aliqua ulla ratione parem esse, ita vestris utriusque desideriiis promptum me paratumque sisto. Vale, Vir Celeb: et rem eruditionis reconditæ, ut facis, porro strenue promove, meque ama. Dabam Bremæ die Septembris mensis Sexta decima A. æræ Christianæ $\text{C}^{\text{M}}\text{C}^{\text{I}}\text{C}^{\text{XCI}}$.

A Monsieur

Monsieur C. HUYGENS

Seigneur de Zuylichem

à

L'Haye.

franco

tot Amsterdam.

²⁾ Respondi 16 Nov. 91 [Christiaan Huygens].

N^o 2702.

D. PAPIN à CHRISTIAAN HUYGENS.

25 OCTOBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par E. Gerland ¹⁾.

Elle fait suite au No. 2691.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2706.

de Marbourg ce 25^e Octob. 1691.

MONSIEUR

Je me donnay l'honneur de Vous écrire le 16^e d'Aoust, et je Vous faisois vne description fort ample de la machine de Drebell telle que je l'ay executée l'été

¹⁾ C'est-à-dire d'expédier à Christiaan Huygens la lettre de Leibniz du 21 septembre 1691, notre N^o. 2699.

²⁾ Leibnizens und Huygens Briefwechsel mit Papin, p. 180.

dernier à Cassell par ordre de S. A. S. nostre Prince : J'ij adjoutois aussi vn projet d'vne autre machine pour le mesme desseing, qui me sembloit et plus commode pour l'usage et plus facile pour l'exécution, et je Vous suppliois tres humblement de m'en dire vostre sentiment, ne doutant point que Vous ne contribuassiez avec plaisir à asseurer S. A. S. du fondement qu'on peut faire sur ce desseing. Cependant, Monsieur, je n'ay depuis ce temps receu aucune réponse de Vous ni de mon cousin Gouffet a present Professeur à Groningue par qui je Vous avois envoyé ma lettre et qui sans doute Vous l'aura rendue ou fait tenir seurement²⁾. Cela me fait croire que les lettres qu'on m'ecrit se perdent, puisque Vous avez bien daigné me faire l'honneur de m'ecrire dans d'autres occasions ou il ne s'agissoit point de donner quelque satisfaction à vn grand Prince. Je prens donc a present vne voye plus seure pour Vous supplier tres humblement, Monsieur, d'avoir la bonté de me faire réponse et de l'adresser à Mons.^r de Haes³⁾ secretaire de S. A. S. de Hesse à Cassel qui a eu la bonté de m'offrir son aide en cecy, aussi bien qu'il a desjà fait pour l'exécution de la machine : J'espere que par ce moien il n'ij aura point de danger pour la lettre : et en cas que vos autres occupations Vous empeschent de me répondre amplement, je Vous supplie du moins de le faire en deux mots, et que je puisse au moins sçavoir si Vous approuvez ou desapprouvez mes pensées. J'attens cet effect de la bienveillance dont vous m'avez tousjours honoré, et la permission de me dire avec vn profond respect,

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

D. PAPIN.

²⁾ Voir la Lettre N°. 2692.

³⁾ Johann Sebastian Haas, secrétaire de cabinet, archiviste et bibliothécaire du landgrave de Hesse-Cassel, né à Berne en 1641, protecteur et ami de Papin. Il assista comme secrétaire d'ambassade au congrès de Nimègue en 1678 et mourut en janvier 1697. On a de lui un ouvrage sur l'art d'écrire en chiffres, intitulé : Steganographie nouvelle, où cet art imparfait jusqu'icy, a été mis dans une plus grande perfection. Dédié à S. A. S. Msgr. le Landgrave de Hesse par S. B. E. S. (son bibliothécaire et secrétaire) Cassel. 1693, in-4°.

N^o 2703.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

27 OCTOBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

27 Oct. 1691.

Edele, Achtbare Gestrenge en Zeer discrete Heer

MIJN HEER

dit wijnige heb ik niet ondienstigh connen oordelen om UEdle te adviseren; hoewel ik niet twijffel off UEdle sal genoeghzaam verftendigh zijn het aankomen van de Ooft Indische Rethour schepen in de have van ons Lieve Vaderland (waar voor de Heere onse God alleen alle Loff, prijs en Eere toekomt) zijn wij toen mede op dat pas met Een derselve wel gearriveert en tegens woordigh van Zeeland (want wij in de have voor Ter Veer ten anker, schoon het schip voor de kamer Amsterdam thuis hoort, zijn gekomen) alhier in de stad zijn gearriveert, en de horologien met de instrumenten in een Lichter gescheept, om achtervolgens vervoert te werden en op't Ooft Indische hujs tot nader ordre zijn verblijfft plaats te nemen; aangaande de proeff bij de horologien uijtgestaan ¹⁾ iets te schrijven off te spreken sal ik UEdle ordre af wachten & hier mede blijve ik als te voren

UE Gehoorzaamste en onderdanigste dienaar

JOAN: DE GRAAFF.

Actum den 27 October

Amsterdam.

Aan de

WelEd.^{le} Geboore, Wijse, en

Zeer Genereuse Heer

de Heer CRISTIAAN HUIJGENS

Heer van Zuylichem &^{ta}

Tot

's Graven Haagh.

¹⁾ On peut consulter sur cette expédition, dans laquelle les horloges avaient été confiées aux soins de J. de Graaff, la Lettre N^o. 2656 du volume présent; ainsi que les pages indiquées dans la Table des matières du Tome IX sous l'article: „Expériences sur mer avec les horloges maritimes à pendule de Chr. Huygens”, à commencer par la page 418.

N^o 2704.P. BAERT ¹⁾ à CHRISTIAAN HUYGENS.

28 OCTOBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2714.*tot dunkerque den 28^{en} Octob. 1691.

*) MIJN HEER

Bij geval is mij ter handt gekomen seker tractat de la lumiere &c. door U. E. gecomponeert ende gedemonstreert volgens de principen der ondulation. Ik sag over seuen jaeren tot toulon een gedruet tractat gecomponeert door eenen Jesuit, die het seyde te weesen de overblyfsels van pardies schriften maer iemant heeft mij dit boecxken ontvonden, syn titel was ^{b)} *la propagation de la lumiere &c.* ²⁾. voor soo veel als mij noch daervan indachtich is, mij dunckt dat het niet veel bijfonders en was, Jk hebbe om de grootachtinge van uwen naem, daer alle Ljefhebbers aen schuldich syn, het uwe met opmerkinge twee mael doorleesen, Jn de eerste mael vond jk swaericheyt Voornamelijk op page 71 alwaer de stralen ofte ondulationen vertragende gaen jnt glas en weder uyt tglas gaende haere eerste raffche bewegingen ernemende^{c)}, *dit dacht my tegenseggelyk maer* naerder bedinkende soo besloot ik daer uyt dat d'ondulaties die voortgebracht zijn door eenne kleynne kracht evensoo seere souden voortgaen als die door eenne groote kracht voortgebracht worden, hier op dede jk veel experientien werpende in den stijlstaende waeter groote en klenne gesteeften, en mij dacht dat d'ondulationen van de kleynne soo seer verwijderden van haer centre als die van de grootste doch dachte jk dat uE. dese onderstellinge haddet behooren te stellen eyndelyk begon jk dit tractaet voor de tweede mael te erlesen en dat met meerder attentie en bevonden op midden van page 25 dat uE dese onderstellinge aldaer doet, en ben eyndelyck alsoo voort gegaen en verstaen alle uwe demonstratien. Soo van de wonderlyke refractie vant Jslants kristael ende andere, maer int discours van de Cause vant gewichte is my noch eennege swaericheyt overgebleuen omdat ik niet genouche verlicht en ben in de natuurkonst. Mijn verfoek soude sijn, ontrent den toekomenden winter als mij den tijt sal diennen dit voor de derde mael te overlesen, dat uE. soude gelieven de goedheyt te hebben van mij te permitteren dat jk mijnne difficulteyten aen uE mochte oversenden om van uE *eennich verklaringe te genieten* ^{d)}.

¹⁾ Sur P. Baert, consultez la Lettre N^o. 2085, note 1.

²⁾ Sur la lettre de Baert, Chr. Huygens nota la correction suivante de son Traité de la Lumière: pag. 39, lin. 5. pour *extérieure* lisez *intérieure*.

Jk hebbe gefien over eennige maenden in de hollantsche gazetten datter tot amsterdam *perfoonnen fyn die opentlyk leeren tvinden van ooft en weft^e)³⁾*. Int cas van navigatie uE soude my eennen bysonderen dienst doen van my te seggen of sy daer toe gebruyken uEs gejnventerde pendulen, *ofte of sy iets anders^t)* meynnen. gelieft mynne stouticheyt ten besten te duyden en niet te misachten dat jk waerelyk ben

MIJN HEER

UE alderonderdanichsten en seer geaffectionerden Dienaer
P. J. BAERT.

Soo uE my gelieft te antwoorden met een simpel regeltien Jk sal het houden inde aldergrootste dankbaerheyt. en mynne adresse is a M. Baert hydrographe du Roy a Dunkerque.

Jk wenste wel te weeten offer in 3 a 4 Jaeren erwaerts niets en is geschreven vande mathesis dat raer is anders als uE. boexken^e).

A Monsieur

Monfieur HUYGENS seigneur DE ZEELHEM

A la haije: dans la
hollande.

^a) Respondu le 22 nov. 91 [Christiaan Huygens].

^b) of het niet en was l'Optique du P. Ango. die Pardies overblijfsel bedurven heeft ⁴). [Christiaan Huygens].

^c) hier was de grootste swarigheyt in de refractie volgens des Cartes [Christiaan Huygens].

^d) geern als het niet te veel schrijvens van nooden heeft. veel beter dat hij eens bij occasie van vrede overquam [Christiaan Huygens].

^e) dit sijn onbeschaemde en onwetende en men heeft de proef onder handen, die noodfaeckelijck slecht uyt sal vallen [Christiaan Huygens].

^f) sij pretenderen de maensloop daertoe te gebruijcken 't geen bij veel ander verstandiger als sij menighmael te vergeefs ondernomen is geweest [Christiaan Huygens].

^g) het boek van Newton maer is duyfter. de Acta Lipsiensia, te Parijs [Christiaan Huygens].

³⁾ Il s'agit de la prétendue invention de Lieuwe Willemsz. Graaf. Voir les notes 1 des Lettres Nos. 2536 et 2538.

⁴⁾ Voir, aux pages 522 et 523, la Lettre N°. 2628.

N^o 2705.

CHRISTIAAN HUYGENS à H. BASNAGE DE BEAUVAL.

[OCTOBRE 1691.]

*La lettre a été publiée dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans¹⁾.*Lettre de Mr. HUYGENS à l'Auteur touchant
le Cycle Harmonique.

Je vous envoie une remarque nouvelle en matiere de Musique. Elle regarde les premiers fondemens de cette science, c'est-à-dire la determination des tons que l'on observe dans le chant, & dans la fabrique des Instrumens. Ceux qui ont un peu étudié cette partie de la Theorie savent ce que c'est, qu'on appelle le Temperament qui modere ces tons, & combien il est necessaire dans l'accord des tuyaux d'Orgue ou des cordes du Clavecin. Les plus celebres auteurs, comme Zarlín²⁾ & Salinas³⁾, en parlent comme d'une des plus belles choses, & des plus utiles qu'on pût trouver dans la Musique, & se disputent à qui des deux est l'honneur de l'avoir examiné le premier, & réglé par raison & demonstration mathematique; car devant eux l'experience & la necessité l'avoient déjà introduit en quelque maniere, sans qu'on en fût pourtant la vraie mesure ni la methode. C'est l'invention de ce Temperament qui fait negliger avec raison toutes les divisions des Tetrachordes & du Diapason des Anciens, la plupart absurdes & de nul usage pour la composition à plusieurs parties; & c'est par elle que nôtre Systeme des tons est plus abundant en consonances, & plus selon la nature du chant que n'étoient les leurs. Je suppose icy que l'on fait les proportions, dans lesquelles consistent les consonances parfaites; savoir que la Quinte s'entend, quand après avoir fait sonner la corde entiere, on touche ensuite ses deux tiers; ou bien que la proportion qui produit cette consonance est celle de 3 à 2. Celle de la Quarte, de 4 à 3; de la Tierce majeure, 5 à 4; de la Tierce mineure, 6 à 5; de la Sixte majeure, 5 à 3; de la Sixte mineure, 8 à 5. Et quant au Temperament, ces mêmes Auteurs que je viens d'alleguer nous apprennent, que pour l'appliquer aux instrumens, la consonance de la Quinte doit être diminuée de ce qu'on appelle le quart de Comma, qui est si peu, que l'oreille à peine aperçoit cette diminution, & n'en est nullement

¹⁾ Dans le fascicule du mois d'octobre, pp. 78 et suivantes.

²⁾ Giuseppe Zarlino, né à Chioggia en 1517, depuis maître de chapelle à l'église Saint-Marc à Venise. Il publia: *Istitutioni armoniche, Dimostrationsi armoniche et quelques autres ouvrages rassemblés dans une édition de ses Œuvres*, publiée à Venise en 1589, 4 Vol. in 1^o. Il mourut le 4 février 1590.

³⁾ Sur Francesco de Salinas et son ouvrage, consultez la Lettre N^o. 2591, note 3.

incommodée; le Comma entier étant le raport des tons de la corde entiere contre elle même racourcie seulement de $\frac{1}{81}$. Il s'ensuit de là, que la Quarte est augmentée de cette même petite quantité. La Tierce y est de même diminuée de $\frac{1}{4}$ de Comma, & par consequent la Sixte majeure augmentée d'autant; mais la Tierce majeure y demeure dans sa perfection; & par consequent aussi la Sixte mineure.

C'est suivant ces mesures des consonances, qu'on règle tous les tons des instrumens, tant les Diatoniques, que les Chromatiques, qu'on y a ajoutés, & même les tons Enarmoniques, lors qu'on en met pour rendre les jeux plus complets.

Or la remarque que j'ay faite, c'est que si on divise l'Octave en 31. intervalles égaux, ce qui se fait en cherchant 30 longueurs moyennes proportionnelles entre toute une corde, (qu'on prend pour règle Harmonique) & sa moitié; on trouvera dans les tons que produisent ces différentes longueurs, un Systeme si aprochant de celui qui provient du Temperament que je viens d'expliquer, qu'il est entièrement impossible que l'oreille la plus delicate y trouve de la différence. Et que pourtant ce même nouveau Systeme sera d'une nature bien différente de l'autre, & apportera de nouveaux avantages tant pour la Theorie que pour la Pratique.

Salinas fait mention de cette invention de diviser l'Octave en 31 parties égales, mais ce n'est que pour la condamner; & le P. Mersenne après luy la rejette de même, d'où l'on pourra bien me croire, si je dis que ce n'est pas de ces Auteurs que je l'ay prise. Mais quand cela seroit, je croirois avoir fait assez, d'avoir démontré l'excellence de cette division par les principes de la Geometrie, & de l'avoir soutenuë contre l'injuste arrêt prononcé par ces deux celebres Ecrivains.

Il y a dans le 3. livre de la Musique de Salinas un Chap. entier sur ce sujet⁴⁾, dont l'inscription est, *De prava constitutione cujusdam instrumenti, quod in Italia citra quadraginta annos fabricari coeptum est, in quo reperitur omnis tonus in partes quinque divisus*. Il dit que cet instrument étoit nommé Archicymbalum, qu'il étoit *incerti authoris*; que certains Musiciens fort habiles l'avoient en grande estime; & particulièrement de ce qu'il avoit tous les intervalles, & toutes les consonances (comme ils croient dit-il) en dessus & en dessous, & qu'après une certaine periode on y revenoit au même son, ou équivalent, d'où on étoit parti. Que l'Octave y étoit divisée en 31 parties égales, qu'ils apelloient Diéses, des quelles le ton en devoit contenir 5; le grand semiton 3; le petit 2; la Tierce majeure 10; la Tierce mineure 8; la Quarte 13; la Quinte 18; la Sixte mineure 21; la Sixte majeure 23. Mais il ajoute, qu'ayant essayé d'accorder un instrument de cette façon, il a rendu un son fort desagréable, & qui offensoit extrêmement les oreilles de tous les assistans. De sorte qu'il conclut, qu'un tel accord s'éloigne de

⁴⁾ Dans le livre G des Adversaria Huygens a transcrit quelques passages du livre de Salinas, en y ajoutant quelques remarques qu'on retrouve dans notre pièce.

toute raison Harmonique, soit qu'on l'examine sur le pied des consonances justes, ou de celles du Temperament. Outre son experience il allegue encore certain argument, pris de la maniere dont il dit qu'on se serroit à faire cette division; & le P. Merfenne croit de même l'avoir bien réfutée. En quoy ils se sont trompez tous deux, pour n'avoir sù diviser l'Octave en ces 31 parties égales, ce qu'apparemment les inventeurs même n'ont sù non plus; parce qu'il falloit pour cela l'intelligence des Logarithmes, qui n'étoient pas encore inventez de leur tems, ni de celuy de Salinas. Enfin ce nouveau Temperament, qu'ils rebutent si fort, se peut dire le plus excellent de tous, ayant tous les avantages qu'on luy attribuoit; sur tout cette simplicité, qu'il apporte dans la Theorie des tons; & étant si peu différent de celuy dont tous se servent, que l'oreille ne les sauroit distinguer; comme je vais le prouver par le calcul.

Je dis donc premierement, que les Quintes de cette division ne surpassent celles du Temperament que de $\frac{1}{110}$ de Comma, difference que l'ouïe ne sauroit aucunement apercevoir; mais qui autrement rendroit cette consonance d'autant plus aprochante de la perfection.

Les Quartes par consequent ne sont excédées par celles du Temperament Ordinaire, que de cette $\frac{1}{110}$ de Comma, & elles tendent aussi d'autant plus vers la perfection.

Les Tierces mineures sont moindres que celles du Temperament de $\frac{3}{110}$ ou environ $\frac{1}{37}$ de Comma; & les Sixtes majeures excèdent d'autant les Sixtes majeures du Temperament; toutes deux à la verité en s'éloignant de la proportion parfaite; mais on voit que cette difference de $\frac{1}{37}$ de Comma ne sauroit être perceptible, ni augmenter sensiblement le $\frac{1}{4}$ de Comma, dont ces consonances s'écartoient déjà des veritables dans le Temperament.

Les Tierces majeures enfin surpassent celles du Temperament, qui sont parfaites, de $\frac{4}{110}$, ou environ $\frac{1}{28}$ de Comma, qui est si peu de chose, qu'on ne les pourra jamais prendre que pour parfaites, nonobstant cette petite augmentation. Car que peut faire $\frac{1}{28}$ de Comma tout seul, puisque un $\frac{1}{4}$ se souffre si aisément.

On peut conclure de la petitesse de toutes ces differences, que lors qu'un jeu d'Orgue, ou un Clavecin sera accordé suivant le Temperament ordinaire, il le sera aussi suivant la division nouvelle, autant que l'oreille pourra discerner. Mais si pourtant on veut se satisfaire entierement la-dessus, & accorder un instrument selon les 31 parties égales de l'Octave, on n'aura qu'à diviser un monocorde, suivant les nombres que l'on verra dans la Table que je donne; & en mettant toute la corde à l'Unisson, avec le C du Clavecin ou de l'Orgue, accorder de même les autres cordes ou tuyaux, avec les sons que cette division leur attribue, & que l'on entend, en plaçant le chevalet selon qu'elle marque. Pour ce qui est de l'Archicymbalum dont parle Salinas, je doute s'il n'a pas eu 31 touches à chaque Octave; mais parce qu'on ne sauroit se servir d'un tel clavier, sans se confondre dans la multiplicité des touches & des feintes, le meilleur seroit à mon avis, de mettre 31

cordes simples pour chaque Octave, ce qui se peut sans beaucoup de difficulté, & ayant fait les bâtons qui levent les fauteraux tous d'egale longueur, hauteur & largeur, laquelle largeur fasse une cinquième de celle d'une touche ordinaire, poser par dessus un clavier mobile, avec des pointes attachées par dessous à toutes les touches; qui étant une fois bien ajustées, pour faire sonner les cordes qu'on employe dans chaque Octave, le feront de même pour toutes les Transpositions. De sorte qu'on pourra les faire sans aucune peine, par tons, semitons, & jusques à des cinquièmes de tons; étant certain, que tous les tons & accords se trouvent également justes par tout; ce qui fera fort utile, & donnera du plaisir. J'ay autrefois fait faire à Paris de tels claviers mobiles, pour les placer au dessus des claviers ordinaires des Clavecins, & faire par ce moyen plusieurs Transpositions, quoi que non pas toutes complètes; & cette invention fut approuvée & imitée par de grands maîtres.

Or afin que l'on puisse s'assurer de la verité de ce qui a été dit cy-dessus, on peut voir cette Table, dont j'explique le contenu & l'usage.

La 2. Colonne contient les nombres qui expriment les longueurs des cordes qui font les 31 intervalles egaux suivant la nouvelle division; la corde entiere étant supposée de 100000 parties, & par consequent sa moitié, qui fait l'Octave contre elle, de 50000. A côté dans la 3. Colonne sont les syllabes, dont on se sert en chantant, & des * pour quelques cordes Enarmoniques, dont celle d'auprès du Sol * est la plus necessaire. Dans la 4. Colonne sont les lettres, qui servent à l'ordinaire à designer les tons. Les nombres de la 2. Colonne ont été trouvez par ceux de la I, qui sont leurs logarithmes respectifs. Et pour avoir ceux-cy j'ay divisé le logarithme de 2, qui est 0,30102999566 par 31; d'où est venu le nombre N, 97106450, que j'ay ajouté continuellement au logarithme de 50000, qui est 4,6989700043; & de ces additions sont procedez tous les logarithmes de la Colonne jusqu'au plus grand 4,9999999993, qui manquant de si peu de 5,0000000000 (qui peut être substitué pour luy) fait voir que le calcul a été bien fait. Ceux qui entendent les logarithmes, savent qu'il a falu faire ainsi, pour avoir les 30 nombres proportionaux entre 100000 & 50000.

La 5. Colonne contient en nombres les longueurs des cordes suivant le Temperament ordinaire, & dans la 6. Colonne sont les logarithmes de ces nombres.

Je pourrois montrer comment je les ay suputez, & même comment ce Temperament se pouvoit trouver s'il ne l'eût pas encore été. Mais cela feroit trop long, & il suffira que je montre icy la maniere d'examiner, & la justesse de ces nombres, & tout ce qui a été dit touchant la division nouvelle, & du raport qu'elle a avec le Temperament.

Division de l'Octave en 31 parties égales.				Division de l'Octave suivant le Temperament ordinaire.	
I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
N 97106450					
4,6989700043	500000	U ^T ²	C ²	500000	4,6989700043
4,7086806493	51131				
4,7183912943	52278 ⁵⁾				
4,7281019393	53469	Si	B ^x	53499	4,7283474859
4,7378125843	54678				
4,7475232293	55914	SA	B	55902	4,7474250108
4,7572338743	57179	*	*	57243	4,7577249574
4,7669445193	58471				
4,7766551643	59794	LA	A	59814	4,7768024824
4,7863658093	61146				
4,7960764543	62528	*	*	62500	4,7958800173
4,8057870993	63942	SOL ^x	G ^x	64000	4,8061799740
4,8154977443	65388				
4,8252083893	66866	SOL	G	66874	4,8252574989
4,8349190343	68378				
4,8446296793	69924				
4,8543403243	71506	F ^{AX}	F ^x	71554	4,8546349804
4,8640509693	73122				
4,8737616143	74776	F ^A	F	74767	4,8737125054
4,8834722593	76467				
4,8931829043	78196				
4,9028935493	79964	Mi	E	80000	4,9030899870
4,9126041943	81772				
4,9223148393	83621	MA	E ^b	83592	3,9221675119
4,9320254843	85512	*	*	85599	4,9324674685
4,9417361293	87445				
4,9514467743	89422	RE	D	89443	4,9515449935
4,9611574193	91444				
4,9708680643	93512	*	*	93459	4,9706225184
4,9805787093	95627	U ^{TX}	C ^x	95702	4,9809224750
4,9902893543	97789				
4,9999999993	100000	U ^T	C	100000	5,0000000000

5) Lisez: 52287.

Prenons qu'on veuille savoir, si la Quinte *Ut, Sol*, du Temperament Vulgaire, est moindre de $\frac{1}{4}$ de Comma, que la Quinte veritable, que fait la proportion de 3 à 2. Du log. de *Ut* qui est 5,000000000, j'ôte celui de *Sol*, qui est 4,8252574989; le reste 0,1747425011 represente la grandeur de la Quinte du Temperament. De même la difference des logarithmes de 3 & de 2, qui dans les Tables des logarithmes est marquée 1760912594, represente la grandeur de la Quinte parfaite. D'icy je soustrais la Quinte du Temperament trouvée, & reste 13487583. Ce qui doit faire le logarithme du $\frac{1}{4}$ de Comma. Et cela est vray; car le logarithme du Comma entier, c'est-a-dire la difference des logarithmes de 81 & de 80, est 53950319 dont le quart est 13487580.

Que si l'on veut voir, si quelque quinte de la nouvelle division comme *Re, La*, differe de la vraye de $\frac{1}{4} - \frac{1}{110}$ de Comma, il faut seulement du logar. de *Re*, qui est 4,9514467743 ôter le logar. de *La*, qui est 4,7766551643, reste 1747916100, que j'ôte du logarithme de la vraye Quinte, qui étoit 1760912594, reste 12996494, qui est moindre que le log. du quart de Comma, savoir 13487580; d'où je l'ôte donc, & il reste 491086. Il faut voir maintenant quelle partie cecy fait du Comma. C'est pourquoy je divise le log. du Comma, savoir 53950319 par 491086, vient fort près $\frac{1}{110}$. De sorte qu'il paroît, que nôtre Quinte n'est pas excédée d'un quart de Comma par la Quinte parfaite, mais qu'ils s'en faut $\frac{1}{110}$ de Comma. De la même maniere on peut examiner tout ce qui regarde ces Temperamens; n'y ayant rien de si commode que les logarithmes pour ces calculs de Musique.

N^o 2706.

CHRISTIAAN HUYGENS à D. PAPIN.

2 NOVEMBRE 1691.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par E. Gerland¹⁾.**La lettre est la réponse aux Nos. 2640, 2691 et 2702.*

Sommaire : Vous me faites de l'honneur de demander mon avis dans une chose que vous connoissez mieux que moy le fort et le foible.

le vaisseau de Drebbel alloit entierement sous l'eau, comme mon Pere a vu: ce que valoit bien mieux, cependant il n'a point mis en usage cette invention qui pourroit servir a pescher sous l'eau, apparemment par ce qu'il y avoit trop d'enbaras.

Comment de nuit trouverez vous surement un vaisseau enemi. Je ne suis pas pour ces inventions malfaisantes appliquons le a la pesche et aux experiences. Il faudroit pouvoir allonger et raccourcir vostre tuyau ou le faire fort long d'abord. il faudroit des gens intelligens comme vous pour la conduite: l'experience du brouillard est jolie, la raison est difficile a dire. ne vous enfermez dans la machine qu'à bonnes enseignes s'il s'y faisoit le moindre trou ou en feriez vous: dans un papier apart mes solutions sur ses doutes.

qu'on voit qu'il entend parfaitement cette matiere de l'Equilibre et pression de l'air.

Hofwijck ce 2 Nov. 1691.

MONSIEUR

Une assez longue interruption de mes etudes pour cause de santé et puis d'autres empeschements ont fait retarder plus qu'il ne faloit cette responce a vostre lettre du ²⁾ Aoust dans la quelle vous me communiquez la construction de vostre bateau sous l'eau. Je l'ay examinée et avec plaisir et j'y ay reconnu vostre adresse a pourvoir a tous les befoins de la machine, ce qui ne se pouvoit sans une exacte connoissance des Equibres [sic] et des pressions de l'air et de l'eau, la quelle vous possédez mieux que personne. Pour ce qui est de son usage, vous voulez bien que je vous propose les difficultez que j'y trouve. Et premierement ce tuyau pour le renouvellement de l'air qui doit estre soutenu d'un morceau de bois leger nageant sur la surface de l'eau, pourroit a mon avis decouvrir vostre bateau en approchant des vaisseaux enemis à moins d'une obscurité tres grande. Celuy de Drebbel n'avoit point de pareil tuyau, a ce que me racontoit feu mon Pere, qui avoit esté present a Londres lors que Drebbel luy mesme ainsi enfermè, s'enfonca dans la Tamise, sans qu'on vit rien rester sur l'eau; d'ou il sortit apres un assez long espace de temps, et à un endroit fort éloigné du lieu de sa descente. On disoit

¹⁾ Leibnizens und Huygens' Briefwechsel mit Papin, p. 182.

²⁾ Lisez: 16.

qu'il avoit quelque moien de renouveler l'air au dedans de son bateau qui feroit une invention fort importante.

Je trouve 2° que voulant ruiner des vaisseaux ennemis vous auriez bien de la peine de vous y conduire par le moyen de la bouffole qui ne feroit pas peur dans un bastiment de fer blanc outre que vous ne pourriez pas prendre de juste mesure pour la distance.

3° les petards et le moyen de les appliquer sous leau ne sont pas non plus sans difficulté.

4° la juste pression de l'air me semble assez difficile à arranger, par où le plongeur pourroit être en danger s'il manquoit tant soit peu à l'exécution des preceptes.

5° Puis que votre homme (car je ne vous conseille pas de vous y mettre vous même) étant couché dans le cylindre EF³⁾ doit agir par le trou G⁴⁾, il faut que l'air soit comprimé à un certain degré dans ce cylindre, afin que l'eau n'entre pas par là. Mais comment cette pression sera elle gardée uniforme, puis qu'il faut du renouvellement d'air et que vous prétendez qu'on laisseroit rentrer le vieux dans le vaisseau AA pour sortir sans bouillonnement au dessus de l'eau? Représentez vous bien, je vous prie toutes ces difficultés et dangers, refrigerato inventionis amore, et considérez après tout que le bateau de Drebbel dont on a vu l'effet n'a pourtant point eu de fuite, qui est un grand préjugé en cette affaire. Il faudroit faire servir votre machine à pescher les débris des vaisseaux, et les perles, plutôt qu'à faire la guerre, mais toujours cet homme couché dans le cylindre me semble peu en état d'agir au dehors.

Le phénomène du brouillard qui se produit au sortir de l'air pressé est remarquable. Ce sont comme je crois des particules d'eau, qui n'ayant plus tant d'air pour les soutenir, tombent par leur pesanteur et en tombant se joignent. car il y a de particules de véritable air, outre celles de l'eau, et il se peut que ces premières échappent plus vite par l'ouverture qu'on fait que ne font les autres.

Je joins icy ma réponse⁵⁾ aux objections que vous me fîtes dans votre lettre du 26 Nov. 1690⁶⁾. Je l'écrivis des lors mais considérant l'incommodité de disputer par lettres je l'avois laissée là.

Vous éprouvez assez vous même cette incommodité dans votre démêlé avec M. Leibnits⁷⁾ qui n'a pour fondement que des définitions peu exactes, et des

³⁾ Lisez: EE.

⁴⁾ Voir la seconde figure de la Lettre N°. 2691.

⁵⁾ Voir l'Appendice N°. 2707.

⁶⁾ Il s'agit de la Lettre N°. 2640.

⁷⁾ On peut consulter sur cette polémique, qui roulait sur la vraie mesure de la „force motrice”, et où Papin avait pris le parti des Cartésiens, les articles de Papin dans les „Acta” d'avril 1689

mefentendus, de forte que je m'étonne de ce qu'il croit que de vostre dispute depend de l'établissement des regles du mouvement⁸⁾.

Je suis bien aise d'apprendre que le genereux Prince que vous servez vous a donné des marques de son estime tant par l'intérêt que je prens en ce qui vous regarde que par ce qu'il temoigne par là qu'il a du gout pour les beaux arts et sciences, en quoy il fuit l'exemple de ses illustres ancestres.

N^o 2707.

CHRISTIAAN HUYGENS à D. PAPIN.

14 DÉCEMBRE 1690.

Appendice au No. 2706.

*La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par E. Gerland¹⁾.
Elle est la réponse au No. 2640.*

*) Ad objecta a Dion. Papino in literis 26 Nov. 1690.

La raison de tant de phenomenes qui s'expliquent par mon hypothese des deux differentes extensions de la lumiere au dedans du Cristal d'Islande, l'une en forme

et de janvier 1691 (voir les Lettres N^o. 2595, note 8, et N^o. 2617, note 9), ainsi que les réponses de Leibniz dans les „Acta” de mai 1690 (voir la Lettre N^o. 2640, note 5) et de septembre 1691, dont la dernière parut sous le titre: „G. G. L. De legibus naturae et vera aestimatione virium motricium contra Cartesianos. Responsio ad rationes a Dn P. mense Januarii proximo in Actis hisce p. 6 propositas”.

Dans l'ouvrage: Fasciculus Dissertationum, cité dans la note 9 de la Lettre N^o. 2601, Papin a donné un résumé de sa dispute avec Leibniz sous le titre: Synopsis controversiae Authoris cum Celeberrimo Domino G. G. L. circa legitimam rationem aestimandi vires motrices.

⁸⁾ Allusion à la phrase par laquelle Leibniz conclut son article de septembre 1691: „Spero enim hac ratione absolvi quod restat, et collatione inter nos continuata tanti momenti negotium (quo constituendae sunt verae leges naturae) ad finem perducı posse.

¹⁾ Leibnizens und Huygens' Briefwechsel, p. 168.

spherique l'autre en spheroïde vous rend cette hypothese fort vraisemblable, mais vous ne laissez pas d'y concevoir des difficultez, qui semblent en empêcher la possibilité. Je vois pourtant que vous demeurez d'accord qu'il n'est pas impossible que les difficultez qui nous semblent insurmontables dans l'établissement d'une hypothese qui d'ailleurs satisfait aux phenomenes, se puissent expliquer de quelque maniere qui ne s'est pas encore présentée a nostre esprit. Je n'ay pas recherché par le menu dans mon Traité de la lumiere, comment ses 2 extensions se font dans ce Cristal, composé de particules spheroides, par ce que cette composition n'estoit elle mesme qu'une conjecture, mais j'y ay pensé du depuis et voicy de quelle maniere la chose m'a paru possible. Il est certain premierement qu'un espace estant rempli de matieres differentes, peut admettre des emanations d'ondes differentes en vitesse car cela arrive dans l'air meslé de la matiere etherée où il se fait des ondes pour l'étendue du son, et d'autres pour la lumiere qui sont beaucoup plus vistes que ces premieres. Ainsi lors qu'on voit de loin tirer un canon les ondes du son et celles de la lumiere partent en mesme instant, mais les unes s'avancent vers nous incomparablement plus viste que les autres. Apres pour ce qui est des matieres qui sont contenues dans le cristal d'Irlande, je conçois ou suppose outre celle qui compose les petits spheroides, une autre qui occupe les intervalles qui restent autour des mesmes spheroides, et qui sert a les tenir joints ensemble. Et qu'outre cela il y a la matiere de l'ether repandue par tout le cristal tant entre que dans les parcelles des deux matieres que je viens de dire, car je pose et les petits spheroides, et la matiere dans les intervalles autour d'eux estre composé de particules tres menues et fixes, entre les quelles celles de l'ether encore plus deliées et qui sont en continuel mouvement sont repandues. Rien n'empêche maintenant que la refraction reguliere du cristal ne se fasse par les ondes qui s'étendent dans cette matiere etherée, entant qu'elle ne sert que seule a cette propagation. Et pour la refraction irreguliere je m'imagine un autre rang d'ondes qui ont pour vehicule et la matiere etherée, et les deux autres matieres du cristal, que j'ay appelées fixes. des quelles deux matieres je suppose que celles des petits spheroides transmet les ondes un peu plus vite que ne fait la matiere etherée telle qu'elle est semée dans le cristal; et que celle autour des spheroides transmet ces ondes un peu plus lentement que la mesme matiere etherée. Ainsi ces ondes s'étendant dans le sens de l'axe du cristal qui est aussi l'axe des spheroides, et cela à travers les trois matieres differentes, qui donnent le passage de differentes vitesses, il s'en pourra fort bien ensuivre la mesme vitesse ou a peu pres que celle que donne la matiere moyene, scavoir celle de l'ether repandue dans le cristal. Mais ces mesmes ondes, dans le sens de la largeur des spheroides rencontrant dans leur passage plus de la matiere de ces spheroides ou du moins la passant avec moins d'interruption, elles s'etendront un peu plus viste en ce sens qu'en l'autre; et par ce moyen la lumiere formera des spheroides dont l'axe sera egal, ou peu s'en faut, au diametre de la sphere que font les ondes pour la refraction reguliere, mais dont le diametre perpend. e a l'axe

fera un peu plus grand; comme j'avois trouvé ces rapports par les effets des refractions pag. 68. Cette explication me paroît n'avoir rien d'impossible et je crois qu'elle pourra vous satisfaire. Si non, il faut penser qu'il y en a peut estre de meilleures. Je ne scaurois douter cependant que dans ce cristallin la lumière ne s'étende par des ondes sphériques et sphéroïdes, vu le rapport exact de tant d'expériences.

Pour ce qui est de nostre dispute touchant la dureté des corps, je voudrois que vous répondissiez à mon argument du morceau de fer, ou de marbre ²⁾ ferré dans un estau, au quel j'ay fait voir que ni la pression d'en haut ni de costé de la matière éthérée ne peut empêcher de laisser aller la partie supérieure quand on la pousse horizontalement. De plus je ne comprends pas comment vostre idée de l'étendue enferme aussi la résistance et l'impenetrabilité des corps, car ce dire trivial que non datur dimensionum penetratio n'a point de sens légitime. En fin un corps n'est pas corps selon moy s'il n'a en soy de quoy maintenir son étendue, et je ne vois pas que l'étendue elle même puisse servir à cela. Et quand cela seroit vos corps ne pourroient pourtant estre tous que parfaitement liquides, par ce qu'aucune force de pression par dehors ne pourroit empêcher qu'au moindre attouchement un tel corps ne changeast de figure, mais cela est contraire à l'expérience.

^{a)} 14 Dec. 1690. Envoïé le 2 novembre 1691 [Christiaan Huygens].

²⁾ Voir la Lettre N°. 2617.

N^o 2708.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. GOUSSET.

2 NOVEMBRE 1691.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2692.*

A Mr. GOUSSET, Professeur dans l'Université de Groningue.

A la Haye le 2 Oct.¹⁾ 1691.

MONSIEUR

Je laisse ouverte la lettre que j'envoie a M. Papin, croiant qu'il veut bien que vous ayez le plaisir de participer a nostre commerce puisque vous prenez la peine d'y aider en nous faisant tenir reciproquement nos pacquets. Et quant aux demandes sur lesquelles vous demandez mes solutions, je vous diray pour ce qui est de celle qui regarde la distance du Soleil selon moy de 12000 diametres de la Terre, que cet intervalle que j'avois etabli dans mon *Systema Saturnium* sur quelque vraisemblance s'est trouvé confirmé par les Observations de Mr. Cassini et de Mr. Picard²⁾ faites non pas directement sur le Soleil, mais sur la Planete de Mars dans son Perigée qui nous approche bien d'avantage et dont la distance estant connue fait connoitre celle du \odot et de toutes les Planetes, puisque la proportion des orbites des Planetes entre elles est connue dans le systeme copernicien. Ces Mrs. trouvoient par là cette distance d'icy au soleil l'un d'environ de 10000 diametres Terrestres l'autre d'environ de 12000, comme elle estoit aussi par mon raisonnement. Toutefois vous devez sçavoir Monsieur qu'il s'en faut beaucoup que ces conclusions pour la distance de Mars ne soient aussi certaines ni si determinées que celles qui mettent la Lune a 30 diam. de la Terre. Il y auroit environ ce nombre que vous dites des roulements du vortice de la lune dans le cercle qu'elle fait autour du soleil, mais cela ne peut guere servir a confirmer la proportion des distances, car quel roulement peut on concevoir sur quelque chose qui na rien de solide non plus que celle qui roule.

Quant a la difficulté que vous avez trouvé en ce que j'oste si peu de sa rondeur a la Terre, qu'un point sous l'Equateur n'est pas plus éloigné du centre qu'un point sous le Pole que dans la raison de 578 a 577, et que toutefois je veux que le niveau decline vers le nord en ces pais ou plutost à Paris de 5 min. 54". il semble

¹⁾ Lisez: Novembre.

²⁾ Les observations faites en 1672, de concert avec celles de Richer en Cayenne, et consignées dans le Tome VII, 1^{re} partie, des Mémoires de l'Académie des Sciences.

d'abord que vous ayez quelque raison de douter. Cependant c'est le calcul qui confirme ce que j'ay dit, et il prouve que precisement avec cette figure de la Terre le niveau doit incliner de ces 5 min. 54 sec. Mais quand cet angle seroit encore plus grand, il arriveroit tousjours et necessairement que la surface de l'eau seroit perpendiculaire au fil d'un plomb suspendu, et qu'ainsi le baiffement du niveau ne seroit point apperceu du tout, puisque la ligne du niveau est de mesme perpendiculaire à ce fil de plomb.

Dans vostre revolution de 6915 anneés 343 jours, qui remettrait les Planetes a la situation ou elles estoient a son commencement, je ne scay pas ce que vous appelez la mesme situation, car ces astres ayant autant qu'on a pu connoître des temps periodiques incommensurables, il n'arrivera jamais que seulement deux d'entre eux se retrouvent ensemble a un mesme point du Zodiac ou ils ont esté auparavant; quand mesme il n'y auroit point d'anomalie, et avec elle le calcul devient d'autant plus infini. On pourroit demander dans quel temps elles retourneront toutes ensemble à 10 ou à 1 degrez pres a leur premier lieu, mais la chose ne merite pas qu'on s'amuse a un si long calcul que cela exigeroit.

Je suis avec beaucoup d'Estime

MONSR &c.

Je vous felicite de vostre vocation a Groningue. Je ne scay pas en quelle faculté vous estes employé, c'est pourquoy j'ecris la superscription suivant vostre formule.



³⁾ Gousset avait été nommé professeur de théologie et philosophie à l'Université de Groningen, vers avril 1691.

N^o 2709.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

16 NOVEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾, la lettre par C. I. Gerhardt²⁾.**La lettre est la réponse au No. 2699.**Leibniz y répondit le 8 janvier 1692.*

A la Haye, ce 16 Novembre 1691.

MONSIEUR

Je me suis ces deux derniers mois abstenu de l'étude et du travail, ayant de la peine à conserver ma santé dans un temps ou une infinité de monde dans ce pais est tombée malade. C'est ce qui est cause que je respons si tard à vostre dernière lettre du $\frac{11}{21}$ Sept. Je m'en vais maintenant le faire par ordre pour ne rien oublier; mais auparavant je vous remercieray d'avoir réparé l'erreur de Mrs. de Leipfich, touchant ma Progression dans l'Hyperbole³⁾, et surtout de l'honneur que vous m'avez fait dans les Acta de Sept. dernier en publiant que mes écrits autrefois vous ont esté de quelque utilité⁴⁾.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 103. La rédaction de la minute ne diffère pas notablement de celle de la lettre.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 109 et Briefwechsel, p. 670.

³⁾ Voir la note 14 de la Lettre N^o. 2636.

⁴⁾ Il s'agit du passage remarquable que, dans la note 12 de la Lettre N^o. 1919, nous avons extrait de l'article de Leibniz intitulé :

G. G. L. De solutionibus problematis Catenarii vel Funicularis in Actis Junii A. 1691 aliisque a Dn. I. B. propositis.

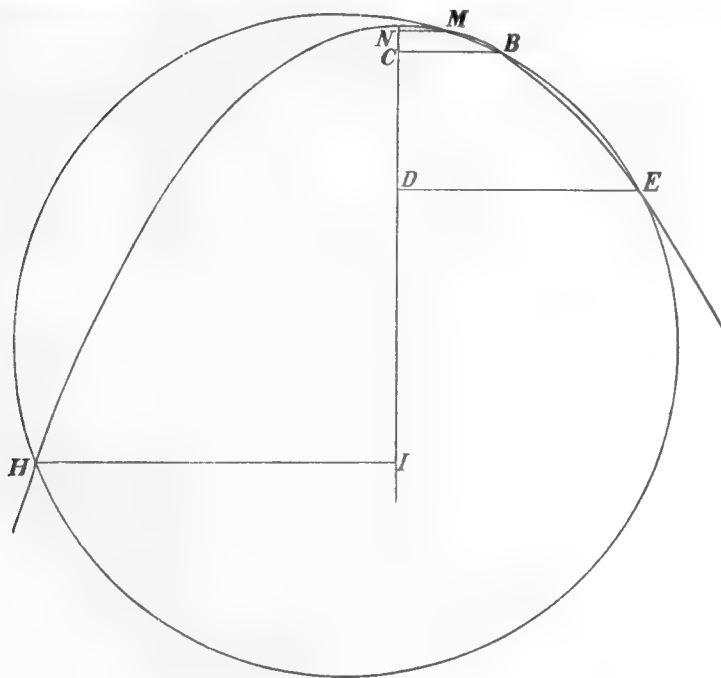
Pour compléter les diverses pièces et lettres qui se rapportent à la solution que Huygens a donnée du problème de la chaînette, nous faisons suivre encore de cet article les lignes, dans lesquelles Leibniz fait la comparaison des trois solutions, publiées dans les Acta de juin 1691. „Valde delectatus sum lectis tribus Problematis a Galilaeo propositi a D. Bernoullio renovati, solutionibus inter se consentientibus, quod indicium est veritatis, apud eos valiturum, qui talia accurate non examinant. Etsi autem omnia conferre non vacaverit, in summa tamen rei manifesta est concordia. Legem tangentium, & extensionem curvae catenariae in rectam invenimus omnes, & cum curvedinis mensuram olim in Actis Junii A. 1686, p. 489 (introducendo novo contactus genere, quem osculum appellare placuit) explicuerim per radium circuli curvam osculantis, seu ex omnibus circulis tangentibus maxime ad curvam accedentis, eundemque adeo quem ipsa curva ad rectam facientis angulum contactus, placuit celeberrimo Hugenio (animadvertenti centra horum circulorum semper incidere in lineas a se primum inventas, quarum evolutione describuntur datae) speculationem huc applicare, & investigare radium curvatis vel circulum osculatorem curvae catenariae, sive ejus curvam evolutione generantem, quam & dedit solutio Bernoulliana. In Hugeniana autem, distantia quoque habetur centri gravitatis catenariae ab axe. In Bernoulliana & mea, ejusdem distantia tam ab axe quem & a basi aut alia recta, adeoque puncti determinatio, item quadratura

Vous me parlez à propos de la courbure de la chaînette, de vostre *discours de angulo Contactus et Osculi*^{a)}. Vous pouvez bien croire qu'en ce lisant je ne trouvoy pas cette considération nouvelle, parce que ces sortes de contact entrent naturellement dans mes *Evolutions des Lignes courbes*⁵⁾.

Je me souviens aussi que longtemps devant que de publier ce *Traité* j'avois communiqué à van Schoten quelque remarque là dessus⁶⁾, sçavoir de la circon-

figuræ catenariæ. Quibus ego in mea centrum gravitatis etiam hujus figuræ seu areæ adjeci. Constructionem lineæ Dn. *Hugenius* exhibet ex supposita quadratura curvæ, qualis est $xyy = a^4 - aayy$, Dn. *Joh. Bernoullius* & ego reduximus ad quadraturam hyperbolæ; illo perbene adhibente extensionem curvæ parabolice in rectam, me denique rem omnem reducente ad logarithmos, eaque ratione obtinente, *perfectissimum in Transcendentibus exprimendi pariter & construendi genus*. Sic enim unica tantum semel supposita vel habita ratione constante, de reliquo infinita puncta vera exhiberi possunt per communem Geometriam sine interventu ulteriore quadraturarum aut extensionum in rectas. Lineæ Catenariæ mirum & elegantem cum Logarithmis consensum, ex mea constructione animadvertere fortasse non injucundum videbitur. Caeterum a Dn. *Hugenio* (egregii ex Tab. Sinuum compendii nobis spem faciente) observatum est, rem eam reduci ad summam secantium arcuum, per minima aequaliter crescentium.

- 5) Il s'agit de l'*Horologium Oscillatorium*, Pars tertia: De linearum curvarum evolutione et dimensione.



- 6) On rencontre cette remarque dans la pièce N°. 204, d'octobre 1654, au bas de la page 305. Van Schooten en a fait usage dans la seconde édition (de 1659) de l'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 150, en insérant à la page 339 le passage suivant: „Praeterea hinc constat, (quod sane animadversione dignum) si recta tangens Parabolam in aliquo puncto extra verticem ipsa ibidem quoque tangatur a Circulo non per verticem transeunte, qui-

ference, qui coupant une parabole, semble la toucher au même point, c'est à dire que dans la parabole comme aussi dans les autres sections coniques il n'y a que le point du sommet où une circonférence la puisse baiser; cela arrive encore en plusieurs cas d'autres lignes courbes, quoy qu'il me semble que vous n'en avez rien dit⁷⁾.

Puisque j'ay bien jugé en quoy doit consister l'avantage que donne vostre nouveau calcul, je souhaiterois fort de voir comment il vous a fait trouver directement et sans effort d'imagination l'ἀπαγωγή de la Construction de la Chainette à la quadrature de l'Hyperbole ou aux Logarithmes. En effet vous devez donner au public cet exemple de vostre methode, a fin qu'on voie de plus en plus son utilité et que les Geometres puissent profiter de nostre exercitation. Pour moy si je trouve en suite que j'aye quelque chose de different dans mes recherches et qui merite d'estre sceu, je le publieray aussi tres volontiers⁸⁾. Cela fera peu, mais il y aura pourtant une maniere fort belle pour parvenir à la construction de la Courbe⁹⁾ et que je scay estre differente de la vostre par les choses que vous me mandez, comme aussi differente de celle de Mr. Bernoulli, par ce que je conjecture de son escrit inferé aux Acta.

Pour ce qui est du doute que j'avois proposé, je me tiens plus que satisfait apres avoir vu vostre exacte justification. Il est vray que quand j'ay lu ces mots de *querelle* et d'avoir *perversi* le sens des paroles de Mr. Bernoulli, j'ay dit *bona verba*, car en effet j'y estois allé de bonne foy, et le soupçon qui m'estoit resté estoit de trop peu d'importance pour que vous usassiez de tels termes en le refutant. Quand je vous en parlay, c'estoit que j'aurois esté bien aise de trouver que vous eussiez esté aussi peu clairvoyant que moy, dans cette question. *Socium tarditatis meae quaerebam*. Ce que vous me dites de n'avoir rien pu tirer de France ni d'Italie sur ce probleme, peut servir à me consoler, et marque qu'il n'est pas des plus faciles.

Ce n'est pas le jeune Bernoulli, mais l'ainé qui a travaillé sur la ligne Loxodromique, et j'ay trouvé étrange, qu'apres que vous eussiez donné la bonne Con-

que Parabolam in eodem puncto secet, hoc est, ut rectae NM, CB, et DE omnes tres sint inter se aequales: quòd tunc quidem HI ipsius NM, CB, vel DE tripla sit futura".

⁷⁾ La minute ajoute encore la phrase suivante: La quadrature de la courbe de la génératrice de la chainette pourrait avoir de la difficulté si on proposait de la trouver; mais j'en fais peu de cas, parce que cette courbe paroît inutile „et longe posita".

⁸⁾ Voir l'article de Huygens, cité dans la note 2 de la pièce N°. 2694.

⁹⁾ Il s'agit de la construction indiquée dans la Lettre N°. 2695.

struction pour trouver la longitude par la quadrature de l'Hyperbole, il se soit avisé trois mois apres, d'en donner une qui demande la dimension d'un espace inconnu et qui comprend une étendue infinie¹⁰⁾, cela s'appelle expliquer *ignotum per ignotius*.

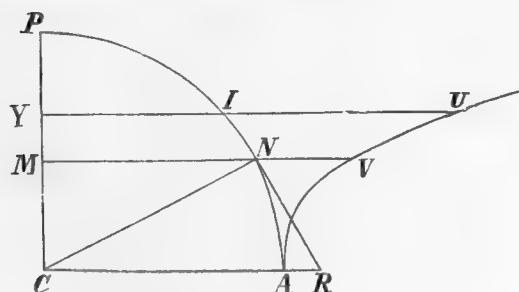
J'ay regardé dans le *Tiphys Batavus* de *Snellius*, depuis que vous m'en avez averti, comment il demontre par des propositions aisées, que cette invention des Longitudes, scavoir quand la Latitude et l'angle Loxodromique est donné, depend de la somme des secantes. Il n'est pas allé plus loin; mais scaviez vous, Monfieur, que Jac. Gregorius dans ses Exercitationes Geometricas a réduit cette somme à l'espace qui chez vous est VMCA¹¹⁾, et qu'il a égalé cet espace à un espace hyperbolique? ¹²⁾ Je crois certainement que vous ne vous en estes point souvenu, non plus que moy; car j'aurois pu par là achever de trouver la con-

¹⁰⁾ En effet, dans l'article cité dans la note 32 de la Lettre N°. 2693, Jacques Bernoulli fait dépendre la construction de la loxodromique, partant d'un point donné de l'équateur sous un angle donné, de la quadrature d'une aire comprise entre une courbe et son asymptote.

¹¹⁾ Voir la figure de la note 9 de la Lettre N°. 2699.

¹²⁾ Le passage en question se trouve dans le livre cité dans la note 2 de la Lettre N°. 1684 au chapitre intitulé: „Analogia inter Lineam Meridianam Planispherii Nautici et Tangentes Artificiales Geometricè demonstrata; seu, quod Secantium Naturalium additio efficiat Tangentes Artificiales”.

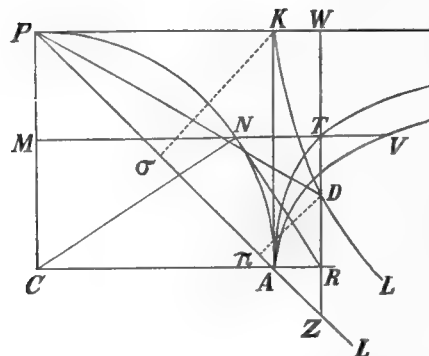
Pour montrer jusqu'à quel point James Gregory avait en effet devancé, dans son livre de 1668 qui est devenu très rare, les résultats obtenus par Leibniz que nous avons mentionnés dans la note 9 de la Lettre N°. 2699, nous reproduisons ici, en laissant de côté les démonstrations assez compliquées, les Propositions I et II ainsi que le premier „Consectarium” du chapitre cité, tout en changeant les lettres des figures de Gregory pour les rendre conformes avec celles de la figure de Leibniz.



Prop. I. Theorema. Sit Circuli quadrans CAP, cujus pars sit arcus AI; super arcu AI imagnetur portio superficiei Cylindrici recti talis naturae, ut (sumpto in arcu AI quodlibet puncto N) perpendicularis ad planum CPA ex puncto N ad summitatem portionis superficiei cylindricae excitata semper fiat aequalis secanti arcus NA. Deinde sit mixtilineum UIYCA talis naturae ut (ducta in eo recta MV radio AC parallela et arcum quadrantis secante in puncto ad libitum

N) recta VM, secans [CR] arcus NA, et radius CA sint continuè proportionales. Dico mixtilineum UYCA esse aequale dictae portioni superficiei cylindricae.

struction de la Chainette ¹³⁾, et plus facilement que par votre calcul sur la Loxodromique, que je n'entendois pas, et que je n'ay demêlé que longtemps apres. Il



Prop. II. Sit circuli quadrans CPA, sitque mixtilineum STACPS talis naturae, ut (ducta recta ad libitum TM radio AC parallela et quadrant arcum secante in N) recta TM aequalis sit secanti [CR] arcus AN, sitque mixtilineum SVACPS talis naturae ut (producta arbitraria MT in V) rectae CA, MT, MV sint continuè proportionales: deinde sit Semihyperbola KDL cujus axis PS, vertex K et asymptoton PAL: ducatur ad libitum radio CA parallela recta MV, curvas ANP, ATS, AVS secans in punctis N, T, V, et per punctum T ducatur radio PC recta parallela TR Hyperbolae occurrens in puncto D. Dico Sectorem Hyperbolicum KPD aequalem esse semissi

Figurae VACM, quae Figura (ut in antecedente demonstratum est) aequalis est superficiei cylindricae conflatae ex omnibus secantibus arcuum infinitorum NA plano APC in debitis suis punctis N normaliter insistentibus.

Consectarium. Hinc sequitur, quod Figura VACM semper sit dupla Logarithmi differentiae inter tangentem et secantem arcus NA, posito radio AK loco unitatis, quod sic probo. Ex punctis K, D in asymptoton PL demittantur perpendiculares Kσ et Dπ; ex demonstratis in Circ. et Hyperb. Quad. manifestum est sectorem PKD esse aequalem Figurae KDπσ, item Figuram KDπσ esse Logarithmum rectae Dπ posita Kσ unitate; ut autem Kσ ad Dπ ita PK radius ad DZ differentiam inter tangentem [DW] et secantem [ZW = PW = CR] et ideo posita KA unitate erit idem sector PKD Logarithmus rectae DZ, nempe excessus qua secans arcus NA superat ejusdem tangentem".

Comme on le voit, la première proposition réduit le calcul de l'intégrale $\int \sec \varphi d\varphi$ à la quadrature de l'aire MVAC, qui, par construction, est identique avec l'aire homonyme de la figure de la note 9 de la Lettre N°. 2699.

Dans la seconde proposition cette aire est remplacée par une aire hyperbolique, qui se calcule facilement de la manière indiquée dans le Consectarium, parce que $PW = CR = \sec ACN$ par construction, et $WD = \sqrt{PW^2 - PK^2} = \sqrt{\sec^2 ACN - 1} = \tan ACN$, par suite de l'équation analytique de l'hyperbole équilatère KDL.

D'après ce „Consectarium”, on aurait la relation $\int \sec \varphi d\varphi = 2l(\sec \varphi - \tan \varphi) = 2l \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} = 1 \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$, qui ne diffère de la vraie relation $\int \sec \varphi d\varphi = \frac{1}{2} l \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$ que par le signe et par le facteur 2, qui s'y est glissé par mégarde, puisque Gregory a oublié que le carré décrit sur l'axe de l'hyperbole PK comme diagonale est égal à $\frac{1}{2}$ et non pas à l'unité et qu'on doit donc égaler l'aire de la figure hyperbolique KDπσ à la moitié du $\frac{D\pi}{K\sigma}$.

¹³⁾ On rencontre cet achèvement, sous la date du 1^{er} octobre, à la page 127 verso du livre G. En se servant des recherches de Gregory, Huygens y démontre que l'aire $\delta\alpha\psi\chi$ de la figure 5 de

paroit par un passage dans les notes de Albert Girard sur Stevin, qu'il doit avoir sçu la solution de cette mesme question des Longitudes. Car il parle de la difference entre la methode de Snellius par la Table des sommes des secantes et la methode parfaite, qu'il dit estre beaucoup plus courte; et il propose la dessus ce probleme, dont il promet la solution: scavoir quand l'angle loxodromique est donné de 89 degrez, combien de tours entiers et de degrez de longitude par dessus fera un vaisseau, en partant d'un point sous l'Equateur pour arriver à la latitude de 89 degrez, et combien le point où il entrera dans ce parallele fera distant alors du lieu de son depart, le tout sans Tables ¹⁴). Je l'ay calculé par plaisir et j'y trouve 43 tours, 85 deg. 57 min. ¹⁵). On ne connoissoit pas encore en ce temps

la pièce N°. 2625, dont il avait fait dépendre la construction par points de la chaînette et dont il avait réduit la quadrature à la sommation des sécantes au § I du N°. 2634, égale le double de l'aire hyperbolique $K\sigma\pi D$ de la figure 2 de la note précédente, lorsque l'on suppose que l'arc AN est identique avec l'arc αII de la figure 5 du N°. 2625.

- ¹⁴) Il s'agit d'une note d'Albert Girard, qui se trouve à la page 168 du second volume de l'ouvrage suivant qui parut deux ans après la mort de Girard: „Les Œuvres Mathématiques de Simon Stevin de Bruges. Ou sont inserées les memoires mathematiques, Esquelles s'est exercé le Tres-haut & Tres-illustre Prince Maurice de Nassau, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c. Le tout reveu, & augmenté par Albert Girard, Samielois, Mathematicien. A Leyde. Chez Bonaventure & Abraham Elzevier, Imprimeurs ordinaires de l'Université, Anno CIOIOCCXXXIV”.

C'est la traduction annotée de l'ouvrage de Simon Stevin, cité dans la Lettre N°. 5, note 10.

Voici la note en question: „La manière parfaite est plus facile que celle que Stevin a fait, et qu'on n'a trouvé jusques à present, mais où sont ceux qui payeroient la peine de celui qui feroit quelque chose d'excellent? Tout va d'un si bon ordre entre les hommes, et la science si bien estimée, que c'est merveilles si on ne revient en un siècle plus barbare que celui mesme de fer: là dessus je feray ceste question à la veuë d'un chacun;

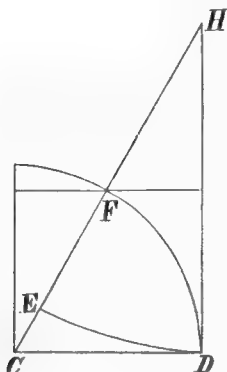
Un romb faisant 89 degrez sur chacun meridien, iceluy commençant en un point de l'équateur (soit au commencement des longitudes) et progrediant du costé du septentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un point dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de latitude; et combien de circuit un tel romb a fait; finalement combien il y a de distance d'un point à l'autre, le tout sans tables.

On peut bien penser que celui qui fera cela en fera bien d'autres plus faciles: la solution se fera en temps opportun, si Dieu plaist. Or selon la maniere ordinaire, qui est difficile, et tres imparfaite, la vie d'un homme n'y suffiroit pas”.

- ¹⁵) On rencontre ce calcul dans un petit manuscrit (le N°. 18 du Codex Hugeniorum), qui occupe les pages vides d'un Almanac de l'année 1687, sous l'en-tête: „Problema Alberti Girardi in notis ad Stevini Histiodromicen. Rumbi inclinatio ad meridiem 89 gr. Item Latitudo ab aequinoctiali incipiendo aquisita 89 grad. Queritur quot circuitus integri, quot gradus et scrupula longitudinis convenient itineri loxodromico”. Une page précédente de ce manuscrit contient la règle suivante, d'après laquelle le calcul a été exécuté:

là la quadrature de l'Hyperbole; mais ce Girard avoit pénétré bien avant en plusieurs matieres de Geometrie, comme je vois par quelques endroits de ces mêmes notes. Il se trompe pourtant au commentaire sur la Statique par cordages¹⁶⁾ au sujet de la courbure de la ligne qui plie par son poids, la quelle courbure il pretend estre parabolique, et qu'il en a la demonstration.

Ma maniere pour trouver les sommes des secantes, que vous voulez scavoir, est telle. J'ajoute ensemble les secantes des arcs croissant par degrez entiers, ou par demi-degrez, jusques à l'angle donnè. De leur somme je soustrais la moitié de l'exces dont la plus grande de ces secantes surpasse le rayon. Alors le reste aura à la somme d'autant de rayons fort pres la même raison (toutefois un peu plus grande) que la somme du nombre infini de secantes comprises dans l'angle donnè, à la somme d'un pareil nombre de rayons¹⁷⁾. Par exemple au rayon



„ b tangens anguli loxodromiae cum meridiano; $s = HC$ secans arcus latitudinis acquisitae DF ; $t = HD$ tangens latitudinis acquisitae; sit $r = \text{radius } DC = 100000$.

Aufer HD ab HC , et quaere differentiae EC logarithmum in Tabulis, quem aufer a logarithmo radii CD ; reliquum multiplica per b . Productum divide per tot characteres numeri 4342944819 quot sunt characteres in logarithmis praeter characteristicam. Eritque quotiens amplitudo arcus Longitudinis in aequatore in partibus qualium radius CD continet 100000; quam amplitudinem arcus reduces ad minuta graduum faciendo ut 628318 longitudo circumferentiae, ad 360 gradus in tota circumferentia, ita amplitudo inventa ad gradus longitudinis”.

Comme on le voit, cette règle revient à l'emploi de la formule correcte : $\lambda = b \cdot \{1r - 1r (\sec \varphi - \tan \varphi)\}$, où φ représente la latitude du point extrême de la loxodromique et λ la différence de sa longitude avec celle du point de départ sur l'équateur.

¹⁶⁾ Dans la note d'Albert Girard à laquelle Huygens fait allusion et qui se trouve à la page 508 du quatrième volume de l'ouvrage cité dans la note 14, celui-ci prétend que Stevin avait bien vu que les cordes : „ne sont pas en lignes droites estant estenduës, sinon que la seule corde perpendiculaire à l'horizon; car les autres cordes lasches ou fort estenduës, sont lignes paraboliques, (comme j'ay autrefois démontré environ l'an 1617), ainsi que je démonstreray cy-après à la fin du corollaire suivant, ce qui viendra icy fort à propos pour l'ornement de cette Spartostatique” (c'est à dire l'„art ponderaire par cordages”).

Toutefois, à la fin du corollaire mentionné on rencontre, au lieu de la démonstration annoncée, la note suivante : „Pour satisfaire à ma promesse qui precede le dernier corollaire, et n'ayant pas le loisir toutefois de mettre icy la copie de ma demonstration entière, je la donneray une autre fois au public, avec mes autres oeuvres, moyennant l'aide de Dieu, lors que la recherche des sciences sera plus recommandable, qu'elle n'est à present”.

¹⁷⁾ Voir, pour la démonstration de cette règle et pour les résultats numériques qui vont suivre, le § I de l'Appendice N°. 2710.

10000 la somme des secantes par demi-degrez jusques à 45 degrez inclusivement est 1012061, d'où j'oste 2071, moitié de l'exces de la secante de 45° par dessus le rayon, reste 1009990, qui aura à la somme de 90 rayons qui fait 900000, un peu plus grande raison que le nombre infini des secantes à pareil nombre de rayons. Je trouve aussi un terme mineur ¹⁸⁾ qui est 1009976, et qui est plus près du vray, mais il y a une regle de trois à faire. Suivant la Table de Snellius ¹⁹⁾ la somme des secantes jusqu'à 45 degrez par minutes est 30297320, quand le rayon est 10000. Il l'a posé de 10000000, pour faire le calcul de la somme plus juste, mais apres il a retranché 3 chiffres. Or je trouve par ma regle que sa Table est fautive, car non seulement la raison de la somme des secantes 30297320 à autant de rayons, qui font 27000000, mais aussi la raison de 30297320 moins 2071 à 27000000 devroit estre plus grande que celle des secantes infinies à autant de rayons. La quelle par la Regle parfaite des Logarithmes ²⁰⁾ je trouve estre comme de 30299392 à 27000000. Donc la somme de Snellius est trop petite, et devroit avoir esté 30301463, scavoir 30299392 plus 2071 ^{b)}. En supputant selon ma regle et par demi-degrez, je trouve 30299700 pour le terme majeur et 30299295 pour le mineur ²¹⁾, ce qui confirme mon calcul, quoyque Snellius dit qu'il a fait le sien deux fois ²²⁾, Il y a peut-estre quelque faute dans la Table des Secantes ²³⁾. J'ay la demonstration de ma Regle mais cecy est desja trop long. De quoy au reste peut servir le calcul de ces sommes, ou leur Table, puisque par les logarithmes les Problemes se resolvent beaucoup plus parfaitement ?

Ce fera quelque chose de fort beau que vostre reduction des quadratures à la quadrature du Cercle ou de l'Hyperbole, quand cela est possible, et j'espere que vous nous la communiquerez que vous l'aurez perfectionnée, ou quand mesme il

¹⁸⁾ Voir, sur cette limite inférieure de la somme des sécantes, le § II de l'Appendice N°. 2710.

¹⁹⁾ La minute ajoute: qu'il appelle *Canonica Logarithmorum*. Cette table se trouve dans l'ouvrage cité dans la note 10, de la Lettre N°. 2699. Elle est intitulée „*Tabulae canonicae parallelorum*” et devait servir au calcul des loxodromes, ainsi que Snellius l'explique à la page 12 de son ouvrage.

²⁰⁾ C'est-à-dire au moyen de la formule exacte $\int_0^{\varphi} \sec \varphi \, d\varphi = 1r - 1r(\sec \varphi - \operatorname{tg} \varphi)$.

²¹⁾ Consultez, sur ces calculs, le § II de la pièce N°. 2710.

²²⁾ Voir la page 13 de l'ouvrage de Snellius.

²³⁾ D'après la page citée dans la note précédente, Snellius employait pour son calcul deux tables différentes des sécantes: „bis eundem subdixi”, dit-il „semel ex tabulis secantium Thomae Finckij, iterum à tabulis Bartholomaei Pitisci; ut si quid vitij in ipsas forte tabulas operarum incurià irrepsisset, ex mutua collatione facilem haberem emendationem: cum Pitisei notae sint etiam ex opere Palatino expressae; illae autem Finckij aliae ab his, et ante subductae”.

y manqueroit encore quelque chose. J'aimerois bien aussi de pouvoir reduire les dimensions des espaces inconnus à la mesure de quelque ligne courbe quand ces deux quadratures n'ont point de lieu, mais je le crois le plus souvent tres difficile.

Vous aviez remarqué que la soutangente de la Logarithmique est constante, mais non pas, que je sçache, qu'elle representoit le quarré de l'Hyperbole.

Il me tarde de voir ce que produira Mr. Bernoulli l'ainé touchant la courbure du ressort ²⁴⁾. Je n'ay pas osé esperer qu'on y aboutist à rien de clair ni d'elegant; c'est pourquoy je n'ay rien tenté.

Dans la recherche des nombres, le plus utile feroit de s'arrester aux Theoremes dont il y en a des beaux et qui peuvent servir dans des rencontres. Un certain Mr. Rolle de l'Academie des Sciences à Paris a fait imprimer quelque traité en cette matiere ²⁵⁾, que je tascheray d'avoir, car on dit qu'il est fort habile.

Vous croiez, à ce qu'il semble, qu'il ne feroit pas extremement difficile d'achever de tout point la Science des Lignes et des Nombres. En quoy je ne suis pas jusqu'icy de vostre avis, ni mesme qu'il feroit à souhaiter qu'il ne restast plus rien à chercher en matiere de Geometrie. Mais cette etude ne doit pas nous empêcher de travailler à la physique, pour la quelle je crois que nous sçavons assez, et plus de geometrie qu'il n'est besoin; mais il faudroit raisonner avec methode sur les experiences, et en amasser de nouvelles, à peu pres suivant le projet de Verulamius.

J'attendois depuis longtemps, selon ce que vous aviez promis, vostre methode pour les Tangentes, et je vois avec deplaisir que vous prenez à cette heure des precautions, comme doutant que je ne tiene pas ma parole. Mais quand nous enverrions en mesme temps nos escrits à Mr. Meier, comment serez vous assuré que j'auray dressé le mien de bonne foy? Si vous fuiez peut-estre le travail, j'ay encore plus de raison de l'apprehender. Car Mr. Fatio, en partant il y a deux mois pour l'Angleterre, a repris la longue lettre ²⁶⁾ où il m'avoit expliqué son invention; cette lettre ayant esté si fort changée et repetassée, depuis que nous avons travaillé ensemble sur cette matiere, qu'elle estoit devenue tout autre. Ainsi je n'ay plus que les solutions des questions que nous nous proposames ²⁷⁾, et il faudra que de

²⁴⁾ Voir, à la page 133, la Lettre N°. 2693.

²⁵⁾ Démonstration d'une Methode pour résoudre les egalitez de tous les degrez; suivie de deux autres methodes, dont la première donne les moyens de résoudre ces mesmes egalitez par la Geometrie, & la seconde, pour résoudre plusieurs questions de Diophante qui n'ont pas encore esté résolues. Par M. Rolle, de l'Académie Royale des Sciences. In-12°. à Paris chez Jean Cusson, 1691.

²⁶⁾ Consultez à ce propos la Lettre N°. 2672.

²⁷⁾ Voir, sur cette collaboration de Huygens et Fatio, la note 9 de la Lettre N°. 2677.

là je tire la règle. Il faut donc s'il vous plaît m'exciter par votre exemple et m'envoyer sans défiance ce que vous avez promis²⁸⁾, ou laissons là notre marché.

Vous aurez vu ce que Mr. Bernoulli a annoncé dans le mois de Jul. de la part de son frère, qui auroit trouvé, qu'outre ma Cycloïde il y a une infinité de courbes qui servent aux reciprocatons isochones²⁹⁾. Je n'y vois pas d'impossibilité, mais je ne scaurois croire qu'il nous construise aucune de ces courbes, si ce n'est peut-être par des espaces d'étendue infinie et inconnue³⁰⁾, ce qui vaut autant que rien. Je le tiens cependant fort habile ce frère, et il me revient mieux que son aîné, qui est grandement obstiné à soutenir ce qu'il a une fois avancé. Témoin ce dernier écrit du mois de Jul., ou il nous voudroit faire accroire³¹⁾ que sa démonstration du Centre d'Oscillation (qui après tout ne regarde que des poids enfilez en ligne droite) est plus évidente que la mienne.

Je vous en fais juge et demeure de tout mon cœur etc.

^{a)} Juni 86 [Christiaan Huygens].

^{b)} 4 lettres fausses tousjours [Christiaan Huygens].

²⁸⁾ Voir la pièce N°. 2713.

²⁹⁾ Voir la fin de l'article de Jacques Bernoulli dans les Acta de Juillet 1691, notre N°. 2690.

³⁰⁾ Consultez la note 10 de la présente lettre.

³¹⁾ Voir la pièce N°. 2690. Dans les notes marginales (voir la Lettre N°. 2540, note 1) on lit, à propos de cette même démonstration, qui commence par les mots „*Quarto, distributio*” (p. 116 du présent volume): „*Haec omnia absurda sunt et per consequentias parum evidentes demonstrata*”.

N^o 2710.

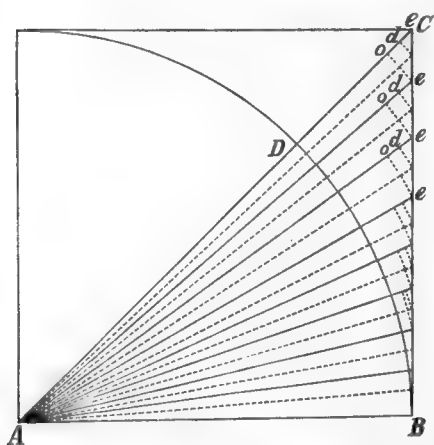
CHRISTIAAN HUYGENS.

[OCTOBRE OU NOVEMBRE 1690 et 1691].

*Appendice*¹⁾ *au No. 2709.*

§ I.

Ad inveniendam summam secantium ad angulos crescentes uno gradu, vel gradu dimidio vel 4^a parte, vel 8^a. vel 16. etc.



Summa secantium ad singulos gradus superat summam totidem secantium ad angulos dimidio gradu minores, paulo plus quam dimidia CD, qua maxima priorum secantium superat radium cum omnes differentiolae secantium *de* sint paulo plus quam dimidia differentiarum *oe*, quae simul faciunt DC totam.

Ergo si duplicetur summa secantium ad singulos gradus, et à producto auferatur tantum dimidia differentia CD, habebimus pauxillo plus quam summam secantium ad singulos semigradus. Quod si jam rursus duplicemus hanc summam, et à producto auferamus dimidium DC, habebimus proxime, et pauxillo plus, quam summam secantium ad singulos graduum quadrantes.

Et rursus si hanc summam duplicemus et à producto auferamus dimidium DC, habebimus summam proximam majorem secantium ad singulos graduum octantes; atque ita porro.

Sit summa secantium ad singulos gradus = s ; dimidia DC = d .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ergo secunda summa} = 2s - d \text{ secantium ad } \frac{1}{2} \text{ gr.} \\ \text{et tertia} = 4s - 3d \text{ secantium ad } \frac{1}{4} \text{ gr.} \\ \text{et quarta} = 8s - 7d \text{ secantium ad } \frac{1}{8} \text{ gr.} \\ \text{et quinta} = 16s - 15d \text{ secantium ad } \frac{1}{16} \text{ gr.} \end{array} \right\} \text{vera major.}$$

¹⁾ Cet Appendice contient les règles pour le calcul d'une limite supérieure et d'une limite inférieure de l'intégrale $\int_0^q \sec \varphi d\varphi$ et leurs démonstrations. Le § I, qui se rapporte à la limite supérieure,

est emprunté à la page 64 recto du livre G; d'après le lieu qu'il y occupe, il doit être daté probablement d'octobre ou de novembre 1690; le § II est tiré du manuscrit cité dans la note 15 de la Lettre N^o. 2709. Ce § II est d'une date postérieure, plus difficile à préciser.

Sed quia semper tantum unam d amplius auferendo, oritur $s-d$ multiplex per numerum competentem progressionis 1, 2, 4, 8, 16, etc. + d . d autem infinite parvum fit respectu multiplicis s : hinc patet multiplicem $s-d$, seu $ms-md$, tandem accipi posse pro $ms-md + d$. m numerus seriei 1, 2, 4, 8, 16 etc.

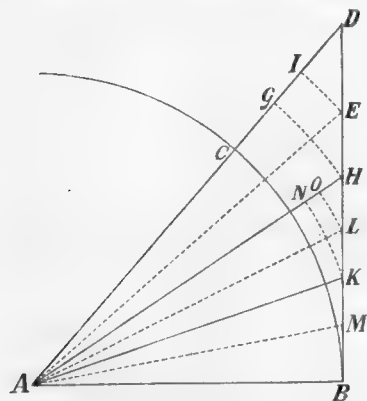
Itaque si velim comparare primum summam secantium ad gradus integros, cum summa totidem radiorum, erit earum ratio ut s ad nr ponendo n = numero graduum in arcu proposito; at si velim comparare summam secantium ad infinite parvas particulas graduum, cum summa totidem radiorum, earum ratio erit proxime quam $ms-md$ ad nmr , hoc est quam $s-d$ ad nr ; cum alioqui ratio ista esset ut s ad nr .

Itaque cum ad arcum 45 gr. summa secantium ad gradus singulos seu s , fit inventa 507081503 ad datum radium 10000000 et totidem radii faciant 450000000 = nr . d autem seu $\frac{1}{2}$ DC tunc fit 2071068: Si ab s auferatur haec d , fiet 505010435 quae ad 450000000 proxime maiorem rationem habebunt quam summa secantium crescentium cum minimis particulis graduum, usque ad 45 gradus ad summam totidem radiorum.

Sed adhuc propius accedemus si fit s summa secantium ad singulos dimidios gradus quam invenimus additione ex tab. sinuum esse 1012061091; tunc enim $n = 90$ et $nr = 900000000$ et $s-d = 1009990023$. Eritque ratio summae secantium ad minimas particulas graduum ad summam totidem radiorum proxime major ut 1009990023 ad 900000000, hoc est ut 504995012 ad 450000000²).

§ II.

Inventio termini minoris summae infin. secantium ad totidem radios.



Ut GD ad DI differentiam inter DA, EA ita fit CD ad aliam P. Hæc ablatâ a summa secantium DA, HA, KA, reliquum minus erit summa secantium EA, LA, MA.

Adeoque si a dupla summa secantium DA, HA, KA auferatur P, reliquum minus erit summâ tangentium³) DA, EA, HA, LA, KA, MA. Unde (per progressionem sicut pag. 26 lib. G)⁴) erit ratio summae secantium DA, HA, KA, minus P, ad totidem radios, semper minore ratione infinitarum secantium ad totidem radios.

Ratio est quod auferendo DI ab DA, fit qui-

²) Plus tard Huygens ajouta à cette pièce: „Hic usus in dimetiendo spatio ALREB pag. 17 in fine (voir le § I de la pièce N°. 2634) quod idem metiri licet, ut postea feci, pag. 90 et 91 (voir la note 26 de la pièce N°. 2625) per inscripta rectangula et circumscripta; sed hæc methodus melior”.

³) Lisez: secantium.

⁴) Voir le § I de cette pièce.

dem EA, fed in caeteris nimium aufertur, cum ab HN ex. gratia aufertur pars proportionalis ejus in eadem ratione GD ad DI. Hoc autem fit in caeteris omnibus fecantium primarum differentiis, quandoquidem totius CD pars proportionalis ejusmodi aufertur.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{fec. } 45^\circ & 14142136 & 14142136 \\
 \text{fec. } 44^\circ 30' & 14020321 & \text{fec. } 44^\circ 45' \quad 14080831 \\
 \hline
 & 121815 \text{ GD} & \text{:} \quad 61305 \text{ DI} = 4142136 \text{ DC: } 2084584 \\
 & 1012061091 & \\
 & 2084584 & \\
 \hline
 & 1009976507 & \\
 & 3 & \\
 \hline
 & 3029929521 \text{ minor vero} & 30299392 \text{ verus} \\
 & 30299392 \text{ verus } ^5) & 30299700 \text{ major } ^7) \\
 \hline
 & 97 \text{ diff.}^a & 308 \text{ diff.}^a \\
 \text{minor terminus propior quam terminus major.} & &
 \end{array}$$

N^o 2711.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. MEIER.

16 NOVEMBRE 1691.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La lettre est la réponse au No. 2701.

G. Meier y répondit par le No. 2712.

Mitto ecce ad Cl. Leibnitium literas¹⁾ quibus ad ultimas ipsius respondeo serius quidem quam oportuit, fed non sine legitima excufatione quam lubenter puto

⁵⁾ La multiplication par 3, ou plutôt par 30, a pour but de réduire la somme trouvée des sécantes, qui correspond à une somme de 90 rayons, au cas mentionné dans le texte de la Lettre N^o. 2709, où l'accroissement par minutes exige une somme de 2700 rayons.

⁶⁾ Ce nombre a été trouvé au moyen des logarithmes. Comparez le texte de la Lettre N^o. 2709.

⁷⁾ Nombre obtenu en multipliant par 3 le nombre 1009990023 trouvé vers la fin du § I.

¹⁾ La Lettre N^o. 2709.

accipies. De permutatione scriptorum geometricorum quid futurum sit videbimus, ubi rationes meas expenderit Vir Cl. quibus velim acquiescat. Tuis literis 23 Aprilis datis an responderim non satis memini²⁾. Reperio quidem inter adversaria mea, quae eo sine scripserim, sed quia dies non est additus neque in tuis³⁾ mearum mentionem fieri video, suspicor angustia temporis exclusum, non potuisse describendis vacare, eoque absque tui interpellatione recta ad Leibnitium me tunc scripsisse. Nunc vero eorum quae in illo schediasmate continebantur describere quaedam non pigebit quae sic [se] habent.

Venio ad tuas die 23 Apr. datas in quibus causas interrupti studij tui Geometrici ingenui enarras, utque cum opera tum impensa perierit, non sine culpa doctoris Cranij. Attamen cum non solum ames haec studia sed et aliquo usque in ijs profeceris, non credo te penitus ea deseruisse, praesertim cum intellectis aliquatenus elementis possint vel sine magistri opera continuari.

De Cartesij affectis istis qui non ratione sed autoritate et partium studio ducuntur, jam ante tibi assensus sum⁴⁾.

Quod vero sententiam meam requiris an expedire existimem ut placita hujus philosophi publice ac privatim in Academijs praelegantur, debebas, Vir Eximie, potius illos consulere qui quid fieri debeat statuere possunt. Scias tamen meo iudicio neque hanc philosophiam neque Aristotelicam aut ab uno quopiam autore denominatam invehendam videri, sed folius veritatis rationem habendam, ut à singulis sumantur quae optima ac rationi convenientissima censebuntur.

Multum Cartesio debemus quod novas vias in physicae studio aperuerit atque omnia ad mechanicas rationes reducenda author fuerit, quas quae excedunt ea et captum ingenij nostri excedere certum est. Sed ubi ad singularia ventum est, in plerisque fere falsa pro veris obstruxisse Cartesium existimo idque in commentationibus meis de Luce et gravitate⁵⁾ jam testatus sum, et nisi fallor in materijs hisce difficillimis verisimiliora quaedam protuli. Sicut et in legibus motus corporum inter se collidentium⁶⁾. Atque idem in pareijs me facturum recipio⁷⁾, nec non in magnetis mirabilibus explicandis⁸⁾. Sed nec in metaphysicis unquam Cartesij rationibus assentiri potui de Dei existentia et animae immortalitate. Huetij Censuram legi cum primum prodijt ab ipso Authore mihi missam⁹⁾, in qua non pauca mihi probari memini, sed et aliqua notavi quibus responderi posset. Quod negotium et vestrates aliquot¹⁰⁾ et Volderus noster sibi sumserunt. At ille parvi facere haec

²⁾ Voir la Lettre N°. 2686, note 3.

³⁾ La Lettre N°. 2701.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2666.

⁵⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2519, note 8.

⁶⁾ Voir les pièces Nos. 1716 et 1734.

⁷⁾ Voir les „Opera Posthuma”, l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2085, note 2.

⁸⁾ Voir, sur le „Traité de l'Aimant”, la Lettre N°. 2633, note 10.

⁹⁾ En 1689; voir la Lettre N°. 2553.

¹⁰⁾ Les auteurs cités dans les notes 8, 9 et 10 de la Lettre N°. 2682.

omnia videtur, prout ex nuperis ejus ad me literis intelligo ¹¹⁾). Ego vero nihil nisi Volderi theses ¹²⁾ legi, quae non ita contemnendae videntur.

N^o 2712.

G. MEIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 NOVEMBRE 1691.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle est la réponse au No. 2711.

Illustri Viro CHR. HUGENIO G. MEIERUS S. P.

Noli, quod videris facere ¹⁾ in eam animi sententiam declinare, veluti si Nobiliss: Leibnitzius diffusus promissis Tuis ea quae prius missa oportebat secum continuerit. Diu enim jam est quod inclusae ²⁾ et ad Te Vir Illustris adtinentes scriniis meis conservantur. Ego interea, si quid recte computo, in eam adducor opinionem Cl. Leibnitzium hoc in votis unum habere; ut, dum neuter institutos logarithmos introspexit, sed chartae utriusque apud me domi meae tabellariis allatae conveniunt eodemque tempore mea, quam lubentissimus obtuli Tantis Viris, opera singulis communicantur, tanto major ex eo gratia redundat, cum in erudito isthoc et recondito negotio consoni et conspirantes repperientur ingeniorum motus et consentiens sibi calculus. Quemadmodum ergo id in mandatis dederat, prima ego hac angaria ad Te, Vir Celeb:, literas Cl. Leibnitzii transmittere volui, debui. Caeterum quae ego aliquando, ut quid de Cartesiana philosophia congruentia cum methodo scholastica et varii gradus ingenii juvenutis, ex Te rogaveram ³⁾, hanc ut

¹¹⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre de de Volder.

¹²⁾ Ces thèses ont paru sous le titre:

Viri Clarissimi Burcheri de Volder. Med. & Phil. Doctoris, hucusque & Mathes. in Illustri Academia Lugd. Bat. Professoris ordinarii Exercitationes Academicæ, quibus Renati Cartesii Philosophia defenditur adversus Petri Danielis Huetii Episcopi Suessionensis Censuram philosophiæ Cartesianæ. Amstelaedami. Apud Arnoldum van Ravestein, Bibliopolam, Op den Dam, bij de Kalverstraat, c1690cxv. La publication eut lieu à l'insu de l'auteur qui, dans une lettre à Basnage de Beauval, insérée en extrait dans l'Histoire des Ouvrages des Savans de mai 1695, p. 421, se plaint de l'avidité des Libraires, „qui entreprennent sans aucuns égards d'imprimer tout ce qu'ils jugent propre à leur apporter quelque profit.” De Volder proteste avoir composé ces Exercitationes, uniquement pour l'usage de ses auditeurs et prie Beauval de désavouer pour lui cet ouvrage, afin que l'on ne lui impute ni les fautes [de cette édition] ni les sentiments d'autrui.

Il semble donc que Huygens et Huet (voir la Lettre N^o. 2696, page 143, dernière ligne) n'ont eu en main qu'un texte manuscrit ou, ce qui est plus probable, un imprimé spécialement destiné à l'usage des étudiants.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2709, envoyée ouverte à Meier.

²⁾ La pièce N^o. 2713.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2678. Huygens donna sa réponse dans la Lettre N^o. 2686, non envoyée, puis dans la Lettre 2711.

meam libertatem aequi bonique consulas oro. Ego enim usque huc non video pollicitos a multis fructus in juventutem exuberasse, quandoquidem nec omnium aetas nec ingenii illud permodicum quod in plurima hominum parte repperias, ferendo fit illustri adeo lumine. Vale, Vir Illustris, et res Reipae literariae quo coepisti, eodem etiam porro, promove ardore. Dabam Bremae 10 Nov: 1691.

A Monsieur
Monsieur HUGENS
seigneur de Zuylichem
à
L'Haje.

N^o 2713.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

[OCTOBRE 1691].

Appendice au No. 2712.

*La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.*

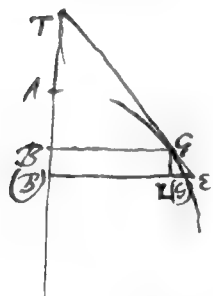
Methodus, qua innumerarum Linearum Constructio
ex data proprietate Tangentium feu aequatio inter
Abscissam et Ordinatam ex dato valore Subtan-
gentialis, exhibetur.

Ex omnibus, quae nobis inquirenda restant in Geometria, nihil est majoris momenti, quam *Methodus Tangentium inversa*, seu data Tangentium Lineae curvae proprietate, ipsam lineae constructionem posse invenire. Nam in applicatione Geometriae ad Physicam saepissimè contingit, ut linea ex tangentium proprietate noscatur, unde constructio ejus aliaeque proprietates investigari debent. Datur autem constructio lineae, quoties datur aequatio exprimens relationem inter AB abscissam in directrice inde à puncto fixo A, et BG ordinatim applicatam, normalem ad directricem; ita enim cuicumque puncto rectae directricis B assignari potest respondens punctum curvae GG.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 90.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 116, et Briefwechsel, p. 676.

Porro data proprietate tangentium lineae curvae quaesitae, solet dari vel haberi aequatio exprimens relationem inter BT subtangentialem et AB vel BG abscissam vel ordinatam, aut ambas simul. Vocemus *subtangentelem* ipsam BT, partem



Axis cadentem inter ordinatam BG et tangentem GT. Itaque, si AB vocetur x et BG y , et BT t , res redibit ad aequationem quam ex indeterminatis solae ingredientur x, y, t . Quo facto quaeritur aequatio, quam sublata t , duae tantum indeterminatae x et y ingrediantur. Ita ex data proprietate tangentium habebitur curvae constructio.

Ex aequationibus autem illis, quae exprimunt relationem ipsius t ad reliquas eligamus illas simpliciores in quibus valor ipsius t per x et y habetur purè; ut si sit $t =$
 $= aa : x$ (seu $\frac{aa}{x}$) vel $t = ax : y$, vel $t = y \sqrt{aa - xx}$,

vel $t = yy \sqrt{aa - xx} : ax$, aliisque modis infinitis. Itaque id nunc agitur ut ex dato valore subtangentialis per abscissam, vel ordinatam, vel ambas, detur aequatio exprimens relationem inter ordinatam et abscissam.

Habeo autem diversas vias, quibus magnum hoc problema in oblati casibus aggredior. Sed hanc optimam esse judico, (quoties ea uti licet) ut problema tangentium inversum revocetur ad Quadraturas. Analysis enim duorum est generum, una per saltum, cum problema propositum resolvimus ad prima usque postulata; altera per gradus, cum problema propositum reducimus ad aliud facilius. Et quia saepè fit, ut prior Methodus prolixis nimis calculis indigeat, confugiendum est non raro ad secundam; tametsi enim prior sit absolutior nec aliis indigeat praecognitis, commodior tamen est posterior, quia laborem minuit, jam inventis utendo.

Ut verò intelligatur, quomodo persaepe Problema tangentium inversum ad Quadraturas revocari nullo negotio possit, dicendum est aliquid de quodam calculi genere a me introducto, notisque novis in eo adhibitis; ita enim efficio, ut multa primo obtutu appareant, et ipso calculi lusu nascantur, quae alias vi ingenii aut labore imaginationis assequi necesse est. Nec aliam ego causam video cur Clmus Fatius, qui jam dudum praeclara ingenii specimina nobis dedit³⁾, haeserit ubi irrationales subtangentialis valorem ingrediuntur, velut in casu per celeberrimum Hugenum mihi proposito, ubi $t = yy \sqrt{aa + xx} : ax$ ⁴⁾, quam quod hujusmodi expressio non aequae calculo analytico apta est, ac mea, per quem ipsius t relatio ad y et x aliquo modo generali exprimitur. Ita enim judico, cum mens humana ad cogitandum notis indigeat, eo posse nos ratiocinari melius, quo magis notae ipsae exprimunt rerum relationes.

³⁾ Voir la note 19 de la Lettre N°. 2435, la pièce N°. 2460, la note 2 de la Lettre N°. 2467 et la note 14 de la pièce N°. 2486.

⁴⁾ Lisez: $t = yy \sqrt{aa - xx} : ax$, et consultez la Lettre N°. 2660.

Consideravi igitur tam abscissas quam ordinatas habere elementa quaedam momentanea, seu differentias indefinite parvas; et elementum abscissae esse ad elementum ordinatae, ut subtangentialis est ad ordinatam. Nam si cogitemus punctum mobile B ex fixo A egrediens percurrere axem AB (B), et adeo abscissas AB nihil aliud esse quam distantias puncti B mobilis à puncto fixo A patet incrementa abscissarum momentanea B (B) esse ut velocitates, quas punctum B in quovis Axis loco, aut quovis temporis momento habet, adeoque inassignabilis parvitas, et similiter se rem habere cum ipsis GL⁵⁾ incrementis ordinatarum, seu excessu ordinatae (B) (G) super proximè (id est inassignabili intervallo) praecedentem BG.

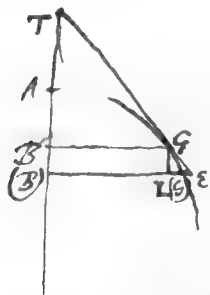
Haec incrementa, aut (si contrarium motum fingas) decrementa, vel, ut generalius loquamur, elementa ordinatarum vel abscissarum, aut (si malis) differentias inassignabiles (quarum tamen ad alteras omninò assignabilis est ratio) notis designare volui, exprimentibus relationem ad id cuius sunt differentiae; itaque quia abscissas AB vocavimus x , et ordinatas BC⁶⁾, y , elementa abscissarum seu differentias minimas B (B) vocabimus dx ⁷⁾; et elementa ordinatarum, seu differentias minimas GL⁵⁾ vocabimus dy . Possemus ipsas dx vel dy peculiaribus exprimere literis, ut e , v , vel ut lubet, sed ita non appareret relatio ad x et y , quae tamen ipsis notis expressa plurimum juvat, modumque dedit mihi curvas transcendentes exprimendi per aequationes finitas non alias adhibendo indefinitas, quam x et y , et harum affectiones inter quas non tantum potentias aut (his reciprocis) radices, ut x^2 , \sqrt{x} , etc. sed et differentias et (his reciprocas) summas refero, harumque notas ad supplendum calculum promovendamque ad Transcendentes Analysis omnino aptas judico. Et quemadmodum non optimè faceret qui pro x^2 , x^3 etc., semper vellet adhibere literas, e , v , ad evitandum hoc notationis genus, licet admoneret se per e et v quadratum aut cubum intelligere, ita similiter praestat saepe dx aut ddx (differentiam aut differentiam differentiarum ipsarum x) adhibere, quam pro ipsis uti literis e aut v vel similibus. Sic Cycloidem exprimo per hanc aequationem⁸⁾ $y = \sqrt{2x - xx} + \int dx : \sqrt{2x - xx}$, posito radium circuli generatoris esse 1, et x esse abscissam in axe inde à vertice, et y esse ordinatam ad axem, et dx esse incrementa abscissarum, et $\int dx : \sqrt{2x - xx}$ esse summam omnium $dx : \sqrt{2x - xx}$, seu quantitatem cujus differentialis est ad differentialem abscissae ut radius ad sinum, quae summa vel quantitas revera est arcus. Et hinc facillimo calculo sine ullo figurae respectu derivatur proprietas tangentium Cycloidis nota, quae nostro modo expressa ita habet, $dx : dy = \sqrt{2x - xx} : 2 - x$. Caeteraque

⁵⁾ Lisez: (G) L. ⁶⁾ Lisez: BG.

⁷⁾ Dans le manuscrit, qui est de la main d'un copiste, la notation employée par Leibniz est presque toujours dx , dy , ddx , etc.

⁸⁾ Comparez la Lettre N°. 2601.

omnia circa Cycloidem inventa pluraque alia similiter ex tali calculo analytice derivantur.



Sed ut nostrum institutum prosequamur. Producat (B) (G) dum tangenti TG itidem productae occurrat in E, constat puncta (G) et E haberi posse pro coincidentibus, seu rectam (G) G, quae jungat duo curvae puncta inassignabiliter distantia, productam esse ipsam curvae tangentem. Cum dudum ab aliis explicatum sit, rectam quae curvam fecat in duobus punctis, transire in tangentem eo casu, quo duo sectionis puncta coincidunt. Itaque EL non minus quam (G) L poterit vocari dy , et ob trianguula TBG et GLE similia fiet TB ad BG, ut GL ad LE, seu $t : y :: dx : dy$, idque ipsum est quod diximus subtangentialem t , esse ad ordinatam y ut dx elementum abscissae ad dy elementum ordinatae, et quia proinde $t : y = dx : dy$, fiet $t = y dx : dy$, qui est generalis valor subtangentialis. Et hunc conjungendo cum speciali valore quem natura problematis offert, pervenitur ad aequationem differentialem, quam ubi convertere licet in summaticem puram, habetur reductio problematis tangentium inversi ad Quadraturas.

Quae reductio ut intelligatur melius, ostendam (quod momenti est maximi): *Quandocunque proprietas tangentium data exhibet valorem subtangentialis per solam (ex indeterminatis) abscissam vel solam ordinatam, problema reducitur ad Quadraturas.* Ponamus enim t dari par x , utique quia $t = y dx : dy$, fiet $dy : y = dx : t$, adeoque $\int dy : y = \int dx : t$. Jam $\int dy : y$ pendet ex quadratura Hyperbolae, et $\int dx : t$ etiam pendet ex aliqua quadratura ejus nempe figurae cujus ordinata est $1 : t$, posito nempe pro t poni ejus valorem per x itaque res reducta est ad quadraturas. Exempli causa, si esset $t = 1 : x$, fieret $\int dy : y = \int x dx = \frac{1}{2} xx$; et ita curva proposita habetur ex quadratura Hyperbolae. Si esset $t = 1 : \sqrt{1 - xx}$, fieret $\int dy : y = \int dx \sqrt{1 - xx}$, atque ita curva quaesita haberetur ex supposita quadratura tam circuli quam hyperbolae.

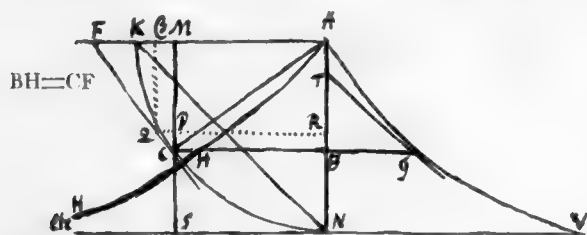
Similiter si t detur per y , quia $t = y dx : dy$, fiet $dx = dy t : y$ adeoque $x = \int dy t : y$. Quod si jam ex problemate detur valor ipsius t per y , intelligi poterit cujusnam figurae quadratura sit opus: nam ponamus esse $t = y$, fiet $x = \int dy$ id est $x = y$, et linea quaesita est recta. Si sit $t = yy$, fiet $x = \int dy y$ seu $x = yy : 2$, et linea quaesita est Parabola. Si $t = y^3$, fiet $x = \int dy yy$; seu $x = y^3 : 3$ et linea est parabola cubica. Si t sit constans, verb. gr. si $t = 1$, fiet $x = \int dy : y$, adeoque linea quaesita pendet ex quadratura Hyperbolae. Si t sit irrationalis, res itidem procedet, nam si ponatur $t = y \sqrt{1 - yy}$, fiet $x = \int dy \sqrt{1 - yy}$, adeoque linea quaesita pendet ex quadratura Circuli⁹⁾.

⁹⁾ En cet endroit Huygens écrit en marge la lettre N. Voir la remarque b) à la fin de cette pièce.

Sed si valor ipsius t detur per x et y simul, tunc non semper facile est problema reducere ad Quadraturas, infiniti tamen sunt casus ubi res procedit. Et generaliter hoc pronuntiari potest: *Quandocunque valor subtangentialis t est productum ex duabus quantitibus seu formulis. quarum una datur per solam (indeterminatarum) abscissam x , altera per solam (indeterminatarum) ordinatam y , tunc problema reducitur ad quadraturas.* Exempli causa. Si fit $t = xy$, seu factum ex x in y ; fiet $xy = ydx : dy$, seu $dy = dx : x$, seu $y = \int dx : x$, quod pendet ex quadratura Hyperbolae. Si fit $t = y : x$ seu factum ex y in $1 : x$, fiet $y : x = ydx : dy$, seu $dy = xdx$, seu $y' = \int xdx$, seu $y = xx : 2$, quae est aequatio ad Parabolam. Si fit $t = x : y$ seu factum ex x in $1 : y$, fiet $x : y = ydx : dy$, seu $xdy = yydx$ seu $dy : yy = dx : x$, seu $\int dy : yy = \int dx : x$, quae datur ex quadratura Hyperboloidis secundi gradus. Sic si $t = y : \sqrt{1 - xx}$, seu factum ex y in $1 : \sqrt{1 - xx}$, fiet $y : \sqrt{1 - xx} = ydx : dy$, seu fiet $dy = dx \sqrt{1 - xx}$ seu $y = \int dx \sqrt{1 - xx}$, quae pendet ex quadratura circuli^{b)}.

Ad hanc jam classem revocatur et curva mihi propofita, cujus subtangentialis rectae valor praescriptus erat $t = yy \sqrt{aa - xx} : ax (1)^c$. Nam quia semper est $t = ydx : dy (2)$ fiet $y \sqrt{aa - xx} : ax = dx : dy (3)$ per (1) et (2). Sit $a = 1 (4)$. Ergo ex (3) et (4) fiet $ydy = dx x : \sqrt{1 - xx} (5)$ et aequationem (5) utrinque summando, quia $\int ydy = yy : 2 (6)$ fiet per (5) et (6) $yy : 2 = \int dx x : \sqrt{1 - xx} (7)$. Id est, opus est tantum ut reperitur quadratura generalis, seu indefinita, figurae cujus ordinata est $x : \sqrt{1 - xx}$, abscissa existente x . Haec autem quadratura habetur absolute. Nimirum $x : \sqrt{1 - xx}$ vocetur $Z (8)$.

Jam centro A radio AK , qui sit a vel 1 , describatur circulus, in cujus circumferentia sumto arcu $LC^{10)}$, et x seu AB sumta in normali ad AK , quae sit arcus sinui aequalis, jungatur radius AC et tangens arcus CF , ipsi AK productae occurrens in F , erit Z . Nam ob triangula similia



CBA et ACF , fiet Z seu FC ad AC seu 1 , ut AB seu x ad BC seu $\sqrt{1 - xx}$; unde Z seu FC est $x : \sqrt{1 - xx}$, ut jubet aequatio (8). Si ergo FC translata in BH ordinatim applicetur ad AB angulo recto ut fiat linea curva AHH , habebitur figura $ABHA$, per cujus quadraturam reperietur quaesita y .

Porro ex C in AK agatur normalis CM , ajo rectangulum MKA aequari trilineo

¹⁰⁾ Lisez: NC .

ABHA, adeoque infinitum spatium AN etc. HA aequari quadrato radii. Quod sic ostendo: per punctum Q in CF indefinitè vicinum ipsi C, agatur in CM et AB normalis QPR, et alia Q β normalis ad AK; et MC producat in S, ut sit MS aequ. AK radio; et ob triangula CPQ et ACF similia, fiet AC : CF :: CP : PQ, seu AC in PQ = CF in CP. Jam est AC in PQ = SM in M β , et CF in CP = HB in BR; ergo SM in M β = HB in BR, adeoque et summa omnium rectangulorum SM in M β , id est rectang. SMK aequatur summae omnium rectangulorum HB in BR, seu areae ABHA, quod afferebatur. Habetur ergo quadratura proposita.

Hinc jam constructionem lineae quaesitae ita ducemus. Area ABHA seu $\int x dx : \sqrt{1 - xx} = \text{rectang. SMK}$ seu $1 - \sqrt{1 - xx}$ (9). Ergo ex aeq. (7) per (9) fit $yy : 2 = 1 - \sqrt{1 - xx}$ (10), quae aequatio est ad curvam quaesitam. Unde si tollamus irrationalitatem, fiet $y^4 : 4 - yy + 1 = 1 - xx$, (11) et ad supplendos gradus ex lege homogeneorum, pro 1 restituendo a fiet $y^4 = 4aayy - 4aaxx^{11}$ (12). Constructio autem erit talis. Inter duplam MK et radium AK sumatur Media proportionalis, quae erit y quaesita (ex aeq. 10) eique aequalis BG ordinatim applicata ad AB angulo recto, dabit curvam AGV quaesitam, cujus ultima ordinata NV aequabitur rectae KN seu lateri quadrati circulo inscripti. Et in hac linea, si sit AB, x et BG, y et AN, a tunc subtangentialis BT, seu t , erit $yy \sqrt{aa - xx} : ax$, ut desiderabatur.

^{a)} absolument, hoc est ob datam quadraturam hujus hyperboloidis [Christiaan Huygens].

^{b)} est eadem quae super ad \aleph [Christiaan Huygens].

^{c)} fit enim t ex $\frac{yy}{a}$ in $\frac{\sqrt{aa - xx}}{x}$ [Christiaan Huygens].

¹¹⁾ Comparez la Lettre N°. 2664 à la page 50.

N^o 2714.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAERT.

22 NOVEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse au No. 2704.*

Haghe den 22 Nov. 1691.

MIJNHEER

VE schrijvens van den 28 Oct. is mij wel behandicht, waer uyt met genoeghen verstaen hebbe dat VE de moeite genomen heeft van mijn Tractaet de la Lumiere te doorleefsen, ende het selve, oock heeft konnen begrijpen; want mij dunckt dat het al veel gedaen is van in soo diepe verborgentheijdt iets verstaenlijcks voortgebracht te hebben. De swaericheijdt die VE in 't eerst vindt, hoe de undulatiën, van Langsamer voortgangh, weder tot rasscher konden komen, is de selve die in de Explicatie der Refractie van des Cartes te vooren komt, en niet kan gesolveert werden door sijne stellingen; daer dit in de mijne seer natuurlijk geschiedt door de eigenschap van de Veer ofte ressort, gelyck VE bekend is. Aengaende de difficulteijten die VE souden moghen refteren ontrent de redenen der swaerte, sal ik geerne eenighe verklaeringh geven, voor soo veel mij mogheliick sal sijn, en de tijdt gelegentheydt sal toelaeten.

De gepretendeerde vindrs van Oost en West daar VE van in onze gazette gelefen heeft, sijn onbeschaemde en onwetende menschen ¹⁾ die selver wel weten dat sij niets goedts hebben te voorschijn te brenghen. Sij willen de Maens loop daer toe gebruycken, 't geen over langh, en bij veele verstandighe lieden, te vergeefs ondernomen is geweest, gelyck ick geloove VE niet onbekent is. Sij hebben evenwel door importuniteijt soo veel te weegh gebracht dat de Heeren Bewindhebbers der O. Indische Compagnie geordonneert hebben op verscheijde van haere schepen een proeve te nemen van dese Lenghde vindingh, welke sonder twijffel seer slecht uyt sal vallen. Ick hoop nu alle dagh raport te hooren van een tweede proeve met mijn Horlogien gedaen; hebbende d'eerste al vrij wel gesuccedeert, gelyck VE kan sien uyt het geene ick in het Discours de la Pesanteur en deffels additie geschreven hebbe. Hier mede cyndigende blijve

Mijn Heer

UE. dienstwilligen dienaar

CHR. HUYGENS.

Ick en weet niet eenigh tractaet gesien te hebben met den Titel van *La Propa-*

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2704, note 3.

gation de la Lumiere maer alleen de *Optique van de P. Ango*. Jefuit, welcke feght uyt de overblijfsels van P. Pardies een gedeelte genomen te hebben, doch foude beter gedaen hebben van het fchrift van P. Pardies uijt te geven foo het lagh.

A Monfieur
Monfieur BAERT,
Hydrographe du Roy

A
Dunkerque.

N^o 2715.

CHRISTIAAN HUYGENS à VAN ASTEN ¹⁾.

11 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: Efcrit à van Aften pour fçavoir ou il en eft avec le Receveur Cools ²⁾.

N^o 2716.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. DE GRAAFF.

13 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

A. de Graaff y répondit par le No. 2718.

Sommaire: Aen de Graef of hij tijdingh heeft van zijn zoon ¹⁾.

En of hij weet hoe het met de proef van de inventie van Liewe Will. Graef ²⁾ afgeloopen is.

¹⁾ Sur van Asten, consultez la Lettre N^o. 1103, note 3.

²⁾ Sur Adriaan Cools, voir la Lettre 2502, note 3.

¹⁾ J. de Graaff, parti, le 28 décembre 1690, sur le vaisseau Brandenburg pour faire l'essai des horloges à pendule sur mer pendant un voyage au Cap de Bonne Espérance; voir la Lettre N^o. 2656.

²⁾ Sur Lieuwe Willemsz. Graaf et sa prétendue invention, voir les notes 1 des Lettres Nos. 2536 et 2538.

N^o 2717.CHRISTIAAN HUYGENS à W. VAN LITH¹⁾.

15 DÉCEMBRE 1691.

*Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Sommaire: Aen van Lith om het proces tot Aernhem te recommandeeren²⁾.*N^o 2718.

ABRAHAM DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

17 DÉCEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse au No. 2716.*

Amsterdam den 17 December 1691.

Mijn Heer van Zelem

UE aangename van den 13 defer is mij den 15 terhand gekomen. Zoude aanstonts daarop geantwoord hebben, maar dewijl UE gaarne iets zoude willen verstaan wegens de horologiens, waar van ik niets ter werelt hadde verstaan, zoo hebbe tot nu toe gewacht. 'T is dan zulx, dat mijn Zoon, en ook de twee andere aan de Caap de bon esperansa zijn gebleven, door dien indispooft waren, en niet bequaam om aanstonts te repatrieren, waren echter aan de beterhand, zulx dat wij haarlieden niet voor de naaste zoomer of herft en hebben te verwachten. Ik hebbe twee brieven van mijn zoon ontfangen, een van St. jago, en een van de Caap voornoemt¹⁾, maar vermeldt in geen van beyde iets van de horologiens: doch ik versta so heden van mijn jongste zoon, die op het oostyndische huys eenige affaires heeft, dat hij den brief hadde horen lesen, geschreven aan een van de

¹⁾ Sur W. van Lith ou van der Lith, voir les Lettres Nos. 2629 et 2631.

²⁾ Voir, sur ce procès, la Lettre N^o. 2631, note 2.

¹⁾ C'est donc par erreur que la Lettre N^o. 2703 a été datée du 27 octobre 1691. Elle appartient à la correspondance de 1692. Voir la Table des corrections de ce volume.

Heeren Bewinthebberen, door de Schipper van Brandenburg, genaamt Evert Verbrugge, feggende, aangaande de horologiens van Mons.^r de Graaf, dezelve zijn tot aan St. jago goet bevonden, hebbe echter tot dus verre weynig vruchts daar van kunnen bemerken. Dit is alle het geene ik daarvan gehoord hebbe. Hebbe ook geheel niets vernomen wegens het succes van L. Willemz. Graafs inventie: daarvan iets positiefs vernemende wille het UE gaarne mede deelen.

Blijve midlerwijle

Mijn Heer

Zijn ootmoed.^e dienaar
ABRAHAM DE GRAAFF.

woont tegenwoordig in de Elantstraat in de Salamander.

Aan de E. Heer

Mijn Heer CRISTIAAN HUYGENS Heer VAN SELEM

in 's Gravenhage.

int noordende naaft de Crabbe.

N^o 2719.

S. VAN DE BLOCQUERY à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 DÉCEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2722.*

^a) WelEdele gestrengen Heer

Naedat ik veel devoir heb gedaen om kennis te krijgen hoedanig het sich had toegedragen met de bewuste horologien ¹⁾ zoo komt mij eyntlijk dees mergen in handen den hier nevensgaende missive ²⁾, die ik moet aenzien als door mons.^r de

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2716, note 1.

²⁾ Voir l'Appendice N^o. 2720.

graaf geschreven, hoewel van zeer sobere, en confusen inhoud, en uijt dewelke zeer weijnig is te begriipen, ik heb mij al bij d'een of d'ander van d'overkomende officieren getracht te jnformeeren maer niemant weet er mij iets op te seggen, zoo dat wij hiermede, soot schijnt, een jaer ten achteren zijn. Indien mij iets naeders te voren komt, zal ik niet naelaten UWelEd. gestr: daer van kennisse te geven en waermede met veel respect zal blijven

WelEdele gestr: heer

UWelEd. gestr: seer Ootmoedigen Dienr.

S. v. D. BLOCQUERY.

Amsterd^m 18 Xbr. 1691.

WelEdele gestrenge Heer

heer CHRISTIAEN HUYGENS Heer van Selem &^a &^a

In

s' Gravenhage.

*) geantw. den 28 Dec. [Christiaan Huygens].

N^o 2720.

J. DE GRAAFF, G. MEYBOS et P. VAN LAER aux Directeurs
de la Compagnie des Indes.

1691.

Appendice au No. 2719.

La copie se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Edele Achtb. Heeren Bewinthebberen
van d'Ooft indische Comp ter Camer Amsterdam.

Dit wijnghe hebben wij niet ondientigh geacht UEdle achtb te laten weten; hopen ook fulx bij UEdle achtb ten besten sal werden geduijt; als wij nu den 3^e Juny A^o 1691 aan de Cabo de bone Eperance met het schip brandenburgh

(waar voor god de heere zij gelooft en gedanckt) waren behouden gearriveert zoo bevond. ik mij geheel niet wel te pas; edoch ontrent drie weken na dato gevoelde ik mij weder wat aan de beter derhand, zoo dat wij nu met de bewuste horologien doende zijn om se tot de wederom reijse klaar te maken maar omdat het ook seker is, dat men wel ruym drie weken van noden heeft, om de dagelyckx vorderingh off achteringh der voorschreven horologien met de zon te vinden; zoo dat wij voor tegenwoordigh verfteken zijn om met de alhier leggende retourfchepen te kunnen repatrieren; want zij in 2 a 3 dagen haar reijse staan aan te vaardigen; Edoch offer nogh van batavia 2 schepen, gelijk het seggen is, alhier mochten komen te arriveeren; zoo fullen wij ons claarhouden, om alzo met een van dezelfde te retourneren maar bij aldien ditto batavias vaders ¹⁾ niet mochten komen zoo fullen wij alhier moeten blijven tot de naast alhier aankomende retourfchepen; want de horologies geen effect connen op zee doen zonder dat men alvorens aan land waargenomen heeft hoe veel de selfde met de zon te ras ofte langhsaam komen te lopen; hiermede afbrekende; blijven

UEd^{le} achthb ootmoedighste en bereytwillighste dienaren

JOANNES DE GRAAFF.

GILLIS MEYBOS.

PIETER VAN LAER.

¹⁾ Lisez: vaanders.

N^o 2721.

CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

18 DÉCEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique.**Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre fait suite au No. 2700.**Fatio de Duillier y répondit par le No. 2723.*

Sommaire: 18 Dec. a Mr. Fatio, que j'ay respondu a sa lettre et envoie les Errata de Newton ¹⁾. que M. Leibnits m'a envoie de sa methode &c. qu'il aille prendre de mon frere l'Exemplaire de mon livre de la lum.re pour le donner a Mr. Bernard. Baifemains aux amis et a Mr. Locke un compliment. que j'ay donné quelque chose en matière de musique a Mr. de Beauval ²⁾. Fatio loge chez M. Tourton et compag.e

A la Haye ce 18 Dec. 1691.

MONSIEUR

Depuis que vous estes en Angleterre je n'ay receu de vos lettres que celle du $\frac{8}{18}$ Sept. ³⁾ à laquelle je respondis aussi tost, et vous envoyay les Errata de Mons.^r Newton, apres en avoir pris copie. Je crois vous avoir escrit alors qu'il est à souhaiter que cet Illustre auteur fist faire une seconde Edition de son Livre, où tous ces Errata pourroient estre corrigez, et beaucoup de choses obscures eclaircies, et je vous recommande derechef de l'en vouloir solliciter, en luy faisant s'il vous plait mes tres humbles baife-mains. J'ay a la fin receu de Mr. Leibnitz quelque parcelle de sa methode ⁴⁾ pour le Probleme renversé des Tangentes. La Preface, qui est magnifique, à sa mode, contient 2 pages, et l'instruction une et demie seulement, mais il y a dans celle-cy, tant d'obscurité que je n'en scaurois venir à bout ⁵⁾, de sorte que je l'ay prié de me l'expliquer plus clairement devant que je luy envoie vostre methode. Et comme vous estes encore moins versé que moy dans son calculus differentialis j'ay cru qu'il ne serviroit de rien de vous faire part de ce qu'il m'a envoie, jusques a ce que j'aye cet eclaircissement. Habeo (dit il) diversas vias quibus magnum hoc problema in oblati casibus aggrediar, sed hanc optimam esse judico (quoties ea uti licet) ut Problema Tangentium inversum revocetur ad

¹⁾ Voir la pièce N^o. 2698.²⁾ Voir la pièce N^o. 2705.³⁾ Notre N^o. 2697.⁴⁾ Voir la pièce N^o. 2713.⁵⁾ Huygens y a réussi le jour suivant; voir la note 5 de la Lettre N^o. 2726. En conséquence, Huygens a modifié, dans sa lettre à Leibniz, N^o. 2726, le passage où il motive le délai de l'envoi de la méthode de Fatio.

quadraturas. Car quoy qu'il ait une autre methode plus absolue, *quaeque non indiget alijs praecognitis*, il arrive pourtant souvent que le calcul y monte trop haut, et pour cela il s'arreste à celle qui est par les quadratures comme estant plus commode.

Or ce que je trouve à dire à cecy, comme je luy ay aussi remontré, c'est que quand on a réduit le probleme à quelque quadrature inconnue, on n'a rien avancé si on ne sçait comment trouver cette quadrature, ou comment demontrer son impossibilité. Et je ne sçay, si parfois on ne parviendroit pas à des quadratures impossibles, quoy que le problème de la tangente fust possible. Voicy l'une de ses Propositions, Quandocunque proprietates tangentium data exhibet valorem Subtangentialis per folam (ex indeterminatis) abscissam, vel per folam ordinatam, problema reducitur ad quadraturas. En quoy les racines sont aussi comprises.

L'autre proposition est. Si valor subtangentialis detur per x et y simul, tunc non semper facile est reducere problema ad quadraturas, infiniti tamen sunt casus ubi res procedit, et generaliter hoc pronuntiari potest, Quandocunque valor subtangentialis est productum ex duabus quantitatibus seu formulis, quarum una datur per folam abscissam x ; altera per folam ordinatam y , tunc problema reducitur ad quadraturas.

Il y a quelque chose de bon icy en ce que les racines ne sont pas exceptées, mais vous voiez d'ailleurs quelle infinité de cas se peuvent résoudre par vostre methode, qui ne tombent pas sous celles-cy, outre ceux qui se résolvent absolument par la vostre, et qui par celle de Mr. Leibnitz aboutiroient à quelque quadrature peut estre inconnüe.

Il met pour exemple de cette seconde Proposition, de chercher la courbe dont je luy avois cy devant donné la soutangente ⁶⁾ $\frac{yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$. Il réduit ce problème à la quadrature de la courbe AH. c'est à dire à celle de son espace indefiniment pris, AHB; cette courbe s'exprimant par cette Equation $\frac{ax}{\sqrt{aa-xx}} \propto z$, ou $aaxx - aazz + xxzz \propto 0$, Et il donne ensuite cette quadrature, et par elle il trouve que la courbe cherchée, qui a sa soutangente $\frac{yy\sqrt{aa-xx}}{ax}$, s'exprime par cette Equation, $y^4 \propto 4aayy - 4aaxx$. Or je sçavais fort bien cette quadrature de la courbe AH, qui est celle que je vous proposay ⁷⁾ pour trouver par elle

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2660.

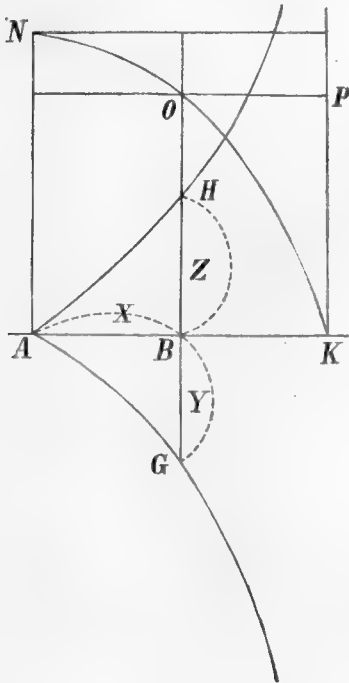
⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2672. La courbe AON de cette lettre est, en effet, identique avec la courbe AH.

l'Equation de la courbe; et je sçavois aussi que cette quadrature étant donnée, mon problème estoit résolu⁸⁾; mais je crus en le luy propofant qu'il le refoudroit

independamment, et qu'ainfi sa methode des tangentes renversée produirait la quadrature de la ligne AH. Mais cela a esté autrement, et il a falu qu'il cherchast cette quadrature. Je ne scay pas par quel moien, mais c'est ce qu'il devoit m'apprendre, pour me rendre sa methode de quelque usage.

Vous connaissez cette courbe AH⁷⁾ dont l'espace AHB ∞ = NP, quand NOK est un quart de inconference.

J'ay donné a mon frère de Zulichem un Exemplaire de mon traité de la Lumiere⁹⁾, que je vous prie Monsieur de luy demander, et de le faire tenir à Mons.^r Bernard, dont le nom y est escrit à la premiere page. Je l'avois oublié malheureusement lors que j'en fis la distribution¹⁰⁾ et il ne s'est guere falu que je n'aie encore une fois oublié d'avoir chargé mon frere de cet Exemplaire. Si vous avez occasion de voir Mons.^r Bernard¹¹⁾ vous luy direz, s'il vous plaist, que je suis bien honteux de m'acquitter si tard de cette dette, ou bien vous le luy ferez sçavoir



⁸⁾ Comment Huygens le savait, c'est ce qui résulte de quelques annotations qui se trouvent à la page 84 recto du livre G des *Adversaria*, savoir, à l'aide d'un théorème de Barrow, publié et démontré dans la *Lectio Geometrica XI* (p. 35 de l'édition de 1674) de ses *Lectiones Opticae & Geometricae*, citées dans la Lettre N°. 1767, note 14.

En effet, d'après ce théorème, on a : $\frac{1}{2} BG^2 = \text{spat. AHB}$, pourvu que BH (= z = $\sqrt{\frac{ax}{aa-xx}}$) représente la sousnormale de la courbe AG. Or, à une sousnormale de cette valeur correspond la soustangente $t = \frac{yy}{ax} \sqrt{\frac{aa-xx}{ax}}$; il est donc clair que la détermination de l'équation de la courbe AG, définie par cette soustangente, dépendait de la quadrature de la courbe ABH.

⁹⁾ Constantyn Huygens était parti en Octobre 1691 pour suivre le Roi en Angleterre.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2569, note 1.

¹¹⁾ Sur Edward Bernard; voir la Lettre N°. 1885, note 10.

par d'autres. Vous m'obligerez aussi si vous voulez bien assurer de mes respects nos Illustres amis Monsieur Boyle, Monsieur Hamden, Monsieur Locke que je suis fâché de n'avoir pas assez connu quand j'étois en Angleterre ¹²), et à qui je suis obligé non uno nomine ¹³). Je ferai fort aisé d'apprendre que vous vous portiez bien et que vous vous souveniez

• MONSIEUR

de Votre très humble et très obéissant serviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

J'ai donné quelque chose en matière de Musique à Mr. de Beauval que vous pourrez voir dans son Journal ¹⁴).

N^o 2722.

CHRISTIAAN HUYGENS à S. DE BLOCQUERY.

28 DÉCEMBRE 1691.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La lettre est la réponse au No. 2719.

Sommaire: Geantwoord aan mijn heer van de Blocquerij. Bedanckt voor de communicatie van den brief van de Graef. enz. Wat raport door den brief van Schipper Verbrugge was gekomen, aengaende mijn horologies.

WelEd. Achtbare Heer

blijve met schuldige eerbiedighheydt
UWelEd. achtb. feer ootmoedige die.r

¹²) En 1689. Consultez la Lettre N^o. 2544, note 1.

¹³) Comparez le dernier alinéa de la Lettre N^o. 2572.

¹⁴) Voir la pièce N^o. 2705.

N^o 2723.

N. FATIO DE DUILLIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

28 DÉCEMBRE 1691.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2721.**Chr. Huygens y répondit le 5 février 1692.*

MONSIEUR

Il est assez inutile de prier Monsieur Newton de faire une nouvelle édition de son livre. Je l'ai importuné plusieurs fois sur ce sujet sans l'avoir jamais pu flechir. Mais il n'est pas impossible que j'entreprenne ²⁾ cette édition ^{a)}; à quoi je me sens d'autant plus porté que je ne croi pas qu'il y ait perfone qui entende à fonds une si grande partie de ce livre que moi, graces aux peines que j'ai prises et au temps que j'ai employé pour en surmonter l'obscurité. D'ailleurs je pourrois facilement aller faire un tour a Cambridge et recevoir de Mr. Newton même l'explication de ce que je n'ai point entendu. Mais la longueur de cet ouvrage m'epouvante, puis que par les différentes choses que j'y voudrois ajouter ^{b)} il feroit un folio ^{c)} assez raisonnable. Ce folio neanmoins se liroit et s'entendroit en beaucoup moins de temps que l'on ne peut lire ou entendre le quarto de Mr. Newton. Voila un dessein Monsieur capable de m'occuper pendant deux ou trois années: et je ne voi point trop comment le reconcilier avec l'état de ma fortune, à moins que je ne me puisse refoudre à rechercher qu'un assez bon nombre de perfones ^{d)} s'accordent à faire des souscriptions, comme on les pratique ici, pour s'assurer des exemplaires en papier roial, et cela à un prix qui puisse me mettre l'esprit en repos. J'aurois été bien aise Monsieur d'avoir eu une copie de ce que Monsieur Leibnitz Vous a écrit. Autant que j'en puis juger à present il me semble que je ne gagnerai guere au change qu'il m'a proposé. J'entens fort bien tout son calculus differentialis, non-obstant les fautes d'impression, qui sont en si grand nombre qu'on les croiroit faites à dessein: mais c'est que je n'ai étudié ce qu'il en a écrit que depuis que j'ai eu d'ailleurs les memes choses. Je puis comme lui trouver la tangente quand l'Equation de la courbe est proposée avec des incommensurables aussi complexes que l'on veut. Je retrouve en une infinité de cas l'Equation de la courbe lorsque la propriété des tangentes est donnée avec des incommensurables complexes. L'essai de ma

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 124.

²⁾ Fatio n'a pas accompli ce dessein. La deuxième édition ne parut qu'en 1713, rédigée par les soins de R. Cotes.

methode a fort bien reussi pour la soutangente que Vous me marquez $\frac{yy}{ax} \sqrt{\frac{aa-xx}{ax}}$, fans avoir recours à aucune quadrature ³⁾. Mais il est vrai comme le dit Monsieur Leibnitz qu'il y a plusieurs manieres de resoudre ce probleme. Il me paroît par tout ce que j'ai pû voir jusques ici, en quoi je comprends des papiers écrits depuis bien des années, que Monsieur Newton est sans difficulté le premier Auteur du calculus differentialis, et qu'il le connoissoit autant ou plus parfaitement que Monsieur Leibnitz ne le connoit encore, avant que ce dernier n'en eut eu seulement la pensée, qui même ne lui est venue à ce qu'il semble qu'à l'occasion de ce que Monsieur Newton lui écrivit sur ce sujet. (Voiez Monsieur s'il Vous plait la page 253 du livre de Monsieur Newton ³⁾). Aussi je ne puis assez m'étonner que Mr. Leibnitz n'en marque rien dans les Acta Lipsiensia. Les dernieres ouvertures que j'ai eues sur cette matiere me sont venues de deux mots ⁴⁾ seulement que m'a dits Mr. Newton; et j'ai été surpris qu'ayant été jusque là si prez d'avoir les mêmes choses elles eussent pû échapper pendant si longtems à ma connoissance. J'ai Monsieur retiré l'Exemplaire de votre Traitté de la Lumiere, que Vous destinez à Monsieur Bernard ⁴⁾, et je chercherai les moiens de le lui faire tenir. Monsieur de Zulichem m'a dit que Vous souhaittiez d'avoir le petit Traitté de Monsieur Craigé ⁵⁾. Il est fort peu exact et trez mal imprimé et l'on y trouve des raisonnemens tout à fait faux. Mais j'ai offert Monsieur à Monsieur de Zulichem de redresser l'exemplaire qu'il Vous enverra conformément aux corrections que j'ai faites au mien. Ce traitté Vous deviendra par là fort facile et dans cet état, quoi qu'il eut besoin d'être corrigé de nouveau pour le purger d'une infinité de fautes moins essentielles,

³⁾ Cette page et la suivante contiennent le Scholium que voici :

„In literis quae mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio annis abhinc decem intercedebant, cum significarem me compotem esse methodi determinandi Maximas & Minimas, ducendi Tangentes, similia peragendi, quae in terminis surdis aequae ac in rationalibus procederet, & literis transpositis hanc sententiam involventibus (Data aequatione quocunque; fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire, & vice versa) eandem celarem rescripsit vir Clarissimus se quoque in ejusmodi methodum incidisse, & methodum suam communicavit a mea vix abludentem praeterquam in verborum & notarum formulis. Utriusque fundamentum continetur hoc Lemmate.”

Le Lemma cité est le fameux Lemma II de la Pars secunda, dans lequel est exposé le principe de la méthode des Fluxions, en l'appliquant à la différentiation de la forme $x^m y^n$.

Remarquons, à cette occasion, que nous aurions cru dépasser les limites que nous devons observer dans la rédaction de ces notes en traitant, à propos de ces remarques de Fatio et de quelques autres que l'on rencontrera dans la suite de cette correspondance, la question de priorité surgie entre Newton et Leibniz.

⁴⁾ Constantyn Huygens, frère, nota dans son journal, sous la date du 26 décembre 1691 : „Dans l'après-midi Fatio d'Ullier vint chez moi chercher un livre de frère Christiaan pour le Dr. Bernart”.

⁵⁾ Voir la note 3 de la Lettre N°. 2725.

il pourra passer pour un assez bon livre. Vous ne me dites rien Monsieur de la dernière expérience de vos pendules sur mer ^g). Monsieur Hampden vous assure de ses respects. Ma santé n'est guère établie et mes études souffrent beaucoup de ce côté là. Je n'ai pas laissé néanmoins de trouver depuis un mois ces mêmes choses qui sont écrites sans démonstration dans les chapitres 85 et 91 de l'Algebra de Mr. Wallis ^c). Je fis ma recherche sans voir le livre, et ensuite j'en comparai le résultat avec ce que Monsieur Wallis a imprimé et je ne trouvai aucune différence que dans le choix des lettres que nous employions. Comme ma démonstration est extrêmement courte et qu'elle regarde une doctrine fort générale sur un sujet plein de difficulté et qui néanmoins est tout à fait utile, peut être mériterait elle d'être imprimée. Nous n'avons point encore vu le journal de Monsieur de Bauval où vous avez fait mettre quelque chose qui regarde la Musique. Le catalogue des Errata du livre de Mr. Newton grossit sensiblement entre mes mains ^h) à mesure que j'avance dans la lecture que je fais de ce livre et qui est tout à fait rigoureuse et sévère. Je suis du meilleur de mon cœur.

MONSIEUR

Votre très humble et très obéissant serviteur

N. FATIO DE DUILLIERS.

A Londres ce $\frac{18}{28}$ xbre 1691.

- ^a) Mr. Newton seroit heureux [Christiaan Huygens].
- ^b) n'y ajoutez pas tant [Christiaan Huygens].
- ^c) Plusieurs in-4°. [Christiaan Huygens].
- ^d) 200 Exemplaires suffiront [Christiaan Huygens].
- ^e) cela vaut donc mieux que ce que promet Mr. Leibnitz [Christiaan Huygens].
- ^f) je serois bien aise de savoir ces deux mots [Christiaan Huygens].
- ^g) il faudra attendre un an encore [Christiaan Huygens] ⁷).
- ^h) envoyer ma correction [Christiaan Huygens] ⁸).

⁶) Il s'agit de l'ouvrage cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2660, dont le chapitre 85, intitulé „Another Method of Approximation, by Mr. Isaac Newton”, et le chapitre 91: „The Doctrine of Infinite Series, further prosecuted by Mr. Newton”, traitent du développement en série de l'expression $(a \pm b)^m$ pour les valeurs fractionnaires, positives et négatives de m , et de l'application de ce développement à la quadrature du cercle et à celle de l'hyperbole équilatère.

⁷) Voir, sur la cause de ce retard, la Lettre N°. 2719.

⁸) En haut de la page 2 de la lettre, Huygens nota encore: Newton. Wallis Arithm.

N^o 2724.CHRISTIAAN HUYGENS à ? ¹⁾.

[1691].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Je vous envoie mes reflexions sur ce qui a paru touchant le Probleme de la Chainette tant pour satisfaire a vostre curiosité que pour l'instruction de ceux a qui vous voudrez en faire part. Nous estions obligez en quelque façon Mr. Leibniz, Mr. Bernouilly et moy de donner les demonstrations des choses que nous avons publiées ²⁾ touchant cette Ligne, mais nous ferons encore plus pour l'utilité des geometres si nous decouvrons les voies qui nous ont conduit a ces decouvertes.

J'avois pensé m'en pouvoir remettre à l'un ou l'autre de ces [Messieurs] que je viens de nommer, et qui ont si bien reussi a cette recherche. Mais aiant appris que nous avons tenu des chemins differens, tant par ce que j'ay pu juger par quelques Lettres de Mr. Leibnitz ³⁾, que de quelqu'endroit des decouvertes de Mr. Bernouilly publiées dans les Acta de Leipsic ⁴⁾, j'ay creu que le public pourroit tirer des instructions de chacune de nos 3 methodes ⁵⁾. Il est vray, et on le voit par nos solutions qui sont dans les Acta de Leipsich du mois de Juin de cette année, que Mr. Leibnitz et Bernouilly ont decouvert des proprietétes tres belles de cette Ligne, qui me sont echappees et les quelles peut estre je n'aurois pas trouvees quand je les aurois cherchees. Toutefois je puis dire avec verité que je ne m'y suis point attaché, croiant avoir desia plus fait qu'on n'avoit requis, puis que proposant le Probleme on n'avoit rien spécifié, mais seulement demandé quelle ligne estoit celle que fait une chorde tres flexible ou une chaine suspendue par les 2 bouts ⁶⁾ de sorte que je marquay seulement les proprietétes qui se presenterent dans la suite de mon raisonnement, sans m'ecarter a poursuivre d'autres dans l'incertitude de rien rencontrer qui me paiaist de ma peine.

Il ne m'a pas esté difficile pourtant, apres avoir vu les productions de ces 2 Messieurs d'imaginer des moiens pour parvenir a ces mesmes veritez ⁶⁾ hormis dans

¹⁾ Nous supposons que Huygens a commencé ce mémoire, que nous avons emprunté aux pages 128 verso jusqu'à 129 verso du livre G des Adversaria, pour quelque journal, probablement pour l'„Histoire des Ouvrages des Savans” de Basnage de Beauval, où il est revenu plus tard sur le problème de la chaînette. Voir la note 2 de la pièce N^o. 2694.

²⁾ En juin 1691. Voir la pièce N^o. 2681, note 1.

³⁾ Voir les Lettres Nos. 2627, 2659, 2664, 2688 et 2699.

⁴⁾ Voir, sur l'endroit en question, la Lettre N^o. 2695, à la page 140 de ce volume.

⁵⁾ Ici suit la phrase, biffée par Huygens: et que la mienne ne s'éloignant pas de l'usage de l'évidence de la géométrie ordinaire il y aurait d'autant plus de ceux qui la cultivent qui la verraient avec plaisir.

⁶⁾ Voir la pièce N^o. 2694.

une (que je designeray dans la suite) qui m'a tenu assez longtemps⁷⁾ devant qu'y pouvoir reussir, et que Mr. Leibnitz juge comme moy la plus considerable dans toute cette recherche⁸⁾. C'est icy que je verray avec un singulier plaisir comment son excellent calcul differentiel l'a conduit a la construction qu'il a donnée, et si Mr. Bernouilly s'en est pareillement-fervi pour la siene ou s'il y a eu du bonheur a sa decouverte⁹⁾ comme cela arrive fort souvent. Cependant estant incertain des differentes routes par les quelles ils sont allez, et voiant que celles que je me suis imaginees menent avec facilité aux demonstrations des choses trouvees et que leur utilité pourra s'étendre ailleurs j'ay voulu les exposer icy esperant que ces 2 scavants geometres en useront de mesme a mon exemple.

On doit scavoir bon gré a Mr. Bernouilly d'avoir pensé a ce probleme de la Chainette¹⁰⁾ qui est beau en ce qu'il a pour objet une ligne courbe des plus exposées a nos yeux, et qui est une de celles que la nature semble tracer elle mesme. Car il me semble qu'on s'occupe beaucoup plus agreablement a rechercher la nature de ces fortes de lignes que de celles qu'on forge et compose expres pour en trouver ensuite les diverses proprietéz. Et j'ay remarqué que ces lignes naturelles ont tousjours grand nombre de ces proprietéz comme par exemple le cercle, les sections coniques, et entre elles la parabole, qui se forme par le jet de corps pesants, la Cycloide qui se decrit par chaque clou d'une roue, et les Epicycloides. Il semble que de telles lignes qui se presentent souvent a nostre vue reprochent leur ignorance au geometres. Et cependant depuis tant de siecles que cette science est au monde cette courbe de la Chaine est de celles que personne jusqu'a cet heure ne s'est avisé de soumettre a l'Examen si ce n'est peut estre qu'elle a esté tentée et que le mauvais succes soit demeuré dans l'obscurité. On scait que Galilée considera cette courbure comme si c'estoit une parabole¹¹⁾ mais a tort, comme je l'ay démontré autrefois estant fort jeune¹²⁾, lors que je trouvay en mesme temps la pression qui tendoit une chorde selon la ligne parabolique, la quelle demonstration je fis veoir a Mr. des Cartes¹³⁾, et la communiquay au Pere Mersenne¹⁴⁾. Mais tout cela estoit peu de chose en comparaison de l'entreprise de la Chainette et l'on peut juger aucunement de sa difficulté, par le peu de solutions qui sont venues, quoyque

⁷⁾ Jusqu'au 1er septembre 1691, comme il résulte de la Lettre N°. 2695, note 3.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2699.

⁹⁾ Au-dessus de la ligne Huygens a écrit, comme variante qu'il semble préférer : s'il y est parvenu par une remarque particuliere.

¹⁰⁾ Voir la note 2 de la pièce N°. 2491.

¹¹⁾ Voir la note 1 de la Lettre N°. 17.

¹²⁾ A l'âge de 17 ans. Voir la fin de la Lettre N°. 14.

¹³⁾ Par l'intermédiaire de van Schooten. Consultez la Lettre N°. 9.

¹⁴⁾ Voir la Lettre N°. 14, la Lettre N°. 20 et les pièces Nos. 21 et 22 ou, mieux encore, la pièce publiée par Uylenbroek dans les *Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae*. Fasc. II, pp. 31—36, que nous publierons parmi les „Ouvrages inédits”.

N^o 2725.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

1^{er} JANVIER 1692.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

Londres, ce 1^{er} Janv. 1691¹⁾.

Suivant ce que vous aviez souhaité, j'ay remis a Mr. Fatio vostre Traitté de la Lumiere, pour le donner a Mr. Bernard²⁾. Il me fut voir il y a 4 ou 5 jours. Nostre discours fut interrompu, sans cela je luy aurois demandé quelque chose de l'estat de ses affaires, et ce qu'il avoit dessein de faire de sa personne. Il me dit qu'il estoit d'intention de publier une seconde edition du livre de Mr. Newton, et d'y adjoûter l'eclaircissement des passages obscurs et difficiles desquels vous scavez qu'il y a bon nombre.

Je tafcheray de deterrer le petit livre de Mr. Craigue³⁾ et vous l'envoyeray a la

¹⁾ Lisez: 1692.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2723, à la page 214.

³⁾ John Craig, écossais. Il s'appliqua aux mathématiques et s'établit à Cambridge, où il devint l'ami de Newton. En 1685 il publia l'ouvrage:

Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum quadraturas determinandi. Authore Johanne Craige. Londini Impensis Mozis Pitt., ad insigne Angeli in Coemeterio D. Paulo, MDCLXXXV. in-4^o.

Dans les Acta Eruditorum du mois de mars 1686, p. 169, von Tschirnhaus, se voyant attaqué par Craig, a donné une critique étendue de ce livre.

Cantor, dans ses „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik” (ed. 1901) Dritter Band, p. 195, cite l'ouvrage de Craig comme une preuve de l'avidité avec laquelle on accueillit en Angleterre la première exposition, que Leibniz publia dans les Acta d'octobre 1684 (voir la Lettre N^o. 2205, note 5), de l'algorithme de son calcul différentiel.

D'après le témoignage de Craig, Newton a lu son ouvrage avant l'impression, et a contribué à la critique dirigée contre von Tschirnhaus. C'est ce qui résulte de la Praefatio ad Lectorem de son ouvrage intitulé:

De calculo Fluentium Libri duo. Quibus subjunguntur Libri duo de Optica analytica. Authore Johanne Craig. Londini: Ex officina Pearsoniana. MDCCXVIII. in-4^o.

où il dit: „Habes hic B. L. quae multos ante annos de calculo fluentium sum meditatus, & cujus prima Elementa, cum Juvenis essem, circa Annum 1685 excogitavi: Quo tempore Cantabrigiae commoratus D. Newtonum rogavi, ut eadem, prius quam prælo committerentur, perlegere dignaretur: Quodq; Ille pro summa sua humanitate fecit: Nec-non ut Objectiones in Schedulis meis contra D. D. T. allatas corroboraret, duarum Figurarum Quadraturas mihi obtulit; erant autem harum curvarum Aequationes $m^2y^2 = x^4 + a^2x^2$ & $my^2 = x^3 + ax^2$ ”.

En 1699 Craig publia „Theologiae Christianae Principia Mathematica”. Dans cet ouvrage

premiere occasion. Fatio en parle comme contenant de bonnes choses, mais rangées en mauvois ordre.

Il me tarde de scavoir ce que vous avez appris de vos Pendules par les derniers vaisseaux venus des Indes⁴⁾. Quelques curieux icy m'en ont demandé des nouvelles.

Je n'ay pas encor donné mon verre de 120 a la Societé icy⁵⁾. D.^r Stanley devoit le leur mettre entre les mains, mais depuis nostre retour de Hollande je ne l'ay veu qu'une fois icy comme il est tousjours plein d'affaires ou voudroit bien qu'on le crust qu'il l'est. Il m'a propose une fois ou deux d'aller a un repas Philosophique ou 8 à 9 membres de lad.^{te} Societé vont une fois ou deux chaque mois, et ou Sr. Robert Southwell⁶⁾ presentement President devoit se trouver aussi. Mais n'ayant pas bien eu le temps pour aller chercher mon dîner si loing, je n'y ay pas esté. Mais nous sommes convenus que demain au matin Stanley viendra me trouver chez moy avec m.^r Hooock, et alors je verray si je leur remettray le verre, en apprenant comment ils pretendent s'en servir, et ou ils pretendent de planter le mast. Je ne voy pas qu'ils ayent un autre endroit pour cela que la place carrée qui est dans Gresham College. Demain j'en scauray d'avantage.

Par l'ordinaire arrivé ce soir, j'ay appris que nous avons gagné nostre proces contre Schoock⁷⁾ et que ceux de la Cour ont trouvé que le quart des Ecritures qu'on a faites de nostre part auroit pû suffire.

Tien⁸⁾ a escrit a ma femme touchant la permission que vous luy aviez demandee de pouvoir vous servir quelque fois de ses chevaux durant son absence. Elle est encore contente que cela se fasse ainsi; mais comme ce sont des chevaux de prix

il s'efforce de déterminer par le calcul mathématique le degré de probabilité que l'on peut accorder à la base de la foi chrétienne. En partant du principe que le degré d'évidence d'un fait historique est variable avec le temps et inversement proportionel au carré des distances, il conclut que, de son temps, l'évidence de l'histoire du Christ équivalait au témoignage d'une personne qui l'aurait apprise de 28 disciples, mais que, en l'an 3150 de l'ère Chrétienne, elle sera devenue insensible, de sorte que, d'après St. Luc. XVIII, 8, vers cette époque le Christ devra apparaître de nouveau pour accomplir le dernier jugement.

Craig jouit de la protection de l'évêque Burnet, qui le gratifia de la prébende de Durnford dans la cathédrale de Salisbury. Il mourut le 11 octobre 1731 à Londres.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2719.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2729, note 5.

⁶⁾ Sir Robert Southwell, né en 1635. Il occupa successivement plusieurs charges importantes dans la marine et la diplomatie anglaises, et accompagna le roi William III dans l'expédition en Irlande. Il fut créé Président de la Société Royale le 1^{er} décembre 1690, et mourut à King's Weston le 11 septembre 1702. On trouve de lui quelques articles dans les Philosophical Transactions.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2631.

⁸⁾ Constantyn, le fils unique de Constantyn Huygens, frère.

et dont on luy a offert 850 livres elle fera bien aise que cela se fasse avec de la precaution et que lon ne les laisse point devant les maisons dans la neige et dans la pluye. Pour ce qui est de la caleſche qui est a la Haye, et qui a couſté au de la de 400 francs à la raccommo-der elle ſouhaitte de la garder pour ſon retour, l'ayant toujours menagée elle meſme quand il ne faiſoit pas beau et ſe ſervant de ſon carroſſe à deux fonds, comme vous pourrez faire auſſi, ou bien faire mettre les chevaux devant quelque caleſche de louage qui ſe trouvent tousjours à la Haye et de toute forte.

Le Roy parle tousjours d'eſtre en Hollande a la fin du mois prochain pour aller de bonne heure en campagne cette année, que je vous ſouhaitte tres heureuſe.

Mijn Heer

Mijn Heer HUYGENS

Heere van Zeelhem ten huyſe van

Hr. van Zuylichem

Haghe.

N^o 2726.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

1^{er} JANVIER 1692.

La lettre ſe trouve à Hannover, Bibliothèque royale.

La minute ſe trouve à Leiden, coll. Huygens.

La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.

Elle fait ſuite au No. 2709.

Leibniz y répondit par le No. 2727.

A la Haye ce 1^{er} janvier 1692.

MONSIEUR

Vous aurez receu ſans doute ma lettre du 16 novembre, puisſque Mr. Meyer m'a mandé qu'elle avoit paſſée par ſes mains³⁾. J'ay attendu juſqu'icy voſtre reſ-

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 109. La minute publiée par Uylenbroek ne diffère pas notablement de la lettre elle-même; nous indiquerons quelques variantes dans les notes.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 113 et Briefwechsel, p. 674.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2712.

ponse, mais songeant que vous attendez peut-estre ce que j'auray à dire touchant vostre Escrit⁴⁾, qu'il m'a envoie, je ne veux pas laisser une plus longue interruption à nostre correspondance dont je tire du plaisir et de l'avantage. Vous scaurez donc touchant cet Escrit que j'ay eu de la peine d'abord à l'entendre, estant encore peu accoutumé à vostre maniere de calcul et ne demellant pas assez bien les constructions qui resultent de vos solutions. Pourtant y estant retourné⁵⁾ avec plus de loisir j'en suis venu à bout⁶⁾. Mais qu'ay je trouvé? J'ay vu qu'en reduisant le Probleme renversé des Tangentes aux quadratures, vostre methode ne me donnoit pas ce que j'en esperois d'avantage, qui estoit de m'en pouvoir servir pour trouver les quadratures. Je scavois fort bien celle de la Courbe que vous expliquez et demonstrez, et comment par là on pouvoit construire la courbe dont la soutangente est $yy\sqrt{aa-xx}:ax$ ⁷⁾, mais je croiois que par vostre methode on trouveroit cette courbe independamment, et par elle la quadrature de l'autre, ce qui n'est point. J'ay vu de plus, en essayant vostre methode sur plusieurs courbes connues⁸⁾, feignant qu'elles ne le fussent point, mais seulement les proprieté de leurs tangentes, que tousjours j'estois reduit à des quadratures impossibles, comme de

4) Il s'agit de la pièce N°. 2713.

5) Le 19 décembre 1691, date qu'on trouve en tête de la page 8 (pagination de Huygens) du livre H des *Adversaria*, où commence l'examen de la méthode de Leibniz.

6) La minute a : „J'ay enfin compris le tout”.

7) Voir la Lettre N°. 2721.

8) On rencontre ces essais aux pages 10—12 du livre H des *Adversaria*. Outre les courbes dont il est question dans la suite, Huygens y examine encore la soutangente $y \frac{dx}{dy} = 2x$ de la para-

bole. Ici la méthode de Leibniz mène à l'équation $\int \frac{dx}{2x} = \int \frac{dy}{y}$, c'est-à-dire à la comparaison

de deux aires hyperboliques. Huygens dessine les deux hyperboles, en déduit la construction de la courbe cherchée; et il ajoute : „Curva quaesita ACP est parabola, sed quis hoc ex hac constructione cognesceret”. Toutefois il parvient ensuite à démontrer, à l'aide de propriétés bien connues de l'hyperbole, que la courbe qui résulte de cette construction est en effet une parabole; mais il est clair que la voie suivie devait lui sembler bien compliquée en la comparant à celle indiquée par la méthode de Fatio, qu'il avait appliquée au même problème à la page 109 recto du livre G. En effet, d'après cette méthode, mentionnée entre autres dans la note 17 de la Lettre N°. 2660, on n'avait qu'à multiplier l'équation $ydx - 2x dy = 0$ (ou $yz = 2xu$, comme Huygens l'écrivit) par le „transformateur” y^{-3} pour obtenir le „terme générateur” commun

xy^{-2} , après quoi il remarque „quia autem solus terminus generator $\frac{x}{yy}$ invenitur, qui non potest efficere equationem curvae, oportet quantitatem aliquam cognitam quae eadem dimensiones habeat ab ipso subtrahere; atque ita facere $\frac{x}{yy} - \frac{1}{a} = 0$ unde $ax - yy = 0$, aequatio parabolae”.

l'Hyperbole, du Cercle et autres, au lieu que par la methode de Mr. Fatio l'on trouve l'équation de la ligne cherchée sans aucune nécessité d'en quadrer d'autres. Vous n'enseigniez donc pas à discerner si la ligne cherchée est geometrique ou non, et s'il faut ces quadratures de l'Hyperbole et autres pour la construire.

Par exemple, si la soutangente est $\frac{aax}{aa+yy}$ ⁹⁾, la construction de la courbe cherchée se reduit par vostre methode à la quadrature de l'Hyperbole et à celle de la courbe $z \propto \frac{a^4}{y^3 + aay}$ ¹⁰⁾. Et de mesme si la soutangente est $\frac{bx+xx}{2b+x}$ ¹¹⁾, vous viendrez derechef à la quadrature de l'Hyperbole et à celle d'une autre courbe, au lieu que Mr. Fatio n'a besoin d'aucune. On ne tient donc rien par vostre methode, si on ne sçait trouver les quadratures quand elles sont possibles, et

⁹⁾ Il s'agit de la soutangente déguisée de la courbe $aaxx + xxyy - aayy = 0$, que nous avons rencontrée plusieurs fois dans cette correspondance. (Voir les pièces Nos. 2624 et 2625, note 20, N°. 2669 § II, N°. 2672 et 2673). En effet, l'équation différentielle $y^3 dx + aaydx - aaxydy = 0$, à laquelle on arrive, avait été intégrée à la page 101 verso du livre G, à l'aide de la méthode de Fatio. A cet effet, elle avait été multipliée par y^{-3} pour rendre „pur” le premier terme qui n'avait pas de terme „correspondant”, et ensuite par le „transformateur” x . De cette manière fut obtenue l'équation transformée $x dx + aaxy^{-2} dx - aaxxy^{-3} dy = 0$, sur laquelle Huygens remarque: „Le terme générateur sera $\frac{1}{2} \frac{aaxx}{yy}$ et l'autre $\frac{1}{2} xx$, et l'équation de la courbe sera $\frac{1}{2} \frac{aaxx}{yy} + \frac{1}{2} xx - \frac{1}{2} aa = 0$ ou bien $aaxx + xxyy - aayy = 0$ étant réduite. Au lieu de $-\frac{1}{2} aa$ on pouvait mettre $-\frac{1}{2} ab$ ou $-\frac{1}{2} bb$ et on aurait trouvé toujours la soutangente comme elle a esté proposée. Mais il faut que ce terme connu soit ajouté et cela avec le signe — parce que les 2 autres termes ont +”; et il ajoute encore en marge: „Il valait mieux de mettre $-bb$ au lieu de $-\frac{1}{2} aa$. Et dire que supposant $-bb$ égal à $-\frac{1}{2} aa$, on venait à l'Equation reduite comme elle est icy”.

¹⁰⁾ La minute ajoute: „Comment scauroy-je que celle que je cherche est une ligne géométrique”.

¹¹⁾ L'équation $2bydx + xydx - bxdy - xxdy = 0$, amenée par cette valeur de la soutangente, avait été intégrée à la page 111 du livre G à l'aide du transformateur x^{-3} , obtenu, comme toujours, par une application systématique de la méthode de Fatio, telle qu'elle est décrite dans la lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693. En effet, par la multiplication avec ce transformateur on obtient l'équation $2byx^{-3} dx + x^{-2} ydx - bx^{-2} dy - x^{-1} dy = 0$, qui donne, „adjungendus terminus aliquis cognitus totidem dimensionum, ut $\frac{b}{a}$ ”, l'équation génératrice $-byx^{-1} - yx^{-1} + \frac{b}{a} = 0$, c'est à dire l'équation de l'hyperbole: $-by - xy + \frac{b}{a} x^2 = 0$.

connoître quand elles sont impossibles, en quoy je scay par experience que vous avez quelque chose de beau, et cela paroît, dans l'exemple que vous avez mis à la fin, où vous quadrez la courbe $aaxx + xxyy - aayy \propto 0$. Je l'avois aussi trouvée, comme j'ay dit, mais c'avoit esté par rencontre, et mesme par cette quadrature que je donnay à Mr. Fatio, il trouva l'équation de la courbe à qui elle convenoit ¹²⁾).

Considerant tout ce que je viens de dire, et voiant de plus, Monsieur, que vous appelez cette methode qui reduit aux quadratures la meilleure des vostres pour ce probleme, il m'est aisé de conclure que vous ne m'en avez envoié qu'une petite partie, vous reservant d'y joindre par apres le reste, et qui fait presque le tout. Si je pouvois en faire de mesme en ce qui est de la methode de Mr. Fatio, je vous imiterois, mais elle est telle que vous decouvrant une partie, ce seroit vous apprendre tout. Resolvez vous donc je vous prie à m'envoier cette principale partie, a fin que Mr. Fatio ne puisse pas ¹³⁾ me reprocher d'avoir troqué $\chi\rho\upsilon\sigma\epsilon\alpha$ $\chi\acute{\alpha}\lambda\kappa\epsilon\acute{\iota}\omega\nu$, car vous voiez bien apres tout que je ne suis pas seul maitre de la chose.

En estudiant les exemples que vous donnez de vostre reduction, je me suis rendu vostre maniere de calcul un peu plus familiere qu'elle ne m'estoit, et je la trouve excellente pour représenter avec facilité et clarté ces *summas minimorum*, qui servent en beaucoup d'occasions. Mais je ne vois pas encore en considerant vostre equation de la Cycloïde, de quel secours elle seroit pour en deduire *omnia circa Cycloidem inventa*, comme vous dites. Car quand ce ne seroit que pour trouver l'espace compris de cette ligne et sa base, ne faudroit il pas employer à peu pres les mesmes biais dont on s'est servi pour cette dimension. Et s'il falloit trouver le centre de gravité de la demie Cycloïde, vostre calcul vous y meneroit il fans ces profondes speculations de Mr. Pascal ¹⁴⁾ ou Wallis ¹⁵⁾? Vos expressions pourroient estre plus courtes, mais pour l'invention je crois qu'il faudroit passer à peu pres par les mesmes chemins. Si cela est autrement, vous me ferez plaisir de me detromper, afin que j'aye toute la bonne opinion de vostre *calculus differentialis* qu'il merite.

Si vous lisez l'Histoire des ouvrages des Scavants qu'on publie icy de 3 en 3 mois, vous y trouverez quelque chose de moy en matiere de Musique ¹⁶⁾ et qui regarde

¹²⁾ Consultez les Lettres N°. 2672 et 2673.

¹³⁾ La minute donne : „n'ait pas à”.

¹⁴⁾ Voir, sur le problème en question, la pièce N°. 494. La solution de Pascal parut dans l'ouvrage cité dans la note 32, de la Lettre N°. 560, sous l'article *c. a.*

¹⁵⁾ Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 690, note 3.

¹⁶⁾ Voir la pièce N°. 2705.

un nouveau système des Tons. Si Mrs. de Leipfich avoient envie de le mettre dans leurs Acta ¹⁷⁾, j'y pourray joindre quelques autres nouvelles considérations.

Je vous souhaite la nouvelle année heureuse et suis etc.

N^o 2727.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

8 JANVIER 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.

Elle est la réponse aux Nos. 2709 et 2726.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2732.

A Hanover 29 Décembre Vieux Stile 1691.

MONSIEUR

Vous jugés bien que la lecture de votre lettre me devoit surprendre, aussi n'y manquait-elle pas. Neantmoins je m'avifay qu'il est plus commode de rire de la malice de quelque esprit malin^{a)}, qui nous veut donner tousjours de quoy contester, que de s'en facher. Et puisque j'espere, que vous n'aurez pas encor communiqué mon papier à Mr. Fatio, il nous est aisé de fortir d'affaire. Vous et luy vous garderez sa methode, d'ou, excepté quelque canon ou abregé, que je pourray bien tirer moy mesme de ma regle generale, quand j'y voudray penser, je ne croy pas de pouvoir apprendre beaucoup; et bien que je n'aye pas gardé la mienne, vous aurez la bonté de ne la point communiquer. Il est vray que vous aurez l'avantage sur moy de garder l'une et l'autre; mais il n'y a pas grand mal, et je vous laisse juger vous même, si vous y avés appris quelque chose qui merite que vous me fassiez quelque autre communication reciproque. Je ne crois pas d'en pouvoir user plus honnêtement, quelque sujet qu'un autre croiroit avoir de se plaindre, j'aime mieux d'estre creancier, que de donner sujet aux autres de se plaindre de moy avec ou sans raison. C'est ce qui fait que je ne suis pas trop fâché de n'avoir pas reçu l'écrit de Mons. Fatio en échange du mien. Vous m'auriez fait un procès, pour m'obliger à donner d'avantage, maintenant je suis à couvert

¹⁷⁾ Ce qui n'a pas eu lieu. Consultez encore la lettre de Huygens du 11 juillet 1692.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 112.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 121, et Briefwechsel, p. 682.

de tout reproche. Et comme mon malheur n'est pas fort grand, il m'est aisé de pratiquer en cette rencontre les regles de Cardan de utilitate ex adversis capienda ³⁾.

Je veux pourtant dire quelque chose à vos raisons. J'avois promis de vous donner la solution d'un certain probleme et vous me promistes en échange la solution d'un autre par la methode de M. Facio. J'ay satisfait à ma promesse, car je puis dire en verité, que pour le refoudre, je n'eus besoin que precisement de ce que j'ay mis dans mon papier, car je reduisis le probleme à une quadrature qui me paroissoit sauter aux yeux, sans avoir besoin d'une methode particuliere pour les quadratures, je devois donc attendre quelque chose de reciproque. Il est vray que cette methode est bornée, mais ne mandâtes vous pas, Monsieur, que celle de M. Facio l'est aussi? Si on me donnoit un probleme du sixieme degré à refoudre, et que je l'eusse reduit à une equation du cinquieme degré, qui fut divisible en cette rencontre, on auroit tort de me demander une methode generale de donner les racines du cinquieme degré; parce qu'elles ne sont pas tousjours divisibles. Il me semble qu'on devoit se contenter de la Methode, que j'aurois donnée de reduire au cinquieme degré une infinité des cas du sixieme. Si vous ou M. Facio avés déjà sçu avant mon papier cette methode de reduire aux quadratures tous les problemes que j'y enseigne d'y reduire, j'avoue que Vous n'aurés rien appris de nouveau. Mais il me semble que vous ne dites pas cela. Et moy j'estime assés cette methode, ou cette vuë, pour quitter de bon coeur la pensée de la troquer contre celle de M. Facio. Si quelqu'un peut donner l'art de reduire tousjours la Converse des Tangentes aux Quadratures il donnera ce que je fouhaitte le plus en cette matiere, et je donneray volontiers en échange ma methode des quadratures. Quoyque j'aye une autre Methode qui reussit lors que la courbe, dont la proprieté des tangentes est donnée depend de la Geometrie ordinaire, j'aime pourtant mieux la voye des quadratures, parce qu'elle sert tant pour les courbes transcendantes que pour les ordinaires. Je m'estonne que mes caracteres vous pouvoient encor paroistre difficiles puisque Vous aviés déjà compris les elemens de ce calcul ⁴⁾, que j'avois donné dans les Actes de Leipzig. Je m'etonne aussi que vous avez crû d'apprendre de moy la Methode de trouver la courbe dont il s'agissoit independamment des quadratures, puisque vous sçaviés déjà par mes precedentes, que j'aimois à me servir de la voye des quadratures ⁵⁾. Et puisque vous aviés voulu vous charger de recevoir quelque chose de la part de M. Facio, j'avois droit de croire

³⁾ Voir, sur Geronimo Cardano et ses Opera Omnia, les notes 30 et 31 de la Lettre N°. 1150. Il écrivit un Traité „De utilitate ex adversis capienda” en quatre livres, qui compte parmi les meilleurs de ses nombreux ouvrages.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2623.

⁵⁾ Nous avons cherché en vain dans les lettres de Leibniz à Huygens une phrase de cette portée. Peut-être Leibniz a-t-il en vue des passages tels que celui que l'on rencontre dans la Lettre N°. 2659, à la page 13, où toutefois la méthode à laquelle il donne la préférence n'est pas spécifiée.

que Vous seriez autorisé de donner reciproquement. Et c'est pour tout cela que cet échange par l'entremise d'un tiers auroit été le plus raisonnable. Enfin vous dites que puisque je ne donne qu'une partie de ma methode, il n'est pas juste que je reçoive celle de M. Facio toute entiere. Mais je reponds, que cette partie de la mienne vaut peut-estre bien la sienne toute entiere. Et c'est assés qu'elle suffit dans une infinité de rencontres et mêmes dans les transcendentes, ou la sienne et aucune autre donnée jusqu'icy n'avoit servi. Pour ne pas dire, qu'encore la methode de M. Facio est divisible en parties, puisque vous me mandâtes ⁶⁾ qu'a force d'y mediter depuis il l'avoit poussée bien avant. Mais quelle qu'elle puisse estre, je desire que la mienne ne soit plus communiquée en échange.

Je me souviens qu'autres fois lors que je consideray la cycloide, mon calcul me presenta presque sans meditation la plupart des decouvertes qu'on a faites la dessus. Car ce que j'aime le plus dans ce calcul, c'est qu'il nous donne le même avantage sur les anciens dans la Geometrie d'Archimede, que Viète et des Cartes nous ont donné dans la Geometrie d'Euclide ou d'Apollonius; en nous dispensant de travailler avec l'imagination.

Je viens maintenant à votre precedente ⁷⁾, je crois bien que Vous avés vû [que] ⁸⁾ le cercle qui se decrit du point de la courbe evolue, et dont le rayon est la moindre droite qu'on peut mener de ce point à la courbe decrite; mais peut-estre n'aviés vous pas songé d'abord à le considerer comme la mesure de la courbure, et moy lorsque j'avois consideré le plus grand cercle qui touche la courbe interieurement comme la mesure de la courbure ou de l'angle de contact, je ne m'étois pas avisé de songer aux evolutions. Je conçois fort bien que votre maniere de reduire la chainette à la quadrature de l'Hyperbole est differente des nostres. Je tascheray de publier un jour ma methode des reductions, qui est generale intra certos limites. Je les ay déjà franchis mais je n'ay pas encore eu le loisir de pousser la chose, et c'est ce que je souhaiterois de faire avant que de la publier.

Quand j'avois parlé de querelle, il me semble que mes paroles marquoient assés que je ne la mettois pas au nombre de celles qu'on prend à coeur, aussi l'appellay je (ce me semble) petite querelle.

Quand M. Bernoulli avoit envoyé à Messieurs de Leipzig, ce qu'il donnoit sur la loxodromie, il n'avoit pas encor vû ce que j'avois donné la dessus.

J'ay vû autres fois les Exercitations de Jacobus Gregorius, et peut-estre que vous me les aviés monstrees vous même ⁹⁾. Mais il faut que je n'aye pas consideré

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2677.

⁷⁾ C'est-à-dire à la Lettre N°. 2709.

⁸⁾ Biffez ce mot.

⁹⁾ Pendant le premier séjour de Leibniz à Paris, sur lequel on peut consulter la Lettre N°. 1919, note 12. Remarquons que le livre de James Gregory se trouve déjà mentionné dans la Lettre N°. 1999, du 7 novembre 1674, par laquelle commence, dans notre publication, la correspondance de Leibniz et Huygens.

alors avec attention ce qu'il avoit dit de la loxodromie, car il ne m'en estoit resté aucune idée. Il est seur qu'Albert Girard estoit un grand Geometre pour son temps; et il se peut qu'il ait remarqué quelque rapport entre les Logarithmes et les Loxodromies.

Quand même on a trouvé les regles parfaites, je ne laisse pas d'estimer les moins parfaites sur des matieres difficiles, parce qu'elles peuvent servir en d'autres cas; c'est pourquoy je trouve que vôtre methode pour la somme des secantes meriteroit encor d'être publiée avec sa demonstration.

La remarque du defect des Tables de Snellius est considerable. J'avois mis autres fois dans mon traité de la Quadrature Arithmetique la quadrature de l'espace de la Logarithmique par la soutangente ou par le quarré de l'Hyperbole, qui en resulte¹⁰). Mais suivant mon calcul il me semble que ce sont des choses qui s'entendent presque d'elles mêmes. Car dans la Logarithmique est $dy = \frac{y}{a} dx$;

donc les dx (elemens de l'abscisse x) estant constantes, les dy (elemens de l'ordonnée y) sont proportionnelles aux y , et par consequent les y sont en progression geometrique lorsque les x sont en progression arithmetique. C'est à dire les x sont les Logarithmes des y . Donc la courbe est la Logarithmique. Or cette même equation fait connoître, que $dx = \frac{ady}{y}$, ou $x = a \int \frac{dy}{y}$ ou $= a \int dy : y$, ce qui fait voir comment cette même Logarithmique depend encor de la quadrature de l'Hyperbole et comment sa soutangente a se rapporte à cette hyperbole.

Quand je parle de la perfection de la Geometrie et de l'Arithmetique, je l'entends avec quelque latitude. Je crois qu'on pourroit parvenir à pouvoir donner toujours la methode des solutions, ou à en demontrer l'impossibilité mais ce ne fera pas toujours par les meilleures voyes. Par exemple il faudroit qu'on pût toujours trouver s'il est possible de refoudre les problemes semblables à ceux de Diophante en nombres rationaux, ou de donner des Quadratures par la Geometrie ordinaire. Et je croy que cela se peut toujours. Mais quant au point de trouver les chemins les plus courts je croy que les hommes auront encor à chercher pour long temps. Je n'ay rien encor vû de M. Rolle, si non dans le Journal des Sçavans¹¹). Je suis de vôtre sentiment, qu'il faudroit suivre les projets de Verulamius sur la physique en y joignant pourtant un certain art de deviner, car autrement on n'avancera gueres. Je m'etonnerois si M. Boyle qui a tant de belles experiences, ne seroit arrivé à quelque theorie sur la Chymie, apres y avoir tant

¹⁰) Voir la Lettre N°. 2699, note 15.

¹¹) L'ouvrage de Rolle, cité dans la Lettre N°. 2709, note 25, avait été annoncé dans le numéro du 18 juin 1691 du Journal des Sçavans parmi les „Livres nouvellement imprimez”.

medité. Cependant dans ses livres et pour toutes conséquences qu'il tire de ses observations, il ne conclut que ce que nous sçavons tous sçavoir, que tout se fait mecaniquement. Il est peut-estre trop réservé. Les hommes excellens nous doivent laisser jusqu'à leur conjectures, et ils ont tort, s'ils ne veulent donner que des verités certaines. Cela soit encor dit à Vous même, Monsieur, qui avés sans doute une infinité de belles pensées sur la Physique. Il me tarde de voir dans l'Histoire des ouvrages des Sçavans, ce que Vous y donnés sur la Musique; et je vous répond, que Messieurs de Leipzig feront ravis de mettre dans leur Actes ce que vous leur donnerés sur quelque matiere que ce soit.

Il me semble que Mr. Bernoulli a des pensées un peu embarrassées sur le centre d'oscillation, et je m'étonne qu'il se peut figurer que cette perte du mouvement, qu'il y trouve est employée sur l'axe bien que cette perte doit avoir lieu quand on suppose l'axe absolument inébranlable, ou il ne patit point. Je ne crois pas qu'après ce que vous avés donné sur cette matiere on ait besoin de chercher d'autres demonstrations. Qui est ce Mr. de l'Hospital dont parle M. Bernoulli?

Que dites vous Monsieur, d'un petit livre ¹²⁾ d'un nommé M. Eisanschmid ¹³⁾ de la figure de la terre il pretend prouver en comparant les differentes mesures de la terre données en des latitudes differentes (qu'il juge n'estre pas si fautives qu'on croyoit) que l'axe de la terre est le plus long diametre de la sphaeroïde, au lieu que, selon Vous ¹⁴⁾ et Mons. Neuton ¹⁵⁾, elle seroit plus enflée sous l'équateur.

On m'a dit qu'un certain homme ¹⁶⁾ avoit proposé les longitudes et que vous aviés esté commis pour examiner sa proposition. Il me semble qu'on devroit surtout songer à pousser à bout ce qui se peut faire par vos horloges.

Je vous avois prié un jour ¹⁷⁾ de quelques observations sur les couleurs, que Mr. Newton vous avoit communiquées. Au reste je souhaite que cette année vous soit heureuse avec une longue suite d'autres. Je suis fâché que Mr. Roberval

¹²⁾ Jo. Gasp. Eisanschmidii Philosophi & Doctoris Medici, Diatribe de figura telluris Elliptico-sphaeroïde. Unà exhibetur ejus magnitudo per singulas dimensiones consensu omnium observationum comprobata. Argentorati. 1691. In-8°.

¹³⁾ Johannes Gaspar Eisanschmid, né à Strasbourg le 15 septembre 1656, s'appliqua aux mathématiques et à la médecine et voyagea en France et en Italie. Il mourut le 5 décembre 1712.

¹⁴⁾ Voir la dernière page du „Discours de la Cause de la Pesanteur” et les pages 152—159 de l'„Addition” à ce Discours.

¹⁵⁾ Voir les Prop. XVIII: „Axes Planetarum diametris quae ad easdem axes normaliter ducuntur minores esse” et XIX: „Invenire proportionem axis Planetae ad diametros eidem perpendiculares” du Livre III des „Principia”.

¹⁶⁾ Lieuwe Willemsz. Graaf. Voir les Lettres Nos. 2536 et 2538.

¹⁷⁾ Leibniz l'avait fait dans la Lettre N°. 2628, d'octobre 1690, mais cette lettre ne fut jamais envoyée. Huygens avait mentionné les expériences en question dans sa lettre à Leibniz du 24 août 1690, notre N°. 2611.

a plus vecu que Mr. des Cartes ¹⁸⁾. C'est pourquoy vous devés songer Monsieur, combien il nous importe de vous garder. Je suis avec passion.

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
LEIBNIZ.

^{a)} petit demon [Christiaan Huygens].

N^o 2728.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

10 JANVIER 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek ¹⁾ et par C. I. Gerhardt ²⁾.

Elle fait suite au No. 2727.

MONSIEUR

Ma derniere vous aura esté rendue, ou j'ay repondu aux vostres; et je m'y rap-
porte; repetant les bons souhaits que j'ay faits.

Maintenant j'oferois bien vous supplier de me faire la grace de faire tenir la
cy-jointe à M. le Comte de Windischgraz Ambassadeur de l'Empereur, qui se
trouve à la Haye.

J'ay fait scavoir à Messieurs de Leipzig que vous pourriés bien leur faire l'hon-
neur de leur communiquer quelque chose touchant la Musique, pour estre mis
dans leur journal ³⁾.

Je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre treshumble et trespobeissant serviteur
LEIBNIZ.

Hanover ce 31
de decembre vieux style 1691.

¹⁸⁾ Roberval mourut en 1675 à l'âge de 73 ans, Descartes atteignit 53 ans et on attribua sa mort, en février 1650, à ce qu'il n'avait pas su suffisamment ménager sa santé dans le rude climat de la Suède.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 118.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 126 et Briefwechsel, p. 686.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2726, note 17.

N^o 2729.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 JANVIER 1692.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

Whitehall ce 18 de Janv. 1692.

J'ay receu la vostre de l'1^{me} 1). A la recommandation de Fatio, j'ay esté chercher et ay trouvé le petit Traitté de Craige 2) dont j'ay pris un exemplaire pour vous et un autre pour moy. Ils seront relies aujourd'huy et je les mettray entre les mains dudit Fatio pour la fin que scavez 3). Il demeure tousjours avec le jeune Hamdon 4), qui est un grand Republicain, et connu pour tel, ce qui ne nous importe pas.

J'ay remis a Stanley et Hooke me venant voir ensemble le verre de 122 pieds avec les dependences 5). La raison pourquoy je l'ay plustost mis entre les mains du dernier que celles d'un autre, est que je le crois le plus propre pour le mettre en usage, comme il m'a promis d'avoir soin de faire et au plustost. Il s'imagine de pouvoir le faire par le moyen de trois poultries longues jointes en hault et soustenant un mast qu'il ne feroit pas necessaire de faire si long a beaucoup près que le nostre. Je luy ay recommandé d'en prendre soin temoignant que nous ferions bien aise de voir qu'on rendist la chose plus aisée qu'elle n'a esté jusques icy.

Cependant on ne s'en fie pas a luy seul. Stanley me mena avanthier a un dîner, ou il y avoit 10 ou onze de la Societé R. entr'autres Sr. Robert Southwell le President, Mr. Henshaw 6), Dr. Sloane 7) personnes de fort bons sens, Sir Patience

1) Nous ne connaissons pas cette lettre.

2) Voir la Lettre N^o. 2725.3) C'est-à-dire pour y indiquer ses corrections, comme il l'avait promis dans la Lettre N^o. 2723.4) John Hamden. Voir la Lettre N^o. 2544, note 6.

5) Ce verre se trouve encore à Burlington House. Dans le „Record of the Royal Society”, 1897, il se trouve mentionné comme il suit :

Huygens' Aërial Telescope. (1) An object-glass of 122 feet focal length, with an eye-glass of 6 inches, and original apparatus for adjustment, made by Huygens, and presented by him to the Royal Society in 1691. (2) The apparatus for using Huygens's object-glass, constructed by Hooke. (3) Additional apparatus, by Dr. Pound. *Presented by Dr. Bradley.* (4) Ditto, by Mr. Cavendish. 12 parts.

On en trouve une description plus détaillée à la page 141 du Catalogue cité dans la Lettre N^o. 2327, note 5.

6) Thomas Henshaw, né en 1617, mort en 1699.

7) Sir Hans Sloane, célèbre botaniste, né en Irlande, le 16 avril 1660, mort le 11 janvier 1752 à Chelsea. Il voyagea en France et en Amérique, fut successivement médecin de Christ's Hospital, médecin en chef de l'armée, et médecin de George II. En 1685 il devint membre, en 1693 secrétaire et en 1717 président de la Société Royale. Il fut créé baronnet en 1714.

Ward⁸⁾ et autres membres tres dignes. Mr. Southwell m'affeura qu'ils avoyent donné ordre pour faire dresser un Pole et qu'il feroit fait au premier jour. Pour Hooke luy mesme, ce n'est pas l'homme, a qui je me fierois le plus; Stanley luy mesme m'affeurant qu'il n'a pas les qualités qu'il faut pour cela, que c'est un homme a faire quelque meschant trait, comme vous pourriez dire, de vendre nostre verre, et en supposer un autre ou chose semblable mais mon nom y estant et la longueur marquée de ma main je n'apprehende point qu'il entreprenne cette sorte de chofes.

Les Tranfactions de la Societé pour les mois d'Octob. Nov. et Decembre⁹⁾ ne font que 9 a 10 feuilles imprimees, et quand j'ay demandé a Sr. Robert la raison, il ne m'a dit autre chose si non qu'il croyoit qu'apres la Paix faite il croyoit que la chose iroit mieux.

Ils venoyent de recevoir un nouveau Traité de Leeuwenhoeck¹⁰⁾ fort estimé de la Societé a ce qu'ils disent. Son portrait estoit (ce disent ils aussi) tousjours dans la ruelle du liét de feu Mons.^r Boyle, decedé depuis quelques jours¹¹⁾ et mort de Phisie.

Vers la fin du mois prochain le Roy a ce que l'on croid passera encore la mer pour aller en Hollande, s'il n'arrive quelque chose qui luy fasse hasten son voyage, ce qui n'est pas impossible.

La semaine passée un medecin d'icy nommé Quinch que deux hommes venoient querir en grande haste, s'estant mis avec eux dans un carosse de louage y fust estranglé avec un mouchoir de toile d'Indes, fans qu'on ait attrappé les criminels.

Et une femme, a ce que l'on dit, mariée il n'y avoit gueres, ayant esté trouvée dans les rues a heure indue et mesnee en quelque lieu pour y estre gardée jusques

⁸⁾ Patience Ward, né le 7 décembre 1629, reçut, à ce qu'il racontait, son singulier nom de baptême, d'une exclamation de son père, désappointé de ne pas avoir une fille. Envoyé à l'université en 1643, il quitta bientôt la carrière littéraire pour s'engager dans le commerce, où il paraît avoir eu plein succès. En 1670 il devint sheriff de Londres, en 1676 président de la Compagnie des Tailleurs, Lord Mayor en 1680. Il entra dans la Société Royale en 1682. Protestant militant, il fut impliqué par le duc de York dans un procès, qui le contraignit à se réfugier en Hollande, où il perdit sa femme, Elisabeth Holborn, inhumée à Amsterdam. Réhabilité après l'avènement de William III, il mourut en juillet 1696.

⁹⁾ Dans la série officielle des „Philosophical Transactions” on ne trouve aucun numéro entre le N°. 194 pour les mois de juillet, août et septembre 1691, contenant 24 pages, et le N°. 195 du 19 octobre 1692. D'après les informations que le Bureau de la Société Royale a bien voulu nous fournir, il n'y a aucune raison de supposer et il est même très improbable, qu'une livraison pour les mois d'octobre, de novembre et décembre 1691 ait été publiée en dehors de la série officielle.

¹⁰⁾ Consultez la note 4 de la Lettre N°. 2552. D'ailleurs les „Philosophical Transactions” contiennent, après la reprise, en 1693, de la publication régulière, des extraits de plusieurs lettres de Leeuwenhoek.

¹¹⁾ Le 9 janvier 1692, (30 décembre 1691 V. s.) dans l'âge de 64 ans.

au jour suivant, s'y pendit elle mesme avec la petite ceinture que les femmes portent.

Pour cette affaire du ministre a Zuylichem, il faut se donner de garde de rien faire contre nos prérogatives. Pour une seule fois nous pourrions bien deferer à la recommandation de l'Amptman, mais il faudroit que cela allast toujours par les voyes ordinaires et que ce ministre fust présenté par nous sans que Mr. van Elst fust nommé la dedans ny eust aucune part à l'affaire. Vous ferez bien d'en parler au Frere.

L'histoire de Hesterke est rare. Sequitur leviter filia matris iter.

J'escri par cet ord.^{re} des compliments de remerciement ¹²⁾ à monsieur de Ripperda ¹³⁾ president a la Cour de Gueldre et à mons.^r de Roosendaël ¹⁴⁾. Je n'ay pas pû procurer au premier les Recommandations qu'il auroit voulu avoir du Roy au Hofgericht d'Ostfrise, le Roy ayant crû que c'auroit este au dessous de luy demander quelque chose a un si petit Tribunal subalterne.

Mijn Heer

Mijnheer CRISTIAEN HUIJGENS.

N^o 2730.

HUBERTUS HUIGHENS ¹⁾ à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 JANVIER 1692.

Le lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek²⁾.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2735.

Viro nobilissimo CHRISTIANO HUIGHENIO S. P. d.
HUBERTUS HUIGHENIUS.

Si parvus, qui has comitatur literas, fidem inveniat libellus, magnum momentum habebit ad obrinendum scopum suum, nempe solutionem cujusdam propositionis,

¹²⁾ A propos du procès gagné, dont il est question dans la Lettre N^o. 2725.

¹³⁾ Voir la Lettre N^o. 2635, note 2.

¹⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2635, note 6.

¹⁾ Aux renseignements que Hubertus, ou Hubrecht, Huighens a fourni sur lui-même dans sa lettre à Christiaan du 3 mars 1692, nous pouvons ajouter encore ceux que nous devons à l'obligeance de M. H. A. van Doorn, bourgmestre de Veere, savoir, que le 13 novembre 1676, notre Hubertus, natif de Liefkenshoek en Flandre, a été admis, à l'âge de 25 ans, comme citoyen („poorter en burger”) de Veere, où on le rencontre en 1692, pour la première fois, sur la liste des échevins de cette ville. Il y manque en 1703, pour reparaître en 1704. Il mourut en 1705.

Pour autant que nous sachions, il n'a écrit que deux petits ouvrages, rédigés en Latin. Le
Œuvres. T. X.

quam ab omnibus quidem peto, sed a te, Vir nobilissime, certo exspectare possum, incrementum, quod per te scientiae acceperunt, certum me reddit, quod etiam libenter per solutionem illius propositionis, in qua non nisi ex rectis lineis quaerenda est longitudo rectae lineae, cognitam reddes proportionem, quae est inter circulum, et quadratum ejus diametri,

quin imo tanta me tenet ejus rei fiducia, ut in totum superfederem me hic excu-

premier, les „Adversiones quaedam circa proportionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae” (1692?), dont il sera question dans la correspondance entre Christiaan et lui, semble absolument perdu, puisque, malgré tous nos efforts, il nous a été impossible d'en retrouver un exemplaire.

Du second, qui porte le titre: *Methodus Inveniendi Longitudinem Linearum Curvarum, nec non Aream Figurarum Curvilinearum, Lectori Examinanda Proposita. Per Hubertum Huigenium. Medioburgi, Ex Officina Aroni à Poulle, 1700.* (19 pages, avec planche), le British Museum possède un seul exemplaire, dont la Société Hollandaise des Sciences de Haarlem a fait prendre copie à cette occasion.

Dans ce second ouvrage, Hubertus Huighens prétend, sous quelque réserve comme nous le verrons, avoir accompli la quadrature du cercle et de l'hyperbole. Pour donner un aperçu de cet écrit étrange et de la personnalité scientifique de son auteur, nous suivrons Hubertus dans les chemins détournés qui l'ont mené, comme il le croit, à la quadrature de cette dernière courbe.

Pour commencer donc, il pose, dans la figure 1, qui représente une hyperbole équilatère:

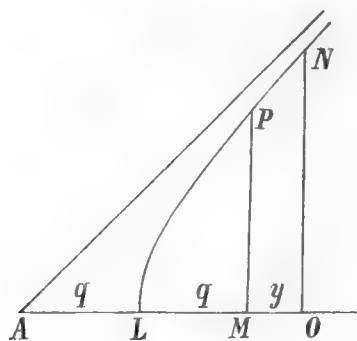


Fig. 1.

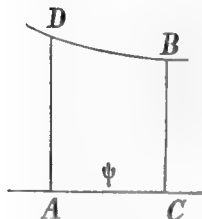


Fig. 2.

$$AL = LM = q; MO = y; NO = \sqrt{3q^2 + 4qy + y^2}; \text{aire PMONP} = q\psi.$$

Ensuite il construit une figure ADBC (fig. 2) telle que BC =

$$= \frac{q(2q + y)}{\sqrt{3q^2 + 4qy + y^2}};$$

aire ADBC = $2qy + \frac{1}{2}y^2$. Il ne motive pas expressément le choix de ces valeurs; mais il dit qu'alors la base AC de cette figure sera égale à ψ ; ce qui est vrai puisque la relation BC =

$$\frac{d. \text{aire ADBC}}{d\psi} = \frac{d. (2qy + \frac{1}{2}y^2)}{d\psi}, \text{ où }$$

$$d\psi = \frac{1}{q} \cdot d. \text{aire MPNO} = \frac{1}{q} \cdot NO \cdot dy =$$

$$= \frac{1}{q} \sqrt{3q^2 + 4qy + y^2} \cdot dy, \text{ est vérifiée par cette valeur de BC, et qu'en outre l'aire ADBC} = 2qy + \frac{1}{2}y^2 \text{ et } AC = \psi \text{ s'annulent simultanément, pour la valeur } y = 0.$$

Cependant Hubertus n'emploie cette figure ADBC que comme une figure auxiliaire devant servir à démontrer que si, dans la figure 3, on a:

fare, quod tibi ignotus ea de re molestus sim, nisi vereretur, ne magnitudo rei, quam promitto de solutione illius propositionis, omnem mihi fidem adimat,

quod si illa, et nulla alia causa impediatur, quo minus lubebit manum illi operi admoveere, libenter illam per demonstrationem tollam,

literae tuae, si de voluntate vestra digneris me certum facere, mihi transmitti

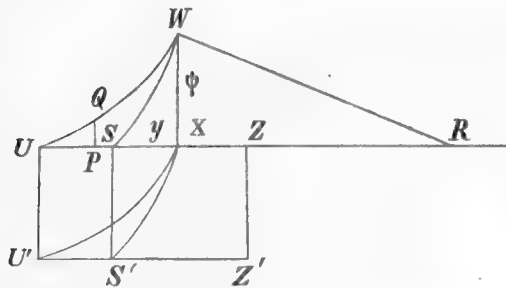


Fig. 3.

lequel, si deux courbes comme SW et UW sont convexes toutes les deux vers SX et qu'elles ont une tangente commune en W, alors Arc. UW serait égal à US + Arc. SW. Le raisonnement qu'il emploie pour établir ce faux théorème est difficile à suivre, mais il semble vouloir soutenir, qu'il doit être possible de déformer un rectangle comme USZZ'S'U' de telle manière qu'il prenne, en conservant la longueur du côté UZ, tour à tour les figures UWXU' et USWXS'U'. Toutefois il ajoute: „Quamvis res illa per se nota mihi videatur, tamen a lectore peto ut illam accuratè examinare velit, nam non solum in Philosophia, sed etiam in mathesi circa prima principia facile errari potest.”

Pour utiliser ce théorème il pose $UP = z$, $PQ = \frac{2}{3}(r+z)\sqrt{\frac{r+z}{r}} - \frac{2}{3}r$. Alors la courbe UQW est une courbe rectifiable et il trouve pour la longueur de l'arc UW la valeur exacte : $\frac{2}{3}(2r+z)\sqrt{\frac{2r+z}{r}} - \frac{4}{3}r\sqrt{2}$. Calculant alors, pour $UX = z$, la valeur XR de la sousnormale de cette courbe, il la pose égale à celle de la sousnormale de l'autre courbe SW au point W. De même il égale les valeurs de WX pour les deux courbes. Appliquant ensuite le faux théorème mentionné, il a obtenu, entre les quantités y , ψ , q , z , et r , trois équations et il suffit d'en éliminer z et r pour avoir la quadrature cherchée.

Ayant trouvé par le même principe, mais à l'aide de formules encore plus compliquées, la quadrature du cercle, Hubertus ajoute naïvement: „Eodem modo, quae hic inventa est circuli, et hyperbolae quadratura, inveniri quoque potest cujuscunque curvae lineae longitudo, et cujuscunque Figurae curvilineae area, ita ut, si verum inveniatur, quod rectangulum... [UZZ'U'] flecti, et mutari potest in Figuram curvilineam.... [UWXU'], praeter calculi laborem non majorem difficultatem inveniet lector in quaerenda unius, quam alterius, curvae lineae longitudine, necnon in quaerenda unius, quam alterius Figurae curvilineae area.”

Si d'ailleurs nous nous sommes étendus un peu longuement sur ce travail de Hubertus, c'était parce que sa correspondance avec Christiaan Huygens et les termes, dans lesquels celui-ci le mentionne dans ses lettres, nous semblaient propres à exciter quelque curiosité à

arc. $SW = \frac{1}{q}(2qy + \frac{1}{2}y^2)$ et $SX = y$, alors $WX = \psi$; à cet effet, il applique un théorème de Heuraet que l'on rencontre dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 587, note 5, et qui fait dépendre la rectification d'une courbe donnée de la quadrature d'une aire courbe devenant, dans ce cas-ci, identique avec l'aire ADBC de la figure 2.

Jusqu'ici tout va bien, mais maintenant l'auteur introduit un théorème d'après

poterunt per libelli mei bibliopolam³⁾, cujus nomen, et locum domicilii pagina tituli indicabit:

sed vereor, ne nimium abutar humanitate vestra, quare aliud nihil hic addam, quam quod velis illius rei culpam adscribere desiderio, quo teneor, videndi, ut per te, Vir nobilissime, ultima manus imponatur rei tam diu frustra quaesitae. Vale.

dabam Medioburgi

20 Januarii 1692.

Ed: gestr: welgebore Heer

d'heer CHRISTIAEN HUYGHENS,

wonende op het pleyn

franco.

In den Haagh.



N^o 2731.

CONSTANTYN HUYGENS, à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 JANVIER 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

La lettre fait suite au No. 2729.

Whitehall ce 26 de Janv. 1692.

J'envoyay le livre de Craige a Fatio, il y a environ 8 jours mais il ne me l'a pas encor renvoyé, ny fait les corrections que scavez. Me venant voir hier il me dit que cela auroit esté fait, mais qu'il ne s'estoit pas bien porté depuis quelques jours et avoit eu un fascheux mal de teste. Qu'au reste il ne scavoit pas s'il seroit necessaire ou mesme a propos de faire rimprimer ce livre de Craige avec les corrections et les explications dont il est question Mr. Neuton ayant fait un ouvrage qui est quasi prest pour la presse ou cette matiere de la nature des Lignes Courbes fera traittee si bien¹⁾, et si amplement, que ce qu'en a donné le dit Craige ne fera rien en comparaifon.

l'égard de ce mathématicien entièrement inconnu, qui possédait, comme on l'aura vu, une certaine habileté, alors peu commune, dans le maniement de la nouvelle analyse, mais qui n'était, toutefois, qu'un esprit faux dont l'œuvre ne peut avoir eu de valeur réelle.

²⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 136.

³⁾ Probablement Aronus à Poulle, l'éditeur de la „Methodus”.

¹⁾ L'ouvrage ne parut qu'en 1704, conjointement avec l'Enumeratio linearum tertii ordinis. Voir la Lettre N^o. 2745.

Mr. Haley de la Société Royale vient avec Fatio et me dit qu'ils venoyent de sa part me remercier du present que je luy avois fait, mais qu'ils souhaittoient de sçavoir, si ce n'estoit pas proprement a la Societé que j'avois donné mon verre, parce que Mr. Hooke sembloit s'en vouloir rendre maistre et faisoit difficulté de le faire voir a d'autres.

Je leur dis qu'asseurement je l'avois donné a la Societé a la priere que Dr. Stanley m'en avoit faite a diverses fois. Sur quoy je m'imagine qu'ils l'osteront des mains de cet homme là, que l'on me dit estre un drosle fort interessé, et auquel on ne peut pas trop se fier. Aussi je ne le luy aurois pas remis si Stanley ne m'eust assuré qu'il estoit le plus propre pour enseigner la maniere de s'en servir, quoy que quelque temps apres il me dit aussi, qu'il estoit capable de faire quelque mechanceté.

Haley me parla beaucoup de son invention pour aller sous l'eau et d'y faire tout le travail qu'on fait sur la terre. Il dit qu'il y a esté plus d'une heure entiere a la profondeur de 60. pieds sans la moindre incommodité, qu'il se met dans une Cloche de bois, dont il peut faire sortir l'air devenu inutile et y en faire entrer du frais qu'il a en reserve par un robinet que pour sa personne il est dans un habit de toile cirée doublé de fourrure qui l'empesche d'avoir froid. Qu'estant sous l'eau il voit tout distinctement, et qu'il avoit reconnu toutes les sortes de poissons, dans la compagnie desquels il se trouvoit.

Van Merlen qui m'a tourmenté longtemps en vertu de sa Genealogie, qu'il dit vous avoir monstree et d'une lettre de recommandation que vous luy avez donnée est venu courir encor icy, pour faire abjuration de sa premiere Religion, qu'avec moins de peine et de fraix il auroit pû faire en Hollande. C'est un garçon qui n'a aucune conduite ny prevoyance et qui fait des contretemps les uns apres les autres, comme je vous raconteray, quand je seray venu. On parle toujours du passage du Roy, vers la fin du mois prochain.

Vous aurez sceu, que le fameux Mr. Boyle est mort. Son Testament n'est pas encor ouvert, mais on croit qu'il a laissé des legats considerables pour des oeuvres pies &c.

Mijn Heer

Mijn Heer CHRISTIAAN HUYGENS

Heer van Zeelhem

Haghe.

N^o 2732.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

4 FÉVRIER 1692.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse au No. 2727.**G. W. Leibniz y répondit par le No. 2740.*

A la Haye ce 4 Feb. 1692.

MONSIEUR

Je n'aurois pas tant tardé à répondre à votre dernière sans un rhume accablant qui me tient depuis 15 jours avec des maux de tête continuels³⁾.

Je croiois effectivement que vous ne m'aviez envoyé qu'une partie de votre méthode, trouvant qu'elle ne me pouvait servir⁴⁾ que lorsqu'on a réduit le Problème renversé des Tangentes à la quadrature du Cercle ou de l'Hyperbole, et qu'on connoit en même temps, qu'il n'est pas résolvable à moins, comme dans l'exemple de la Logarithmique et ailleurs. Considérant aussi comme un défaut à votre règle, qu'elle réduit souvent le problème à ces quadratures impossibles, quoique la courbe cherchée ne soit que géométrique⁵⁾. Cependant je ne laisse pas de vous être obligé⁶⁾ et vous communiquerai volontiers quelque chose de mes inventions en revanche, si j'en ay que vous puissiez souhaiter. Au reste j'ay bien fait, à ce que je vois, de n'avoir pas envoyé à Mr. Fatio la copie de votre écrit, ni rien du contenu. [Et il semble même, que comme vous ne croiez pas pouvoir beaucoup profiter de sa méthode, il ne souhaite pas grandement la vôtre, car il me mande]⁷⁾, qu'en une infinité de cas il sçait trouver l'équation de la

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 119.

La minute et la lettre diffèrent en plusieurs endroits, dont, dans les notes, nous ferons connaître les principaux.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 127, et Briefwechsel, p. 687.

³⁾ La minute ajouta : dont je commence seulement à respirer.

⁴⁾ Au lieu des mots : trouvant servir, la minute a : voyant que jusque là je n'en pouvois tirer d'utilité.

⁵⁾ Consultez, sur ces remarques de Huygens, sa lettre à Leibniz du 1^{er} janvier 1692, notre N^o. 2726, où elles se trouvent développées plus explicitement.

⁶⁾ La minute continue comme il suit : de la communication, et je tâcherai de m'acquitter de cette dette par quelque invention des miennes, si etc.

⁷⁾ Les mots entre crochets ont été biffés, soit par Huygens soit par Leibniz, dans la lettre originale.

courbe par la propriété de la Tangente donnée avec des incommensurables complexes, et qu'il en a fait l'essai avec succès pour la sous-tangente que j'avois donnée $\frac{yy\sqrt{(aa-xx)}}{ax}$, sans avoir recours à aucune quadrature ⁸⁾.

Il pourroit entreprendre, à ce qu'il m'écrit ⁸⁾, une seconde édition du livre de Mr. Newton, qui fourmille de fautes d'impression, et en a même dans la doctrine ⁹⁾, que l'auteur avoue ¹⁰⁾. Il prétendoit de l'éclaircir en même temps et y joindre quelque chose du sien.

Ce que vous me dites de l'effet de votre *calculus differentialis* dans les recherches touchant la Cycloïde ¹¹⁾, à dire la vérité, me semble peu croyable. Vous apportez une nouvelle facilité au calcul, mais ne donnez pas l'invention qu'il faut pour la solution des problèmes extraordinaires, non plus que Viète par l'Algebre.

Il me semble que Verulamius n'a pas omis cet art de deviner dans la Physique sur des expériences données en considérant l'exemple qu'il donne ¹²⁾ au sujet de la chaleur dans les corps des métaux et autres, où il a assez bien réussi, si ce n'est qu'il n'a pas pensé au mouvement rapide de la matière très subtile, qui doit entretenir quelque temps le branle des particules des corps.

Mr. Boyle est mort ¹³⁾, comme vous sçavez déjà sans doute. Il paroît assez étrange qu'il n'ait rien basti sur tant d'expériences dont ses livres sont pleins; mais la chose est difficile, et je ne l'ay jamais cru capable d'une aussi grande application qu'il faut pour établir des principes vraisemblables. Il a bien fait cependant en contredisant à ceux des Chymistes.

Je suis de votre avis en ce que vous souhaitez jusqu'aux conjectures des hommes excellens en ces matières de Physique. Mais je crois qu'ils nuisent beaucoup, lors qu'ils veulent faire passer leur conjectures pour des vérités, comme a fait Mr. des Cartes, parce que ils empêchent leurs sectateurs de chercher rien de meilleur.

Vous pourrez avoir vu maintenant ma division de l'Octave ¹⁴⁾ en 31 parties égales, et ne disconviez pas de l'utilité et singularité de cette division, de

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2723.

⁹⁾ Voir, sur ces fautes, la pièce N°. 2698.

¹⁰⁾ Voir une phrase de la lettre de Fatio de Duillier à Huygens du 6 mars 1690, notre N°. 2570, au bas de la page 387 du Tome IX.

¹¹⁾ La minute achève cette phrase: sans presque de méditation, me paroît incroyable.

¹²⁾ La minute fait suivre: en recherchant ce que c'est que la chaleur dans les corps des métaux, etc.

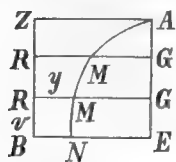
¹³⁾ Voir la Lettre N°. 2729, note 11.

¹⁴⁾ Voir la pièce N°. 2705.

forte que j'attens vostre approbation. Dans la Table à la colonne 6^e, le quatrième et cinquième nombre doivent estre 4,7577249614 et 4,7768024924, et 12^{me} doit commencer par 4. Que jugez vous, Monsieur de la methode de Mr. Tschirnhaus pour les quadratures ¹⁵⁾. Il ne semble pas qu'il ait voulu estre entendu; mais il doit estre moins obscur pour vous, qui en scavez pour le moins autant que luy. Je me souviens qu'il donna la quadrature d'une courbe que vous aviez proposée dans les Acta de Leipfich ¹⁶⁾, ce qui me semble estre beaucoup. Je suis etc.

¹⁵⁾ Il s'agit toujours de la méthode exposée par von Tschirnhaus dans l'article des „Acta” d'octobre 1683 (voir la Lettre N°. 2274, note 10) et dans l'„Additamentum” à cet article qui parut dans les „Acta” de Septembre 1687 (voir la Lettre N°. 2627, note 11).

¹⁶⁾ Ceux de Mai 1684. Dans l'article de ce mois, cité dans la Lettre N°. 2627, note 11, Leibniz fit remarquer que même si l'on savait démontrer qu'une courbe donnée, comme le cercle ou l'hyperbole, n'est pas quadrable *généralement*, on n'en pourrait pas conclure qu'elle ne le serait pas dans un cas spécial et il alléguait en preuve l'exemple suivant, qu'il avait forgé, comme nous le verrons dans la suite à l'occasion de sa réponse à la présente lettre (voir la note 6, de la Lettre N°. 2740), à l'aide de la lunule bien connue d'Hippocrate. Voici cet exemple:



„Sit in quadrato AEBZ trilineum orthogonium AENMA, jam secetur latera quadrati opposita AE, ZB in punctis G, R, curva vero in puncto M, per rectas GR, reliquis quadrati lateribus AZ, EB parallelas. Abscissa BR appelletur v , et ordinata RM appelletur y , et latus quadrati h , et aequatio naturam curvae exprimens sit $y^4 - 6hyy + 4yyv + h^4 = 0$ ”.

En effet, après avoir montré que la méthode dont von Tschirnhaus s'était servi ne menait pas à la quadrature de cette courbe, Leibniz ajoute: „Et tamen aliunde scimus, trilineum propositum esse quadrabile: itaque ista methodus, licet maximi sit momenti, tamen ad omnes quadraturas inveniendas non sufficit, sed opus est alias adhuc artes adhiberi, quas quidem alias exponam, res enim omnino in potestate est”.

Or, von Tschirnhaus, dans l'article de septembre 1687, que nous avons cité dans la note précédente, annonça que l'aire du triline AMNE était égale à la moitié du carré AZBE, comme elle l'est en effet, et il prétendit avoir obtenu ce résultat: „beneficio methodi cujusdam, qua omnia spatia particularia certo quadrari novi”.

N^o 2733.

CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

5 FÉVRIER 1692.

*La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque publique¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2723.**Fatio y répondit par le No. 2739.*

A la Haye ce 5 fev. 1692.

MONSIEUR

Un tres facheux rhume qui me tient depuis 15 jours avec des continuelles douleurs de teste, m'a empesché de vous faire réponse jusqu'à cette heure, que ce mal commence à se passer. Monsieur Newton serait bien heureux si vous vouliez entreprendre cette seconde Edition de son ouvrage, qui serait tout autre chose avec vos éclaircissements et additions, qu'il n'est a present. Mais il ne faudroit pas que ce travail nuist a vostre fanté. Pour la depense, cela me paroît estrange qu'en ce país la il n'y a pas d'imprimeurs qui veuillent hafarder a leur frais l'impression des livres de cette importance. On en trouveroit affurement icy. Cette maniere de souscriptions n'est pas aisée dans des ouvrages qui se doivent debiter par toute l'Europe; car l'Angleterre avec ce país icy n'en fourniroit pas assez.

Je suis bien aise de ce que je ne vous ay pas envoyé de copie de l'Ecrit de Mr. Leibnitz, car je me ferois attiré un grand proces. Je luy avois mandé²⁾, comme vous scavez³⁾ Monsieur, que ce qu'il m'avoit communiqué ne valoit pas a beaucoup pres, ce que j'avois de vous pour donner en echange. La dessus il m'a escrit⁴⁾ un long debat, ou il soutient que ce qu'il m'a envoié est tres considerable, et adjoute defense bien expresse de ne vous en rien communiquer, et que pour moy je pourray le recompenser en luy faisant part de quelque secret semblable. Au reste il est presque dans la mesme disposition que vous, croiant de pouvoir decouvrir avec un peu d'estude ce qui luy manque de vostre Regle, comme vous ne faites pas de difficulté de venir à bout de la sienne. Ce peu de lumiere que vous dites avoir receu de Mr. Newton en ces matieres me fait croire qu'il sçait tout ce qu'a Mr. Leibnitz et d'avantage et j'espere qu'il en fera part au public dans le livre qu'il a prest a estre imprimé a ce que vous avez dit à mon frere⁵⁾. Pour

¹⁾ Voir la fin de la note 3 de la Lettre N^o. 2725.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2726.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2721.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2727.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2731.

l'invention du calculus differentialis, il me semble, en considerant le lieu que vous citez de Mr. Newton, qu'il reconnoit la luy mesme que Mr. Leibnitz s'estoit rencontré à avoir la mesme chose a peu pres que luy. J'espere que vous aurez fait les corrections necessaires dans le traite de Craige, dont je vous feray fort obligé. Mon frere trouvera facilement quelque occasion pour me le faire tenir, ou bien me l'apportera luy mesme. Puisque Mr. Newton néglige de donner les demonstrations de ses séries pour les approximations, vous feriez fort bien Monsieur de nous donner les vostres, car cette matiere qui paroît maintenant assez obscure merite bien d'estre rendüe intelligible, estant le dernier effort de la Geometrie dans ces mesures de quantitez plus qu'irrationnelles. J'ay sceu il y a desia du temps par les lettres de mon frere, la mort de l'illustre Mons.^r Boyle. apparemment on trouvera encore quelque traité non achevé parmi ses papiers car il ne cessoit d'escire. Je voudrais bien voir l'Oraison funebre que luy a faite Mr. l'Evesque de Salisburie⁶⁾. Je suis contraint de finir après vous [avoir] assuré que je suis avec passion

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

A Monsieur
Monsieur FATIO,
chez Mons.^r TOURTON et Compagnie
A Londres.

⁷⁾ Mr. Hugens, à la Haye 5 Fevrier 1692. A. F. N. Londres.

Son Rhume l'a empêché de me repondre plutot.

Son sentiment sur l'Edition nouvelle que je pourrois faire de Mr. Newton.

Il s'étonne qu'il faille l'imprimer par souscriptions, et croit que l'Angleterre et la Hollande n'en fourniroient pas assés.

Mr. Leibnitz seroit mécontent si une Copie de son Ecrit m'eut été envoyée par Mr. Hugens.

Celui ci lui avoit mandé que ce que Mr. Leibnitz lui avoit communiqué ne valoit pas à beaucoup près ce que Mr. Hugens avait de moi pour donner en échange.

⁶⁾ Oraison Funebre de Monsieur Boyle ou Sermon Prononcé à son Enterrement dans l'Eglise de St. Martin des Prez le $\frac{7}{17}$ janvier 169 $\frac{1}{2}$. Par le Révérend Pere en Dieu, Gilbert, Evêque de Salisbury. Traduit par M. De Rosemond. A Londres. Chez Everard Behagel, dans la Bourse de Salisbury. MDCXCII. in-12°.

⁷⁾ Ce qui suit se trouve écrit, au dos sur un pli, de la main de Fatio.

Défense que fait Mr. Leibnitz de me communiquer ce qu'il avoit envoié. Recompense qu'il attend de Mr. Hugens.

Mr. Leibnitz croit pouvoir découvrir ce qui lui manque de ma Regle, comme je crois venir à bout de la sienne.

Ce peu de Lumiere que j'ai dit avoir reçu de Mr. Newton fait croire qu'il en sçait plus que Mr. Leibnitz.

Sur l'Invention du Calculus Differentialis, et ce que Mr. Newton en a dit.

Il attend mes Corrections au Traité de Craige.

Mr. Newton negligant de donner les Demonstrations de ses Series, voudroit que j'en donnasse les miennes. C'est dit il le dernier effort de la Geométrie dans ces mesures de quantités plus qu'irrationnelles.

Sur la Mort de Mr. Boile dont il souhaite de voir l'Oraison funebre.

N^o 2734.

CHRISTIAAN HUYGENS à S. VAN DE BLOCQUERY.

7 FÉVRIER 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

VOOR VAN DER HEIDEN.

7 febr. 92.

MIJN HEER

Brengher deses ¹⁾ van sijn 2e Ooft Indische reys onlanghs weder gekeert, verfoecht onderdaenigh met eenighe verbetering van Employ weder derwaerts te moghen gaen en hebbende tot noch toe voor soldaet gediend, nu tot het ampt van sergeant te werden geavanceert. 't welcke mij geen al te onredelijcken pretensie schijnt te sijn.

Sijn suster, eenighe jaren bij mij gediend hebbende, heeft hem occasie ghegeven om mij dese recommandatie aen UwelEdle af te verghen, welcke ick wensche van eenighe effect te moghen sijn, en blijve met respect sijne enz.

¹⁾ Van der Heyde, sergent, d'après une note que l'on rencontre dans le livre I des Adversaria.

N^o 2735.

CHRISTIAAN HUYGENS, à HUBERTUS HUIGHENS.

12 FÉVRIER 1692.

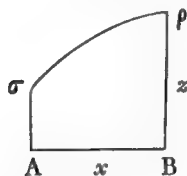
*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.**La lettre est la réponse au No. 2730.**Hubertus Huighens y répondit par le No. 2742.*

Viro et Geometrae eximio HUBERTO HUIGHENIO CHR. HUGENIUS
S. P.

Ex ijs, quae ad me misisti, facis perfpicio egregie te versatum in rebus geometricis et analitico calculo. Vix tamen eo, quo speras, te perventurum puto; certe operam meam frustra hic tibi venditarem. Ex datis quadraturis invenis, ut video, aequationes curvarum linearum, ad quas illae pertinent, quarum exempla²⁾ aliquot

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 137.

²⁾ Voici, dans la notation de Chr. Huygens (voir le commencement de la pièce N^o. 2736), les exemples de Hubertus Huighens, dont il sera plusieurs fois question dans la suite, pour autant que nous avons pu les reconstruire à l'aide des pages 18—40 du livre H des Adversaria, où Huygens s'en occupe continuellement.

Équation de la courbe $\sigma\varrho$ 

$$\begin{aligned}
 1 \quad a^3 &= (b+x)^2 z \\
 2 \quad (3ax + 4xx)^2 &= zz(a^2 + xx) \\
 3 \\
 4 \quad aaxx + x^4 &= bbzz \\
 5 \quad aaxx - x^4 &= bbzz \\
 6 \quad a^4 &= z(b+x)^3 \\
 7 \quad a^4 x &= b^4 z + 2bbxxz + x^4 z \\
 8 \quad a^4 x &= b^4 z - 2bbxxz + x^4 z
 \end{aligned}$$

Aire (appelée $a\psi$ par Hubertus Huighens) de la surface $A\sigma\varrho B$.

$$\begin{aligned}
 & a^3 x : (bb + bx) \\
 & 2x \sqrt{ax + xx} \\
 & - \frac{1}{3} \frac{a^3}{b} + \frac{1}{3} \frac{aa}{b} \sqrt{aa + xx} + \frac{1}{3} \frac{xx}{b} \sqrt{aa + xx} \\
 & \frac{1}{3} \frac{a^3}{b} - \frac{1}{3} \frac{aa}{b} \sqrt{aa - xx} + \frac{1}{3} \frac{xx}{b} \sqrt{aa - xx} \\
 & (a^4 bx + \frac{1}{2} a^4 xx) : (b^4 + 2b^3 x + bbxx) \\
 & \frac{1}{2} a^4 xx : (b^4 + b^3 x). \text{ Voir la remarque au} \\
 & \text{bas de cette note.} \\
 & \frac{1}{2} a^4 xx : (b^4 - bbxx)
 \end{aligned}$$

examinavi et recte se habere comperi, unde et de caeteris nihil ambigo. An autem eadem methodo hic utaris, qua ego³⁾ (quae nempe ex Barovij Theoremate⁴⁾ quodam pender) ignoro. Sed insigni industria saepe usum te adverto in ejusmodi quadraturis formandis, unde aequationes curvarum oriantur, quae paucis terminis constent; nisi forsan aliunde, ut fit, quadraturas istas erueras⁵⁾. Nam contraria via ex aequatione ad quadraturam pergere, etsi nonnumquam contingat, vix id in tuis illis concedi crediderim, nec Tschirnhausio se hic jactanti fidem⁶⁾ habeo. Evenit quidem mihi, ut cum aequationem curvae 15^{ti}.⁷⁾ exempli tui celebri geometrae proposuissim⁸⁾, ille quadraturam ejus, qualis tua est, invenerit, cum et ego meam

9

10

$$11 \quad ax^4 = 4b^3xz + 4x^3zz$$

$$12 \quad ax^4 = 4b^3xz - 4x^3zz$$

$$13 \quad x^6 = aabbzz + aaxxzz$$

$$14 \quad x^6 = aabbzz - aaxxzz$$

$$15 \quad x^6 = a^4zz + x^4zz$$

$$16 \quad x^6 = a^4zz - x^4zz$$

17

18

19

$$20 \quad (b^3 + 2ccx + 4x^3)^2 = \\ = 16z^2(a^4 - b^3x - ccxx - x^4)$$

$$-\frac{1}{3}b\sqrt{ab} + \frac{1}{3}\sqrt{ab^3 + ax^3}$$

$$\frac{1}{3}b\sqrt{ab} - \frac{1}{3}\sqrt{ab^3 - ax^3}$$

$$\frac{2}{3}\frac{a^3}{b} - \frac{2}{3}\frac{bb}{a}\sqrt{bb+xx} + \frac{1}{3}\frac{xx}{a}\sqrt{bb+xx}$$

$$\frac{2}{3}\frac{b^3}{a} - \frac{2}{3}\frac{bb}{a}\sqrt{bb-xx} - \frac{1}{3}\frac{xx}{a}\sqrt{bb-xx}$$

$$-\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}\sqrt{a^4 + x^4}$$

$$\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - x^4}$$

$$-\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - b^3x - ccxx - x^4}$$

A propos du 7^e exemple Christiaan Huygens remarqua : „debebat in hoc exemplo 7^o esse $\frac{1}{2}a^4xx : (b^4 + bbxx)$, quod quia aliter hic positum, idcirco non convenit aequatio curvae in Huigheniana”.

3) Voir l'Appendice I à cette lettre, le N^o. 2736.

4) Voir, sur ce théorème, la Lettre N^o. 2721, note 8.

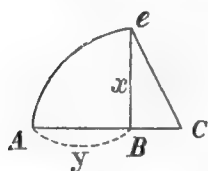
5) Consultez la note 7 de la pièce N^o. 2736.

6) Allusion à l'article de Tschirnhaus mentionné dans la note 10 de la Lettre N^o. 2274.

7) Lisez 5^{ti}.

8) On rencontre, en effet, à la page 19 du Livre H, à propos du cinquième exemple de la note 2 de cette lettre, l'annotation suivante : „Haec est eadem nostra curva pag. 1. lib. G quam Leibniti quadravit”. Or, cette page 1 est identique avec la page 51 verso de la pagination générale du livre G et le passage en question a été reproduit dans le § I de notre pièce N^o. 2612. Il est vrai que la courbe, traitée dans ce passage et dont la quadrature fut proposée à Leibniz dans la Lettre N^o. 2660, ne constitue qu'un cas particulier de la courbe plus générale $aaxx - x^4 = bbzz$; mais il est clair que la quadrature du cas général peut être obtenue de la même manière que celle du cas particulier.

haberem⁹⁾, sed suspicor a posteriori, ex collectis tuo modo exemplis, id eum praestitisse. Quamquam autem innumeras curvas quadrabiles ita invenire liceat, non inde sequitur talem quadraturam effici posse, cui curva quaedam, quam tibi quadrandam proponis, conveniat. Ac proinde non video, quo pacto pag. 9¹⁰⁾, ex solutione problematis tui a posteriori, concludas omnium curvarum quadraturas haberi posse. Nam ex. gr. cum aequatio circuli sit $2ay - yy \propto xx$, an putas quadraturam talem aliquam excogitari posse pag. 6.^a vel 8.^a ut inde haec aequatio nascatur. Hoc ex tuis nequaquam efficitur, et frustra te fatigares. Recte autem affirmas totum quadraturae negotium hinc pendere, ut ex data linea tua BC (quam brevitatis gratia subnormalem vocare soleo, quia normali in curvam ductae subiacet) inveniatur aequatio curvae, ad quam pertinet. Si enim subnormalis haec



BC detur $\propto \sqrt{2ay - yy}$ vel $\propto \sqrt{aa - yy}$, possisque hinc curvam propriam invenire, jam constat te quadraturam circuli habiturum¹¹⁾, utque proinde pag. 12, ad septimam potestatem literae y adscenderent nil opus fuerit. Caeterum hoc problema eximium jam diu geometras peritissimos exercet, nec putandum est, ipsum semper solutionem ad-

mittere. Vellem tantum hoc definiri posset, an subnormalis data ad curvam geometricam pertineat an ad alius generis aliquam, an denique ad nullam. Habemus quidem rem confectam¹²⁾ finitis casibus, ubi subnormales dantur absque radicalibus quantitibus, ut si sit subnormalis¹³⁾ $\frac{aay - 2yyx}{3aa - 2xy}$ ¹⁴⁾ vel $2y + \frac{y^3}{xx}$ ¹⁵⁾, repe-

⁹⁾ Consultez le § I de la pièce N°. 2612 à la page 474. La méthode de Huygens s'applique également bien au cas général, puisque alors $x = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}bz} + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}bz}$.

¹⁰⁾ Nous reproduisons dans l'Appendice II de cette lettre, notre N°. 2737, les annotations de Huygens que l'on rencontre à la page 37 du Livre H, et qui se rapportent aux pages 8 et 9 du livre de Hubertus Huighens.

¹¹⁾ Puisque alors, d'après le théorème de Barrow, $\frac{1}{2} BE^2$ représenterait l'aire de la courbe $z = \sqrt{2ay - yy}$, ou bien $z = \sqrt{aa - yy}$ à commencer par la valeur $y = 0$.

¹²⁾ Par la méthode de Fatio. Voir la Lettre N°. 2465, note 11.

¹³⁾ Consultez les corrections apportées à cette partie de la lettre dans celle du 15 février, notre N°. 2738, d'après lesquelles les expressions algébriques du texte, à l'exception de $\frac{xx}{a}$, représentent les *soustangentes*, et non pas les sousnormales, des courbes demandées.

¹⁴⁾ On reconnaîtra ici l'un des problèmes posés à Leibniz dans la Lettre N°. 2611 et que Huygens savait résoudre par la méthode de Fatio, comme cela résulte de la Lettre N°. 2660, note 17. Seulement, les lettres x et y ont été échangées pour se conformer à la notation de Hubertus, et de même le signe a été inversé pour la raison que nous avons indiquée dans les notes 3 et 5 de la pièce N°. 2612.

¹⁵⁾ Reportée dans la notation usuelle de Christiaan Huygens, il s'agit ici de la soustangente

rientur aequationes curvarum geometricarum, quibus hae conveniunt. Aliis vero casibus non succedet; ut, si detur subnormalis $\frac{2axx}{2aa-xx-yy}$ ¹⁶), hic cessat regula. Rurfus alijs casibus alia methodo ad quadraturas res deducitur, ut si detur subnormalis $\frac{xx}{a}$ ¹⁷), vel $\frac{aa}{\sqrt{aa-yy}}$ ¹⁸), invenitur, ad prioris curvae quaesitae puncta designanda, hyperbolae quadraturam requiri; ad posterioris, tum circuli tum hyperbolae. Horum aliquid an tibi compertum sit scire velim. Item quo modo pag. 10. solutionem secundae propositionis tuae, cum quadratura per x datur, ad qua-

$2x + \frac{x^3}{y^2}$ de la Gutschovienne $y^4 = -x^2y^2 + a^2x^2$. En effet, à la page 110 verso du livre G des Adversaria, l'équation de cette courbe se trouve déduite, à l'aide de la méthode de Fatio, de l'expression citée de sa soustangente. Au pied de cette page Huygens annota après coup: „Hanc [curvam] Gutschovius Slusio proposuit, Slusius mihi, cujus quadraturam ex circuli quadratura pendere inveni”.

Or, dans sa lettre du 18 août 1662, notre N°. 1049, Slusius avait indiqué à Huygens, comme un exemple de l'application de sa méthode pour les tangentes, la construction de la tangente de cette courbe de Gutschoven. Huygens, dans sa réponse du 25 septembre 1662 (notre N°. 1065), en donna la quadrature et, de plus, la cubature d'un certain solide engendré par la révolution de la Gutschovienne.

¹⁶) On retrouve cette expression à la page 109 verso du livre G, où elle représente la soustangente du cercle $x^2 + y^2 - 2ax = 0$. En effet, on trouve pour cette soustangente $\frac{yy}{a-x} = \frac{2ayy}{2aa-2ax}$, et cette dernière expression, déguisée par la substitution $2ax = x^2 + y^2$, amène l'expression $\frac{2ayy}{2aa-xx-yy}$, identique, après l'échange des x et y , avec celle du texte.

Or, en renversant le problème, on arrive à l'équation différentielle: $2aadx - yydx - xxdx - 2aydy = 0$, à propos de laquelle Huygens remarque: „aequ° tangentis intractabilis. Cum nulli termini correspondentes insint, nec omnes puri possint officii”. Elle constituait donc un exemple, plus simple que celui que nous avons cité dans la note 9 de la Lettre N°. 2677, d'une équation intraitable par la méthode de Fatio et qui toutefois admettait une intégrale algébrique particulière. Evidemment Huygens était curieux de savoir si Hubertus réussirait à découvrir cette solution.

Ajoutons que l'intégrale générale s'écrit: $x^2 + y^2 - 2ax = Ce^{-\frac{x}{a}}$.

¹⁷) Il s'agit ici de la sousnormale $\frac{yy}{a}$ de la logarithmique $y = Ce^{\frac{x}{a}}$ à soustangente constante a .

¹⁸) Cet exemple a été emprunté à la pièce N°. 2713. Seulement, Huygens a rendu homogène l'expression $t = 1 : \sqrt{1-xx}$ employée par Leibniz. Huygens s'était occupé de ce problème à la page 8 du livre H, mais sans arriver à d'autres conclusions que celle formulée par Leibniz et que Huygens répète ici.

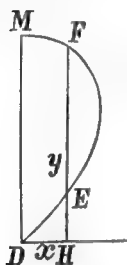
draturas Hyperbolae aut circuli deducas, et an semper eo devenias, etiam si curva quaesita sit geometrica? Velut cum datur quadratura ista:

$$a\psi \propto \left(\frac{1}{3} \frac{dd}{c} + \frac{2}{3} x\right) \sqrt{\frac{1}{4} dd + \frac{1}{2} cx} - \left(\frac{1}{3} \frac{dd}{c} + \frac{2}{3} x\right) \sqrt{\frac{1}{4} \frac{dd}{c} - \frac{1}{2} cx}^{19)},$$

ubi curvae aequatio est $y^4 \propto ddy - ccxx$, eadem quae in tuo 15°. casu ²⁰⁾. Non intelligo etiam quali calculo ex quadraturis pag. 8 elicies aequationes curvarum pag. 9. Ad haec omnia ut mihi rescribas etiam atque etiam a Te peto. Tum ut de te ipso docere velis, qui sis, et ex qua Huygheniorum familia, nam non esse eandem, nostra armorum insignia ostendunt. Vale!

Dabam Hagae Com. 12 Feb. 1692.

¹⁹⁾ Lisez : $a\psi = \left(\frac{1}{3} \frac{dd}{c} + \frac{2}{3} x\right) \sqrt{\left(\frac{1}{4} dd + \frac{1}{2} cx\right)} - \left(\frac{1}{3} \frac{dd}{c} - \frac{2}{3} x\right) \sqrt{\left(\frac{1}{4} dd - \frac{1}{2} cx\right)}$
ou plutôt $= \frac{1}{6c} \left[(dd + 2cx)^{\frac{3}{2}} - (dd - 2cx)^{\frac{3}{2}} \right]$.



Comme cela résulte de quelques calculs qui se trouvent à la page 25 du livre H, cette expression représente l'aire DMFH de la courbe $y^4 = ddy - ccxx$, calculée à l'aide de la méthode exposée au § I de la pièce N°. 2612 à la page 474.

En effet, l'équation de la branche MF de cette courbe peut s'écrire :

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{d^2 + 2cx} + \frac{1}{2} \sqrt{d^2 - 2cx},$$

d'où l'aire cherchée s'obtient aisément, sous la forme mentionnée, par la sommation de deux aires paraboliques.

²⁰⁾ Lisez „5° casu” et consultez la note 2 de cette lettre.

$9b^2y^4 + 12a^3byy - 12a^4xx - 12aax^4 - 4x^6 = 0$. Hinc inceptit⁷⁾; eamque ita egregie ordinavit ut in quadrabilem ita simplicem perduceret.

Subtang. $\frac{36bby^4 + 24a^3byy}{24a^4x + 48aax^3 + 24x^5} : y = y : \frac{2a^4x + 4aax^3 + 2x^5}{3bbyy + 2a^3b}$, fubnormalis.

restit. pro yy . $yy = -\frac{2}{3}\frac{a^3}{b} + \frac{2}{3}\frac{aa}{b}\sqrt{\cdot} + \frac{2}{3}\frac{xx}{b}\sqrt{\cdot}$

$$\frac{a^4x + 2aax^3 + x^5}{baa\sqrt{\cdot} + bxx\sqrt{\cdot}} = z$$

per $aa + xx$ $\frac{aax + x^3}{b\sqrt{aa + xx}} = z$

$$a^4xx + 2aax^4 + x^6 = bbaazz + bbxxzz$$

per $aa + xx$

$$aaxx + x^4 = bbzz. \text{ quadrabilis } ^8).$$

[Exemplum 15.]

Erat $\frac{1}{2}\sqrt{a^4 + x^4} - \frac{1}{2}aa$ non curtatum. Si $x = 0$, fit $y = 0$. Si $x =$ aliquid, fit $\frac{1}{2}yy =$ aliquid.

15 curtatum: $\frac{1}{2}\sqrt{a^4 + x^4} = \frac{1}{2}yy$; nusquam fit $y = 0$.
 $a^4 + x^4 = y^4$

fubtang. $-\frac{4y^4}{4x^3} : y = y : \frac{x^3}{yy}$ fubnorm. $= z$

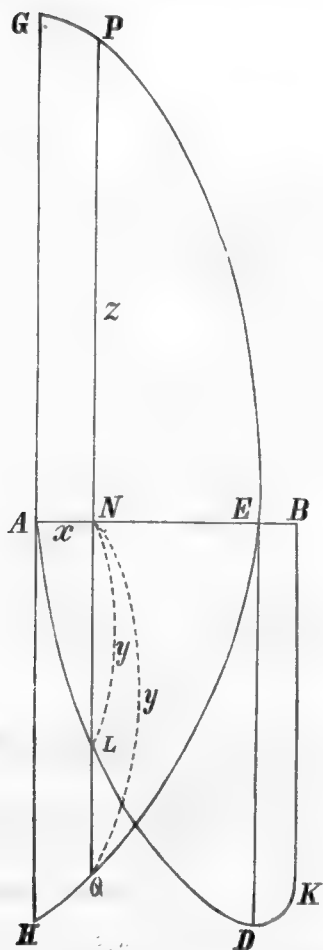
$$\frac{x^3}{\sqrt{a^4 + x^4}} = z$$

$$x^6 = a^4zz + x^4zz; \text{ curva conveniens non curtato.}$$

⁷⁾ Peut-être Hubertus savait-il appliquer la différentiation des irrationnelles. Dans ce cas, il pouvait partir de l'équation originale.

⁸⁾ Huygens a vérifié de même le 7^e et le 8^e exemple de Hubertus Huighens. Ensuite, à l'occasion du 11^e, il s'est aperçu qu'on peut obtenir le même résultat avec des calculs moins longs, en omettant simplement le terme constant. Il donne à ce procédé, qu'il accompagne d'une réversion du signe des autres termes, si cela est nécessaire pour faire correspondre aux valeurs positives $\frac{1}{2}yy$ des valeurs positives de x , le nom de „Curtatio”, et il l'applique aux exemples 11, 5, 13, 14, 20 et 15 de Hubertus et à un exemple composé par lui-même, sur lequel nous revenons dans le § 11. Ici nous faisons suivre l'application à l'exemple 15.

§ II^o).



$4x^4 - 3axx = azz - xxx + 2axx - 2a^3z$,
aequatio curvae EG quadrabilis¹⁰), cujus ap-
plicatae sunt subnormales curvae ADK usque
ad D ubi subnormalis = 0.

Eaedem vero applicatae sunt etiam subnor-
 males curvae EH, cujus aequatio initio pag.
 sequentis ponitur. Sic omnis curva ex duarum
 diverfarum curvarum subnormalibus applicatas
 constitutas habet.

Et hoc fundamento nititur Curtatio nostra. Nam ex Barovij Theoremate erit spatium AGPN aequalem $\frac{1}{2}$ qu. NL. Et ex eodem erit spatium PEN $= \frac{1}{2}$ qu. NQ. Est autem totum spatium

$$\text{GEA} = \sqrt{\frac{27}{16} a^4}, \text{ cum nempe } x = \sqrt{\frac{3}{4} aa}$$

five AE. Ergo cum posito $AN = x$, fit spatium
 $AGPN = ax + x\sqrt{aa - xx} = \frac{1}{2}yy$ ubi y est NL:

erit spat. PNE reliqua = $\sqrt{\frac{27}{16}a^4 - ax - x\sqrt{aa - xx}} = \frac{1}{2}yy$ cum y est NQ.

Haec vero est non curtata quadratura quam
voco: illa vero $ax + x\sqrt{aa - xx}$ curtata; ex
quibus eandem utrobique curvam GE quadrabi-
lem inveniri necesse est.

Curtatio nostra utilis ad formandas quadra-

9) Justification de la „Curtatio“.

¹⁰⁾ Cette équation a été obtenue par Huygens de deux manières différentes, c'est-à-dire : 1°. à la page

21, en partant de l'„aequatio curtata" (avec réversion du signe): $\frac{1}{2} yy = ax + x \sqrt{aa - xx}$,

qui représente la courbe ADK pour $AN=x$, $NQ=y$, $AB=a$, $AE=\sqrt{\frac{3}{4}aa}$; 2°. à la page

suivante, en partant de l'„aequatio non curtata” $\frac{1}{2}xy = a\sqrt{\frac{27}{16}aa - ax} - x\sqrt{aa - xx}$,

turas ex quibus curva paucorum terminorum; ut patet comparatione hujus exempli cum illo quod pag. sequen.¹¹⁾ ubi tamen curva eadem utrobique oritur.



qui représente la courbe HE et sur laquelle il remarque: „Haec forma differt ab Huighenianis in quibus semper si $x=0$ etiam $y=0$. Quod tamen non est necesse ut ex hoc exemplo liquet. Sufficit enim ut posita certa quadam longitudine ipsius x , fiat $y=0$ ut hic”.

Nous avons cru pouvoir nous dispenser de reproduire ici les calculs longs et enchevêtrés qui remplissent les pages 21 et 22, et qui ont mené à ce résultat. Remarquons seulement que la courbe EG ne représente des deux branches $z = a \pm \frac{a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ que l'on obtient en résol-

vant l'équation du texte par rapport à z , que la seule branche $z = a + \frac{a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, où, en ef-

fet, z s'annule pour $x = \sqrt{\frac{3}{4}aa}$.

Quant au terme constant de l'équation „non curtata”, il a été choisi de telle manière que la courbe HE, qu'elle représente, aille passer par le point E. Ce point E, où la sousnormale z s'annule, est un point double de cette courbe et la branche HE coupe, en réalité, l'axe AB sous un angle oblique.

D'ailleurs il est clair que Huygens aurait pu s'épargner tous ces détours, ingénieux mais inutiles, s'il avait pénétré un peu plus avant dans le nouveau calcul, tel qu'il avait été exposé en 1684 par Leibniz, dans l'article cité dans la Lettre N°. 2205, note 5.

¹¹⁾ C'est-à-dire : par la comparaison des calculs dans les deux cas mentionnés dans la note précédente.

N^o 2737.

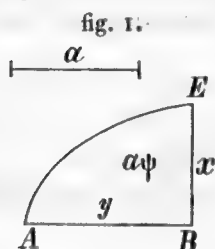
CHRISTIAAN HUYGENS.

[JANVIER et FÉVRIER 1692].

*Appendice II au No. 2735¹⁾.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

Examen eorum quae habet HUGHENIUS pag. 8 et 9.

Primum Exemplum erat ipfi aequatio $y^3 + ay\psi = b\psi\psi - \psi^3$. Hanc aequationem pro ut voluit adsumsit dummodo y posita $= 0$, etiam ψ foret $= 0$.

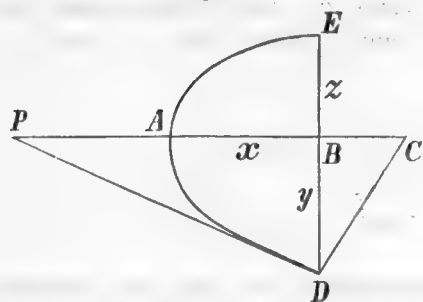


Spatium AEB curva AE, abscissa AB, et applicata normali BE, comprehensum, vocat $a\psi$; a est linea data. $AB = y$, $BE = x$.

Haec aequatio spatium AEB exprimit per y et a , si lineae ψ valor inde eruatur.

Hinc invenit aequationem quae naturam curvae exprimit $3ay^2 + ayx = -aa\psi + 2bx\psi + 3x\psi\psi^2$.

fig. 2.



Ego ipsius y muto in x ; x in z ; $a\psi$ in $\frac{1}{2}yy$ seu ψ in $\frac{1}{2}\frac{yy}{a}$.

Ergo prima aequatio mihi fit:

$x^3 + \frac{1}{2}xyy = \frac{1}{4}\frac{by^4}{aa} - \frac{1}{8}\frac{y^6}{a^3}$; aequatio curvae effectricis AD.³⁾

$\frac{1}{2}yy = -xx + \frac{1}{4}\frac{by^4}{aax} - \frac{1}{8}\frac{y^6}{a^3x}$; quadra-

tura curvae AE, quae ex subnormalibus curvae AD constituitur, ut nempe BE sit aequalis subnormali BC, et sic ubique. Estque $\frac{1}{2}$ qu. BD, seu $\frac{1}{2}yy = \text{spatio AEB ex Theor.}^a \text{Barovij}^4)$.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2735, note 10.

²⁾ Lisez $-3x\psi\psi$. L'équation s'obtient facilement en différentiant et en posant $d\psi = \frac{x}{a} dy$; mais cette méthode était inconnue à Christiaan Huygens, comme cela résulte de ce qui va suivre, où la même équation va être déduite d'une autre manière.

³⁾ Voir la fig. 2.

⁴⁾ Voir toujours la note 8 de la Lettre N^o. 2721.

Jam ad inveniendam aequationem curvae AE, primo secundum Regulam Tangentium⁵⁾, invenio ex aequatione hac ablatis fractionibus, subtangentem.

$$\text{aequ}^{\circ}. a^3x^3 + \frac{1}{2}a^3xyy - \frac{1}{4}bay^4 + \frac{1}{8}y^6 = 0$$

$$\frac{-a^3xyy + bay^4 - \frac{3}{4}y^6}{3a^3xx + \frac{1}{2}a^3yy} \text{ subtangens BP.}$$

$$z = \frac{3a^3xx + \frac{1}{2}a^3yy}{-a^3x + bay^2 - \frac{3}{4}y^4} \text{ subnormalis BC.}$$

$$-a^3xz + bay^2z - \frac{3}{4}y^4z = 3a^3xx + \frac{1}{2}a^3yy \text{ aequatio curvae AE.}$$

In hac aequatione si substitui intelligatur valor y , inventus nempe ex aequatione prima $x^3 + \frac{1}{2}xyy = \frac{1}{4}\frac{by^4}{aa} - \frac{1}{8}\frac{y^6}{a^3}$, (quod longum effet⁶⁾) habebitur ejusmodi, quae naturam expriment curvae AE per x et z .

Mutatis hic meis literis in ipsius idem significantes, fit :

$$-a^3yx + 2baax\psi - 3aa\psi\psi x = 3a^3yy + a^4\psi$$

per aa div. $3ayy + ayx = -a^2\psi + 2bx\psi - 3x\psi\psi$, aequ^o eadem quam supra.

In caeteris exemplis eadem est ratio, nisi quod ψ in prima aequatione ad altiores gradus ascendit; unde valor ejus nescio qui inveniendus etiam si immensum laborem subire non pigeat. Forsan Tschirnhausij inventis⁷⁾ fidet, quae nescio an recte se habeant, certe nullius usus sunt.

⁵⁾ La règle mentionnée dans la pièce N°. 1101.

⁶⁾ Remarquons toutefois que, pour obtenir l'équation cherchée entre x et z , il suffit d'éliminer y entre les deux équations mentionnées.

⁷⁾ La méthode de Hubertus, — si elle consistait en effet, comme tout porte à le croire, dans l'élimination de ψ entre des équations conformes aux deux premières de cette pièce, pour obtenir ainsi une courbe quadrable qu'on pouvait simplifier ensuite par un choix judicieux des constantes, comme a et b , qu'on avait introduites dans la première équation, — avait une grande ressemblance avec celle exposée en octobre 1683 par von Tschirnhaus dans sa „Methodus Datae figurae, rectis lineis et Curva Geometrica terminatae, aut Quadraturam, aut impossibilitatem ejusdem Quadraturae determinandi”. (Voir la note 10 de la Lettre N°. 2274). Elle serait même presque identique avec la méthode esquissée au commencement de l'article de Leibniz. „De dimensionibus figurarum inveniendis” (voir la note 11 de la Lettre N°. 2627), de laquelle von Tschirnhaus aurait d'ailleurs, selon Leibniz, empruntée la sienne. En effet, si l'on construit une courbe ayant ψ comme ordonnée et l'y de la figure 1 de cette pièce comme abscisse, cette courbe peut être considérée comme la „quadratrix”, la courbe originale AE comme la „quadranda” de Leibniz.

N^o 2738.

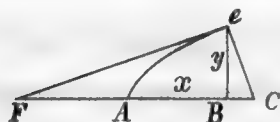
CHRISTIAAN HUYGENS à HUBERTUS HUIGHENS.

15 FÉVRIER 1692.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uyenbroek¹⁾.**La lettre fait suite au No. 2735.**Hubertus Huighens y répondit par le No. 2742.*

Ad HUB. HUGENIUM

Missis ante triduum litteris ad te meis, Vir eximie, nunc appendicem adjungo, quod adverterim errorem meum in exprimendis subnormalibus, quas voco, quem hic corrigendum duxi; ne forsan aliquid circa eas calculo investigans, frustra operam infumas. Itaque pro $\frac{aay - yyx}{3aa - 2xy}$ scribe $\frac{3aaxx - 2x^3y}{aay - 2yyx}$; pro $2y + \frac{y^3}{xx}$ scribe $\frac{x^4}{2yxx + y^3}$; pro $\frac{2axx}{2aa - xx - yy}$ scribe $\frac{2aa - xx - yy}{2a}$; pro $\frac{aa}{\sqrt{aa - yy}}$ scribe $\frac{xx\sqrt{aa - yy}}{aa}$. Sola $\frac{xx}{a}$ recte se habet. Causa erroris fuit quod solitus sum in Problemate inverfo Tangentium, datas ponere subtangentes, non vero subnormales.



Atque ita incaute ex adversarijs meis²⁾ illas pro his tibi descriptas misi. Subtangentes voco ut in hac figura rectam BF, quae subjacet tangenti EF, sicut subnormalis BC subjacet rectae CE in curva perpendiculari.

Examinavi porro reliqua omnia exempla tua pag. 6, atque adverti in quibusdam non admodum difficilem esse regressum, ut nempe ex data aequatione curva repe-

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 140.

²⁾ Consultez les notes 14, 15, 16 et 18 de la Lettre N^o. 2735.

³⁾ Comme il résulte de l'examen attentif des calculs très enchevêtrés que l'on trouve aux pages 28—36 du livre H des Adversaria, le „compendium” en question consiste en ce qu'on cherche à deviner la forme générale de l'expression pour $a\psi$ (ou $\frac{1}{2}yy$ dans la notation de Huygens), en y laissant des coefficients indéterminés dont on se propose ensuite de chercher les valeurs convenables.

Ainsi, dans l'exemple 14 de la note 2 de la Lettre N^o. 2735, où il s'agit de déterminer l'équation $\frac{1}{2}yy = a\psi = f(x)$ de la courbe quadratrice AH (voir la fig. 1 de la pièce N^o).

riatur quadratura ejus, praesertim si compendio quodam utamur³⁾, quod tibi non ignotum esse existimo. Vale!

15 febr. 92.

2736, note 1) de telle manière que $BF=z$ devienne égale à la valeur $z = \frac{x^3}{a\sqrt{bb-xx}}$ obtenue par la résolution de l'équation de la courbe donnée : $x^6 = aabbzz - aaxxxz$, l'expérience apprend que, pour faire apparaître l'expression irrationnelle $\sqrt{bb-xx}$ dans le dénominateur de z , on doit la faire entrer dans le numérateur de yy .

Pour un premier essai Huygens va donc poser $yy = \theta a \sqrt{bb-xx}$; mais, puisque cela amène la sousnormale $z = -\frac{\theta ax}{2\sqrt{bb-xx}}$, il est clair que pour faire monter de deux degrés la puissance de x dans le dénominateur on devra ajouter un terme comme $x^2 \sqrt{bb-xx}$.

En conformité avec cette remarque, Huygens va donc poser $yy = \lambda \sqrt{bb-xx} + \pi \frac{xx}{a} \sqrt{bb-xx}$, où il ne lui reste plus qu'à déterminer λ et π par la comparaison de la valeur calculée de la soustangente z avec sa valeur véritable $\frac{x^3}{a\sqrt{bb-xx}}$. De cette manière

il pourrait obtenir l'équation „curtata” $\frac{1}{2} yy = -\frac{2}{3} \frac{bb}{a} \sqrt{bb-xx} - \frac{1}{3} \frac{xx}{a} \sqrt{bb-xx}$, d'où il lui serait facile de déduire l'équation „non curtata” que l'on trouve dans la seconde colonne de la note citée.

Toutefois Huygens, dans cet exemple, n'a pas achevé les calculs que sa méthode d'éviter la différentiation directe des irrationnelles aurait encore rendus nécessaires, quoiqu'il l'ait fait pour d'autres plus simples. Il ajoute même, après quelques essais infructueux d'obtenir les coefficients λ et π par des artifices tendant à abrégier ces calculs : „haec ergo nimis difficilem regressum habent”.

N^o 2739.

N. FATIO DE DUILLIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

15 FÉVRIER 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2733.*

MONSIEUR

Depuis que je suis de retour en Angleterre je n'ai pû retrouver cette Theorie de la Pesanteur²⁾ que Vous vîtes pendant que j'étois à la Haye³⁾ et que j'avois déjà communiquée à Messieurs Newton et Halley. S'il y a encore quelque esperance de la retrouver il faut Monsieur que je l'aie laissée chez Vous ou à l'Academie; ce que je Vous prie trez humblement Monsieur d'examiner. Mais pour ce qui regarde l'Academie il suffira s'il Vous plaît d'en faire dire deux mots à Monsieur Thornton⁴⁾ et à Monsieur Fabri son Gouverneur; et j'espere de leur diligence qu'ils decouvriront ce papier s'il est à leur portée, et qu'ils m'en diront des nouvelles. En cas que Vous ne l'ayez pas Monsieur je ferois ravi d'apprendre que Vous en eussiez gardé une copie ou du moins un extrait. Je ne sçai si je ne l'aurois point prêté à Monsieur Dierquens⁵⁾, mais je ne m'en souviens pas. J'ai d'autant plus de chagrin de l'avoir perdu que je ne sçaurais plus retrouver ce qu'il contenoit.

Monsieur Newton croit avoir decouvert assez clairement que les Anciens comme Pythagore, Platon &c.⁶⁾ avoient toutes les demonstrations qu'il donne du veritable Systeme du Monde, et qui sont fondées sur la Pesanteur qui diminue reciproquement comme les quarez des distances augmentent. Ils faisoient dit il un grand mystere de leurs connoissances. Mais il nous reste divers fragmens, par où il paroît, à ce qu'il pretend, si on les met ensemble, qu'effectivement ils avoient les mêmes idées qui sont repandues dans les Principia Philosophiae Mathematica. Quand Monsieur Newton se feroit trompé il marque toujours beaucoup de candeur de faire un aveu commé celui là.

Les Lettres que Monsieur Newton ecrit à Monsieur Leibnitz il y a 15. ou 16. ans⁶⁾ parlent bien plus positivement que l'endroit que je Vous ai cité de ses Prin-

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 127.

²⁾ Voir, sur cette théorie, les Lettres Nos. 2570, 2572 et 2582.

³⁾ De mars à septembre 1691, comme il résulte des Lettres Nos. 2667, 2677 et 2697.

⁴⁾ Peut-être le fils du négociant Tourton, chez lequel Fatio demeurait à Londres. Voir la Lettre N^o. 2697.

⁵⁾ Mr. Dierquens fils ou père; consultez la Lettre N^o. 2094, note 1.

⁶⁾ Cette correspondance entre Newton et Leibniz, conduite en 1676 et en 1677 par l'intermédiaire d'Oldenburg, se trouve reproduite, entre autres, dans les ouvrages de Gerhardt: „Leibnizens mathematische Schriften”, Bd. I (à commencer par la lettre N^o. 36, p. 100) et „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz mit Mathematikern” (p. 179—254). Voir d'ailleurs, à propos de ce qui va suivre, la note 3 de la Lettre N^o. 2723.

cipes, qui néanmoins est assez clair, surtout quand ces lettres lui servent d'explication. Je ne doute pas qu'elles ne fissent quelque peine à Monsieur Leibnitz si on les imprimoit, puis que ce n'est que bien long temps apres qu'il a donné au Public les Regles de son Calculus Differentialis, et cela sans rendre à Monsieur Newton la justice qu'il lui devoit. Et la maniere dont il s'en est acquité est si éloignée de ce que Monsieur Newton a la dessus que je ne puis m'empêcher en comparant ces choses ensemble de sentir bien fortement leur difference comme d'un original achevé, et d'une copie estropiée et tres imparfaite. Il est vrai Monsieur comme Vous l'avez deviné que Monsieur Newton a tout ce que Monsieur Leibnitz paroît avoir, et tout ce que j'avois moi même et que Monsieur Leibnitz n'avoit pas. Mais il est encore allé infiniment plus loin que nous, soit pour ce qui regarde les quadratures, soit pour ce qui regarde la propriété de la courbe quand il la faut trouver par la propriété de la Tangente. Il ne se contente pas par exemple de retrouver l'Equation de la Courbe lorsque sa fluxion est donnée, pour me servir de ses expressions, c'est à dire lors qu'on a l'Equation de la Tangente^{b)}. Il la retrouve encore lors qu'on a la fluxion de la fluxion, ou la fluxion de la fluxion de la fluxion &c. Ce qu'il a sur les Quadratures est infiniment plus general que tout ce que l'on avoit auparavant, et il est tres simple et d'un usage merveilleux dans toutes les parties de la Geometrie.

J'ai Monsieur corrigé en divers endroits le livre de Monsieur Craige que Monsieur de Zulichem Vous envoie. Ce livre n'a presque rien qui ne fut déjà connu. Il est écrit sans aucune exactitude et pour le mettre en l'état où il devoit être il auroit absolument fallu le refondre. J'ai copié mes corrections comme je les avois écrites à la haie à la marge de mon exemplaire; ou n'ayant été mises que pour mon usage et pour decharger ma memoire je ne serois pas surpris si Vous trouviez qu'il n'étoit pas fort à propos de Vous les envoyer dans l'état où elles sont. Mais je n'ai pu me refondre à leur donner une autre forme, ayant à present l'esprit occupé de tout autres pensées.

On a arrêté Monsieur le Comte du Quene Monros⁷⁾ parce qu'il avoit connu Monsieur de Genes^{c)}: et ses amis n'ont pas même la liberté de le voir. La lenteur que le grand nombre d'affaires apporte en ce pays à celles qui ne sont pas de la

7) Abraham du Quesne, seigneur de Monros, second fils du célèbre amiral de même nom et de Gabrielle de Bernières. Après la mort de son père il s'était fait catholique, mais, pris de remords, il s'engagea dans l'entreprise de son frère Henri qui, voulant venir en aide à ses coréligionnaires réfugiés, organisa une expédition pour une île lointaine afin d'y fonder une colonie. Dans les premiers mois de 1690, les vaisseaux à l'ancre au Texel n'attendaient plus que le signal du départ et le comte de Monros allait mettre à la voile, lorsque Henri du Quesne, apprenant qu'une flotte française partait de France pour s'opposer au débarquement dans l'île de Bourbon et ne voulant pas s'exposer à violer le serment qu'il avait fait à son père de ne jamais combattre les Français, renonça à son projet. Abraham du Quesne se rendit en Angleterre où il mourut.

derniere importance me fait craindre que sa prison ne dure encore bien longtemps. Je suis d'autant plus touché de ce qu'il souffre que je connois parfaitement son innocence.

Il ne tiendra pas à moi que Monsieur Leibnitz ne sache la Methode dont je me servois pour retrouver en certain cas l'Equation de la Courbe par l'Equation de la Tangente. Mais je doi me rejouir, si je veux encore approfondir ce sujet, d'avoir rencontré en Monsieur Newton un guide sans comparaison plus éclairé et plus genereux: quoi qu'il y ait bien du plaisir de travailler sur son propre fonds. Je tacherai de me consoler de ce que Monsieur Leibnitz se dedit des engagements où il étoit entré de lui même. Bien qu'il y ait toujours à perdre quand on n'apprend pas une chose qu'on auroit pû savoir je ne serai pas fâché d'avoir évité de faire des échanges de propositions de Mathematiques comme de marchandises. Pour Vous Monsieur Vous êtes embarqué dans ce negoce et je crain que Monsieur Leibnitz, qui met toujours ses denrées à un fort haut prix, ne se montre difficile à se contenter sur les avances qu'il pretendra Vous avoir faites. Je n'ai encore ni abandonné ni embrassé absolument la pensée de faire une seconde édition du livre de Monsieur Newton. Monsieur Hampden Monsieur Vous fait ses trez humbles complimens. J'espère Monsieur que votre santé fera tout à fait retablie^{a)}. Je suis avec beaucoup de respect

a MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant Seruiteur
N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres ce $\frac{5}{15}$ Fevrier 1692.

^{a)} Il aura veu le passage de Plutarque^{b)} au livre de facie in orbe lunae [Christiaan Huygens].

^{b)} s'il peut connaitre par l'Equation si une courbe est quadrable? avez vous dit à mon frere que ce traité de Mr. Newton paroitra bien tost^{c)}. si une soutangente estant donnée il peut dire s'il y a une courbe à qui elle convient [Christiaan Huygens].

^{c)} ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΕΜΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΩΠΟΥ ΤΩΙ ΚΥΚΛΩΙ ΤΗΣ ΣΕΛΗΝΗΣ. De facie in orbe lunari. Au § XI on rencontre, en effet, le passage remarquable suivant, que nous empruntons à la traduction d'Amyot, d'après l'édition:

Œuvres mêlées de Plutarque, traduites du Grec par Amyot, Grand-Aumônier de France; avec des Notes et des Observations, par MM. Brotier et Vauvilliers. Nouvelle Edition, Revue, corrigée et augmentée, par E. Clavier. Tome cinquième. A Paris, de l'imprimerie de Cussac, Rue Croix des Petits-Champs, N°. 33. An XI. (1803) in-8°.

On y lit (pages 238 et 239):.... il y a des colonnes et des pilliers de diamant qui la soutiennent (c'est-à-dire la Terre), comme dit Pindare. C'est pourquoy Pharnaces est hors de

- c) Je m'estonne qu'il n'ait pas mieux connu de Genes¹⁰⁾ de qui avec raison on n'a pas bonne opinion. je croy pourtant du Quesne innocent [Christiaan Huygens].
 d) On m'a parlè d'un traitè de dioptrique d'un des membres de la Société qui est-ce?¹¹⁾ Locke [Christiaan Huygens].

N^o 2740.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

19 FÉVRIER 1692.

La lettre se trouye à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.

Elle est la réponse au No. 2732.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2744.

MONSIEUR

Vous m'avéz allarmé en me parlant de vostre indisposition. Je scay assez combien les sciences sont interessées dans vostre conservation. Vous pouvez faire des

crainte que la terre ne tombe: mais il a pitié de ceulx qui sont à plomb au dessous du cours de la lune, comme les Aethiopiens et ceulx de la Taprobane, de peur qu'un si pesant fardeau ne tombe sur eulx, et toutefois il y a le mouvement de la lune qui engarde qu'elle ne tombe, et la violence de sa révolution, ne plus ne moins que les pierres et cailloux, et tout ce qu'on met dedans une fronde, sont empeschez de tomber, parce qu'on les tourne violemment en rond. Car chasque corps se meut, selon son mouvement naturel, s'il n'y a autre cause qui l'en detourne. C'est pourquoy la lune ne se meut point selon le mouvement de sa pesanteur, estant son inclination deboutée et empeschée par la violence de la revolution circulaire.

⁹⁾ Voir la Lettre N^o. 2731.

¹⁰⁾ De Genes, navigateur français, proche-parent du théologien Julien-René-Benjamin. Il jouit de la faveur de Louis XIV, qui le créa capitaine de vaisseau et chevalier de Saint-Louis et le gratifia de pensions et d'une grande étendue de terre en Cayenne, que le roi avait érigée en comté, sous le nom de comté d'Oyac. Comme gouverneur de l'île de Saint-Christophe, restituée à la France par le traité de Rijswijk, il dut abandonner cette île aux Anglais. Il fut condamné en août 1704 pour lâcheté, dégradé de la noblesse et privé de la croix de Saint-Louis. Il appela de ce jugement au conseil du roi. Voulant revenir en France pour suivre cet appel, il fut fait prisonnier par les Anglais et conduit à Plymouth, où il mourut cette même année. Louis XIV accorda des pensions à sa veuve et à ses enfants „en raison de sa fidélité et de ses bons et agréables services”.

¹¹⁾ Il s'agit probablement de l'ouvrage suivant:

Dioptrica Nova. A Treatise of Dioptricks, in two Parts. Wherein the various Effects and Appearances of Spherick Glasses, Both Convex and Concave, Single and Combined, in Telescopes and Microscopes, Together with Their *Usefulness* in many Concerns of Human Life, are explained. By William Molyneux of Dublin Esq. Fellow of the Royal Society. Ex Visibilibus Invisibilia, London, Printed for Benj. Tooke. MDCXCII, in-4^o.

Sur William Molyneux, voir la Lettre N^o. 2361, note 2.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 121.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 129, et Briefwechsel, p. 688.

choses si importantes en Physique, que je fais conscience de vous donner occasion de trop rever à la Geometrie.

Je ne scay si vous avés vu un petit liure d'un nommé Monsieur Eifenschmid ³⁾, de Strafbourg De figura terrae, où il pretend prouver, en conferant ensemble les différentes observations de ceux qui ont voulu donner la mesure de la terre, ou la grandeur d'un degré, qu'ils ont varié selon qu'ils se sont plus approchés du pole, et par conséquent, que la terre est elliptique en effect, mais qu'elle est plus enflée sous les poles, au lieu que selon vous et Mons. Newton elle doit estre plus enflée sous l'equateur. Cela merite d'estre considéré ⁴⁾.

Le liure de Mr. Neuton est un de ceux qui meritent le plus d'estre perfectionnés et Mr. Facio fera bien de s'y appliquer. Je ne m'etonne pas si parmy tant de recherches difficiles, il s'y est glissé quelque faute de doctrine.

Cette reduction aux quadratures, que vous appellés impossibles est ce que je souhaiterois de pouvoir tousjours obtenir pour les problemes des tangentes renversées. Enfin je ne demande presque que cela pour la perfection de la plus importante partie de la Geometrie. Il se peut bien que nous ne nous entendions pas, puisque une chose de fait, que j'avois rapportée, vous paroist peu croyable.

Il est vray comme vous dites, Monsieur, qu'il n'est pas assez de faciliter le calcul, il faut souvent quelqu'autre chose. Cela se voit dans l'Algebre même. Pour scauoir l'Algebre on ne s'avisera pas d'abord de trouuer les racines irrationelles des racines cubiques, à la maniere de Scipio Ferreus ⁴⁾, ny de la division des equations egalées à zero par leur racines. Il en est de même de mon calcul transcendant. Mais quand on a réduit les methodes à un simple calcul on s'avise plus aisément de ces adresses.

La Methode des quadratures, que Mr. Tschirnhaus a publiée quand elle est bien entendue, revient à une partie des miennes. Je luy en avois parlé bien des fois à Paris, et ce n'est que par oubli qu'il peut avoir crû ⁵⁾ de donner quelque chose de nouveau. Cependant il me semble qu'il s'y prend d'une maniere bien embarrassée. Et de plus ce qu'il donne n'est pas si general qu'il avoit crû. Je luy donnay une instance que je fabriquay sur la lunule d'Hippocrate ⁶⁾; cela l'arresta. Au bout de quelques années quand je n'y pensois plus (car je n'avois pas voulu le pousser) il avoit fait quelque calcul sur les lunules (comme son discours temoigne

³⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2727, note 11.

⁴⁾ Scipione del Ferro enseigna l'arithmétique et la géométrie à Bologne depuis 1496 jusqu'à sa mort, en octobre ou novembre 1526. Sa résolution des équations cubiques fut mentionnée par Cardano au Chapitre XI: „De cubo et rebus aequalibus” de son *Ars Magna*. (Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 137, note 4).

⁵⁾ Consultez, sur ce qui précède, la Lettre N°. 2627 à la page 518, et l'article de Leibniz de mai 1684, cité dans la note 16 de la Lettre N°. 2732.

⁶⁾ Partant de cette communication Huygens n'a pas manqué de retrouver la manière dont

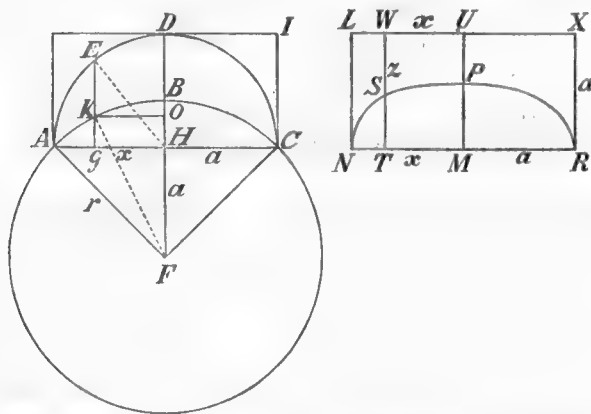
assez)⁷⁾ et cela l'avoit fait rencontrer ce calcul, et luy avoit fait voir la quadrature. Mais ce n'estoit pas et ne peut estre pas la methode qu'il auoit proposée.

Un de ces jours je pourray m'appliquer derechef à cette matiere, pour la mettre dans son jour.

La methode de Mr. Facio pour les tangentes renversées, autant que j'en puis juger, ne peut servir que pour les courbes ordinaires, au lieu que la mienne donne et les ordinaires et les transcendentes. Je crois de vous auoir déjà dit, Monsieur, que j'en ay une aussi qui est propre aux ordinaires, par le moyen de la quelle je pourrois fabriquer quantité de canons particuliers, tels que je croy que M. Facio a; mais je ne m'y amuse point, et je pense la rendre un jour universelle pour determiner s'il est possible de trouuer une ligne ordinaire satisfaisante. Mais j'ay dit que pour en rendre l'usage court et facile, il faudroit dresser quelques Tables.

Vous avés raison, Monsieur, de dire que des Cartes a parlé d'un ton trop decifif de l'arrangement des parties de la matiere. Cependant ce seroit dommage

Leibniz avait dû construire la courbe dont il est question dans la note 16 de la Lettre N°. 2732. Voici comment il y procède à la page 39 du livre II :



Soit ADCBA une lunule d'Hippocrate, dont l'aire égale comme on sait, celle du triangle AFC; $AH = FH = a$; $AF = r = a\sqrt{2}$; $GH = x$.

On a alors $BO = BF - OF = r - \sqrt{r^2 - x^2}$; $KG = OH = r - a - BO = \sqrt{r^2 - x^2} - a = \sqrt{2a^2 - x^2} - a$; $EG = \sqrt{a^2 - x^2}$; donc $EK = \sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{2a^2 - x^2} + a$.

Soit maintenant $NM = LN = MR = AH = a$;

$MT = GH = x$; $TS = KE$; alors l'aire NST sera égale à l'aire AKE qu'on ne peut pas quadrer généralement sans supposer la quadrature du cercle; tandis qu'en particulier l'aire $NPM = ADB = AHF$ se trouve être quadrable.

Or, pour obtenir l'équation de la courbe NSP il suffit de poser $SW = z$; donc $z = LN - ST = a - KE = \sqrt{2a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}$, d'où l'on déduit aisément $z^4 - 6a^2z^2 + 4x^2z^2 + a^4 = 0$. La courbe NSP est donc identique, en effet, avec la courbe NMA de la figure de la note 16 de la Lettre N°. 2732.

⁷⁾ En effet, dans l'article même, de septembre 1687 (voir la Lettre N°. 2627, note 11), où von Tschirnhaus annonça la quadrature de la courbe AMMNE de la note 16 de la Lettre N°. 2732, on rencontre un théorème qui se rapporte à la quadrabilité de certaines portions de la lunule d'Hippocrate.

si nous n'avions pas son système. Ainsi je voudrais que Mons. Boyle nous eût laissé ses conjectures. Mais c'est encore plus dommage que ses plus curieuses expériences le plus souvent ne sont rapportées qu'à demi. Tantôt il s'excuse parce qu'un amy ne lui donne pas le pouvoir de les publier; tantôt sur quelque autre raison.

La négligence de nos libraires fait que je n'ai pas encore vu l'Histoire des ouvrages des sçavans ni votre division de l'octave. Elle est de vous, c'est tout dire. Plût à Dieu que vous pensassiez à donner vos conjectures sur les parties de la matière; car nous avons bien des connoissances que des Cartes n'avoit pas, dont je ne connois personne qui puisse mieux user que Vous pour en tirer des conséquences.

Il est vrai que le Chancelier Bacon sçavoit quelque chose de l'art de faire les expériences et de s'en servir; mais ce que vous dites de feu Mr. Boyle, est encore véritable à son égard, qu'il n'étoit pas capable d'une assez grande application pour pousser les conséquences autant qu'il faut.

J'espère que votre santé sera rétablie; ce sera une des plus agréables nouvelles que je pourrai recevoir. Je vous avois encore écrit une seconde lettre⁸⁾, et je m'étonne qu'il ne paroît pas que vous l'ayés reçue. Je suis avec zèle

MONSIEUR

Votre très humble et très obéissant serviteur

LEIBNIZ.

Hanover ce $\frac{4}{19}$ feurier 1692.

a) Il est elliptique ce qui se confirme. Il se fonde sur des faits peu certains [Christiaan Huygens].

N^o 2741.

CHRISTIAAN HUYGENS à A. L. COYMANS¹⁾.

29 FÉVRIER 1692.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire : febr. 29. Aen de Schout van Zuylichem Arie Lamb. Coyman met de acte voor Buyrmeester tot Zuylichem in de buyten Meydijcks.

⁸⁾ Voir la Lettre N^o. 2728.

¹⁾ Arie Lambrecht Coyman, bailli de Zuylichem.

N^o 2742.

HUBERTUS HUIGHENS à CHRISTIAAN HUYGENS.

3 MARS 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.**Elle est la réponse aux Nos. 2735 et 2738.*

Viro nobilissimo atque eruditissimo

CHRISTIANO HUGENIO HUBERTUS HUIGHENIUS S. p. d.

Imperitia et lata culpa tabellarii ad aedes domini, cujus cognomen Hubert mihi praenomen est, venere, et neglectae diu jacuerunt literae tuae, quae in Persarum Regis Darii Scrinio, si ejus mihi copia foret, apud me servarentur:

causam audis, quare prius non respondi; nullam prorsus mihi spem reliquam perveniendi ad scopum, cujus obtinendi gratia, parvus ille libellus a me scriptus est, ex literis tuis intelligo.

de praestantia methodus tuae, quamvis mihi incognitae, tamen ex iis, quae ad me scripsisti, dubitare non possum, utrum vero eadem sit, qua ego utor, non possum affirmare, nam Barrovii theorema incognitum, nomen inauditum mihi est, nullumque authorem, praeter Clarissimum Wallisium, cujus methodum probandi capere non possum, de illa materia legi.

dubitare mihi videris, an ex quadraturis ad aequationes curvarum linearum, ad quas illae pertinent, pervenerim, vel aliunde, ut sit, illas eruerim: si mihi occasio daretur, omnem tibi causam dubitandi auferre possem.

Nulla mihi industria opus fuit in formandis quadraturis, unde aequationes oriuntur, quae paucis terminis constant, ad hoc enim nihil aliud requirebatur, quam ut ex plurimis aequationibus, quas inveneram, simplicissimas elegerem, quod tamen ob quasdam, quae me movebant rationes, non semper praestiti.

non video, quomodo quis affirmare possit, ex proprietate se ad quadraturam generaliter posse pergere, quin eo ipso quod non tradat quadraturas figurarum, quae desiderantur, inanis jactantiae manifesto deprehendatur convictus.

non scripsi talem quadraturam effingi, aut excogitari posse, cui curva, quam mihi quadrandum propono, conveniat, sed solummodo supposui, talem quadraturam esse, ac ostendi, quomodo a posteriori ad illam certo perveniri possit: ex. gr. in circulo, cujus aequatio sit $\sqrt{2ay - yy}$, supponamus (ψ) ; nec (y) ultra vigesi-

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 141.

nam potestatem ascendere, certum est, si omnes aequationes inter (ψ) , et (y) usque ad vigesimam potestatem examinentur eo modo, et in eum finem, qui pag. 9 praescriptus est ²⁾, quod infallibiliter pervenietur ad aequationem, in qua invenietur $x \propto \sqrt{2ay - yy}$, quod probabit in illa aequatione inter (ψ) et (y) segmentum semicirculare, cujus basis est (y) , aequale esse $(a\psi)$.

Sed quis mihi spondere possit (y) et (ψ) in circulo non ascendere ultra centesimam, vel etiam superiorem potestatem? quare etiam credo, quod e re mea non est quadraturam circuli, aut hyperbolae eo modo solus quaerere, circa quam secundum omnem apparentiam frustra me fatigarem.

non opus erat circa subnormalem pag. 12 ad septimam potestatem literae (y) ascendere, sed rem eo modo, quo inveneram, sed est per varios circuitus proposui.

Haec verba (an vero subnormalis ad nullam curvam pertineat) non satis intelligo, nam si concedas mihi liberè meam opinionem dicere, implicare contradictorium mihi videtur, quod subnormalis illa ad nullam curvam pertineret.

nullo modo ego ex subnormali ad curvam, ad quam illa pertinet, pervenire possum, si data sit aequatio inter subnormalem, et perpendicularem (x) vel inter subnormalem, perpendicularem (x) et basim (y) .

magno teneor desiderio videndi talem methodum, qua a priori in duobus illis casibus, in quibus subnormales sunt $\propto \frac{aay - 2yyx}{3aa - 2xy} \quad 2y + \frac{y^3}{xx}$ perveniatur ad curvas,

ad quas illae pertinent, nec non cognoscere causam, quare illa methodus a priori aliis casibus applicari non possit: in illis vero casibus, in quibus data est proportio inter subnormalem, et basim (y) , invenio, aut curvam, ad quam illa subnormalis pertinet, aut figuram curvilineam, a cujus quadratura illa curva dependeat, ex.

gr. si subnormalis data sit $\frac{aa}{\sqrt{aa - yy}}$ invenio curvam dependere a quadratura circuli ³⁾ quod cum jungatur cum iis, quae a te circa illam subnormalem inventa sunt ⁴⁾, proportionem circuli ad hyperbolam cognitam reddet.

²⁾ Voir la pièce N°. 2737 et surtout la note 7 de cette pièce.

³⁾ Ce qui est exact, puisque la solution du problème, dans la notation de Hubertus Huighens (voir la figure 1 de la pièce N°. 2737), dépend de la résolution de l'équation différentielle:

$$x \frac{dx}{dy} = \frac{aa}{\sqrt{aa - yy}}.$$

⁴⁾ Le résultat, annoncé par Chr. Huygens dans sa Lettre N°. 2735, ne se rapportait pas à la sous-normale, mais à la soustangente $\frac{aa}{\sqrt{aa - yy}}$. Huygens avait corrigé sa méprise par la Lettre

N°. 2738, qui, d'après le post-scriptum de la présente, n'avait pas encore été reçue par Hubertus lorsqu'il rédigea cette phrase.

Rudis artis pingendi ego in plano delineare non possum corpora, quae mihi necessaria sunt ad demonstrandum, quomodo ex quadraturis pag. 8 eliciam aequationes pag. 9 nec non quomodo pag. 10 solutionem secundae propositionis meae cum quadratura per (x) detur, ad quadraturam hyperbolae, et circuli deducam, sed non semper eo devenio, nam plerumque invenio curvilineam figuram, cujus quadratura cognita est, ut in proposito tuo exemplo $y^4 \propto ddy - ccxx$ vel, quod idem est $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}cx} - \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}cx}$.

Quis, et ex qua Huygheniorum familia sim, rogas, tui sum, Vir nobilissime, observantissimus, ne vero videantur facta mea cum verbis non convenire, ad singula haec respondebo,

pater meus, qui urbis Verensis, cujus ego nunc scabinus, olim concionator fuit, patrem habuit urbis Tholonae consulem, cujus avus inter brabantinae provinciae nobiles numeratus, peregrinando fere peregrinus in patria sua factus, filium reliquit, qui nostrae familiae primus provinciae Zelandiae incola fuit.

quare nomina nostra convenient, cum diversa armorum insignia non eandem nobis esse familiam ostendant, rationem nullam ego reddere possum.

propediem mihi iter est in Hollandiam, permissionem te salutandi rogabo, et inter fortunae beneficia numerabo, si praesens tibi, quod jam hisce literis facio, dicere possim, quantopere me tibi devinctum agnosco, quod Vir tanti nominis, et eruditionis ad me scribere dignatus sis. Vale.

Dabam Verae 3 Martii 1692.

Appendicula tua, postquam has literas scripseram reddita mihi est, mutatio in illa nullam causam aliquid mutandi literis meis praebet, nisi in iis, quae scripsi de invenienda proportionem inter circulum et hyperbolam, quae pro non scriptis haberi peto.

N^o 2743.

P. BAYLE à CHRISTIAAN HUYGENS.

: 6 MARS 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2746.*

MONSIEUR

Les lumieres extraordinaires dont Dieu vous a pourveu ne doivent pas etre seulement pour vous ou pour vos Lecteurs, mais en general pour tous ceux qui peuvent sortir de leurs doutes en allant consulter votre oracle. Je prens donc la liberté de vous consulter aujourd'hui sur une chose qui n'est pas digne de vous etre proposée, mais enfin j'aurois trop de peine à m'en tirer par mes propres forces, n'étant pas homme de meditation, je vous prie donc Monsieur tres humblement de vouloir vous abaïsser jusqu'à cette bagatelle pour m'épargner un tems que i'emploirois peut etre inutilement à chercher la solution.

pourroit on dire que des gens plus orientaux que Rome de telle sorte que quand ils ont 9. heures du soir, il est midi à Rome, ne peuvent point voir le soleil quand il est midi à Rome. Ce qui me fait vous demander cela est que j'ay à refuter Pline qui a dit que les feux qu'on allumoit sur certaines tours pour avertir de l'arrivée des pirates, qu'on allumoit dis-je, *hora sexta diei* etoient veus vers l'orient iusqu'à des lieux où il etoit trois heures de nuit. Il est bien certain que cela est impossible, mais je n'ai pas osé avancer que tant s'en faut qu'une lumiere si petite et si basse puisse etre veüe d'une distance qui comprend plus du tiers du rond de la terre (ie veux dire neuf heures) le soleil meme si grand et si élevé n'en pourroit pas etre aperçu. Ce qui m'a empeché d'oser l'avancer est que dans la sphere oblique on voit le soleil encore qu'il soit éloigné de nous de la distance de neuf heures; par exemple à Stokolm on le voit l'été à 3. heures du matin ou meme plutot. Or n'est il pas vrai monsieur que le meridiem sous lequel il est alors est éloigné de neuf heures du meridiem de Stokholm, puis qu'il faut que le soleil emploie neuf heures pour aller de l'un de ces meridiens à l'autre. De là m'est né un autre doute, c'est de scavoir si quand on dit que deux villes different de 30. degres de longitude lors qu'une eclipse est aperçue dans l'une à 10. heures et dans l'autre à 8. et *sic de caeteris* il faut prendre ces 30. degres de longitude dans toutes sortes de paralleles ou de climats, ou seulement par raport à la sphere droite. Vous comprendrez bientot ma difficulté monsieur, et en meme tems mon ignorance puis que si peu de chose est difficulté pour moi. Je voudrois savoir 1^o d'où vient que n'y aiant que 90. degres du meridiem à l'Horifon, il se trouve qu'à l'égard de Stokolm l'été, le soleil passe par 9. fois 15. meridiens avant que de parcourir la distance de l'Horifon au meridiem de cette ville. 2^o pour quoi l'on dit en general et sans restriction que si

la ville A voit une eclipse à 10. heures, et la ville B. à 8. heures le meridian de la ville A est plus oriental de 30. degres que le meridian de la ville B, car si chaque heure repond à 15. degres ou à 15 meridiens, il faut que le soleil parcoure neuf fois 15. meridiens depuis qu'il se leve à Stokolm, iusques à ce qu'il arrive au meridian de Stokolm, et cependant il ne peut y avoir du meridian d'un lieu à l'horifon du meme lieu que le quart du cercle c'est à dire six fois 15. meridiens.

Je vous demande tres humblement pardon, de la liberté que ie prens, d'occuper la massé d'un Hercule à ecraser un ver, car mon petit doute à l'égard d'un homme comme vous, n'est que comme un insecte pour ce dompteur de monstres. Je suis avec toute forte d'admiration.

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

BAYLE.

à Rotterdam le 6
de mars 1692.

N^o 2744.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

15 MARS 1692.

Le lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾, la lettre par C. I. Gerhardt²⁾.

La lettre est la réponse au No. 2740.

Leibniz y répondit par le No. 2751.

Sommaire : Windisgras. Longitudes. Eyfenschmidt. Approbation ou objections. Plus qu'il ne faut de geometrie pour la physique. Tschirnhaus promesse sera vaine. Formes des quadratures. Remarques. Table Regle de Fatio.

15 Mars 1692.

Je vous suis fort obligé de ce que vous temoignez de prendre intereff à ma fanté, qui depuis ma derniere a encore beaucoup souffert de la migraine pendant cette longue³⁾ gelée.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 124. La minute et la lettre diffèrent en quelques endroits. Nous indiquerons les variantes principales dans les notes.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 131, et Briefwechsel, p. 690.

³⁾ La minute ajoute „et importune”.

Vous avez trop bonne opinion de mes forces à approfondir les matieres de Physique. Vous voulez m'animer à cette estude, à quoy contribueroit beaucoup, si je scavois que les essais, que j'en ay donnè dans mes derniers traitez, font dans vostre approbation⁴⁾. Il n'y a jusqu'icy que le seul Mr. Papin qui m'ait envoiè des objections, que je crois avoir bien resolues⁵⁾.

J'ay vu l'extrait du traité de Mr. Eyfenschmid dans les Acta⁶⁾; il m'en semble qu'il bastit sur un fondement fort peu seur, scavoir les differentes mesures qui ont esté faites du globe terrestre. Car on scait combien different entre eux les observateurs qui ont travaillé sous le mesme climat. On observe d'ailleurs que Jupiter est elliptique⁷⁾ dans le sens de Mr. Newton et de moy, et la raison le veut, au lieu qu'il n'y en a point pour la figure elliptique de Mr. Eyfenschmid. Je souhaite fort d'apprendre par la relation de ceux qui sont allez avec mes horloges au Cap de bonne Esperance, si le retardement de leur mouvement (qui comme vous scavez a la mesme cause que nostre pretendue figure de la Terre) sera confirmé de mesme que je l'ay remarqué dans le voiage precedent⁸⁾. Ces observateurs se trouverent malades, lorsque les vaisseaux qui les devoient ramener passaient au Cap⁹⁾, ce qui retardera leur retour peut estre d'un an entier; et il faudra attendre jusques là pour scavoir le succes de la mesure des longitudes, parce qu'en allant vers là, ils n'ont pas pu se regler sur les horloges, pour n'avoir pas eu le loisir d'examiner leur mouvement par le soleil¹⁰⁾. Il est vrai qu'il y a un homme en ce pais¹¹⁾, qui a proposé à Mrs. les Estats son invention pour les longitudes, et que j'ay esté employé avec d'autres pour l'examiner. Mais il n'avoit rien de bon ni de nouveau, et il n'y a eu personne qui ne l'ait condanné. Cependant de puissantes recommandations de quelques ignorants luy ont fait avoir 2000 fr.¹²⁾ de la Compagnie

4) Puisque la Lettre N°. 2628 n'avait jamais été envoyée, Huygens ne pouvait connaître l'opinion de Leibniz sur le „Traité de la lumière” et le „Discours de la cause de la pesanteur” que par la courte remarque que l'on rencontre vers la fin de la Lettre N°. 2676.

5) Voir les lettres de Papin, Nos. 2595 et 2640, et les réponses de Huygens, les Nos. 2617 et 2707.

6) Les „Acta eruditorum” de juillet 1691, p. 315.

7) Cassini et Flamsteed avaient constaté que „le diamètre de Jupiter entre les poles était plus court que celui de l'Orient à l'Occident” (Newton Principia, p. 421). Par un calcul analogue à celui qui l'avait conduit, dans l'„Addition” à son „Discours de la cause de la pesanteur”, au rapport des deux axes principaux de la terre, Huygens avait estimé à 10/9 le rapport de ceux de Jupiter. D'après le lieu qu'il occupe dans les „Adversaria”, ce calcul doit dater de la fin de 1688 ou du commencement de 1689.

8) Voir la pièce N°. 2519.

9) Voir les Lettres Nos. 2718 et 2720.

10) Voir les Lettres Nos. 2645, 2646, 2647, 2648, 2650, 2651, 2653 et 2656.

11) Lieuwe Willemsz. Graaf. Voir la Lettre N°. 2536.

12) Voir la note 1 de la pièce N°. 2538.

des Indes Orientales malgré elle, lequel argent est assurément très mal employé. Il prétendoit se servir des observations de la Lune, et avoit eu commerce avec le professeur Wasmuth qui étoit un visionnaire.

Mr. de Tschirnhaus ayant promis avec tant d'assurance de donner la quadrature de toute ligne courbe proposée, ou de prouver qu'elle est impossible, ne s'est-il trouvé personne qui l'ait mis à l'épreuve en lui proposant quelque courbe géométrique un peu composée? Je crois assurément qu'il se trouveroit court, ayant un peu examiné cette matière depuis quelque temps. Je vois qu'on peut en supposant autant qu'on veut de quadratures, trouver les courbes à qui elles conviennent ¹³⁾, mais d'aller de l'équation à la quadrature, je n'y vois pas moyen, si non en quelques cas simples ¹⁴⁾. Il y a des remarques à faire, mais elles ne vont guère loin, de sorte que je doute même si lorsque vous m'avez donné ¹⁵⁾ la quadrature de la courbe $y^4 - 8aayy + 16aaxx \propto 0$, que je vous avois proposée ¹⁶⁾, vous ne l'avez pas trouvée, Monsieur, dans quelque Table de quadratures que vous eussiez faites. Cela me paroît plus vraisemblable depuis qu'un certain mathématicien de Zelande m'a envoyé un petit traité ¹⁷⁾, où il y a une telle Table, qui contient entre autres cette même courbe et sa quadrature ¹⁸⁾.

Mr. Fatio me mande ¹⁹⁾ qu'il veut bien que je vous fasse part de sa méthode des tangentes renversée, mais je ne sçay pas maintenant si vous le souhaitez, ou si vous avez besoin, que je vous l'explique, de quoy vous m'informerez, s'il vous plaît. Il croit que Mr. Newton sçait sur cette matière et tout ce que lui et tout ce que vous, Monsieur, en avez trouvé, et encore bien d'avantage, et que même il en publiera quelque traité ²⁰⁾. Je suis avec passion &c.

J'ay eu soin de votre lettre à Mr. le Comte de Windisgras ²¹⁾, aussi-tôt que je l'eus reçue.

¹³⁾ La minute ajoute „et se faire par là quelques tables”.

¹⁴⁾ La minute ajoute „et nullement en tous ceux qu'on peut former”.

¹⁵⁾ Dans la Lettre N°. 2664. Consultez sur l'identité des deux courbes, celle du texte et celle dont Leibniz avait donné la quadrature au lieu cité, la note 7 de la pièce N°. 2644.

¹⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2660 à la page 21, où Huygens demande de vouloir déterminer cette quadrature, que Leibniz avait annoncée comme aisée dans sa lettre N°. 2659 à la page 13.

¹⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2730.

¹⁸⁾ Voir le cinquième exemple de la note 2 de la Lettre N°. 2735 et la note 8 de cette même lettre.

¹⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2739.

²⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2731.

²¹⁾ Voir la Lettre N°. 2728.

N^o 2745.

N. FATIO DE DUILLIER à CHRISTIAAN HUYGENS.

17 MARS 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.**Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2748.*

MONSIEUR

Je Vous rends mille grâces des peines que Vous Vous êtes données pour retrouver mon Traité de la Pesanteur. Je n'espère plus de le revoir jamais ni même d'en composer un nouveau²⁾ à cause d'un dégoût et d'une répugnance invincibles que je me sens à rechercher une seconde fois les mêmes choses que j'avais déjà eues. Monsieur Newton se relâche déjà sur l'impression de son Traité des lignes Courbes³⁾. Sa première chaleur est passée, et je croi qu'il s'accoutume peu à peu à juger qu'il n'est pas fort nécessaire qu'il s'engage dans les embarras que l'impression d'un Traité comme celui là traîne nécessairement après elle. Nous y perdrons beaucoup assurément si ce Traité ne paroît point. Je ne sçai si je Vous ai dit Monsieur que Monsieur Newton y donne une Méthode bien étendue de trouver la Courbe la plus simple dont dépend la Quadrature d'une Courbe proposée⁴⁾. Il est certain que jusques à présent il n'a encore rien paru de si beau dans la Géométrie abstraite que cet écrit qui n'est que de quelques feuilles et qui ne seroit point trop long pour entrer dans une transaction. Si je ne l'avais pas parcouru j'aurois peut être poursuivi les idées que j'avais en Hollande⁵⁾ et dont

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 130.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2582, note 9.

³⁾ Il s'agit de la „Methodus Fluxionum et serierum infinitarum, cum ejusdem applicatione ad curvarum geometriam”, qui ne parut qu'après la mort de l'auteur, en 1736, et sur laquelle on peut consulter, entre autres les „Vorlesungen” de Cantor pp. 168 et suiv. de l'édition de 1901, ou bien du „Tractatus de quadratura curvarum”, qui ne fut publié qu'en 1704 ensemble avec l'„Enumeratio linearum tertii ordinis” et l'Optique, réunis sous le titre „Optics; or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light; also two Treatises of the Species and magnitude of Curvilinear Figures”, London, 1704. in-4^o.

⁴⁾ On rencontre, en effet, dans le „Tractatus de quadratura Curvarum”, le Problema III suivant: „Invenire Figuras simplicissimas, cum quibus Curva quaevis geometricè comparari potest, cujus ordinatim Applicata y per Aequationem non affectam (c'est-à-dire: explicitement) ex datâ Abscissa z determinatur”.

⁵⁾ Voir, sur ce séjour en Hollande, la Lettre N^o. 2739, note 3.

nous nous sommes quelquefois entretenus ensemble. Car je ne desespérois pas de pouvoir trouver tout ce qui me manquoit de la Methode de Monsieur Leibnitz et même quelque chose de plus. Ce qui n'étoit pas sans fondement vû les différentes entrées que j'avois déjà à des solutions et à des Methodes qui reussissoient fort bien, et à qui il ne manquoit pas beaucoup ce me sembloit pour les rendre assez generales. Mais j'ai été glacé en voiant ce qu'a fait Monsieur Newton, et je lui ai reproché qu'il rendoit inutile mon travail et qu'il ne vouloit rien laisser à faire à ses Amis qui sont venus apres lui. Je croi que dans la suite il ne faudra pas que j'entreprene d'étude un peu difficile et de longue haleine sans etre assuré de sa part que l'envie ne lui prendra pas de traiter le même sujet. Monsieur Hambden Monsieur Vous fait ses trez humbles compliments. Monsieur Lock n'est pas en Ville. Il est obligé de passer tout l'hiver à la Campagne à cause de sa poitrine, qui se trouve fort incommodée des fumées de Londres. Monsieur le Conte de Monros⁶⁾ a été traité d'une maniere si differente de ce qu'il auroit mérité qu'il est bien malaisé de s'empêcher de croire que des Emissaires ou des Amis de la France n'aient causé tout son malheur. Je suis avec beaucoup de respect

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres ce $\frac{7}{17}$ Mars 1692.

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2739, note 7

N^o 2746.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAYLE.

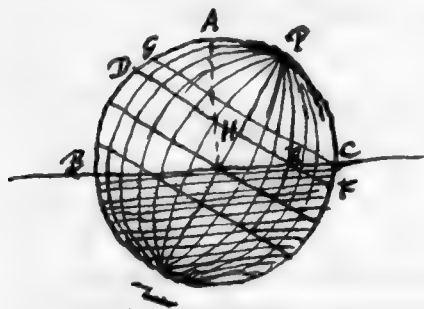
19 MARS 1692.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2743.*

MONSIEUR

Vous entendez fort bien une partie de ce que vous me proposez a refoudre. Quand il est midy a Rome, et 9 heures du soir (suivant nostre maniere de conter les heures) ou 3 heures de nuit suivant les anciens Romains, en quelque lieu plus oriental que Rome, il est certain que ce lieu peut estre si avant vers le nord que pendant une partie de l'année on y verra le soleil a ces 9 ou 3 heures, puisque il y a des lieux vers le nord ou le soleil ne se couchent ¹⁾ pas seulement pendant quelque mois. Vous avez donc eu raison de ne pas vouloir affirmer generalement en refusant Pline, que dans un lieu plus oriental de 9 heures que Rome on ne pourroit voir le soleil lorsqu'il est midy a Rome et l'exemple de Stockholm est bien alleguè. Mais quant au passage de Pline ²⁾ il y a apparence qu'il entend parler de feux qu'on allumoit les uns incontinent apres les autres a mesure qu'on voioit les plus prochains, comme on le pratique encore aujourd'hui en bien des endroits pour avertir de quelque flotte ennemie qui paroît sur les costes, quoyque avec cela je ne comprendre pas comment on eut pu commencer a les allumer en plein midy, qui estoit sexta diei, car on ne voit les feux du loin que pendant la nuit. Il y a sans doute quelque faute au texte, puis que d'ailleurs ce trois huitiemes du tour du monde font une distance trop vaste, et qui surpasse l'estendue qu'avoit tout l'Empire

Romain. Quant a vostre autre doute, tenez Monsieur pour certain que dans quelque lieu qu'un commencement d'Eclipse de Lune s'observe à 10 heures du soir, pendant qu'on observe le mesme commencement a 8 heures dans un autre lieu; le premier lieu est distant ou plustost different de 30 degrez en longitude du dernier devers l'orient. Car dans quelque parallele que soit une ville, pourvu qu'elle ait un mesme



¹⁾ Lisez: couche.

²⁾ Historia Naturalis, Lib. II, Cap. LXXI: „Ideo nec nox diesque quamvis eadem toto orbe simul est, oppositu globi noctem aut ambitu diem adferente. Multis hoc cognitum experimentis, in Africa Hispaniaque turrium Hannibalis, in Asia vero propter piraticos terrores simili specularum praesidio excitato, in quis praenuntios ignis sexta hora diei accensos saepe compertum est tertia noctis a tergo ultimis visos”.

meridien avec Rome par ex. c'est à dire qu'elle soit avec elle dans un même grand cercle mené par les 2 poles de la Terre, vous sçavez bien qu'il y sera midy en même temps qu'à Rome, et que s'il est alors 2 heures après midy en Ispahan, il le fera de même dans tout lieu qui est avec cette ville dans un même grand cercle mené par les poles. Ce qui vous a embarrassé c'est l'imagination confuse de la distance de 90 degrez entre le meridian et l'horizon.

Il n'y a que le point du meridian qu'on appelle le Zenith ou vertical, qui soit distant de 90 degrez de l'horizon. Comme dans cette figure ou la ligne BC représente l'horizon de Stockholm le cercle BAC son meridian A le zenith. Ce point et nul autre au dessus de l'horizon en est distant de 90 degrez ce que vous ne pouvez ignorer, si DF est le tropique du cancer, et le soleil en D au moment du midy, on ne peut pas dire qu'il soit éloigné de l'horizon de 90 degrez, mais seulement de l'arc DB. Et cependant il luy faudra desja 6 heures pour faire DH le quart du cercle DF; et 9 heures pour faire l'arc DE de ce même cercle, le supposant $\frac{3}{8}$ de toute sa circonference. Et si le soleil avoit pour tropique le cercle GC, il luy faudrait 12 heures pour aller du midy à l'horizon en C, ou de C en G. Je ne vous apprens rien Mr. mais seulement je vous fais ressouvenir de ce que vous sçaviez et croiant avoir levé vos petits scrupules je demeure avec offre de toute ma mathématique.

MONSIEUR &c.

N^o 2747.

J. G. STEIGERTHAL¹⁾ à CHRISTIAAN HUYGENS.

31 MARS 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2749.*

31 Mars 1692.

Illustris & Generose Domine

“) Exuberans adeo Tuus nuper in me fuit affectus, ut non modo summa Tua benevolentia, summoque favori, sed et munificentia, quam dono eruditissimi tui libri²⁾ ostendisti, prorsus singulari perpetuo sim devinctus. Agnosco, quantum

¹⁾ Johannes Georg Steigertal, docteur en médecine, en voyage dans les Pays-Bas, après avoir visité l'Angleterre. En 1688 il fut inscrit dans l'„Album Studiosorum” de l'Université de Leiden comme „Nienburgensis aetatis 21”.

²⁾ Probablement le „Traité de la Lumière et Discours de la cause de la Pesanteur”.

possum, utramque animo quam gratissimo & non nisi tenuitatis meae conscius, repono votum, quo diu & prospere superfis in Reipublica mathematica et totius orbis eruditi emolumentum.

Phosphori particulam, quam promisi, optime, uti spero cum literis hisce traderet nauta. Affudi vini spiritum qui non modo diutius Noctilucam conservat, verum eam quoque temporis successu, in loco calido praesertim, acquirit facultatem, ut in tenebris aqua affusus flammam concitet. Quod si vero extempore ejusmodi spiritum desideraveris, decerpe phosphori frustulum illudque superfufo spiritu vini in vitro admove candelae et excoque, brevique intervallo experieris spiritum hunc aqua affusum in tenebris lucem spargere. Nec te deterreant inter coquendum succedentes dispersones et sonitus, quos granum phosphori edet; modo enim orificium phialae relinquatur apertum, ut effluviis et vaporibus detur exitus, ipsumque vitrum in igne sensim circumagatur, ne à flamma unam tantum ejus partem ambiente et adurente in rimam fatiscat, nullum aderit periculum ex strepitu. Inter vini spiritus eligo vulgarem et non dephlegmatum, (ut loquuntur Chymici), qui nimirum rectificato vel tartarifato longe praestat. Uti enim phosphorus concrevit ex oleo urinae et salibus, ita rectificatus et ab aqua sua liberatus spiritus oleosam quidem substantiam aggredietur, alia vero, quorum menstruum aqua est, quoque activitatem huic concreto concedunt, intacta relinquet; unde pariter voto nostro nequaquam satisfaciet. Quod si forte temporis successu, aestu solis vel alius ignis calore, vel motu nimio, spiritus sibi relictus facultatem suam deperdat; eadem injecto phosphori granulo nova coctione restituetur. Recens deinde et calidus majorem lucem sparget, quam frigidus cujus rationes sunt in promptu, cum à motu, tum à tempore, quo quaedam phosphori particula iterum vel avolant vel subsidunt.

Figuram sextantis, ita ut à Domino Flamsted accepi, transmitto³⁾; desidero autem descriptionem, quam in schemate adjuncti characteres satis indicant. Fortassis eandem aliquando cum reliquis, quae de motu Satellitum Jovis promittit divulgabit.

Interea si forte alia in re Illustri Tuae Generositati inservire potero, etiam hic loci, ubi per aliquot hebdomadas adhuc commorabor, quam lubentissimè omnia exequar, quaecunque mandaveris. Hospitis mei nomen inserta dabit Scheda⁴⁾.

Vale & Fave

Illustris Tuae Generositatis

Clienti humillimo

J. G. STEIGERTHALIO.

Amstelodami d. 31. Mart 1692.

³⁾ La figure a été renvoyée par Huygens. Voir la Lettre N°. 2749.

⁴⁾ Cette adresse nous manque également.

⁵⁾ Addidi parumper Spiritus vini cum phosphoro cocti, ut ad oculum et quantitas Spiritus superflui et phosphori frustum pateant, si forte minus accurate in literis modum conficiendi expressi. Effuso hoc Spiritu, alias iterum affundatur in parva quantitate. Si n[empe] nimium affunditur coquendo vel Spiritus vel ipse m. phosphorus exsilit. Soleo ventrem ipsius vitri fumo candelae prius denigrare antequam coquatur phosphorus, reperioque vitra ita melius vim ignis sustinere.

^{a)} Resp. 9 apr. [Christiaan Huygens].

N^o 2748.

CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

5 AVRIL 1692.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens¹⁾.

La lettre est la réponse au No. 2745.

Sommaire: Apr. 5 a Mr. Fatio. Vu avec Monros la Tour et intrumens a Delft. ce qu'il y a. iroit a 300 fr. rien pour les Telescopes.

Remercié des corrections du livre de Craige. faute en la 19 prop. Hartfoecker, que sa methode fera publiée dans les memoires de l'Acad. des Sciences a ce qu'il dit.

des verres brulants de Tschirnhaus au journal de Leipfich. Jan. 1692. je ne me haste pas de tout croire.

Dioptrique de Molineux bonne. et ou il y a pourtant peu de ce que j'ay dans la mienne. J'ay conseillé qu'on la donnast en Latin.

Exhorté a faire publier le traité de Newton de lineis curvis.

offert sa methode a Leibnits. j'attends réponse.

Ce qu'il y a de de Gennes dans la gazette. ce que j'en soupçonne.

A la Haye ce 5 Avr. 1692.

J'ay appris avec bien de la joye que vostre fanté s'est confirmée entierement depuis que vous estes à Londres, c'est Mr. le Comte de Monros²⁾ qui m'a apporté

⁵⁾ Ce qui suit se trouve écrit, de la main de Steigerthal, sur une feuille séparée, qui accompagne la lettre.

¹⁾ Dans le livre H des Adversaria, dernière page.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2739, note 7.

cette bonne nouvelle. Je fus hier avec luy a voir ce tour et instrumens à Delft, dont vous luy aviez escrit, et dont il m'a dit qu'il vous manderoit le detail. Il y a 2 ou 3 tours differents, tres bien et proprement faits, avec beaucoup d'outils qui en dependent, et quelques pieces d'ivoire non travaillée. De plus il y a un tour pour travailler aux petites lentilles des microscopes simples, et une infinité de ces lentilles avec des petites machines de cuivre pour les mettre en oeuvre et y approcher les objets, mais il n'y a point de formes pour les verres de Telescopes. Tout cela peut avoir cousté plus de 1000 livres. La dame a qui il appartient parloit de 600, mais un tourneur françois qui y fut avec nous, nous fit entendre qu'on pourroit l'avoir pour 300. Je doute si vous en aurez envie, puis qu'il n'y a point de ce qu'il faut pour des verres objectifs, car pour vous amuser a faire des ouvrages au tour, je ne scaurois m'imaginer que vous y vouliez employer le temps, le pouvant si utilement a des choses beaucoup meilleures.

Mon frere de Zulichem m'a apporté ³⁾ le petit Traité de Craige ⁴⁾ ou sont vos corrections Monsieur, dont je vous rends tres humbles graces. Je regrette que vous n'ayez pas tout examiné de mesme jusqu'au bout, sur tout cette animadversio contre Mons.^r de Tschirnhaus ⁵⁾, dans laquelle, autant que je puis voir, il a raison. Il y a au reste quelque chose de bon dans ce livre, quoyque par vostre methode des tangentes renversée, et le Theoreme de Mr. Barrow ⁶⁾ j'en sceusse la plus grande partie. Dans le Probl. 19, *Cujusvis Figurae propositae Quadraturas infinitas invenire*, il se trompe. Eaedem enim quadraturae isthic inveniuntur sed alijs atque

³⁾ Constantyn Huygens était retourné à la Haye le 18 mars.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2725, note 3.

⁵⁾ Il s'agit de l'„Animadversio In Methodum Figuras dimetiendi, A clarissimo Quodam Germano editam in Actis Eruditorum Lipsiae publicatis”, qui occupe les 7 dernières pages de l'ouvrage mentionné. Dans ces pages Craig démontre, à l'aide de quelques exemples, l'insuffisance manifeste de la „Methodus Datae figurae, rectis lineis & Curva Geometrica terminatae, aut Quadraturam, aut impossibilitatem ejusdem Quadraturae determinandae”, exposée par von Tschirnhaus dans l'article cité dans la note 10 de la Lettre N^o. 2274.

Von Tschirnhaus, dans la réponse longue et embarrassée que l'on rencontre dans les „Acta” de mars 1686 sous le titre: „Excerptum ex litteris D. T. Lipsiam missis, d. 20 Febr. anno 1686”, ne pouvant nier le bien fondé de cette critique, prétendait n'avoir voulu publier dans l'article cité qu'un échantillon d'une méthode plus générale qu'il possédait et qui menait au résultat annoncé.

Craig répliqua à cette réponse dans l'avant-dernier chapitre: „Responsio ad literas Domini D. T. Lipsiam Missas Feb. 20 1686” de l'ouvrage suivant: „Tractatus Mathematicus de Figurarum Curvilinearum Quadraturis et Locis Geometricis. Autore Johanne Craig. Londini: Prostant apud Sam. Smith & Benj. Walford, Societatis Regiae Typographos, ad Insignia Principis, in Coemeterio D. Pauli. МДСХСІІІ.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2721, note 3.

alijs modis, quorum simplissimus solus sufficit⁷⁾. Un Hollandais nommé Hartsoecker⁸⁾ venant de Paris ou il s'est retourné, m'a esté voir, et m'a dit que sa maniere de travailler aux verres des Telescopes va paroître imprimée dans les Mémoires de Mathématique et de Physique de l'Académie des Sciences⁹⁾, qu'un libraire des nostres copie à mesure qu'ils viennent de Paris, mais il n'y en a eu encore qu'un, ou il y a les Observations de Mr. Cassini des taches et nuages dans Jupiter¹⁰⁾. Il m'a même communiqué sa méthode mais n'ayant apporté aucun objectif de sa façon, je suspens mon jugement. Il dit pourtant qu'il en a fait de 155 pieds dont on se sert à l'Observatoire, et qu'il m'en enverra un de 40 pieds, que je lui ay demandé pour le comparer avec les miens.

Je ne scay si vous aurez vu le mois de Janv. du Journal de Leipfich, ou Mr. de Tschirnhaus dit des merveilles de ses verres brulants de 2 pieds de diamètre, qui convertissent tout en verre; même l'or en verre de couleur de rubis, mais nous le

⁷⁾ La méthode de Craig, exposée au lieu cité (p. 22 et 23 de l'ouvrage mentionné), consiste dans l'emploi d'un théorème de Barrow (le théorème IV de l'appendice de la *Lectio geometrica* XII, p. 128 de l'ouvrage de Barrow (ed. 1674), cité dans la note 14 de la Lettre N°. 1767), qui permet d'obtenir, par des considérations géométriques, un changement quelconque de la variable indépendante sous le signe de l'intégration, c'est-à-dire de remplacer $\int y \, dx$ par

$$\int y \frac{dx}{dz} dz, \text{ où } z \text{ représente une fonction quelconque de } x \text{ définie au moyen d'une courbe}$$

auxiliaire donnée $x=f(z)$. Craig avait prétendu qu'on pouvait trouver de cette manière, pour une même aire, „alia atque alia Quadratura, assumendo aliam atque aliam Curvam [auxiliarem]”.

⁸⁾ Sur le personnage de Nicolaas Hartsoecker on peut consulter la note 1 de la Lettre N°. 2117, la pièce N°. 2137 et les Lettres Nos. 2265, 2404, 2405, 2429, 2447, 2454 et 2534.

⁹⁾ Les „Mémoires de Mathématique et de Physique tirez des registres de l'Académie des Sciences. Paris. Imprimerie royale” parurent en 1692 et 1693 par livraisons mensuelles en 2 volumes in-4°. Ils semblent être devenus très-rares, puisque Maindron, page 312 de son ouvrage l'„Académie des Sciences”, rapporte que la Bibliothèque nationale ne possède que l'un de ces volumes portant la date de 1692.

Une réimpression de l'édition d'Amsterdam a été publiée en 1723 sous le titre :

Mémoires de Mathématique et de Physique. Année MDCXCII (Année MDCXCIII). Tirez des Registres de l'Académie Royale des Sciences. Nouvelle Edition où l'on a joint les Observations Physiques & Mathématiques, envoyées des Indes et de la Chine à l'Académie des Sciences par les Peres Jesuites. Avec les Reflexions de Mrs. de l'Académie et les Notes du P. Gooye. A Amsterdam, chez Pierre de Coup, Marchand Libraire dans le Kalverstraat. MDCCXXIII. 2 volumes petit in-8°.

Cette collection ne renferme rien de Hartsoeker.

¹⁰⁾ L'article de Cassini porte le titre : Nouvelles Découvertes de diverses Périodes de mouvement dans la Planète de Jupiter, depuis le mois de Janvier 1691, jusqu'au commencement de l'année présente 1692, par M. Cassini.

connoissons, ce qui fait que je ne me haste pas a croire tout ce qu'il raconte ¹¹⁾).

Un jeune homme Allemand ¹²⁾ nouvellement venu d'Angleterre m'a presté la *Dioptrica nova* de Mr. Molineux ¹³⁾ que sans-doute vous aurez vue. Je trouve qu'il explique mieux les effets des Telescopes que jusqu'icy personne n'a fait. Au reste il y a peu de ce que contient mon *Traité* sur cette matiere. Il a offert a un libraire de Rotterdam de luy envoyer la mesme dioptrique traduite en Latin, s'il veut l'imprimer; ce que je luy ay conseillé d'accepter.

Vous me faites de plus en plus envie, pour ce curieux *Traité* de Mr. Newton de *Lineis Curvis*. Estant achevé, et fort court, comment peut il s'excuser de ne le point publier sur l'embaras de l'impression? Ou bien vous Monsieur, que ne luy offrez vous vostre secours, puis que vous l'avez bien voulu dans un ouvrage de beaucoup plus longue haleine ¹⁴⁾. Vous obligeriez le public et moy en particulier.

Dans ma dernière lettre a Mr. Leibnitz ¹⁵⁾ je luy ay offert de luy expliquer vostre methode s'il le souhaitait (car j'ay voulu qu'il avouast de ne la point sçavoir) mais j'attens encore sa reponse.

Mons.^r de Monros me dit hier d'avoir vu dans nos gazettes que Mr. de Genes ¹⁶⁾ est apres a construire un vaisseau à deux gouvernails, ce qui fait connoître qu'il est au service de la France, et qu'il a perdu *animum revertendi*, de quoy Mr. de Monros estoit jusqu'icy en doute. S'il est vray ce qu'on soupçonne, que cet homme se soit laissé prendre expres, c'est un franc scelerat. Pour moy je crois qu'il a voulu voir s'il amenderoit sa fortune en se jettant de nostre parti, et que pour cela il est venu icy devant que faire passer sa femme et enfans, mais qu'ayant jugé qu'il n'y trouveroit pas assez son compte, il a esté d'avis de rester

¹¹⁾ On ne rencontre aucun article de cette portée dans les „Acta” de janvier 1692, mais il s'agit évidemment de l'article de von Tschirnhaus qui parut dans les „Acta” de novembre 1691 sous le titre: „Singularia effecta vitri caustici bipedalis, quod omnia magno sumtu hactenus constructa specula ustoria virtute superat”.

¹²⁾ Probablement J. G. Steigerthal; voir la Lettre N°. 2747.

¹³⁾ Voir la Lettre N°. 2739, note 11.

¹⁴⁾ Sur la proposition, faite par Fatio, de préparer une nouvelle édition des „Principia”, consultez la Lettre N°. 2723.

¹⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2744.

¹⁶⁾ Voir, sur de Genes, la Lettre N°. 2739, note 10. Sur son invention on lit ce qui suit dans le *Mercurius historicus et politicus* pour le mois d'avril 1692” p. 414: „M. de Genes, Capitaine de vaisseaux fait construire à Brest un Batiment de nouvelle invention, qui aura un Gouvernail à la Proüe & un autre à la Poupe, pour n'être pas obligé de revirer, il ira à rames dans le calme & portera des Canons de cent livres, de quatre vints & de soixante-six avec des Mortiers.”

ou il estoit. J'espere au reste que le malheur qu'a eu le bon Mr. de Monros luy tiendra cy après lieu de merite.

Je vous baïse les mains et suis de tout mon coeur

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeïssant seruiteur

HUGENS DE ZULICHEM.

Ne fait on rien du verre de mon Frere ? ¹⁷⁾ Il devoit en avoir montré la bonté au mail aux flambeaux devant que de le mettre entre les mains du Sr. Hooke.

¹⁸⁾ Mr. Hugens à la Haye 5 Avr. 1692. A. N. F. à Londres.

Sur le retablissement de ma santé.

Sur le Tour et Instrumens que je voulais acheter. Il les spécifie, avec l'estime du prix, et dit que je peux mieux employer mon tems qu'à tourner.

Il a reçu le Traité de Craige avec mes Corrections. Ce qu'il en pense.

Des objectifs que fait Hartfoeker. On s'en sert à l'Observatoire.

Verres brulans de Mr. de Tschirnhaus.

Sur la Dioptrica Nova de Molineux.

Il demande fort qu'on imprime le Traité des Lignes Courbes de Mr. Newton.

Il a offert d'expliquer ma methode à Mr. Leibnitz, s'il le fouhaitait, voulant qu'il avouat ne la point sçavoir. Il attend encore sa reponse.

Sur Mr. de Genes et le Comte de Monros.

¹⁷⁾ Voir les Lettres Nos. 2725, 2729 et 2731.

¹⁸⁾ Résumé de la lettre, écrite de la main de Fatio.

N^o 2749.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. G. STEIGERTHAL.

9 AVRIL 1692.

*Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2747.**J. G. Steigertal y répondit par le No. 2750.*

9 April 1692.

Sommaire: 9 Apr. ad Steigertalium med. D. qui Phosphorum miserat. Dioptricam Molineij remitto et figuram Sextantis Flamstedij. qui orandus ut de Jovialium motu quae scripsit edat. Dioptrica Roterodami latine versa edetur¹⁾.

N^o 2750.

J. G. STEIGERTHAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 AVRIL 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse au No. 2749.*

Illustri & Generoso Domino

Dno CHR. HUGENIO ZULECHEMIO

Maecenati fuo pl[urimum] colendo JOAN STEIGERTHALIUS

Salutum et Obsequia.

11 April. 1692.

Diutius usui Tuo destinaram librum Molineuxii, qui hesternae luce optime mihi redditus est, ut eundem licet biblioplae Roterd. tradidisses, posthac mature satis ad me perventum dijudicasset.

De felici experimentorum successu, quae cum phosphoro instituisti & mihi gratulor, qui verebar, ne forte à me neglectum eorundem optatum eventum dene-gasset; vel minima enim circumstantia non considerata quandoque effecit, ut diutina etiam phosphori inter chartam complicatam frictio me delusserit, inven-erimque interdum tantillum aquae, qua phosphorus madebat, impedimento fuisse. Jam itaque libentius eundem in vini spiritu, quam aqua conservo, extractumque

¹⁾ Ce vœu de Huygens n'a pas été rempli.

digitis parumper tero & dein chartae complicatae interpositum eboreo scalpelli manubrio perfrico, ut in ignem luculentum abeat. Quod si forte à glutinositate ejus accidat, ut charta duplicata nimium cohaerens aërem excludat, illi inter fricandum explicata nonnihil charta, folioque superiori diducto ingressum concedo liberum. De natura hujus lucis altum apud omnes quidem est silentium, quousque tamen & modus conficiendi et nonnullorum experimentorum apparatus ad rudem aliquam cognitionem hujus luminis me deduxerit, paucis judicio et examini Tuo nunc subijciam:

Ex pluribus encheiresibus, quas in confectione phosphori ex urina collegi, has facile principes esse judico. ut scilicet oleum urinae foetidum sollicitè conservetur et Salium justa adsit proportio^{a)}. His enim neglectis et operam & oleum perdidisse Chymicos intellexi. Ut proinde existimem oleo huic et salibus^{b)} phosphorum potissimum admirandos suos debere effectus. Quoniam enim oleosa, experientia teste à certo motu accelerato ignem concipiunt, reputavi Salia actione intestina^{c)} oleum urinae accendere & fumum illum qui interdum observatur, non nisi effluvia esse ita deflagrantia, ut ob diffusas nimium ignis particulas non exurant. Atque hoc ipsum eo magis verisimile videtur, quod frustum ejus in aëre aperto relictum temporis successu crustâ obducatur, omnis lucis experte, quâ decorticatâ lumen in tenebris redit; manifesto ut puto indicio: exteriora deflagrasse, oleoque consumto terram hanc instar cinerum fuisse relictam. Quod vero oleum à motu et actione Salium inflammatur, experimentum Illustr. Boyleri evincit, qui novit ex confusione Spiritus acidi cum oleo caryophyllorum ignem producere^{d)}. Utut autem in phosphoro Salia oleo involuta et nonnihil disjuncta non ita effervescent ut in priori experimento; effluvia tamen eorum olei particulas simul exhalantes ita incendunt ut phosphorus totus compareat lucidus. Retinere enim effluvia corporum suorum virtutes ex quibus promanant, vel ex eo constabit, quod effluvia Spiritus salis ammoniaci & Spiritus nitri recenter destillati conjuncta ad oculum in se invicem agant et fumum excitent, cum ipsi liquores confusi vehementer effervescent.

Ex hisce ita praesuppositis facile deduci potest; quod in phosphoro particulae oleosae jam tam à salibus ad sui deflagrationem dispositae accidente motu vel frictione penitus consumantur; quod phosphorus in spiritu vini solutus vel ejusdem effluvia ubi aquam attingunt, à Spiritu eodem (qui facile cum phlegmate conjungitur) sibi relictâ subito deflagrent. Quaedam tamen ab aqua ita subigantur ne luceant. Extinctum ita ab aqua phosphorum quandoque refocillavi. Assumsi duos scyphos vitreos parva aquae quantitate repletos et in utrumque instillavi Spiritum phosphoro impragnatum, ut deflagret. Dein concussione et effusione aquae hujus ex uno scypho in alterum, diu adhuc scintillas emicantes animadverti. De die aqua haec albicans et turbida conspiciebatur, veluti alias aqua oleo commixta mediante facedaro turbatur. Quod ipsum pariter, nisi aliunde notum esset, argumento esse poterit, phosphoro inesse oleum.

Sed nimius forte sum in chymicis hisce experimentis recensendis. Quam opta-

rem, ut mathematice effervescentia illa dignoscerentur et ex particularum figuris certo demonstrari possent; quantum ardorem effluvia haec excitarent sui, si mentis acie exacte cernerentur. Verum haecenus ratione chymica me consolor, quae quidem ad hoc sufficit, ut phosphorum ex aliis animalium partibus ex sanguine, cerebro et similibus conficere addiscamus & ne promiscue ex quavis re lumen hoc nobismet promittamus. Vale.

Dabam Amstelod. 11. April. 1692.

-
- a) anne igitur iusta illa falis portio in urina non invenitur? [Christiaan Huygens].
 b) Cur oleum in candente cucurbita non comburitur? An quia aer eo non accedit? [Christiaan Huygens].
 c) et a materiae subtilis motu adjuta aut emota [Christiaan Huygens].
 d) aliam missionem vide in Epist. Fatij ¹⁾ [Christiaan Huygens].

N^o 2751.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 AVRIL 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
 Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.
 Elle est la réponse au No. 2744.
 Chr. Huygens y répondit par le No. 2759.*

MONSIEUR

J'espère que vous serez parfaitement remis de l'incommodité dont parloit vostre precedente, et je vous souhaite une santé ferme afin que vous puissiez achever les belles meditations que vous avés. Je continueray tousjours de vous exhorter à

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2582, à la page 411.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 126.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 133, et Briefwechsel p. 692.

tourner vos meditations sur la Physique. Je crois d'avoir marqué plus d'une fois que vos derniers traités m'ont plu infiniment. Cette explication du Crystal d'Islande est comme une epreuve de la justesse de vos raisonnemens sur la lumiere: il y avoit une seule circonstance sur la quelle vous ne vous aviez pas encore satisfait³⁾ mais peut-estre qu'elle aura esté éclaircie depuis.

Il y a bien de l'apparence que la pesanteur vient de la même cause qui a rendu la terre ronde, et qui arrondit les gouttes, c'est à dire du mouvement circulaire de l'ambient en tout sens. Et c'est apparemment aussi la raison de l'attraction des Planetes vers le Soleil, tout comme les Planetes gardent une certaine direction magnetique à l'exemple de celle qui se voit en terre. Si nous concevons l'attraction des corps pesans, comme par des rayons emanans du centre, nous pouvons expliquer pourquoy les pesanteurs des Planetes sont en raison doublée reciproque de leur distance du Soleil, ce qui se confirme par les phenomenes. Cette loy de la pesanteur jointe avec la trajection de M. Neuton, ou avec ma circulation harmonique⁴⁾, donne les ellipses de Kepler confirmées par les phenomenes. Or il est manifeste qu'un corps est illuminé par un point lumineux en raison doublée reciproque des distances. Je crois qu'encor selon cette maniere d'expliquer la pesanteur, par la force centrifuge d'un fluide tres subtil, on peut concevoir comme des rayons d'attraction. Ces efforts du fluide n'estant autre chose en effect, que de tels rayons qui font descendre les corps dont le mouvement circulaire est moins rapide. Il semble outre cela qu'une maniere de Tourbillon est necessaire dans le ciel pour expliquer les parallelismes des Axes, à quoy le mouvement spherique en tout sens ne scauroit suffire, il faut des poles et des meridiens. Enfin la correspondance qu'il y a des planetes ou satellites d'un même systéme est favorable à une matiere liquide deferante commune. Mons. Ofannam a mis dans son dictionnaire Mathematique une hypothese de Mr. Cassini, qui, au lieu des Ellipses de Kepler, conçoit des figures Ellipsoïdes, où le rectangle des droites menées des deux foyers aux extremités est égal à un rectangle donné⁵⁾. Je ne scay s'il en donnera quelque raison physique. En attendant je trouve les Ellipses de Kepler fort à mon gré, puis qu'elles s'accordent si bien avec la Mecanique, et peut-estre que les aberrations

³⁾ Allusion à une phrase de la page 88 du „Traité de la Lumière” relative aux phénomènes de polarisation observées par Huygens, et que nous avons reproduite dans la note 4 de la Lettre N°. 2640.

⁴⁾ Voir, sur ce sujet, les notes 8 et 10 de la Lettre N°. 2561 et la Lettre N°. 2628 aux pages 523 et 524.

⁵⁾ Voir les pages 436—438 de l'ouvrage cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2616, où Ozanam sans s'amuser — comme il s'exprime — à parler d'autres hypothèses que l'on trouve dans les livres, explique celle de Monsieur Cassini, telle qu'il l'avait apprise dans sa conversation.

Planetes entre elles et du mouvement du fluide deferant, vités de la matiere.

ement de Mr. Eifenschmid est mal assuré et on ne voit e son hypothese. Le temps decidera les choses à quoy vos beaucoup. C'est une chose plaisante que des gens, comme mme son eleve ou amy, qui a fait sa proposition à la Com- ent de la creance.

ersuadée par l'Administrateur des terres de la couronne de oit avoit fait donner une somme tres considerable au pre- tables, qui devoient regler le ciel et la terre et perfection- chronologie, le tout sur les fondemens de l'Ecriture Sainte

o sans doute que Mr. Tschirnhaus ait donné la véritable es. Il est vray que ce qu'il en a publié suivant les veues t dès Paris peut servir. Mais il ne suffit pas, et on s'engage s si ce n'est qu'on ait certaines tables toutes faites. Je croy lus d'une fois⁶⁾, que ce n'est pas par cette voye que j'ay chofes. J'en ay une autre, qui me paroist la plus veritable donne alternativement la solution par la Geometrie ordi- u Cercle ou à l'Hyperbole, je ne l'ay pas encor poussée au mais il ne tient qu'à moy de le faire. Je feray bien aise de

scavoir avec vostre permission, quel est ce petit livre qui contient des tables des Quadratures. Je pourrois faire de telles tables, mais je n'ay jamais pris la peine d'en faire.

Je suis obligé à Mr. Facio qui m'offre sa Methode des Tangentes, mais croyant d'en scavoir à peu près le fonds, je ne voudrois pas luy donner de la peine. Je souhaite une Methode plus absolue en cette matiere, qui donnât encor la reduction lors que la courbe est transcendente, et j'en ay des commencemens. Je n'ay pas de la peine à croire que Mr. Neuton est allé bien loin en ces matieres. Mais comme chacun a ses voyes, j'en ay peut-estre dont il ne s'est pas encor avisé.

Je m'imagine que les objections que Mr. Papin vous avoit envoyées auront esté sur la pesanteur. J'espere que vostre Dioptrique paroistra bientost. Vous aviés la pensée de mettre quelque chose de Musique dans les Actes de Leipfich⁷⁾. En ce cas il ne feroit peut-estre pas mauvais d'expliquer comment le temperament a esté trouvé, ce que vous touchés dans l'Histoire des ouvrages des

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2639 à la page 558, N°. 2659 (p. 13) et N°. 2727 (p. 226).

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2726, vers la fin.

tourner vos meditations sur la Physique. Je crois d'avoir que vos derniers traités m'ont plu infiniment. Cette expérience est comme une épreuve de la justesse de vos raisonnements, elle a une seule circonstance sur la quelle vous ne vous aviez jamais peut-être qu'elle aura été éclaircie depuis.

Il y a bien de l'apparence que la pesanteur vient de la terre ronde, et qui arrondit les gouttes, c'est à dire du milieu de l'ambient en tout sens. Et c'est apparemment aussi la raison que les Planètes vers le Soleil, tout comme les Planètes gardent une pesanteur magnétique à l'exemple de celle qui se voit en terre. Si nous considérons des corps pesans, comme par des rayons emanans du centre, et nous expliquons pourquoy les pesanteurs des Planètes sont en raison inverse de leur distance du Soleil, ce qui se confirme par les phénomènes de la pesanteur jointe avec la trajection de M. Neuton, ou avec la centrifuge³⁾, donne les ellipses de Kepler confirmées par les observations, et manifeste qu'un corps est illuminé par un point lumineux proportionné aux distances. Je crois qu'encore selon cette manière de penser, par la force centrifuge d'un fluide très subtil, on peut expliquer les rayons d'attraction. Ces efforts du fluide n'étant autre chose que des rayons qui font descendre les corps dont le mouvement circulaire est empêché. Il semble outre cela qu'une manière de Tourbillon est nécessaire pour expliquer les parallélismes des Axes, à quoy le mouvement sphérique en tout sens ne suffiroit pas, il faut des poles et des meridiens. Enfin la correspondance qu'il y a des planètes ou satellites d'un même système est favorable à une matière liquide de même nature commune. Mons. Ozanam a mis dans son dictionnaire Mathématique une hypothèse de Mr. Cassini, qui, au lieu des Ellipses de Kepler, conçoit des figures Ellipsoïdes, où le rectangle des droites menées des deux foyers aux extrémités est égal à un rectangle donné⁵⁾. Je ne sçay s'il en donnera quelque raison physique. En attendant je trouve les Ellipses de Kepler fort à mon gré, puis qu'elles s'accordent si bien avec la Mécanique, et peut-être que les aberrations

³⁾ Allusion à une phrase de la page 88 du „Traité de la Lumière” relative aux phénomènes de polarisation observés par Huygens, et que nous avons reproduite dans la note 4 de la Lettre N°. 2640.

⁴⁾ Voir, sur ce sujet, les notes 8 et 10 de la Lettre N°. 2561 et la Lettre N°. 2628 aux pages 523 et 524.

⁵⁾ Voir les pages 436—438 de l'ouvrage cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2616, où Ozanam sans s'amuser — comme il s'exprime — à parler d'autres hypothèses que l'on trouve dans les livres, explique celle de Monsieur Cassini, telle qu'il l'avait apprise dans sa conversation.

viennent des actions des Planetes entre elles et du mouvement du fluide deferant, sans parler des irregularités de la matiere.

J'avoue que le fondement de Mr. Eifenschmid est mal assuré et on ne voit aucune raison a priori de son hypothese. Le temps decidera les choses à quoy vos horloges contribueront beaucoup. C'est une chose plaisante que des gens, comme feu M. Wasmuth et comme son eleve ou amy, qui a fait sa proposition à la Compagnie des Indes, trouvent de la creance.

La Reine Christine persuadée par l'Administrateur des terres de la couronne de Suede, dont elle jouissoit avoit fait donner une somme tres considerable au premier pour achever ses tables, qui devoient regler le ciel et la terre et perfectionner l'Astronomie et la Chronologie, le tout sur les fondemens de l'Ecriture Sainte mystiquement expliquée.

Il s'en faut beaucoup sans doute que Mr. Tschirnhaus ait donné la veritable methode des quadratures. Il est vray que ce qu'il en a publié suivant les veues dont je luy avois fait part dès Paris peut servir. Mais il ne suffit pas, et on s'engage dans des calculs horribles si ce n'est qu'on ait certaines tables toutes faites. Je croy de vous avoir marqué plus d'une fois⁶⁾, que ce n'est pas par cette voye que j'ay coutume de trouver les choses. J'en ay une autre, qui me paroist la plus veritable et la plus naturelle; elle donne alternativement la solution par la Geometrie ordinaire, ou la reduction au Cercle ou à l'Hyperbole, je ne l'ay pas encor poussée au dela de certains limites, mais il ne tient qu'à moy de le faire. Je seray bien aise de scavoir avec vostre permission, quel est ce petit livre qui contient des tables des Quadratures. Je pourrois faire de telles tables, mais je n'ay jamais pris la peine d'en faire.

Je suis obligé à Mr. Facio qui m'offre sa Methode des Tangentes, mais croyant d'en scavoir à peu près le fonds, je ne voudrois pas luy donner de la peine. Je souhaite une Methode plus absolue en cette matiere, qui donnât encor la reduction lors que la courbe est transcendente, et j'en ay des commencemens. Je n'ay pas de la peine à croire que Mr. Neuton est allé bien loin en ces matieres. Mais comme chacun a ses voyes, j'en ay peut-estre dont il ne s'est pas encor avisé.

Je m'imagine que les objections que Mr. Papin vous avoit envoyées auront esté sur la pesanteur. J'espere que vostre Dioptrique paroistra bientost. Vous aviez la pensée de mettre quelque chose de Musique dans les Actes de Leipfich⁷⁾. En ce cas il ne seroit peut-estre pas mauvais d'expliquer comment le temperament a esté trouvé, ce que vous touchés dans l'Histoire des ouvrages des

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2639 à la page 558, N°. 2659 (p. 13) et N°. 2727 (p. 226).

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2726, vers la fin.

Sçavans. Il y a long temps que Mr. Ouvrard ⁸⁾ nous fait esperer la Musique. J'ay vû des memoires de Physique et de Mathematique de l'Academie de Paris reimprimés en Hollande ⁹⁾. C'est fort bien fait que cela, et j'espere que de temps en temps il s'y trouvera quelque chose de bon. Le premier essai ne paroist pas des plus considerables. On rencontre quelques fois des questions extraordinaires et d'une analyse particuliere. En voicy une qui s'offrit il n'y a pas long temps. Trouver une grandeur, tellement formée des grandeurs a, b, c, d , que lors qu'on pose $a = b$, elle soit égale à $\frac{c-d}{2c+2d}$, mais, lors qu'on pose $c = d$, elle soit $= \frac{a-b}{2a+2b}$. Cette grandeur ne se trouve pas difficilement en essayant, et on voit aisement que $\frac{ac-bd}{(a+b)(c+d)}$ y satisfait, mais je me mis à chercher comment de tels problemes pourroient estre resolus constamment par une methode réglée.

Relisant dernièrement vostre explication de la pesanteur, j'ay remarqué que vous estes pour le Vuide et pour les Atomes ¹⁰⁾. J'avoue que j'ay de la peine à comprendre la raison d'une telle infrangibilité, et je croy que pour cet effect il faudroit avoir recours à une espece de miracle perpetuel. Je ne voy pas aussi de necessité qui nous oblige à recourir à des choses si extraordinaires. Cependant puisque vous avés du penchant à les approuver, il faut bien que vous en voyiés quelque raison considerable. Je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

Hanover $\frac{1}{11}$ d'Auril 1692.

⁸⁾ René Ouvrard, né à Chinon le 16 juin 1624, maître de chapelle à Paris, puis chanoine de Saint-Gratien de Tours. Il publia en 1660 un ouvrage sur la composition en musique, quelques ouvrages sur des matières théologiques et autres, desquels le dernier parut en 1682. Il mourut en 1694.

⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2748, note 9.

¹⁰⁾ Consultez, par exemple, le passage du „Discours de la cause de la Pesanteur”, que nous avons cité dans la Lettre N°. 2595, note 5.

N^o 2752.

CHRISTIAAN HUYGENS à N. FATIO DE DUILLIER.

2 MAI 1692.

*La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque royale.**Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre fait suite au No. 2748.*

Sommaire: ¹⁾ 2 Maj. à Mr. Fatio avec la lettre de Mr. Dierquens. Je voudrois que cette vocation à Amsterdam pût reussir. Je le prie de s'informer de la matiere de verre blanc qu'on fait à la Savoie à Londres. par ce qu'il feroit excellent pour des verres brulants. Leibnitz ne fouhaite pas d'apprendre sa regle.

A la Haye ce 2 May 1692.

MONSIEUR

Je vous ay escrit assez au long du 5 avril, a laquelle lettre j'attens encore vostre responce. Celle cy n'est que pour vous faire tenir l'enclose que Monsieur Dierquens ²⁾ m'a recommandée. Il m'a communiqué sur quoy il vous escrit, et je voudrois bien que la chose pût reussir, estant prest d'y contribuer autant que je pourray. Vous devez examiner si un tel employ feroit vostre fait et si vous avez assez de santé pour cela, de quoy je ne doute guere, depuis que Mons. du Quesne ³⁾ m'a dit que vous vous estiez entierement remis en Angleterre. Il n'a pas achete pour vous le cabinet qui estoit à Delft, pour les raisons qu'il vous aura mandées. Nous n'avons pas encore vu icy ces seconds Memoires de l'Academie de Paris ⁴⁾, où je vous avois mandé que feroit inseré la Methode Mr. Hartfoeker pour les grands verres des Telescopes.

Mons. Leibnitz m'a respondu ⁵⁾ que je ne prisse point la peine de luy expliquer vostre invention pour le Probleme renversé des Tangentes, croiant la pouvoir trouver par les moiens qui luy sont connus. Vous voila egalement eloignez de vouloir rien apprendre l'un de l'autre, qui est une delicateffe que je n'ay point, ainsi qu'il a paru; car j'ay esté bien aise d'apprendre de tous les deux.

J'ay vu icy de grosses pieces d'un verre tres blanc qu'on fait à Londres dans le Savoy, cette matiere feroit excellente pour faire de ces verres brulants comme je vous ay escrit qu'en fait Mons. de Tschirnhaus, si on en pouvoit avoir de grosses masses de 2 pieds de large et $\frac{1}{2}$ pied d'epaisseur. C'est pourquoy je vous prie Mon-

¹⁾ Ce sommaire est tiré de la dernière page du livre H des Adversaria.

²⁾ Voir, sur Dierquens, la Lettre N^o. 2094, note 1.

³⁾ Voir, sur du Quesne, la Lettre N^o. 2748..

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2748, note 9.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2751.

fieur de prendre la peine de vous en informer. Je crois que ces morceaux convexes que j'ay vu, servent aux lanternes, et qu'ils y sont emploiez sans estre autrement formez ni polis, que dans les moules creux ou ils jettent le verre fondu. Je vous baïse les mains et suis parfaitement

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

A Monsieur
Monsieur FATIO DE DUILLIERS
chez Monsr. TOURTON et Compagnie
A Londres.

6) Mr. Hugen la Haye 2 May 1692. A. N. F. à Londres.

Il m'envoie Lettre de Mr. Dierquens qui me propose la Profession des Mathematiques dans l'Ecole Illustre d'Amsterdam, et m'en dit son sentiment.

Le Cabinet de Tourneur n'a pas été acheté pour moi.

Mr. Leibnitz ne veut pas que Mr. Hugen lui explique mon Invention pour le problème renversé des Tangentes croiant le pouvoir trouver. Sur notre Eloignement de vouloir apprendre l'un de l'autre; mais que lui a été bien aise d'apprendre de tous les deux.

Que j'aie à m'informer des Masses de verre blanc qu'on pourroit faire faire à la Savoye pour des verres brulans, à en juger par leurs verres pour des Lanternes.

6) Ce qui suit est écrit de la main de Fatio.

N^o 2753.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 JUIN 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Au Camp proche de Louvain ce 2.de Juin 1692.

Je n'ay pas encore repondu à vostre dernière du 22^e de May ¹⁾ quoy que le contenu m'ait fort resjouï. Voyant que vous temoignez quelque dessein d'essayer la maniere de Newton laquelle reussissant feroit une des belles choses dont on a ouy parler jusques a present. Je suis bien fâché de ne pouvoir pas vous assister et prester la main. Ce seroit un grand dommage qu'ayant trouvé la Theorie de cette methode vous n'en viendriez pas a en faire l'essay et la mettre en pratique ²⁾.

J'attends avec impatience que vous me mandiez encore quelque chose de la maniere de Hartsoecker ³⁾ et du grand verre brulant d'Amsterdam. Mais a propos de manieres je n'espere pas que vous voudriez penser a rendre publique nostre ou plustost vostre methode de faire les grands verres et de rendre commune une si belle chose qui pourroit donner a manger a qui n'auroit autre chose au monde. Peu de gens vous en scauront du gré et il viendra de la canaille qui diront qu'ils ont eu l'invention devant vous ainfy qu'il vous est arrivé a l'egard de celle des Pendules.

Je suis fort en peine de trouver un homme capable pour le mettre en qualité de Precepteur avec mon Fils ⁴⁾ au lieu de Keyser qui est un flasque, maladif et mal propre pour cet employ; outre qu'il est bien difficile qu'un homme seul puisse servir à deux garçons dont l'un à bon besoin d'en avoir un luy seul. J'escriis donc

¹⁾ Cette lettre nous est inconnue. Selon le Journal de Constantijn, elle avait été reçue le 1^{er} juin.

²⁾ D'après les Livres G et H des Adversaria, Huygens a repris en mai 1692 des recherches qui avaient pour but de remplacer, dans le télescope catoptrique de Newton, le miroir concave métallique par un miroir en verre, et de déterminer à cet effet la relation qui doit exister entre les rayons de courbure a et d des deux surfaces réfléchissantes pour que les deux rayons réfléchis rencontrent l'axe au même point. En 1691, ayant trouvé $d = a + 13/9 b$, où b est l'épaisseur du verre, la remarque que les deux images présenteraient des grandeurs différentes lui a fait abandonner ce sujet. Mais, le 5 mai 1692. Huygens s'est aperçu que les images, malgré cela, pourraient encore se couvrir sur la rétine. Il a donc repris ses calculs, au sujet desquels nous devons renvoyer aux ouvrages inédits, qui suivront la correspondance.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2748, à la page 278. Selon deux notes de Huygens, que nous trouvons dans le livre H des Adversaria, Hartsoecker avait promis d'envoyer de France les verres suivants: 4 de 10 p. d'une épaisseur de 10 lignes, 6 de 8 p. épaisseur 8 l., 6 de 6, 8 de 5 et de 4 p., tous de 6 lignes d'épaisseur, et 2 de 10 p. en carré et d'une épaisseur de 4 lignes.

⁴⁾ Constantyn, le fils unique de Constantyn frère, avait alors 18 ans.

à Mr. Carré⁵⁾ nostre vieille connoissance [pour] scavoir s'il ne connoist pas quelque Refuge ou autre propre pour cette affaire. Ma femme vous montrera ma lettre, et je vous prie de luy en parler.

Ce matin à 5 heures est venue icy la bonne nouvelle de la defaite de la Flotte de France que vous aurez eue ou plustost ou le mesme temps⁶⁾. Il nous tarde bien d'en apprendre les suites, car le maistre des Postes d'Ostende mande au Roy que quelque temps apres le combat, auquel un brouillard survenu mit fin, on avoit encor ouy tirer de nouveau et tres fort. Nos gens ont eu le grand bonheur que comme ils fussent attaqués par les enemys peu de temps apres le vent changea et devint favorable pour nous.

Mijn Heer
Mijn Heer HUYGENS
Heere VAN ZEELHEM
Haghe.

N^o 2754.

CHRISTIAAN HUYGENS à W. MATTHIJSEN.

6 JUIN 1692.

Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire: 6 jun. 92. Willem Matthijse ¹⁾). Gijfbert Janz. met de Nominatie ²⁾) waerop van Holte, Baggine, vel Bacchine, Bob.

⁵⁾ Probablement Jean Carré, venu de France, depuis 1646 pasteur à la Haye. Le 28 janvier 1696 il célébra son ministère de cinquante ans. Il mourut le 12 mai 1697 dans l'âge de 77 à 78 ans.

⁶⁾ La bataille navale du 29 mai 1692, près la Hogue. Louis XIV avait fait réunir à Toulon 35 et à Brest 44 vaisseaux de ligne, destinés à accompagner 300 bateaux, transportant une armée de débarquement rassemblée en Normandie pour tenter une descente en Angleterre, afin de rétablir James II sur le trône. La flotte de Toulon n'ayant pu, par suite d'une tempête essuyée près de Gibraltar, se réunir avec celle de Brest, commandée par de Tourville, le Roi, dans l'espoir que la flotte néerlandaise sous van Almonde, et la flotte anglaise, sous Russel, n'avaient pu se réunir non plus, et que les Anglais, parmi lesquels se trouvaient plusieurs partisans de James II, n'agiraient que mollement ou pas du tout, ordonna à de Tourville de sortir de Brest et d'attaquer. Cette attente fut trompée. De Tourville eut à lutter contre des forces presque doubles des siennes. Il fut complètement battu, sa flotte poursuivie et brûlée près de Cherbourg et dans la baie de la Hogue.

¹⁾ Willem Matthyse était intendant à Zuylichem.

²⁾ Il s'agit de la nomination d'un pasteur protestant à Zuylichem. Voir la Lettre N^o. 2729, vers la fin.

N^o 2755.

J. G. STEIGERTHAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

9 JUIN 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle fait suite au No. 2750.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2756.*


Illustri & Generoso Domino Dno à Zuylichem
Sal. et obsequia JOANN. GREGORIUS STEIGERTHAL.

9 Juni 1692.

Cum jussu Clementissimi Principis, Ducis Luneburgensium Serenissimi iter in Italiam propedum mihi sit instituendum, tam Hagae Comitum quam Voorburgi exoptavi honorem Illustrem Vestram Generositatem salutandi, eique discessum meum significandi. Frustrabat autem Illustris vestrae Generositatis absentia meum desiderium nec patiebatur occasio suppellectilem meam librariam Amstelodamo domum crastina luce transmittendi ullam moram adeoque literis ad minimum rogare volui, ut si qua in re Illustris V[est]rae Generositati in Italia inservire possem, operâ meâ libere uteris & me omnia quae à me posse effici existimaveris, Amstelodami moneas. Opperiari adhuc lubentissime per biduum tua mandata mihi gratulabor perpetuum, si Illustris V[est]rae Generositatis cultu dignus reperior. Fave!

Voorburgi d. 9 Junii 1692.

Illustri & Generoso Domino
Dno a Zulichem
Fautori suo plurimum devenerando.
S.



N^o 2756.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. G. STEIGERTHAL.

9 JUIN 1692.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2755.**Steigertal y répondit par le No. 2757.*

Viro Eruditissimo Ornatissimoque
Dn^o JO. GEORGIO STEIGERTHAL CHR. HUGENIUS S. P.

Quod et Hagae et in hoc suburbano meo frustra me quaesiveris optime Steigertali permolestè tuli. Libenter enim te ante multum vidissem deque tuo in Italiam itinere collocutus essem, quam mihi invisere nescio qua infelicitate mea nunquam contigit. Fecisti vero pro humanitate tua cum literis hic relictis discessum tuum ignorare me noluisti operamque tam prolixè obtulisti. Itaque gratias ago, ac tibi ut feliciter eveniat peregrinatio ista salvusque inde revertaris ex animo precor. Spero autem reditum per Hollandiam nostram iter fore, ut de rebus quam plurimis te narrantem audire liceat. Nescio an omnes Italiae regiones pervagari statueris. Quodsi Venetiam adis reperies ibi D. Alberghettum¹⁾ qui paucis ante annis hac transiens scientiarum optimarum se studiosissimum ostendebat, deque Patru sui²⁾ machina astronomica multa mihi referebat quam ipsius opera inspicias velim. Florentiae si D. Vincentius Viviani³⁾ in vivis est ei significes plurimi ipsum ac scripta ejus a me fieri tum mathem. tum quae cum posthumis Galilei opusculis edidit, quae cum mihi Parisijs agenti misisset⁴⁾ malevolorum quorundam opera intercepta biennio post demum reddita fuere. Multum vero ipsi ob elogium praeclarum opellae nostrae praebitum me debere sciat. Interrogabis porro an non epistolarum Galilaei vel earum quas undique a viris doctis Galilaeus accepit quicquam posthac lucem visurum sit, in quo vir Illustris Maliabecchius⁵⁾ operam perutilem haud dubie praestare posset. Romae Illustriss. principem Marcum Antonium Borghettum⁶⁾ videbis, artium omnium, ac Philosophiae naturalis amantissimum earumque patronum unicum, quem aliquot abhinc annis cum hac iter faceret, cognovisse honori mihi duco. Idem virum Clarissimum Acd. Auzotium plurimum

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2288, note 1.

²⁾ Peut-être Antonio Alberghetti de Ferrara, un savant qui, dans un livre publié en 1699, donne le programme d'un ouvrage qu'il se proposait de publier sous le titre „Promptuarium Sapientiae” et qui traiterait de tous les sujets scientifiques, rangés alphabétiquement. Il n'a pas réalisé ce projet.

³⁾ Sur Vincenzo Viviani, voir la Lettre N^o. 733, note 3.

⁴⁾ Consultez la Lettre N^o. 2611, note 7.

⁵⁾ Sur Magliabecchi, voir la Lettre N^o. 2098, note 2.

⁶⁾ Sur Marco Antonio Borghese, voir les „Additions et Corrections” du Tome VIII, p. 629.

diligeat, quem non ita pridem fato concessisse ferebant⁷⁾ quod si verum est (nam postea dubitari intellexi) doctissima ejus commentaria in Vitruvij libros ab interitu vindicari omnium Eruditorum interest⁸⁾: Porro et hoc Romae inquiras rogo quodnam sit Campani microscopium quod in Lipsiensibus actis memoratur⁹⁾, an non e binis lentibus compositum sit et an amplius quid praestet prioribus ab eodem artifice profectis.

Si Neapolim usque excurris, quaeres an vivat Vir Nob. Monfortius¹⁰⁾ quem ex unico licet Specimine matheseos egregie peritum cognovi.

Porro libros mathematicos si quos probari invenies eorum exemplar mihi nisi grave est emito, inter caeteros vero Torricelli opera¹¹⁾ libellum non magnum quem dum quaesitum nunquam hic venalem reperi. Est et Eschinardi Jesuitae¹²⁾ opusculum ubi de motu ex impulsu corporum agitur et de pendulorum agitatione, quem frustra quoque hic quaesivi. Uteris in his et tuo et aliorum hominum eruditorum judicio. Spero has Amstelodami priusquam discedas tibi redditum iri. Vale Vir Praestantissime, nosque incolumis revise.

N^o 2757.

J. G. STEIGERTHAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

12 JUIN 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle est la réponse au No. 2756.

Illustri & Generoso Domino

D^o. CHR. HUGENIO ZULICHEMIO Jo. GEORGIUS STEIGERTHALIUS S.

Redditae mihi sunt adhuc ante abitum literae Tuae Favoris et Humanitatis quam plenissimae. Significasti enim hac praecipuorum in Italia Mathematicorum commendatione summam tuam benevolentiam, animumque studia mea promo-

⁷⁾ Adrien Auzout, voir la Lettre N^o. 271, note 3, était mort en 1691.

⁸⁾ Voir, sur cette édition projetée de Vitruve par Auzout, la Lettre N^o. 2601.

⁹⁾ Voir la Lettre N^o. 2444, note 4, et la Lettre N^o. 2452 vers la fin.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N^o. 2098, note 3.

¹¹⁾ Probablement l'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 85, note 4.

¹²⁾ Voir, sur Francesco Eschinardi, la Lettre N^o. 1686, note 3. Huygens parle probablement de l'ouvrage: *De impetu tractatus duplex: primus de impetu in communi: de motu locali, et de machinis: secundus de fluidis in communi, de comparatione fluidorum cum solidis, et de mensura aquarum currentium. Additur in fine quamplurium problematum seu quaestionum solutio ex doctrinis praecedentibus. Auctore Francisco Eschinardo, e Societate Jesu, Matheseos Professore in Collegio Romano. Romae, ex typographia Angeli Bernabò. M.DC.LXXXIV.in-4^o.*

Les „Acta” de septembre 1686 contiennent, sur ce livre, un article étendu.

veni cupidissimum; nec diffido, quin sola Tui nominis commemoratione facilis ad tantos Viros mihi pateat aditus. Agnosco certe tantum Ill. Tuae Gener[ositatis] favorem animo quam gratissimo et magnopere opto ut Deus O[ptimus] Maximus Ill. T[uam] Generositatem quam diutissime servet incolumem, in orbis eruditi, clientumque Tuorum emolumentum. Caetera, quae mandasti, pro virili curabo, nactâque opportunitate libros illos, quos venales reperero, lubentissime transmittam. Fave!

Dab. Amstelodami 12 Jun. 1692.

N^o 2758.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 JUIN 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle est la réponse à deux lettres que nous ne connaissons pas.

Au Camp de Melé ce 30 de Juin 1692.

J'ay eu vos lettres du 17 et du 25 de ce mois¹⁾ et vous remercie beaucoup de la peine que vous avez prise de parler à Mr. Carré. L'homme dont il vous a parlé et qui devoit me venir parler icy n'est point venu jusques à present, sans que je sache quelle en est la raison. Je l'attends tousjours, et ne m'engageray avec personne que je ne l'aye veû ou que du moins j'aye eû de ses nouvelles.

Le Gouverneur du parent de Mr. Ireton²⁾ me parle d'un autre nommé Guiran³⁾ et croit qu'il seroit mon fait, mais cependant il ne le connoist que par des rapports qu'on luy en a faits. Comme il doit partir d'icy dans peu de jours avec son jeune homme pour la Haye il m'a prié de ne me point hâster, et de luy donner le temps de s'informer plus particulièrement.

Il dit de plus que lon pourroit le faire aussi par le moyen d'un nommé Mr. Teron Gouverneur de deux jeunes hommes nommés du Bosc avec lesquels ce Teron demeure à la Haye. Assurement Carré le connoist bien, ces du Bosc étant parents du ministre connu de ce nom⁴⁾.

¹⁾ Ces lettres nous manquent. Au sujet de l'une d'elles Constantyn, frère, nota dans son journal sous la date du 27 juin 1692: „Je reçus une lettre de ma femme et une de frère Christiaan, concernant un précepteur pour Tien, qui était un neveu (cousin?) de Spanheim, et nommé Toussaint, il était à l'armée et m'y viendrait voir. Il était recommandé à Carré par un Mr. de Monroy, homme de qualité”.

²⁾ Probablement Henry Ireton, fils du général de même nom qui fut le beau-fils de Cromwell. Celui que nous supposons désigné dans la lettre fut lieutenant-colonel des dragons et gentleman des chevaux de Willem III.

³⁾ Probablement Claude Théophile Guiran, reçu pasteur candidat en avril 1695.

⁴⁾ Pierre du Bosc, né à Bayeux le 21 février 1621, depuis 1645 pasteur à Caen, où il fut pasteur. Il fut élu comme tel à Rotterdam le 15 septembre 1685, et installé le 28 octobre suivant. Il mourut le 2 janvier 1692.

D'oster mon fils de ses estudes en un temps ou il luy reste tant de choses à apprendre pour luy faire suivre la Cour et les armées, c'est de quoy je ne suis point d'avis. Car outre qu'il doit encor estudier pour se rendre capable de devenir quelque chose, il seroit à craindre, qu'estant icy parmy des jeunes gens dont il y en a grand nombre qui aiment le vin, le jeu et les femmes, il ne fust dans une escole plus mauvaise de beaucoup que celle, ou il est à present. Dans la Gazette Flamande j'ay trouvé ce que je vous envoie touchant l'homme qui fait des telescopes aupres de Leide et qu'on trouve à vendre chez le Libraire van Velsen à la grand fâle. Je vous prie de me dire quelle sorte de marchandise c'est.

Ne poussez vous plus vostre invention ou celle de Newton des Lunettes à miroirs concaves ?⁵⁾

Pour l'affaire d'un ministre de Zuylichem⁶⁾ je croy qu'il faut faire une fin, mais qu'il importe pourtant de sçavoir au vray si cet homme de Mr. Verbolt⁷⁾ depend en aucune façon de ce cocquin de Schoock⁸⁾. Vous pourrez vous en informer, et tout ce que vous trouverez à propos de faire en suite entre vous trois vous pouvez estre seurs que je l'approuveray comme je fais des à cette heure. L'affaire de la digue et de voir comment on pourroit sauver le chasteau et les terres que nous avons encore est de plus d'importance, et il ne seroit pas bien que nous y songerions quand il fera trop tard. Je m'estonne comme le frere de Rotterdam⁹⁾ assez attentus ad rem ne s'en inquiete pas d'avantage.

Le Chasteau de Namur¹⁰⁾ tient encore mais on craint que ce ne fera pas pour long temps, la contrescarpe ayant à ce que lon dit este emportée hier.

Je vous prie de me dire comment on a fait de cette affaire du jeune Breackelerweert.

A Monsieur
Monsieur DE ZEELHEM
à la Haye.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2753, note 2.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2635, note 5.

⁹⁾ Lodewijk Huygens.

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2754.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2631, note 2.

¹⁰⁾ La siège de Namur, ouvert le 25 mai 1692 par Louis XIV en personne, à la tête d'une armée de 50000 hommes avec 196 canons et 67 mortiers, et couvert par une armée d'observation sous Luxembourg forte de 60000 hommes, est surtout célèbre par la lutte des deux plus grands ingénieurs militaires de leur temps: Vauban et Coehoorn. L'explosion d'un magasin de poudre, qui combla la plus grande partie d'un des fossés, amena la reddition de la ville, le 5 juin. La garnison se retira dans le château, couvert par le fort William, où Coehoorn commandait en personne. Il continua la défense jusqu'à ce qu'il fut grièvement blessé. Le fort dut se rendre le 21 juin, la garnison put sortir avec tous les honneurs de la guerre. Il en fut de même de la garnison du château, commandée par le Prince de Barbançon, qui se rendit le 30 juin.

N^o 2759.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

11 JUILLET 1692.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uyenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse au No. 2751.**G. W. Leibniz y répondit par le No. 2765.*

Sommaire: Papin croit que l'extension fait l'Essence des corps. j'attends de voir quel est le sujet de votre communication avec Pellisson. Rondeur des gouttes peut estre vient de l'agitation de la matière subtile au dedans.

à la Haye ce 11 Jul. 1692.

MONSIEUR

Quoyque je responde bien tard à vostre dernière, vous ne pouvez point douter que n'en aye esté tres satisfait, quand ce ne seroit qu'à cause de vostre jugement avantageux touchant mes derniers Traitez, lequel j'estime plus qu'aucun autre. La principale raison de mon silence a esté que, m'estant appliqué pendant quelque temps à l'estude de la Dioptrique³⁾ et à perfectionner ce que j'en ay escrit, j'ay voulu éviter d'estre distrait par d'autres spéculations, ce qui ne pouvoit point en respondant à vostre lettre, qui en est toute remplie. Il y a bien des choses à demesler dans cette Dioptrique, et il s'en est offert tousjours de nouvelles, jusqu'à cette heure, qu'il me semble d'avoir tout penetré, quoy que je n'aye pas encor achevé de tout escrire. Je m'en vais parcourir tous les points de vostre lettre et en suite je vous repondray touchant vos notes sur les Principes de Philosophie de des-Cartes.

Si vous approuvez mon explication de la Pesanteur, je ne vois pas comment vous pouvez comprendre qu'un semblable mouvement *materiae ambientis* puisse causer et la rondeur des gouttes d'eau et la Pesanteur du plomb vers la terre, ou des Planetes vers le soleil. Je trouve plus vraisemblable que la rondeur des gouttes

¹⁾ Christiani Hugonii etc. Exercitationes mathematicae, Fasc. I, p. 130.

Le texte, publié par Uyenbroek d'après la minute, ne diffère pas sensiblement de celui de la lettre, publiée par Gerhardt.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 136, et Briefwechsel p. 695.

³⁾ La „Dioptrica” de Chr. Huygens ne parut qu'après sa mort, dans l'ouvrage publié en 1703 par les soins de de Volder et Fullenius et que nous avons cité dans la Lettre N^o. 2085, note 2.

viene du mouvement rapide de quelque matiere qui circule au dedans. Mais quand ce seroit un effet de mouvement en tous sens de la matiere qui est au dehors, il n'y auroit pas là d'operation de la force centrifuge en ce qui est de la goutte. Je ne vois pas non plus comment la cause que je donne de la Pesanteur, puisse coincider avec l'attraction que vous concevez par des rayons emanants du centre. A demeurer dans mon principe, il faudroit que la vitesse de la matiere circulante fust plus grande vers le centre qu'aux endroits plus eloignez dans une certaine proportion, pour expliquer pour quoy les pesanteurs des Planetes contrebalancent leurs forces centrifuges, laquelle proportion je puis facilement determiner⁴⁾, mais je ne trouve pas jusqu'icy la cause de cette differente vitesse.

Il est certain que les pesanteurs des Planetes estant posées en raison double reciproque de leur distance du soleil, cela, avec la vertu centrifuge donne les Excentriques Elliptiques de Kepler. Mais comment, en substituant vostre Circulation Harmonique, et retenant la mesme proportion des pesanteurs, vous en deduisez les mesmes Ellipses, c'est ce que je n'ay jamais pu comprendre par vostre explication qui est aux Acta de Leipsh⁵⁾, ne voyant pas comment vous trouvez place à quelque espece de Tourbillon deferent de des Cartes, que vous voulez conserver, puisque la dite proportion de pesanteur, avec la force centrifuge produisent elles seules les Ellipses Kepleriennes, selon la demonstration de Mr. Newton⁶⁾. Vous m'aviez promis depuis longtemps⁷⁾ d'eclaircir cette difficulté.

Si par les Parallelismes des axes planetaires vous entendez la situation parallele que chacun de ces axes garde a foy mesme, il n'est pas besoin pour cela de Tourbillon, puisque c'est par les loix du mouvement que cela doit se faire.

Je trouve, comme vous, plus à mon gré les Ellipses veritables que les Ellipsoïdes de Mr. Cassini⁸⁾, pour lesquelles je ne crois pas qu'il ait trouvé de raison physique, puis qu'il n'en a rien dit, et pour l'Astronomie, elle doit estre bien

⁴⁾ Consultez la note 5 de la Lettre N°. 2617.

⁵⁾ Il s'agit toujours de l'article cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2561.

⁶⁾ On rencontre cette démonstration célèbre dans la „Pars Prima” des „Principia”, Prop. XI, Probl. VI: „Revolvatur corpus in Ellipsi: Requiritur lex vis centripetae tendentis ad umbilicum Ellipseos”.

⁷⁾ La première fois dans la Lettre N°. 2636, du 24 novembre 1690, vers la fin; mais la „lettre sur les planètes”, notre N°. 2628, dont il est question à l'endroit cité, ne fut jamais envoyée à Huygens.

⁸⁾ La Cassinoïde, définie par Cassini comme il suit: „Cette ligne est une maniere d'ellipse dans laquelle les rectangles faits par les lignes tirées de la Planete à l'un & à l'autre foyer sont toujours égaux, au lieu que dans les ellipses ordinaires ce sont les sommes des deux distances des foyers qui sont toujours égales entr'elles”. Mémoires de l'Academie royale des Sciences. Depuis 1666. jusqu'à 1699. Edition de Paris. Tome VIII, pp. 43 et 44.

legere, vu le peu de difference entre les unes et les autres dans les cas des orbites Planetaires.

Je pourrois vous marquer plusieurs objections contre la Terre Sphaeroide dans le sens de Mr. Eysenschmid, que j'escrivis en lisant son Traité⁹⁾, mais il suffit de celle-cy pour le refuter. *Cum ex auctoris ratiocinio tanta futura sit differentia amplitudinis graduum in ellipsis per binos Terrae Polos ductis, ut circa gradum 54 altitudinis poli, unus in terra gradus sit futurus $7\frac{1}{2}$ miliarum Germanicorum, prope aequatorem vero miliarum 15, numquid putat hoc nautarum omnium experientia pridem comprobari debuisse, si verum esset?* Il paroît docte au reste et escrit bien. Mais des gens comme Wasmuth et son eleve ne meritent pas qu'on en parle.

Dans le Traité de Craige, que Mr. Fatio m'a fait avoir, je vois qu'il a bien remarqué l'insuffisance de la methode de Mr. Tschirnhaus pour les quadratures. Aussi en a-t-il esté bien fasché¹⁰⁾.

Le mathematicien de Zelande, qui donne dans son traité une Table de quadratures, s'appelle Hubertus Huighenius¹¹⁾, et le titre de son livre, *Animadversiones quaedam circa propositionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae*. Il croioit qu'à la longueur du calcul près, il avoit montré le chemin pour arriver à la quadrature du cercle, de quoy je l'ay desabusé.

Les objections de Mr. Papin¹²⁾ estoient contre l'un et l'autre de mes Traitez. Il est de ceux qui veulent avec Mr. des Cartes que l'Essence du corps consiste dans la seule etendue.

Pour donner dans les Acta de Leipfich ce que j'ay encore touchant la Musique il faudroit qu'il fust precedé de ce qu'il y a dans le Journal de Mr. de Beauval, et je ne suis pas fort de loisir à le traduire. Ce Mr. Ouvrard¹³⁾, de qui vous attendez la Musique, pretendoit de pouvoir montrer la composition en 24 heures. Je l'ay connu à Paris. Il fit imprimer un petit traité assez extravagant, où il vouloit qu'en matiere d'architecture on observast les proportions qui font les consonances,

⁹⁾ Nous ne connaissons pas ces objections qui, probablement, auront été écrites en marge d'un exemplaire du livre cité dans la Lettre N°. 2727, note 12.

¹⁰⁾ Allusion à la réponse de von Tschirnhaus, mentionnée dans la note 3 de la Lettre N°. 2748.

¹¹⁾ Consultez, sur Hubertus Huighens, ses ouvrages et sa correspondance avec Christiaan Huygens, les Lettres Nos. 2730, 2735, 2738 et 2742.

¹²⁾ Voir la Lettre N°. 2744, note 5.

¹³⁾ Sur René Ouvrard, compositeur, voir la Lettre N°. 2751, note 8. Il publia, en 1660, un ouvrage intitulé: „Secret pour composer en musique par un art nouveau”, et en 1674, l'„Architecture harmonique”.

comme si l'oeil pouvoit reconnoître quand on s'écarte de ces proportions, de même que l'oreille le fait au chant.

J'ay vu encore quelques mois des Memoires de l'Academie de Paris, et j'approuve comme vous ce dessein, exhortant nos libraires de continuer à les copier, à quoy pourtant je ne les trouve pas fort disposés. Dans les Journaux des Scavants de l'année dernière 1691, il y a une observation curieuse que rapporte Mr. de la Hire, touchant des pierres d'aimant, qui estoient crues sur du fer, au dedans des pierres dont estoit basty une pointe de clocher à Chartres ¹⁴).

Vostre recherche de la quantité composée de a, b, c, d , semble assez difficile si on vouloit y trouver quelque maniere generale. Mais je doute si elle est fort utile, parce que dans tout ce que j'ay jamais calculé, il ne me s'est offert de pareil probleme. La quantité $\frac{ac-bd}{(a+b)(c+d)}$ peut-estre n'est pas la seule qui satisfasse dans vostre cas. Il y auroit aussi à considerer quand ¹⁵) le probleme est possible ou non. Si j'en avois besoin, j'y songerois d'avantage.

La raison qui m'oblige de poser des atomes infrangibles est que ne pouvant m'accommoder, non plus que vous, Monsieur ¹⁶), du dogme Cartesien, que l'essence des corps consiste dans la seule etendue ¹⁷), je trouve qu'il est necessaire, a fin que

¹⁴) L'article en question, qui parut dans le Journal du 3 décembre 1691, porte le titre: „Extrait des registres de l'Académie Royale des Sciences, du 29 août 1691: „Description de l'Aiman qui s'est trouvé dans le clocher neuf de Nôtre Dame de Chartres. Par Mr. de la Hire, de l'Académie des Sciences”. Voici le résumé que Huygens en a donné à la page 78 du livre H des Adversaria: „Dans la demolition de la pointe du clocher neuf de l'Eglise de Chartres on avait trouvé attachée a du fer, certaine matiere ressemblant en tout a de l'aimant, mesme en la vertu d'attirer du fer. C'estoit dans de la pierre de St. Leu. Les morceaux qui s'étaient formez a l'air hors de la pierre n'avoient aucune vertu”.

„C'estoit une vegetation autour du fer ou qui s'étendoit au dela, et qui avait eu la force d'écarter la pierre, et estoit cause de la ruine du clocher. Les Poles de la plus part des morceaux, dont il dit en avoir vu de fort gros et d'une tres grande vertu, estoient disposez selon la largeur de la barre de fer où ils s'estoient formez. Il propose une experience qu'il veut faire avec plusieurs fils de fer et d'acier, trempé et non trempé, et tout aimantez, qu'il enchassera dans de la pierre de St. Leu, dans la situation que prend une eguille equilibrée, et dirigée S. et nord, qui baisse du costé du nort de 60 degre environ. Il veut voir lors qu'ils seront consumez, (ce qui pourra arriver en peu d'années) s'ils auront conservé la vertu”.

On rencontre à la même page un jugement d'ensemble peu favorable sur les Journaux des Scavants de 1691 dans ces termes: „Ces journaux de cette année sont remplis de pièces de devotion et de cagotterie”.

¹⁵) La minute a: si.

¹⁶) Voir, entre autres, un article dans le Journal des Scavans du 18 juin 1691, intitulé: „Extrait d'une lettre de Mr. de Leibniz, sur la question, Si l'essence du corps consiste dans l'étendue”.

¹⁷) Comparez les Lettres Nos. 2617 (pp. 484 et 485) et N°. 2707 vers la fin, où, dans la corres-

les corps gardent leur figure, et qu'ils résistent aux mouvements les uns des autres, de leur donner l'impenetrabilité, et une résistance à estre rompus ou enfoncez. Or cette résistance il faut la supposer infinie, parce qu'il semble absurde de la supposer dans un certain degré, comme si on disoit qu'elle egale celle du diamant ou du fer, car cela ne peut avoir de cause dans une matiere, où d'ailleurs on ne suppose rien que l'étendue. C'est pourquoy j'ay tousjours trouvé que c'est une erreur à Mr. des Cartes, quand il veut que ses petites boules du 2^e element¹⁸⁾ se soient faites par l'abatement des angles¹⁹⁾ et eminences qu'avoient de petits corps cubiques ou autrement formez. Car s'il falloit quelque force pour surmonter la résistance que faisoient ces angles et eminences à estre rompues, par où croit il pouvoir limiter, et à quoy faire monter cette résistance? Et s'ils n'en faisoient aucune, en sorte que ces corps se laissent tronquer et ecorner à la seule rencontre d'autres particules, pourquoy ne se laissent ils pas enfoncer aussi, comme de l'argille humide, et comment gardoient ils leur figure apres qu'elle estoit devenue spherique?

L'hypothese de la dureté infinie me paroît donc tres necessaire, et je ne conçois pas pourquoy vous la trouvez si estrange, et comme qui infereroit un continuel miracle. Car pour la difficulté de l'union qui arriveroit par la rencontre de deux surfaces plates, vous la résolvez vous mesme²⁰⁾, et vous n'avez qu'à regarder les

pondance avec Papin, la même question est traitée par Huygens, et l'annotation suivante de sa main que l'on rencontre à la page 97 livre H des *Adversaria*: „*Contra Cartesii dogma, Corporis naturam seu notionem in sola extensione consistere: Ego aliam notionem spatii habeo, aliam corporis. Spatium nempe est quod a corpore occupari potest. Corpus quod spatium occupat, quod quidem sine extensione concipi non potest, sed praeter extensionem necessario quoque ei convenit ut in spatium quod occupat, non admittat aliud corpus. Hanc ideam corporis omnes philosophi, imo omnes homines habuere, ante Cartesium, qui suam istam ea propter commentus videtur, ut inde efficeret non dari spatia vacua, quo putabat se opus habere ad probandam lucis emanationem momentaneam, sine ulla mora temporis, quae et ratione et experientia refellitur*”.

¹⁸⁾ Allusion au § 52 de la troisième partie des *Principes* de la philosophie. „Qu'il y a trois principaux éléments du monde visible”. D'après ce paragraphe le premier élément est formé par „la raclure qui a dû être séparée des autres parties de la matière lorsqu'elles se sont arrondies”, le second par tout le reste de la matière, „dont les parties sont rondes et fort petites à comparaison des corps que nous voyons sur la terre”, le troisième par „celles qui, à cause de leur grosseur et de leurs figures, ne pourront pas être mues si aisément que les précédentes”. Ensemble ces trois éléments composent, selon Descartes, tous les corps de ce monde visible, „le soleil et les étoiles fixes” ayant „la forme du premier de ces éléments, les cieux celle du second et la terre avec les planètes et les comètes celle du troisième”.

¹⁹⁾ Voir le § 48 de la troisième partie des *Principes*: „Comment toutes les parties du ciel sont devenues rondes”.

²⁰⁾ Cette remarque se rapporte au manuscrit de Leibniz dont nous traiterons dans la note 22. En

grains de sable avec un microscope et à voir si vous y trouvez des surfaces exactement plates. Et quand il y en auroit aux atômes, il faudroit encore leur application juste, *quod in indivisibili consistit*. Je vous prie de considérer ces raisons que je viens d'exposer, et de me dire comment vous concevez que les parties des corps tout simples et primitifs coherent. Seroit-ce par vostre *motus conspirans*²¹) de ces mêmes parties considérées comme réellement séparées, et voudriez vous comprendre les corps simples aussi bien que les composez dans l'article de vos ob-

effet, dans sa critique des §§ 54: „En quoi consiste la nature des corps durs et liquides” et 55 „Qu'il n'y a rien qui joigne les parties des corps durs, sinon qu'elles sont en repos au regard l'une de l'autre” de la seconde partie des Principes, Leibniz, pour réfuter ceux „qui ipsam perfectam unitatem causam firmitatis esse ajunt”, soulève la question. „Quid ergo si duae Atomi cubicae A et B prius diversae semel ita sibi accedant, ut hedrae earum duae congruant, nonne hoc contactus momento nihil different ab atomo illa parallelepipedo AB paulo ante descripta?” Et il ajoute: „Itaque capientur a se mutuo duae Atomi simplici contactu velut visco quodam, idemque fieri debet etiamsi partes tantum hedrarum congruant. Ex his porro sequitur progressu naturae, continue debere crescere atomos, instar pilae nivis per nivem provolutae, ac tandem futurum esse, ut omnia in plusquam adamantinam duritiem coalescant et aeterna glacie obtorpescant, quando causa coalitionis datur, dissolutionis non datur. Unum effugium superest iis, qui haec tuentur, ut dicant, nullas dari in natura hedras planas, aut si quae sint, coalitu esse desinere. Atomos autem omnes superficiebus curvis iisque minime invicem applicabilibus terminari, quemadmodum sane fieret, si omnes atomi essent sphaericae, atque ita nullus contactus esset totius alicujus superficiei. Sed praeterquam quod corpora planis vel aliis sibi congruentibus superficiebus praedita ex rebus nulla satis ratione excluduntur, huc redimus ut rationem nobis afferant, cur continuum in partes resolveri non possit.”

²¹) Allusion au passage suivant du manuscrit de Leibniz qui suit de très près celui que nous avons cité dans la note précédente: „His igitur omissis, quae vel non prosunt, vel rem non absolunt, arbitror primigeniam cohaesionis causam (praeter impenetrabilitatem ipsam, cum cedendi locus non est, aut ratio non est cur unum prae alio cedat, qua ratione globus perfectus in pleno quiescente uniformi circulans aliquid vi centrifuga emittere prohibetur) esse Motum eumque conspirantem. Nam ipsam materiam, per se homogineam et aequè divisibilem, arbitror solo motu distingui; videmus autem fluida quoque motu acquirere quandam firmitatem. Ita vehemens aquae jactus extraneis in radium suum magis vetabit ingressum, quam eadem aqua quiescens faceret. Ingressu enim novae materiae magna motus conspirantis perturbatio oriatur necesse est, ad perturbandum autem, id est valde mutandum motum opus est vi. Jactum aquae digito tange, videbis huc illuc guttulas dispergi, non sine vehementia, atque adeo et quod jactui accedit nonnihil repelli. Et quae per se dissoluta sunt, et ut ita dicam arena sine calce, solo motu connexionem quandam acquirere posse, eleganti experimento magnes docet, limaturae chalybis admotus, subito enim velut funiculi nectuntur ex arena, et nascuntur filamenta, subrigente sese materia velut in pilos, nec dubium est quodam quasi genere magnetismi, id est motus intestini conspirantis, etiam alias quorundam corporum partes connecti. Haec igitur primitiva ratio consistentiae seu cohaesionis non minus rationi quam sensibus satisfacit.”

jections contre Des Cartes? J'avoue que je ne comprends nullement comment votre pensée puisse subsister, ni dans les uns ni dans les autres. Voulez vous que les particules d'une barre de fer aient au dedans un *motus conspirans*, et que, non obstant cela, on ne trouve pas que rien se derange dans cette barre? Qui peut entendre cela? Et pourtant vous dites que cette exposition de la cohesion satisfait ensemble à la raison et aux sens. J'ay une maniere d'expliquer la cohesion des corps composez qui depend de la pression de dehors²²⁾ et encore d'autre chose. Mais en voila desia assez sur ce sujet.

Mr. de Beauval m'a presté vos Remarques²³⁾ sur les 2 premieres parties des Principes de des Cartes, que j'ay examinées avec plaisir. Il y a ample matiere de contredire à ce Philosophe, aussi voit on venir des objections de tous costez. Pour ce qui est de ses demonstrations metaphysiques de *Existentia Dei, animae non corporeae et immortalis*²⁴⁾, je n'en ay jamais esté satisfait. Nous n'avons nullement cette idée *entis perfectissimi*. Je n'approuve non plus son *κριτήριον Veri*²⁵⁾, et suis d'accord avec vous dans la plupart de vos raisonnemens, quoy que non pas dans tous. Mais il seroit trop long d'entrer dans cette discussion. Je vois que vous alleguez souvent ce que vous auriez escrit ailleurs. Entendez vous parler d'autres traites que ceux qu'on a veu dans les Acta de Leipfich?

Sur la matiere du mouvement j'ay bien des choses nouvelles et paradoxes à donner, que l'on verra, quand je publieray mes demonstrations des Regles²⁶⁾ de la Percussion, inferées autrefois dans les Journaux de Paris²⁷⁾ et de Londres²⁸⁾.

²²⁾ Consultez à ce sujet la dernière partie de la pièce N°. 1899, à commencer par la page 204.

²³⁾ Le manuscrit, dont il est question ici, a été publié par G. E. Guhrauer, sous le titre: „Leibnitz's *Animadversiones ad Cartesii principia philosophiae* aus einer noch ungedruckten Handschrift. Bonn 1844", et ensuite dans le Tome IV de l'ouvrage suivant: „Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz. Herausgegeben von C. I. Gerhardt, Berlin, Weidmannsche Buchhandlung (1875—1890, 7 Vol. in-8°.)", où on le rencontre aux pages 350—392, sous l'en-tête: „Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum”.

²⁴⁾ Voir les §§ 14—23 des „Principes” de Descartes et les remarques de Leibniz sur ces paragraphes dans le manuscrit mentionné dans la note précédente.

²⁵⁾ Voir, entre autres, la quatrième des „Méditations métaphysiques” (Cousin, Œuvres de Descartes, Tome premier, p. 293—308), qui parurent pour la première fois en latin en 1641, en français en 1647, où Descartes s'efforce à prouver „que toutes les choses que nous concevons fort clairement et fort distinctement sont toutes vraies” (voir l'abrégé par Descartes, p. 232 de l'édition de Cousin).

²⁶⁾ Elles ne parurent qu'en 1703 dans les „Opuscula posthuma” sous le titre: „De motu corporum ex percussione” (voir la Lettre N°. 2085, note 2).

²⁷⁾ Dans le „Journal des Scavans” du 18 mars 1669. Voir la pièce N°. 1715.

²⁸⁾ Dans les „Philosophical Transactions” du 12 avril 1669. Voir les pièces Nos. 1733 et 1734.

Je communiquay ces demonstrations à nos Mrs. de l'Academie ²⁹⁾ et j'en envoyai aussi quelques unes à la Société Royale ³⁰⁾, dans les quelles j'employai avec autre chose cette *conservatio virium aequalium* et la deduction au mouvement perpetuel, c'est à dire à l'impossible ³¹⁾; par où vous refusez aussi les regles de des Cartes, qui estant reconnues partout pour fausses et estant posées sans fondement, ne meritoient pas la peine que vous prenez ³²⁾. A ce que Mr. de Beauval m'a dit, vous souhaitteriez que vos remarques fussent adjoutées dans quelque nouvelle edition des Principes de des Cartes, à quoy je ne scay si les libraires voudroient consentir, parce que cela ne serviroit nullement à recommander cette Philosophie ni son Auteur. Elle seroient mieux avec le Voiage de Des Cartes ³³⁾ que vous aurez lu, ou avec l'examen de Mr. Huet ³⁴⁾. Vous pourriez aussi fort bien les faire imprimer à part, en y faisant un titre et quelque peu de Preface ³⁵⁾. Ou si vous vouliez que le volume devint plus gros, vous n'auriez qu'à examiner de mesme la 3^{me} et 4^{me} Partie, auxquelles il y a pour le moins autant à reprendre, et encore les meteores ³⁶⁾. Il semble que des Cartes ait voulu decider sur toutes les matieres de Physique et Metaphysique, sans se soucier s'il disoit vray ou non. Et peut-estre cela n'est pas inutile d'en user ainsi à des personnes qui se sont acquis une grande reputation d'ailleurs, parce qu'ils excitent d'autres à trouver quelque chose de meilleur. Il s'est abstenu pourtant de toucher à la production

²⁹⁾ Les 4, 11 et 18 janvier 1668. Voir la note 3 de la Lettre N°. 1715 et la Table des Corrections du Tome VI, p. 653.

³⁰⁾ Voir la pièce N°. 1693, envoyée le 5 janvier 1669.

³¹⁾ Il ne s'agit que des demonstrations communiquées à l'Académie des Sciences à Paris. La pièce N°. 1693 ne mentionne pas ces principes puisqu'elle ne s'étend pas jusqu'à la Propositio VIII „Si corpora duo sibi ex adverso occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contrariâ ratione respondeant, utrumque eâdem quâ accessit celeritate resiliet” du traité posthume que nous avons mentionné dans la note 25. C'est dans la démonstration de cette proposition que Huygens s'est servi des principes en question.

³²⁾ Il s'agit toujours du manuscrit mentionné dans la note 22, qui contient en effet une réfutation élaborée des règles du choc des corps, contenues dans les §§ 45—52 de la seconde partie des „Principes”.

³³⁾ Le Voyage du Monde de Descartes. A Paris, chez la veuve de Simon Benard, 1691, in-12°.

³⁴⁾ La „Censura”, citée dans la note 3 de la Lettre N°. 2553.

³⁵⁾ La publication du manuscrit de Leibniz n'a eu lieu qu'en 1844 (voir la note 22), Basnage de Beauval, qui avait été chargé de chercher un éditeur, n'y ayant pas réussi. On peut consulter à ce sujet sa correspondance avec Leibniz dans la publication de Gerhardt, citée dans la note 22, au Tome III, p. 82, où on lit, dans une lettre du 27 juillet 1692: „J'ai sondé nos libraires.... et je ne leur ai trouvé nulle disposition pour en entreprendre l'edition. Des qu'on leur parle d'un livre latin, ils font cent difficultés”.

³⁶⁾ Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 5, note 7.

des plantes et des animaux, sans doute parce qu'il n'a pas vu moyen de les faire naître du mouvement et de la figure des particules, ainsi que le reste des corps qu'il considère.

Il me tarde de voir quelle a été votre correspondance avec Mr. Pellisson ³⁷⁾, que Mr. de Beauval m'a dit devoir paraître au jour. J'aime à voir le raisonnement de ceux qui excellent dans les Mathématiques, sur quelque matière que ce soit, et je pourrai un jour vous en proposer quelque une ³⁸⁾. Je suis avec une parfaite estime et affection etc.

N^o 2760.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 JUILLET 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2762.

J'espère Monsieur que vous voudrez bien que je me serve de l'occasion du départ de Mr. Hartfoeker pour vous remercier de la manière obligeante dont vous parlez de moi dans les remarques ²⁾ que vous avez mis dans les journaux de Hollande, après la lettre des centres d'oscillation. J'ay lu avec plaisir dans les

³⁷⁾ Voir, sur Paul Pellisson, la Lettre N^o. 2185, note 1.

Il s'agit ici de son ouvrage: De la Tolérance des Religions. Lettres de M. de Leibniz & Réponses de M. Pellisson, ou Quatrième Partie des Réflexions sur les Differends de la Religion. A Cologne. De l'Imprimerie d'André Pierrot. 1692.

Dans une première édition in-4^o, moins complète et tirée à peu d'exemplaires, le nom de Leibniz n'était pas mentionné dans le titre, ce qui était plus conforme à son intention, comme cela résulte de sa correspondance avec Basnage de Beauval, citée dans la note 34.

³⁸⁾ Huygens, probablement, fait allusion ici à son Cosmotheoros.

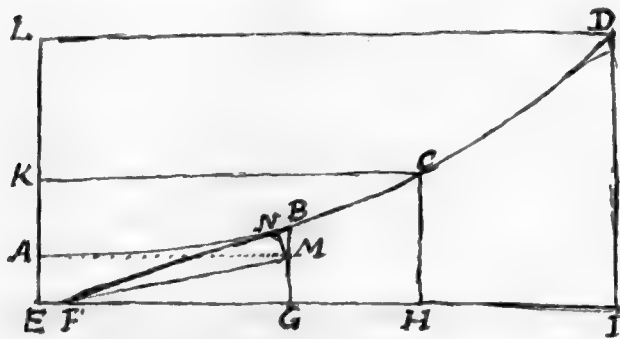
¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 232.

²⁾ Voir la pièce N^o. 2606.

actes de Leipzig la solution que vous avez troué du probleme de la courbure que fait vne chaîne pendante³⁾, et cela m'a beaucoup serui à faire quelque progrès dans ces fortes de problemes. J'ay vü icy entre les mains d'un de mes amis vne lettre de Mr. de leibnitz dans laquelle apres auoir dit beaucoup de merueilles de sa nouuelle analyse des infinis, il assure que uous luy avez proposé plusieurs questions en ce genre, auxquelles il a satisfait au delà mesme de vos esperances. Je vous serois fort obligé, si vous me vouliez faire part de quelques vnes de ces questions ou d'autres semblables, afin que je puisse m'exercer et voir si j'en viendrois about. J'ay troué dans vostre traitté de la lumiere plusieurs propriétés de la ligne logarithmique ou logistique⁴⁾. En voicy vne que je croy nouvelle et dont

je vous prie de me mander vostre pensée.

Soit la logarithmique jn-definie ABCD, qui a pour asymptote la droite EI, et dont la soustangente qui est partout egale et que l'on suppose connue est FG. Il faut trouuer geometrique-ment vne droite egale à vne portion quelconque AB de cette courbe.



Soient menées les perpendiculaires AE, BG, la touchante BF et la parallele AM. Soient prise sur EA prolongée les parties $EK \propto \frac{aa\sqrt{2+a}\sqrt{2aa+2cc}}{2c}$

$EL \propto \frac{aa\sqrt{2+\sqrt{2aa+2bb}}}{2b}$ ($FG \propto a, AE \propto b, BG \propto c$), d'ou partent les paralleles KC, LD, rencontrant la logarithmique aux points C, D, je dis maintenant que BN, difference des droites BF, FM, plus HI, difference des droites LD, KC, fera egale à l'arc cherché AB⁵⁾.

Je suis avec vne estime tres particuliere Monsieur.

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
LE MARQUIS DE LHOSPITAL.

³⁾ Voir la pièce N°. 2681.

⁴⁾ Voir les dernières pages du „Discours de la cause de la pesanteur”.

⁵⁾ Ecrivant pour l'équation de la courbe: $y = be^{\frac{x}{a}}$, c'est-à-dire $x = a \ln \frac{y}{b}$, on vérifie aisément

Si vous voulez me faire reponce vous adresserez s'il vous plaist, vostre lettre chez Mr. le Comte de Ste. Mesme rue du petit musque proche l'arsenal à paris.
à paris ce 26 juillet 1692.

A Monsieur
Monsieur HUGENS de ZULICHEM
à la Haye.

N^o 2761.

CHRISTIAAN HUYGENS à VAN MERLE ¹⁾).

31 JUILLET 1692.

*La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à trois lettres que nous ne connaissons pas.*

à la Haye ce 31 Jul. 92.

Monsieur VAN MERLE ²⁾).

Vous deviez agir plus discretement, et ne m'envoier pas trois lettres de suite, fans songer que je pourrois estre absent ou empesché par indisposition de vous faire response. La principale raison a esté que je n'avois rien de bon à vous dire. Je vous ay recommandé plusieurs fois à mon frere de Zulichem, et je n'y scaurois faire autre chose. C'est peut estre que vous l'importunez trop, qui luy oste l'envie de faire quelque chose pour vous. De vous assister d'argent, mes affaires ne me le permettent pas, puisque j'en emprunte et prens à interest pour paier les Taxes de l'Estat. Je ne veux point douter, que vous ne soiez celui que vous dites, et je suppose que mon frere le croit de mesme. Vous comprenez bien pourtant qu'il doit y avoir un grand nombre de personnes qui nous soient aussi proches. C'est

qu'en effet la construction annoncée, après correction de la faute de transcription signalée dans la Lettre N^o. 2762, conduit à la relation correcte :

$$\text{arc. AB} = \left[\sqrt{a^2 + c^2} - \sqrt{a^2 + b^2} \right] + \left[a \cdot 1 \frac{a^2 \sqrt{2} + a \sqrt{2a^2 + 2b^2}}{2b^2} - \right. \\ \left. - a \cdot 1 \frac{a^2 \sqrt{2} + a \sqrt{2a^2 + 2c^2}}{2bc} \right] = \sqrt{a^2 + c^2} - \sqrt{a^2 + b^2} + a \cdot 1 \frac{c(a + \sqrt{a^2 + b^2})}{b(a + \sqrt{a^2 + c^2})}.$$

¹⁾ Voir, au sujet de ce personnage, qui autrement nous est inconnu, la Lettre N^o. 2731.

²⁾ l'Adresse manque dans la minute. Ce n'est que la copie qui la fournit.

pourquoy vous ne devez pas demander de l'avancement a mon frere, comme s'il estoit obligé de vous en procurer. Je vous envoie vostre Carte Genealogique, puisque vous la voulez au plustost, quoyque le paquet en soit bien gros. Je souhaite qu'elle vous puisse servir de quelque chose, et demeure

MONSIEUR

Vostre tres affectionné Serviteur
CHR. HUGENS.

N^o 2762.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

27 AOÛT 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾.

La lettre est la réponse au No. 2760.

De l'Hospital y répondit par le No. 2765.

27 août 1692.

Mr. Hartfoeker m'a rendu Monsieur la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'escire, dans la quelle vostre copiste a fait une faute, qui m'empesche de comprendre ce qu'en contient le principal article, qui regarde la dimension de la ligne Logarithmique. Il a mis $EL \propto \frac{aa\sqrt{2} + \sqrt{(2aa + 2bb)}}{2b}$,^{a)} où vous voiez qu'il manque quelque lettre, ou peut-estre quelque nombre, devant le signe radical, ce que je vous supplie de suppléer. Je puis vous dire cependant que à travers l'expression fautive de la longueur de cette courbe il me paroît que vostre invention doit estre fort belle et subtile, et mesme l'entreprise me semble hardie, quand je considere la nature de la Ligne. Je veux croire Monsieur que vous avez la demonstration certaine de ce que vous avancez; mais sans la voir je crois que je pourray assez juger de la verité de vostre solution. Les proprietétez que j'ay marquées de cette mesme Logarithmique dans mon Traité de la Pesanteur, quoy qu'assez remarquables, ne sont pas d'une recherche bien difficile²⁾. La courbure de la chaine estoit incomparablement plus malaisée à trouver et sur tout la

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 233.

²⁾ Nous reviendrons ailleurs dans cette édition sur ces recherches, publiées par Uylenbroek au Fasc. II, pp. 172—183; elles datent déjà de 1661.

reduction de sa construction à la quadrature de l'Hyperbole ³⁾, ou à la dimension de la ligne parabolique, la quelle reduction s'enfuit aussi de ce que j'avois trouvé ⁴⁾, puis que la quadrature de l'Hyperbole donne la somme des secantes, comme il avoit esté démontré il y a longtemps par Jac. Gregorius ⁵⁾, dans ses Exercitations mathematiques; mais j'ay trouvé depuis la mesme reduction par deux autres voies fort courtes et qui me semblent belles que je pourray publier quelque jour ⁶⁾. Je n'ay point trouvé d'avoir besoin pour cela de la methode de calculer de Mr. Leibnits ⁷⁾, ni je n'en trouve pas l'utilité si grande ⁸⁾ qu'il semble vouloir faire accroire dans la lettre dont vous faites mention. Il est très habile geometre d'ailleurs et s'est appliqué entre autres avec succès à ce qui regarde les Tangentes et quadratures des lignes courbes. C'est la dessus que rouloient les Problemes ⁹⁾ aux quels il dit avoir satisfait au de la de mon attente, ce qui est vray, mais il est vray aussi que je n'avois pas beaucoup medité alors ces matieres, m'estant tousjours plu d'avantage à chercher l'utilité de la Geometrie dans les choses de physique et de mechanique.

Au reste trouvez bon Monsieur que je ne vous specifie aucun de ces problemes presentement, puis que je le fais, a fin que vostre réponse avec la correction que je demande ne soit retardée par la, si vous vouliez en tenter la solution comme il paroît que vous en avez envie.

Je suis

avec beaucoup d'estime et de deference

^{a)} Faute du Copiste. Voir Newton dans Wallis ¹⁰⁾ [Christiaan Huygens].

³⁾ Consultez la Lettre N°. 2693, à commencer par la page 131, et la Lettre N°. 2695.

⁴⁾ Voir le second alinéa de l'article 7 de la pièce N°. 2681.

⁵⁾ Voir la note 12 de la Lettre N°. 2709.

⁶⁾ Voir, pour la première de ces deux voies, qui fut publiée plus tard dans l'„Histoire des ouvrages des Sçavans” de février 1693, la note 3 de la Lettre N°. 2695, et pour la seconde l'Appendice N°. 2763 de la présente lettre.

⁷⁾ Huygens avait en vue la méthode exposée dans la pièce N°. 2713.

⁸⁾ Comparez les Lettres Nos. 2721 et 2726.

⁹⁾ Voir sur ces problèmes, qui consistaient dans la détermination des courbes qui correspondent

aux valeurs $\frac{y^2}{2x} - 2x$; $\frac{2x^2y - a^2x}{3a^2 - 2xy}$ et $\frac{yy}{ax} \sqrt{\frac{aa - xx}{ax}}$ de la soustangente, les pages citées dans la table des matières de ce volume et du volume précédent sous l'article : „Equations différentielles”.

¹⁰⁾ Voir, sur l'exposé de la méthode des fluxions, emprunté par Wallis à des lettres de Newton et publié par lui dans l'édition latine de 1693 de son „Treatise of Algebra”, une des notes de la lettre de Huygens à de l'Hospital du 29 décembre 1692.

N^o 2763.

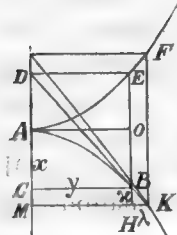
CHRISTIAAN HUYGENS.

1691. [DÉCEMBRE 1691].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

*Appendice*¹⁾ *au* No. 2762.

(19) \mathcal{M} (uniquely) is \mathbb{I}^2 .



AC = x ; CB = y ; CD = z ; BH = x ; HK = λ . AB est curva. AC recta; ad quam ordinatim applicata BC ad ang. rectos. BD est tangens in B, occurrens CA productae in D. Si compleatur \square BCDE erit punctum E ad curvam quandam AE, quae facit spatium BAE, aequale spatio BAC. Quod magni usus est.

$$BH : HK = DC : CB$$

$$k : \lambda = z : y$$

$$\frac{x}{z} = \frac{\lambda}{y}$$

$$xy = \lambda z.$$

Spat. HC = spat. BE³⁾; unde et summae aequales, hoc est spat. KAF = spat. KAM; vel etiam BAE = BAC.

Hinc quadratura parabolae. Nam quia ibi est CD seu $z = 2x$, fit $AD = x$; est-
que $DE = y$. Itaque AE est parabola eadem ac AB , cumque spat. AEB fit $= ABC$
vel AED , erit ergo $ABC = \frac{1}{2} \square CE$ seu $\frac{2}{3} \square CO$ ipsius CE dimidii.

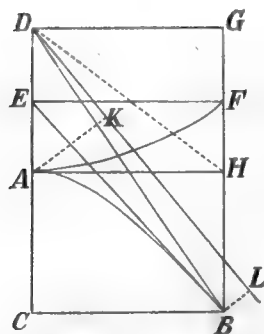
[Spatium BAĒ circa axem DC facit duplum solidum ejus quod ex spat. ABC circa eundem axem, quia centr. gr. spatii FB duplo amplius distat ab AC, quam centr. gr. spat. HC] ⁴⁾).

1) Cet Appendice a été emprunté à la page 14 du livre H des *Adversaria*. Nous l'avons divisé en deux paragraphes.

²⁾ *Démonstration d'un théorème général sur les quadratures.*

3) Lisez: BF.

4) Cette remarque a été ajoutée après coup.

§ II⁵⁾.

Hinc et dimensionem curvae, ex qua pendet constructio lineae Catenariae, reducere poteram ad quadraturam hyperbolae.

Sit enim AC⁶⁾ hyperbola aequilatera, cujus centrum D, axis DC applicata BC, tangens BE; et compleatur \square EAHF. Jam erit F punctum ad curvam quandam AF, quae facit spatium FAB = spatium hyperb^o ABC, unde spatium AFGD dabitur si à \square CG auferatur duplum spatii hyperbolici ABC. Est autem curva AF ea ipsa cujus dimensione opus erat ad constructionem Catenariae, quandoquidem

ducta AH parallela CB, proportionales sunt BG, HG, FG; propter proprietatem tangentis hyperbolae EB, quae invenitur faciendo proportionales DC, DA, DE. Curvam autem nostram ita construxeram, sumtis ubique proportionalibus BG, HG, FG vid. lib. G, pag. 207).

Patet⁸⁾ ex jam dictis, ductâ recta DB, triangulum DCB ablato spatium hyp^o. ABC relinquere spatium DBA aequale dimidio spatii AFGD; est autem sp. DBA sector hyperb.^s aequalis spatium ABLK, ductis BL, AK ad asymptoton DL perpendicularibus.

⁵⁾ Application du théorème du paragraphe précédent à la quadrature de la courbe $xy^2 = a^4 - a^2xy$, dont dépend la construction point par point de la chaînette ($DE = y$; $EF = x$).

⁶⁾ Lisez: AB.

⁷⁾ Il s'agit du § VIII de la pièce N^o. 2625. Voir surtout la dernière phrase de ce paragraphe. En effet, les points B, H, F, G de notre figure correspondent aux points D, φ , ψ et χ de la figure 5 de la pièce N^o. 2625.

⁸⁾ Ce qui va suivre a sans doute été ajouté pour pouvoir servir au calcul par logarithmes du rapport entre l'arc AK et l'abscisse LK (voir la fig. 4 de la pièce N^o. 2625) de la chaînette. En effet, d'après le § VIII cité, ce rapport égale celui du rectangle DH de la présente figure à l'aire $ADGF = 2 \times \text{spat. ABLK}$, où HDA représente l'angle φ de la tangente à l'extrémité de l'arc avec la tangente horizontale du sommet. Posant $AD = a$, on a donc $AH = a \tan \varphi$; $GB = DC = \sqrt{BC^2 + AD^2} = a \sec \varphi$; $BL = \frac{1}{2} a \sqrt{2} (\sec \varphi - \tan \varphi)$; $AK = \frac{1}{2} a \sqrt{2}$, donc en appli-

quant la quadrature bien connue de l'hyperbole: $\text{spat. ABLK} = DK^2 \cdot \frac{AK}{BL} =$

$= -\frac{1}{4} a^2 \cdot (\sec \varphi - \tan \varphi) = \frac{1}{4} a^2 \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$, d'où il suit pour le rapport cherché:

$2 \tan \varphi : 1 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$.

N^o 2764.

CONSTANTYN HUYGENS frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

8 SEPTEMBRE 1692.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

Au Camp de Grammon ce 8 de Septembre 1692.

J'ay receu la vostre du 6^e de ce mois. Pour ce qui est de l'affaire du ministre a Zuylichem ¹⁾ je croy que nous ne ferons pas mal de suivre ce que vous proposez et de complaire a Mr. Verbolt quoyqu'en effet il en ait usé un peu estrangement en faisant faire cette nomination. Vous ne me dites pas de quel sentiment sont le Frere de Rotterdam ²⁾ et celuy de Ste Annel ³⁾. Il y a quelque temps que n'ay pas appris l'estat de la santé du premier, ce qui me fait croire qu'il n'y aura pas grand changement.

Il ne me souvient pas que vous m'avez rendu conte de ces trois objectifs de Hartfoeker ⁴⁾. Mais il me semble qu'une fois nous en avons essayé un, qui n'estoit pas trop bon ⁵⁾. Comment est ce que vous n'avez pas eu la curiosité de faire l'essay de ces derniers, cela estant une chose si aisée comme elle est, de la maniere comme nous fismes au mail avec nos grands verres. Si je m'en souviens bien sa maniere de polis estoit fort longue et ennuyeuse suivant ce que vous m'en avez raconté. Vous m'avez dit aussi que Hartfoeker vouloit publier sa methode ⁶⁾ et en faire un livre, dites moy un peu s'il persiste dans cette resolution, pour la quelle je vous ay escrit, que je ne fais pas.

Je n'auray pas a faire de ce Touffain de Mr. Carré ⁷⁾, Guiran ⁸⁾ m'ayant mandé avec bien de l'honnesteté qu'il vouloit bien me servir, laissant le salaire a ma discretion. J'ay dessein de luy [donner] la mesme chose qu'il a eue chez le neveu de Mijlord Portland ⁹⁾ dont il a esté Gouverneur il y a peu et qui luy a donné cent escus. On me loue cet homme la beaucoup et je croy qu'il fera nostre fait. Entre autres choses il y a cela de bon que Tien pourra apprendre de luy la Langue Francoise qu'il importe de se rendre familiere à teneris.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2758.

²⁾ Lodewijk Huygens.

³⁾ Philips Doublet, le beau-frère.

⁴⁾ Voir, sur les objectifs de Hartsoeker, la Lettre N^o. 2753.

⁵⁾ Probablement le verre dont il est question dans les Lettres Nos. 2534 et 2537.

⁶⁾ Comparez la Lettre N^o. 2748, à la page 278.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2758, note 1.

⁸⁾ Probablement le même qui est mentionné dans la Lettre N^o 2559.

⁹⁾ Voir la Lettre N^o. 1966, note 6.

Nous sommes depuis 8 ou 9 jours en ce camp icy, et y pourrions bien encore rester quelques jours si le manque de fourage ne nous en fait deloger. Il faut esperer que pendant que nous y sommes nos detachements pourront faire quelque chose ailleurs avant la fin de cette campagne ce qui se scaura dans peu. Adieu je vous prie de me faire scavoir comment vous aurez trouvé les verres de Hartfoeker.

Il faut songer tout de bon comment nous ferons pour dresser un autre mast au jardin.

Voor broer van Zelem.

N^o 2765.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

10 SEPTEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek ¹⁾.

Elle est la réponse au No. 2762.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2768.

^{a)} Je n'ay pû faire reponce plustost, Monsieur à la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'ecrire du 27^e Aoust parce que je suis à la campagne depuis quelques jours. Voicy la correction que vous me demandez. Il faut mettre

$$EL = \frac{aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa + 2bb}}{2b} \text{ mais comme il me paroist que vous faites}$$

quelque cas de cette inuention je vous enuoye le mesme theoreme enoncé vn peu autrement avec vne demonstration fort courte mais qui suffira, a ce que je pense, pour vous conuaincre de sa verité. Les deux manieres dont vous vous estes pris pour reduire tout d'un coup la construction de la ligne d'une chaine pendante à la quadrature de l'hyperbole sans auoir besoin de passer par l'une ou l'autre de ces courbes, $xxyy = a^4 - aayy$ ou $xxyy = 4a^4 - x^4$ ²⁾ doiuent estre fort belles, et je ferois rauy que vous les rendissiez publiques afin de les pouuoir admirer. J'ay trouué depuis peu la solution du Probleme que Mr. de Beaune propofa autrefois à Descartes ³⁾, et que l'on trouue dans la lettre 79^e du 3^e Tome sous cette ex-

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 235.

²⁾ Voir sur ces courbes l'article 7 de la pièce N^o. 2681.

³⁾ En 1639. On ne connaît pas la lettre de de Beaune dans laquelle il propose ce problème célèbre; mais bien la réponse de Descartes du 20 février 1639. Consultez la Lettre CLVI du T. II

pression, data qualibet linea &c.⁴) Je vous en feray part si vous jugez que cela en vaille la peine, j'espere que vous voudrez bien m'enuoyer les problemes qui regardent les tangentes et les quadratures afin de pouuoir m'exercer à les resoudre. Si vous y vouliez joindre quelques problemes fificomathematiques comme je vois que ce font ceux-la qui vous plaisent dauantage je m'y appliquerois avec soin. Je suis Monsieur avec vne estime tres singuliere

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant seruiteur
le M DE L'HOSPITAL.

A Ouques, ce 10^e Septembre 1692.

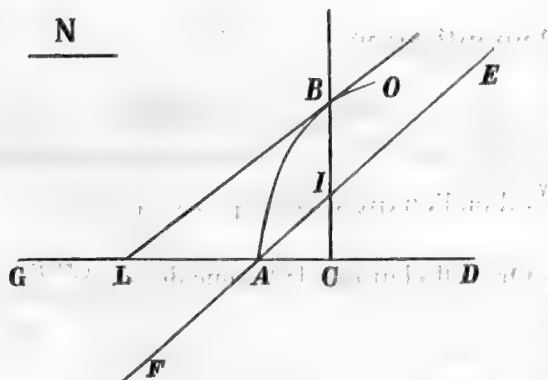
*) R. le 9 oct. [Christiaan Huygens].

de l'édition récente par Charles Adam et Paul Tannery des „Œuvres de Descartes" et les notes explicatives qui y accompagnent cette lettre.

Comme on sait, le problème se réduit à la recherche de la courbe définie par l'équation différentielle: $(y-x) dy - a dx = 0$.

4) Il s'agit ici de l'édition de Clerselier, citée dans la note 1 de la pièce N°. 351 et dont le troisième volume parut en 1667 sous le titre : „Lettres de Mr. Descartes, où il répond à plusieurs difficultez qui luy ont esté proposées sur la Dioptrique, la Géométrie et sur plusieurs autres sujets”. La lettre 79 de cette édition, écrite par Descartes à un inconnu, probablement en juin 1645, se trouve reproduite dans l'édition de Charles Adam et Paul Tannery à la page 227 du T. IV sous le N°. CCCLXXXIII.

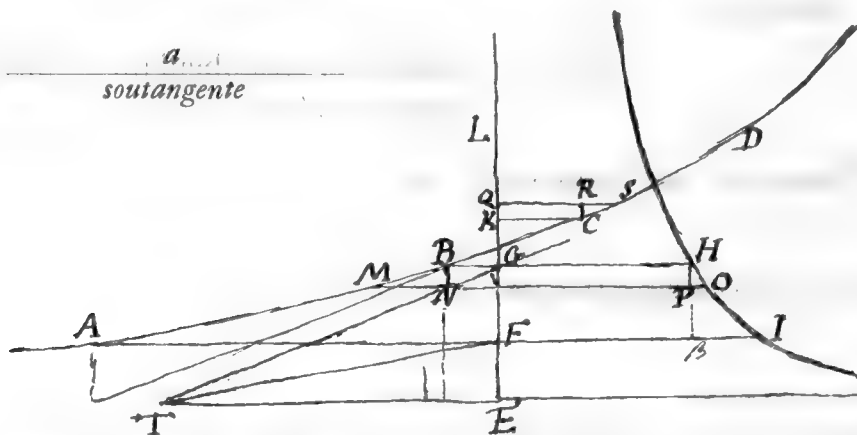
Voici le passage en question, mentionné par de l'Hospital: Datā qualibet lineā rectā N, et



ductis aliis duabus lineis indefinitis ut GD et FE, quae se in puncto A ita intersecant, ut angulus EAD sit 45 graduum; quaeritur modus describendi lineam curvam ABO, quae sit talis naturae, ut à quocumque eius puncto ducantur tangens et ordinata ad diametrum GD, (quemadmodum hic à puncto B ductae sunt tangens BL et ordinata BC), semper sit eadem ratio istius ordinatae BC ad CL, segmentum diametri inter ipsam et tangentem intercepti, quae est lineae datae N ad BI segmentum ordinatae à curva ad rectam FE porrectae”.

Theor.

Soit la courbe logarithmique infinie ABCD, qui a pour asymptote la droite TE, d'un point quelconque E de cet asymptote ayant mené la perpendiculaire



EL, soit décrite la courbe geometrique HI, dont la nature soit exprimée par cette equation (EF ou $EG \propto y$, FI ou $GH \propto z$), $\frac{aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2yy}}{2y} \propto z$. ou en ostant les incommensurables, $aa y + 2aaz\sqrt{2} \propto 2yzz$. que l'on mene à present deux paralleles quelconques AFI, BGH, à l'asymptote TE, et ayant pris $TE \propto a$, $EL \propto FI$, $EK \propto GH$, et mené les droites TG, TF, et les paralleles LD, KC, qui rencontrent la logarithmique aux points D, C; je dis que la portion AB de cette logarithmique $\propto TG - TF + LD - KC$.

Démonstration.

Ayant pris l'arc BM infiniment petit, et mené MO parallèle à BH, l'on nommera comme fait Mr. Leibnitz, BN, ou HP, dy , MN dx , et l'on aura par la propriété de la logarithmique ⁵⁾, $dx \propto \frac{ady}{y}$, d'où l'on tire BM ou $\sqrt{dx^2 + dy^2}$

$$\propto \frac{dy\sqrt{aa+yy}}{y} \propto \frac{aady + yydy}{y\sqrt{aa+yy}}. \text{ Or il est clair que la somme des } \frac{ydy}{\sqrt{(aa+yy)}},$$

⁵⁾ Celle de posséder une sous-tangente constante.

dans la portion AB, ∞ TG — TE, de sorte qu'il ne reste plus qu'à démontrer que la somme des $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}} \infty$ LD — KC, ce que je prouve ainsi. Soit prise KQ ∞ OP, et soit menée QS. l'on trouvera par la méthode des tangentes de Barrow ou de Mr. Leibnitz, que OP ou KQ $\infty \frac{a^3dy\sqrt{2+aa} + aady\sqrt{2aa+2yy}}{2yy\sqrt{aa+yy}}$. Or par la propriété de la logarithmique RS $\infty \frac{a \times KQ}{EK} \infty \frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$; donc la somme des RS, c'est-à-dire LD — KC ∞ à la somme des $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$ dans la portion AB, donc &c.

6) Il s'agit évidemment de la détermination du rapport de OP, ou dz , à HP, ou dy , au moyen de l'équation de la courbe HI, laquelle équation on rencontre dans l'énoncé du théorème sous les deux formes :

$$(1) \quad z = \left[a^2 \sqrt{2} + a \sqrt{2a^2 + 2y^2} \right] : 2y$$

$$(2) \quad a^2y + 2a^2z\sqrt{2} = 2yz^2.$$

Or, la méthode de Barrow, mentionnée dans le texte, est sans doute celle décrite dans le § XIV de la Lectio Geometrica X de l'ouvrage cité dans la note 14 de la Lettre N°. 1767 (voir la page 80 de l'édition de 1674). Elle apprend à remplacer x et y par $x + e$ et $y + a$, à négliger les puissances et les produits de a et e et rejeter ensuite les termes qui ne contiennent ni a , ni e , et qui, nécessairement, se détruisent entre eux. Elle ne diffère donc pas essentiellement de celle de Fermat (Consultez p. e. le Chapitre 79 de l'ouvrage de Cantor, Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik, Bd. 2, édition de 1900, p. 860 — 864) et s'applique facilement à l'équation de la courbe HI sous sa deuxième forme.

La méthode de Leibniz, exposée dans l'article cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2205, permettait au contraire de traiter l'équation sous sa première forme à l'aide de la différentiation directe des irrationnelles.

N^o 2766.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 SEPTEMBRE 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse au No. 2759.**Chr. Huygens y répondit le 12 janvier 1693.*Hanover ce $\frac{16}{26}$ de Septembre 1692.

MONSIEUR

J'ay esté bien occupé cet esté, ce qui m'a empêché de repondre plustost à vostre lettre de l'11^e de Juillet, car il auroit fallu pour cela une espece de retraite et de meditation, parce que vous touchés plusieurs matieres importantes³⁾. C'est pour cela que je ne suis pas encore en estat de vous satisfaire entierement, et en attendant je donne ce que je puis.

Je ne voy pas encor pourquoy plusieurs opinions differentes en apparence, touchant la rondeur des gouttes, la pesanteur des corps terrestres, et l'attraction des Planetes vers le Soleil, ne se puissent concilier. Je croy qu'on peut dire en general, que la matiere est agitée d'une infinité de façons de tous costés avec une difformité uniforme, en forte qu'il y en a peut estre également en tout sens. Ce mouvement doit servir tant à former des corps, qu'à les placer; car les corps prennent la situation par laquelle leurs mouvemens sont moins empêchés, et s'accommodent en quelque façon les uns avec les autres, ainsi cela peut faire qu'ils se joignent, quand ils sont séparés, et qu'on a de la peine à les separer quand ils sont unis. On peut encor considerer plus particulièrement, qu'un corps environné d'un autre plus fluide et plus agité, mais au quel il ne donne pas un passage assez libre au dedans, sera frappé au dehors par une infinité de vagues, qui contribueront à l'affermir, et à presser ses parties les unes contre les autres. Qu'un corps rond est moins exposé aux coups du fluide environnant, à cause que c'est ainsi que sa surface est la moindre qui est possible, et que l'uniforme diversité tant des mouvemens internes que des mouvemens extérieurs contribue encor à cette rondeur. On peut venir à un plus grand detail, lors qu'il s'agit du globe de la terre et considerer que les agitations d'un fluide renfermé se tournent en circulations, car c'est ainsi qu'elles

¹⁾ Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 137.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 141, et Briefwechsel p. 700.

³⁾ A propos de cette même lettre de Huygens, Leibniz écrivit à Basnage de Beauval: „Mons. Huygens m'a taillé de la besogne par sa lettre, et pour y repondre il faudra mediter un peu, ce que je ne suis pas en estat de faire a present". Voir la page 86 de la correspondance mentionnée dans la note 35 de la Lettre N^o. 2759.

continuent avec le moins d'empêchement, que ces circulations font en tous sens, à cause que les agitations qui les produisent le font aussi. Et que les circulations à l'entour de la terre s'accorderont et conspireront pour avoir un centre commun, qui sera celui du globe de la terre, sans doute parce que dès la formation de ce globe (semblable apparemment à la formation d'une goutte) ce centre étoit distingué des autres points; que cette matière circulante tâche à s'éloigner du centre, et par conséquent qu'elle oblige les corps moins agités à s'y approcher. Et que les efforts centrifuges de la matière peuvent être considérés comme des rayons d'attraction partans du centre à l'égard des corps qu'ils y font aller.

L'Analogie de la Nature peut faire croire qu'il y a quelque chose d'approchant à l'égard du système du Soleil, que les Planètes tendent vers le Soleil par une raison semblable et que les attractions y font en raison doublée reciproque des distances tout comme les illuminations. Et comme dans l'Aimant il y a non seulement l'attraction mais encore la direction, et qu'il y a une grande analogie entre la terre et l'aimant, on a lieu de croire, que parmi tant de circulations à l'entour du centre de la terre, auxquelles on peut assigner une infinité de pôles; il y a deux pôles principaux, suivant lesquels la matière de la terre s'est accommodée à un certain cours de la matière du grand système solaire, comme les aimans s'accoutument au cours de la matière du système terrestre.

Il semble, Monsieur, que vous n'approuvés pas ces conciliations, mais vous ne marqués pas en particulier, ce qu'il y a à redire; vous ne dites pas aussi pourquoi par exemple vous attribués plus particulièrement la rondeur des gouttes d'eau à un mouvement rapide au dedans^a). Vous ne dites pas non plus pourquoi les efforts de la matière centrifuge ne peuvent être considérés comme des rayons d'attraction. J'ay remarqué cependant qu'on peut dire quelque chose à l'encontre; sçavoir qu'il y a la même quantité de lumière dans toutes les surfaces sphériques concentriques, mais qu'on peut douter s'il y a la même quantité d'attraction. Et il est vrai que j'avois encore tenté quelque chose qui paroît assez plausible en considérant la vitesse de la circulation. Il faudra examiner quelle explication est la meilleure, ou si on les peut concilier. Le même se peut dire à l'égard de l'explication de Mons. Neuton des ellipses. Les Planètes se meuvent comme s'il n'y avoit qu'un mouvement de trajection ou de propre direction joint à la pesanteur à ce que Mons. Neuton a remarqué. Cependant ils se meuvent aussi, tout comme s'ils étoient déferés tranquillement par une matière dont la circulation^b) y soit harmonique; et il semble qu'il y a une conspiration de cette circulation avec la propre direction de la Planète. Et la raison qui fait que je ne me repens pas encore de la matière déferente, depuis que j'ay appris l'explication de Mr. Neuton, est entre autres, que je voy toutes les Planètes aller à peu près d'un même côté, et dans une même région, ce qui se remarque encore à l'égard des petites Planètes de Jupiter et de Saturne. Au lieu que sans la matière déferante commune rien n'empêcheroit les Planètes d'aller en tous sens. Il y a bien des choses à dire sur

tout cela, que j'espère d'éclaircir un jour plus particulièrement. Il semble que l'analogie de la terre et du soleil avec l'aimant rend assez probable le cours de la matière solaire, semblable à celui de la matière terrestre, qui est une espèce de circulation ou tourbillon. Et comment expliqueroit-on l'attraction de la terre qui la porte vers le Soleil, si on n'admet quelque chose d'analogique avec la cause de la pesanteur, il me semble que vous reconnoissiez cette analogie vous même dans quelque endroit de votre dernier traité ⁴⁾. Quelque chose que ce puisse être ce sera un mouvement d'une matière fluide, qui sera en rond, car vous ne vous contenteriez pas d'une qualité attractive ⁵⁾ comme Mr. Neuton semble faire. Cela étant, il semble que vous ne vous scauriés passer des tourbillons, et sans cela, comment pourriés vous maintenir votre explication de la pesanteur, où vous supposez avec raison que la matière qui circule en tous sens est enfermée. Ce ne sera pas dans un ciel solide cristallin, ce sera donc dans une espèce d'orbe ou sphere liquide, ou autre fluide environnant, auquel le mouvement donne en quelque façon à cet égard les privilèges d'un corps solide. Aussi sans cela les corps circulans se dissiperoient par leur force centrifuge ⁶⁾, si ce n'est qu'on leur attribue quelque qualité centrophile, ou quelque sympathie entre elles, dont je crois que vous ne vous accommoderés pas.

Quant au parallélisme des axes il est bien vrai, que si l'on explique le mouvement de la planète par la seule trajection jointe à la pesanteur et si l'on suppose que la Planète est toujours en équilibre par la pesanteur de ses parties, de quelque manière qu'on la place, il faut qu'elle garde toujours la direction de l'axe, en sorte que l'axe soit toujours parallèle à lui même. Mais cela suppose encor que le corps ne trouve pas le moindre empêchement ou rencontre irrégulière ny impression extérieure qui le fasse tourner tant soit peu ⁷⁾. Ce qui est contre la coutume de la nature, et par conséquent, puis qu'il n'y auroit ainsi aucun principe fixe ou constant de cette direction, elle seroit bientôt changée. Comme il est sûr qu'un globe quelque égal qu'on le pourroit faire, jeté en l'air ne garderoit pas long temps une situation parallèle à elle même, ou aux situations précédentes et une droite menée au dedans de ce globe ne demeureroit pas long temps parallèle à sa première situation. De sorte que j'aime mieux de fixer ce parallélisme par

⁴⁾ Il s'agit sans doute du passage suivant, qu'on trouve à la page 160 de l'édition originale du „Discours de la cause de la pesanteur”: Je n'ay donc rien contre la *Vis Centripeta*, comme Mr. Newton l'appelle, par la quelle il fait peser les Planetes vers le Soleil et la Lune vers la Terre, mais j'en demeure d'accord sans difficulté, parce que non seulement on sçait par expérience qu'il y a une telle manière d'attraction ou d'impulsion dans la nature, mais qu'aussi elle s'explique par les loix du mouvement, comme on a vû dans ce que j'ay écrit cy dessus de la pesanteur. Car rien n'empêche que la cause de cette *Vis Centripeta* vers le soleil, ne soit semblable à celle qui pousse les corps, qu'on appelle pesants, à descendre vers la Terre.

⁵⁾ Comparez le premier des deux passages du „Discours sur la cause de la pesanteur”, cités dans la note 6 de la Lettre N°. 2558.)

quelque cause qui reponde à la direction de l'aimant, et qui serve à redresser les changemens, que les seules loix du mouvement de la planete ne scauroient exclure^e). Et je crois même que s'il n'y avoit que la seule trajection libre de la planete, sans quelque fluide deferant, et gouvernant son cours, les regles seroient bientost faussées.

Je viens à nostre different du Vuide et des Atomes, qu'il sera difficile de vuider. Vous supposés, Monsieur, que dans les corps il y a une certaine fermeté primitive, et cela estant, vous jugés qu'il la faut supposer infinie, car il n'y a point de raison de la supposer d'un certain degré. Je demeure d'accord qu'il y auroit de l'absurdité à donner à tous les corps un certain degré de fermeté, car rien ne nous determine plustost à un tel degré qu'à tout autre. Mais il n'y a point d'absurdité de donner differens degrés de fermeté à des corps differens^f); autrement on prouveroit par la même raison que les corps doivent avoir une vitesse nulle ou infinie. Cela posé, que la nature doit varier, la raison veut qu'il n'y ait point d'atomes ou corps d'une fermeté infinie, autrement ils le feroient tous, ce qui n'est point neccessaire^g). Il ne semble pas aussi que vous satisfaites assés à la difficulté des Atomes qui se toucheroient par quelque surface, et par cela même demeureroient pris et attachés ensemble inseparablement. Car de nier que les Atomes ont des surfaces plates ou autrement congruentes entre elles en la moindre partie, c'est un grand postulatum. Mais quand on l'accorderoit je crois que dans ces sortes de raisonnemens on ne doit avoir egard non seulement à ce qui est, mais encor à ce qui est possible^h). Supposons donc une chose possible, scavoir que tous les Atomes n'ayent que des surfaces plates, il est visible, qu'alors cet inconvenient arriveroit et par consequent l'hypothese de la parfaite dreté n'est point raisonnable. Il y a encor d'autres inconveniens dans les Atomes. Par exemple ils ne scauroient estre susceptibles des loix du mouvement, et la force de deux atomes egaux, qui concourent directement avec une vitesse egale se devroit perdre, car il paroist qu'il n'y a que le ressort qui fait que les corps rejallissentⁱ). Mais quand il n'y auroit aucun inconvenient, il semble qu'on ne doit admettre une qualité sans raison, telle qu'est la fermeté primitive. On ne voit rien qui attache deux masses ensemble, et je ne voy pas comment vous concevés, Monsieur, que le seul attouchement fait l'office d'un gluten^j). Or puis qu'il n'y a aucune connexion naturelle entre l'attouchement et l'attachement, il faudra bien que, si de l'attouchement suit l'adhésion, cela arrive par un miracle perpetuel. Mais si la fermeté est une qualité explicable, il faut bien qu'elle vienne du mouvement, puis qu'il n'y a que le mouvement qui diversifie les corps^k). Cela posé tout ce que je puis dire de la connexion originaire des corps revient à cecy, qu'il faut de la force pour detacher une partie de la matiere de l'autre, lors que ce detachement change le mouvement et le cours present des corps. Tout mouvement est conspirant dans une masse, autant qu'il y a quelque regle ou loy en comparant les parties mouvantes entre elles^l), et il est troublé à mesure que cette regle devient plus composée. Aussi peut-on dire, que tout corps

a un certain degré^m) de fermeté et de flexibilité. Cependant quand il s'agit de quelque barre de fer ou autre corps grossier, on n'a pas besoin de recourir d'abord à l'origine primitive de la fermeté, non plus qu'aux Atomes, il suffit de se servir des petits corps, dont chacun a déjà en luy même sa fermeté, mais dont l'un demeure attaché à l'autre, à peu près comme deux tables qui se touchent par leurs surfaces et unies, que la pression de l'ambiantⁿ) defend de separer tout d'un coup.

Je n'ay point d'empressement à donner au public les remarques sur la partie generale de la Philosophie de Des Cartes. Mons. de Beauval sembloit s'offrir de les porter avec soy en Hollande. Puisque vous avés pris la peine de les voir, je souhaiterois que vous eussiez marqué les endroits dont vous ne convenés pas, outre ceux qui regardent le vuide et la fermeté, je voudrois qu'ils fussent encore vus par quelque habile Cartesien, mais capable de raison, pour apprendre ce qu'il diroit à l'encontre. J'en ay escrit à Mons. de Beauval. Je souhaite de voir un jour ce que vous donnerés sur le mouvement. J'avois examiné les regles de Des Cartes par un principe general de convenance, qui ne manque pas à ce que je crois et qui m'a paru utile à refuter les erreurs par interim en attendant la pure verité. Et j'estois bien aise de monstrier comment par le moyen de ce principe les regles Cartesiennes se refutent elles mêmes. Mon dessein dans ces remarques n'estant que de faire des animadversions sur Des Cartes, sans pretendre d'y donner la veritable Philosophie. J'ay esté surpris que Mons. Pelisson a mis, sur tout dans les additions, des choses que je l'aurois prié d'en retrancher, si j'avois sçu son intention. Ce n'est pas qu'il y ait du mal, mais c'est qu'il y a quelque fois du mal entendu dans le monde. Tout cela n'a pas esté fait pour le public, et vous n'y trouverés pas vostre compte, Monsieur, si vous vous donnés la peine d'y jeter les yeux; mon dessein estoit de monstrier à Messieurs de l'Eglise Romaine par une maniere de retorsion que selon leurs principes non seulement les Protestans mais encor les Payens se peuvent sauver. Le reste est né par rencontre.

Vous me faites esperer un jour quelque chose de votre part, qui fera d'une nature differente des matieres mathematiques. C'est ce que je feray ravi de voir. Et generalement tout ce qui vient de vous m'est pretieux. Je vous feray souvenir quelques fois de ce que vous dites dans vôtre lettre à l'égard de Des Cartes, qu'il est utile que les personnes d'une grande reputation disent leur conjectures sur toutes sortes de matieres pour exciter les autres. C'est ce que je voudrois que vous fissiez vous même. Je suis avec zeile

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

ninguen⁶⁾ est il encor en vie? On m'avoit dit autres fois les sentimens outrés sur la religion. C'est dommage qu'il ne donne au public des memoires de ses negociations. N'y a-t-il point des Etats des Provinces Unies qui y pense? Car c'est aujourd'hui il n'y a que ceux qui ne connoissent rien aux affaires de la mer. Mons. vostre Frere pourroit conserver à la posterité le grand Roy qu'il sert avec tant d'approbation. Ce que M. de Croisac⁸⁾ confiderable, cependant Monsieur du Cros⁸⁾ connu sur la mer ayant esté touché un peu durement par M. Temple, l'Anglois, où il pretend de redresser bien des choses qu'il croit fautivees portées par M. Temple.

de dehors n'arrondit point [Christiaan Huygens].
cultez contre cette circulation. Pour quoy la matiere du monde ne va pas dans son mouvement rond uniforme sans y forcer les autres à se conformer elle les empeschera beaucoup quand leur mouvement sera d'avec elle. Et que deviendra la circulation pour la matiere si vous ne leur donnez une autre matiere pour le mouvement deferent [Christiaan Huygens].

plus lent a mesure qu'ils sont plus distants du soleil [Christiaan Huygens].

- d) la grandeur des globes les empesche et encore font ils un peu detournez [Christiaan Huygens].
- e) Scavez vous bien le grand changement qui avec le temps arrive a l'axe de la Terre [Christiaan Huygens].
- f) Appelez vous differens ceux qui n'ont qu'une mesme (mot effacé) [Chr. H.].
- g) Cela est probable [Christiaan Huygens].
- h) Pourquoi? [Christiaan Huygens]. i) nullement [Christiaan Huygens].
- j) j'en suis fort eloigné [Christiaan Huygens].
- k) il faut premierement que ce soient des corps [Christiaan Huygens].
- l) obscur [Christiaan Huygens].
- m) tout corps composé d'un gr[and] n[ombre] ou assemblé [Christ. Huygens].
- n) cela est vray [Christiaan Huygens].

⁶⁾ Koenraad van Beuningen, (voir la Lettre N°. 743, note 4 et la Lettre N°. 2385, note 3) tombé en manie religieuse, mourut en démence, le 20 octobre 1693.

⁷⁾ Sur William Temple, voir la Lettre N°. 2129, note 7.

⁸⁾ Joseph Auguste Du Cros, né vers 1638, depuis 1672 envoyé du duc de Holstein près de la Cour d'Angleterre, fut agent secret du Roi d'Angleterre lors des négociations de la paix de Nimègue. Après avoir été employé auprès de plusieurs Cours, en 1686 celle du Margrave de Brandenburg-Baireuth, il mourut à Gottorp en 1728. En 1692 il publia un écrit contre William Temple.

a un certain degré^m) de fermeté et de flexibilité. Cepe
quelque barre de fer ou autre corps grossier, on n'a pas be
à l'origine primitive de la fermeté, non plus qu'aux Ato
des petits corps, dont chacun a déjà en luy même sa
demeure attaché à l'autre, à peu près comme deux tab
leurs surfaces et unies, que la pression de l'ambiantⁿ)
d'un coup.

Je n'ay point d'empressement à donner au public les
generale de la Philosophie de Des Cartes. Mons. de Beau
les porter avec foy en Hollande. Puisque vous avés pri
souhaitterois que vous eussiez marqué les endroits dont
outre ceux qui regardent le vuide et la fermeté, je voudro
vus par quelque habile Cartesien, mais capable de raison, p
diroit à l'encontre. J'en ay escrit à Mons. de Beauval. Je sc
ce que vous donnerés sur le mouvement. J'avois examiné l
par un principe general de convenance, qui ne manque
qui m'a paru utile à refuter les erreurs par interim en atten
j'estois bien aisé de montrer comment par le moyen de ce p
tesiennes se refutent elles mêmes. Mon dessein dans ces
de faire des animadversions sur Des Cartes, sans pretendre
Philosophie. J'ay esté surpris que Mons. Peliffon a mis, sur tout dans les additions,
des choses que je l'aurois prié d'en retrancher, si j'avois sçu son intention. Ce
n'est pas qu'il y ait du mal, mais c'est qu'il y a quelque fois du mal entendu dans
le monde. Tout cela n'a pas esté fait pour le public, et vous n'y trouverés pas
vostre compte, Monsieur, si vous vous donnés la peine d'y jeter les yeux; mon
dessein estoit de montrer à Messieurs de l'Eglise Romaine par une maniere de
retorsion que selon leurs principes non seulement les Protestans mais encor les
Payens se peuvent sauver. Le reste est né par rencontre.

Vous me faites esperer un jour quelque chose de votre part, qui fera d'une
nature differente des matieres mathematiques. C'est ce que je feray ravi de voir.
Et generalement tout ce qui vient de vous m'est pretieux. Je vous feray souvenir
quelques fois de ce que vous dites dans vôtre lettre à l'égard de Des Cartes, qu'il
est utile que les personnes d'une grande reputation disent leur conjectures sur
routes sortes de matieres pour exciter les autres. C'est ce que je voudrois que vous
fissiez vous même. Je suis avec ze

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

P. S. Mons. van Beuninguen⁶⁾ est il encor en vie? On m'avoit dit autres fois qu'il s'estoit jetté dans des sentimens outrés sur la religion. C'est dommage qu'il n'a pas songé plus tost de donner au public des memoires de ses negociations. N'y a-t-il pas quelque Ministre des Etats des Provinces Unies qui y pense? Car c'est bien dommage qu'aujourd'hui il n'y a que ceux qui ne connoissent rien aux affaires qui se melent d'en écrire. Mons. vostre Frere pourroit conserver à la posterité l'histoire veritable du grand Roy qu'il sert avec tant d'approbation. Ce que M. Temple⁷⁾ donne est tres considerable, cependant Monsieur du Cros⁸⁾ connu sur le Theatre de Nimwegue ayant esté touché un peu durement par M. Temple, veut donner une Apologie, où il pretend de redresser bien des choses qu'il croit n'avoir pas esté bien rapportées par M. Temple.

- a) Par ce que la pression de dehors n'arrondit point [Christiaan Huygens].
- b) Il y a plusieurs difficultez contre cette circulation. Pour quoy la matiere du vortex ne se met elle pas dans son mouvement rond uniforme sans y forcer les Planetes? Si elle peut les emporter elle les empeschera beaucoup quand leur mouvement sera different d'avec elle. Et que deviendra la circulation pour la pesanteur ou supposez vous une autre matiere pour le mouvement deferent [Christiaan Huygens].
- c) Leur mouvement est plus lent a mesure qu'ils sont plus distants du soleil [Christiaan Huygens].
- d) la grandeur des globes les empesche et encore font ils un peu detournez [Christiaan Huygens].
- e) Scavez vous bien le grand changement qui avec le temps arrive a l'axe de la Terre [Christiaan Huygens].
- f) Appelez vous differens ceux qui n'ont qu'une mesme (mot effacé) [Chr. H.].
- g) Cela est probable [Christiaan Huygens].
- h) Pourquoi? [Christiaan Huygens]. i) nullement [Christiaan Huygens].
- j) j'en suis fort éloigné [Christiaan Huygens].
- k) il faut premierement que ce soient des corps [Christiaan Huygens].
- l) obscur [Christiaan Huygens].
- m) tout corps composé d'un gr[and] n[ombre] ou assemblé [Christ. Huygens].
- n) cela est vray [Christiaan Huygens].

⁶⁾ Koenraad van Beuningen, (voir la Lettre N°. 743, note 4 et la Lettre N°. 2385, note 3) tombé en manie religieuse, mourut en démence, le 20 octobre 1693.

⁷⁾ Sur William Temple, voir la Lettre N°. 2129, note 7.

⁸⁾ Joseph Auguste Du Cros, né vers 1638, depuis 1672 envoyé du duc de Holstein près de la Cour d'Angleterre, fut agent secret du Roi d'Angleterre lors des négociations de la paix de Nimègue. Après avoir été employé auprès de plusieurs Cours, en 1686 celle du Margrave de Brandenburg-Baireuth, il mourut à Gottorp en 1728. En 1692 il publia un écrit contre William Temple.

N^o 2767.

CHRISTIAAN HUYGENS à PH. DE LA HIRE.

9 OCTOBRE 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire : M. de l'Hospital. Refractions de l'atmosph. Hartfoeker verres. Observations de l'aimant et des insectes aux oranges¹⁾. Longitude de la Chine Pequin. Cassini devoit donner ses corrections de la Geographie. luy ses observations et table des planetes. Systeme de Hartfoecker. Paralog. de la montre²⁾.

Mr. DE LA HIRE.

9 Oct. 1692.

MONSIEUR

Il y a quelque semaines que j'eus l'honneur de recevoir une lettre de Mr. le Marq. de l'Hospital³⁾ dans la quelle il me faisoit part d'une invention nouvelle qu'il avoit qui estoit de determiner la longueur d'une portion donnee de la ligne Logarithmique. Il m'envoia les termes algebriques qui contenoient la construction de ce probleme, mais comme il y avoit quelque lettre d'oubliee, cela m'empesche de la pouvoir comprendre. Et luy aiant escrit aussi tost⁴⁾ pour le prier de suppleer ce defaut, je n'ay point eu de responce jusqu'icy. Je luy manday qu'il me paroissoit que l'invention devoit estre tres belle et subtile, et d'une hardie entreprise, attendu la Nature de cette ligne. Je vous supplie Monsieur, de scavoir s'il a reçu ma lettre qui estoit du et a quoy il peut tenir qu'il ne m'envoie point la correction que j'ay demandee. Je doute que peut estre il aura reconnu du defaut a sa solution mesme ce que je ne trouveray point etrange puis que les plus habiles en ces matieres peuvent s'abuser. Je vois de temps en temps de vos productions dans les memoires qu'on imprime de l'academie des sciences⁵⁾ et j'ay trouvé fort remarquable celle qui regarde la generation de l'aimant autour du fer dans le clocher de Chartres⁶⁾. Les observations des taches changeantes, dans Jupiter de Mr. Cassini⁷⁾ sont aussi fort belles et curieuses et prouvent assez qu'il y a des nuages dans ce monde la aussi bien que dans le nostre, mais je souhaiterois bien plus de voir sa Theorie perfectionnée du mouvement des Satellites de cette Planete, et le resultat de toutes ses diligentes observations pour le retablissement de la geographie, dont je ne doute pas qu'il n'ait escrit un Traité considerable. Il doit

¹⁾ Il s'agit d'un article de de la Hire et Sedileau sur un insecte qui s'attache à quelques plantes, notamment aux orangers. Cet article avait paru dans la première livraison des „Mémoires de Mathématique et de Physique” citées dans la Lettre N^o. 2748, note 9.

²⁾ Voir la note 16 de cette lettre.

³⁾ La Lettre N^o. 2760.

⁴⁾ La Lettre N^o. 2762.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2748, note 9.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2759, note 14.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2748, note 10.

avoir déterminé il y a longtemps la Longitude de Pequin dans la Chine par les correspondances avec les P. Jésuites, dont vous avez maintenu cy devant Monsieur les observations contre les impertinents raisonnemens de Vossius⁸⁾. Si je pouvois apprendre ce qui a esté trouvé touchant cette Longitude, cela me feroit grand plaisir. Mes Pendules qui sont allè au Cap de B. Esper. ce pour un second Essay devoient estre de retour des l'estè de l'an passée, et je doute maintenant qu'elles ne le feront pas encore de cette année par ce qu'on dit que nos vaisseaux des Indes n'ont point relaché a ce Cap en revenant, estant empeschés et emportés par des tempestes⁹⁾.

Je vois dans la dernière lettre que j'ay eue de vous¹⁰⁾, que vous n'aviez pu vous appercevoir par vos observations de la refraction de l'atmosphère qui hausse et baisse les objets éloignez a travers un Telescope immobile, ce qui me semble étrange parce que je l'ay observée non seulement en France avec feu Mr. Perault étant chez luy a Viry mais encore plusieurs fois icy dernier esté à ma maison de champ ou je pointay une lunette de 13 pieds vers un clocher distant d'une petite lieue, dont je pourrois vous envoyer mes remarques¹¹⁾. Cette mention de Lunettes me fait souvenir de Mr. Hartfoecker qui m'apporta il y a quelque temps trois de ses verres objectifs admirablement bien achevez et polis des quels pourtant a l'épreuve que nous en fîmes ensemble aux flambeaux sur des caractères imprimez il ne s'en trouva qu'un qui fust parfaitement bon, d'environ 40 pieds, un autre de 60 tres mediocre et un 3^{me} d'environ 34 tout a fait mauvais, quoy que la matière parust estre sans défaut. Cela me fait juger que la manière dont il m'a appris quelque chose¹²⁾ n'est pas si sûre qu'il pense ni si géométriquement démon-

⁸⁾ Il s'agit de l'„Extrait d'une Lettre de M.V. écrite de Londres le 23 de Février 1688 à M.V.B. touchant les Longitudes, les Marées et le Fleuve Oby” publié dans la livraison de mars 1688 de la „Bibliothèque Universelle et Historique”. La lettre avait été envoyée par van Beuningen à Christiaan Huygens, nous l'avons reproduite sous le N°. 2518.

De la Hire en fit insérer une réfutation dans les „Mémoires de Mathématique et de Physique” cités dans la note 9 de la Lettre N°. 2748. A propos de cet article, on lit dans les Nouvelles de la République des Lettres d'octobre 1688 : „Il n'en est pas de mesme de *M. de la Hire*, qui s'étant trouvé attaqué personnellement dans les *Diverses Observations*, que M. Vossius publia en 1685, le repousse icy fort rudement, & le prend également à partie & sur les observations & sur la Lettre”.

⁹⁾ On rencontre dans le Livre H des *Adversaria* une note, tirée par Huygens d'une gazette d'Amsterdam et datée 26 septembre 1692, suivant laquelle le navire „de *Waelstroom*”, était arrivé près de Terschelling avec cinq autres, partis ensemble de Batavia le 30 janvier, dont, à cause de tempête, aucun n'avait pu aborder au Cap de Bonne Espérance. Huygens ajoute ensuite que de Graef avec les horloges se fera bien attendre encore une année. Cependant de Graaff, comme il paraît par les Lettres Nos. 2703 (datée par erreur 1691) et 2772 est retourné à Amsterdam vers la fin d'octobre 1692. Consultez d'ailleurs, sur le séjour de de Graaff au Cap, la Lettre N°. 2720.

¹⁰⁾ La Lettre N°. 2658.

¹¹⁾ Voir la Lettre N°. 2619, note 1.

¹²⁾ Voir encore la Lettre N°. 2748, à la page 278.

frable comme j'ay vu que l'on la debite dans le Journal des scavants¹³). De plus elle demande extremement du temps a ce qu'il m'a dit comme d'un mois ou 6 semaines pour un seul verre ce qui est une autre raison pour quoy je prefere beaucoup la miene, que j'ay estudiée pendant 3 ans depuis mon retour de France, et qui nous a produit quantité de tres bons verres de toute sorte de longueur jusqu'a 210 pieds¹⁴). Nous essaierons au premier jour contre le plus long de ceux cy un objectif de Mr. Hartfoeker qu'il dit avoir a peu pres du mesme calibre. S'il peut tenir a cette epreuve, j'en auray meilleure opinion de sa methode. Que juge-t-on a l'academie de son systéme du monde¹⁵), où il attribue un etrange pouvoir aux raions du soleil. L'Experience du ressort qui a ce qu'il dit, en est agité au foier d'un miroir concave est elle vraie? et si elle l'est, ne seroit ce pas de l'alteration ou extension que la chaleur donne a l'endroit du ressort le plus echauffé. On voit tous les jours bien de productions nouvelles mais peu de bonnes, tefmoin entre autres la demonstration admirable de vostre professeur Ramius de la 47^e du premier livre d'Euclide¹⁶). J'attends en recompense que vous nous donnerez vos observations et nouvelles Tables des Planetes¹⁷) qui ne manqueront pas d'estre aussi exactes que celles des Fixes, du Soleil et de la Lune, que nous vous devons. Croiez Monsieur que j'ay une grande estime pour tout ce qui vient de vous et que je suis avec passion &c.

quand vous me ferez l'honneur de m'escire, mettez je vous prie dans la suscription Seign.^r de Zeelhem, pour me distinguer d'avec mon frère ainé.

PS. Comme j'estois prest de fermer celley Mr. Hartfoecker vient de m'aporter la responce de Mr. le Marq. de l'Hospital¹⁸) que j'attendois. Je n'auray pas a present le temps de l'examiner mais le feray au plustost. Cependant je vous prie de ne luy rien dire de ce que j'ay escrit touchant son probleme mais seulement que j'ay receu sa lettre, et que je luy manderay dans peu comment j'auray trouvé sa construction.

¹³) Dans le Journal des Scavans nous n'avons pu découvrir aucun jugement sur la manière de Hartsoeker.

¹⁴) Voir, sur ce verre, la Lettre N^o. 2441, note 5.

¹⁵) Essay d'un nouveau Systéme du monde. A Paris chez Jean Cusson 1691, in-4^o. Un résumé de cet ouvrage se lit dans le Journal des Scavans du Lundy 11 Fevrier MDCXCII.

¹⁶) On rencontre cette démonstration entièrement manquée du théorème de Pythagore dans le Journal de Scavans Du Lundy 2 juillet M.DC.XCI sous le titre : „La quarante septième proposition du premier livre des Elemens d'Euclide, démontrée par les seuls premiers principes, & sans le secours d'aucun autre théorème. Par M. La Montre Professeur de Mathematique & de Philosophie”.

D'après l'article du Journal, La Montre avait longtemps enseigné les Mathématiques au Collège de France en la chaire de Ramus, & ensuite au Port et Arsenal de Rochefort, en qualité de Professeur Royal d'hydrographie.

¹⁷) La seconde partie de l'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 2568, note 9, comprenant les Tables des Planètes, ne parut qu'en 1702.

¹⁸) Voir la note a) à la fin de la Lettre N^o. 2765.

N^o 2768.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

22 OCTOBRE 1692.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytendbroeck¹⁾.**La lettre est la réponse au No. 2765.**De l'Hospital y répondit par le No. 2775.*

A Mr. le Marquis DE L'HOSPITAL.

22 Oct. 1692.

La réponse dont vous m'avez honoré, Monsieur, datée du 10 Sept., ne m'a été rendue par Mr. Hartfoeker, que le 9 de ce mois, comme vous pouvez avoir appris de Mr. de la Hire²⁾. Il n'y avoit point de cachet, et je crois que ceux à qui vous en auez bien voulu laisser voir le contenu, l'auront retenue si longtemps contre votre intention. J'ay sujet de me plaindre d'avoir été privé pendant pres d'un mois du plaisir de voir votre excellente construction du problème de la Logarithmique, qui m'a donné de l'admiration et de l'exercice.

Je n'eus point de peine en faisant un peu de calcul de m'affurer de la vérité de votre démonstration³⁾, mais de savoir par quelle voie vous êtes parvenu à cette solution, c'est ce que je n'ay pas encore tout à fait pénétré. La division de vos MN en deux parties est bien imaginée, dont la somme des unes ne m'a point retardé, parce que j'en avois rencontré des semblables⁴⁾. Pour l'autre somme il me paroit

¹⁾ Chr. Hugonii Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 237.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2767.

³⁾ On rencontre cette vérification, qui ne présente rien de bien remarquable, à la page 99 du livre H des Adversaria. Disons seulement que Huygens y retrouve la valeur de OP ou KQ, indiquée par de l'Hospital, en appliquant la proportion:

PO : HP (ou dy) = GH (ou z) : la sous tangente de la courbe HI sur EL, et en calculant la valeur de cette sous tangente, par la règle mentionnée dans la note 3 de la pièce N^o. 2612, à l'aide de la deuxième des formes de l'équation de la courbe HI, dans la note 6 de la Lettre N^o. 2765; tout en éliminant après coup le z au moyen de la première de ces formes.

De même il déduit ensuite la valeur de RS, donnée par de l'Hospital, à l'aide de la proportion:

RS : RC (ou QK) = a (la sous tangente sur TE de la logarithmique) : KE, où, d'après la construction de de l'Hospital, KE = GH = z = $\left[a^2 \sqrt{2 + a} \sqrt{2a^2 + 2y^2} \right] : 2y$.

⁴⁾ Des annotations de la page 99 du livre H, citée dans la note précédente, il résulte que Huygens n'a pas manqué de reconnaître que l'expression $ydy : \sqrt{aa + yy}$ représentait l'accroissement de l'hypothénuse du triangle TFE, où TE = a, EF = y; d'où il suit immédiatement que la somme en question est égal à TG—TF.

que vous l'avez reduite à la quadrature de l'hyperbole, en y reduisant la courbe dont l'équation est $\frac{a^3}{y\sqrt{aa+yy}} \propto x$, ce qui doit estre possible ⁵⁾, mais il n'est pas aisé; et si vous avez quelque regle pour cela, ce que je feray fort aisé de scavoir, je l'estime extremement. J'entrevois un autre chemin, par ou vous pourriez avoir passé, qui est de trouver qu'à la soutangente $\frac{y\sqrt{aa+yy}}{a}$ convient vostre courbe geometrique $aa y + 2aa z \sqrt{2} \propto 2yzz$ ⁶⁾ mais ce chemin est plus

⁵⁾ Voici comment cette remarque est motivée plus amplement à la page 107 du livre H: „Il a reduit la connoissance de la somme des $aady : y\sqrt{aa+yy}$ dans la portion AB, à la quadrature de l'Hyperbole.

„Comme les dy sont de petites lignes egales, si on met une ligne donnée, comme a au lieu de dy , on aura $aaa : y\sqrt{aa+yy}$; laquelle supposant $=x$, on aura une ligne courbe dans laquelle toutes les appliquées x seront à autant de a , comme la somme des $aady : y\sqrt{aa+yy}$ à autant de dy dont la somme est connue. Et partant si on trouve la quadrature de cette courbe $a^3 : y\sqrt{aa+yy} = x$, ou bien $a^6 = aaxxyy + y^4xx$, on aura la somme cherchée des $aady : y\sqrt{aa+yy}$. Ou elle sera reduite à la quadrature de l'hyperbole, et par consequent à la construction par la logarithmique, si la dite quadrature de la courbe se reduit à la quadrature de l'hyperbole. Ce qui assurément doit estre possible et cela est fort beau s'il a quelque regle pour cela. Car toutes les a , c'est à dire un rectangle donné, compris de FG et de la soutangente a , se trouvent icy estre à toutes les x , ou à l'espace de la courbe, comme la ligne LD—KC à GF [lisez: comme GF à LD—KC], c'est à dire comme le dit \square FG, a à un espace hyperbolique sur l'asymptote (c'est à dire dans l'hyperbole equilatère dont le quarré à l'angle des asymptotes est aa) duquel espace les perpendiculaires soient en raison des deux $(aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2yy}) : 2y$, estant $y=EF$, et puis $y=EG$; car cet espace hyperbolique est au quarré de l'angle comme LD—KC à la soutangente a ; donques toutes les dites x , ou l'espace de la courbe est égal à cet espace hyperbolique”. (Remarquons qu'en effet, puisque d'après l'énoncé du problème dans la Lettre N°. 2765, les deux valeurs $(aa\sqrt{2} + a\sqrt{2aa+2yy}) : 2y$ représentent les lignes FI (=EL) et GH (=EK), l'espace hyperbolique mentionné égale a^2 . $1 \frac{EL}{EK} = a^2 \left(1 \frac{EL}{a} - 1 \frac{EK}{a} \right)$, ou bien, en conséquence de la propriété principale de la ligne logarithmique: a (LD—KC).

Ensuite Huygens ajoute encore: „Il est plus vraisemblable qu'il ait tenu ce chemin, que celui qui est marqué à la fin de la page 101 [voir la note qui suit]. Car il est malaisé de s'en aviser, et il faudroit avec cela connoître que $y\sqrt{aa+yy} : a$ est soutangente à la ligne géométrique $2zy = aay + 2aa z \sqrt{2}$, qui est HOI, ce que je tiens très difficile. Il peut avoir employé cette HOI, trouvée par la precedente reduction pour servir à sa demonstration”.

⁶⁾ En supposant inconnue l'équation de la courbe HOI, mais en admettant en principe la construction de de l'Hospital, d'après laquelle RS devait représenter $a^2 dy : y\sqrt{aa+yy}$, d'où il suivit, par la propriété de la logarithmique, $RC (=QK=PO) = azy : y\sqrt{aa+yy}$ pour

detourné, et la difficulté n'est pas petite de trouver la courbe pour cette soubtangente donnée. J'avoue que je n'ay gueres approfondi ces matieres, m'estant exercé principalement à appliquer la geometrie à d'autres speculations ou elle peut avoir quelque usage. Je scay bien que ces quadratures des courbes et le probleme renversé des Tangentes en bien des occasions peuvent estre de fort grande utilité, mais voiant le progres que Mess.^{rs} Leibnitz, Fatio et Newton y avoient faits, devant que j'y eusse songé, j'ay tasché plustost de profiter de leur travail que de me mettre à chercher apres eux, sur tout depuis que Mr. Fatio m'a fait esperer⁷⁾ la publication d'un traité de Mr. Newton sur ce sujet, qui, à son avis, en fait bien plus que luy et Mr. Leibnitz ensemble.

J'ay remarqué en examinant vostre invention, qu'on peut aussi trouver la surface du solide mesme infini⁸⁾, que fait une portion de la Logarithmique en tournant sur la soubtangente, c'est-à-dire luy trouver un cercle egal, en se servant comme vous, Monsieur, de la ligne mesme, d'où s'ensuivent les centres de gravité des portions lineaires⁹⁾. J'ay aussi déterminé le cercle qui mesure sa plus grande courbure¹⁰⁾; mais tout cela est aisé et nullement comparable à ce que vous avez fait. Vous savez fort bien l'usage à ce que je vois, des dx et dy de Mr.

$y = EG, z = EK = GH$, il était en effet facile de calculer la valeur de la soubtangente sur EL de cette courbe HOI, après quoi il s'agissait de remonter par là à son équation.

C'est ce raisonnement que l'on reconnaîtra dans les phrases qui suivent et que nous avons empruntées à la page 101 du livre H :

$$a(TE) : z(EK) = \frac{aa\lambda}{y\sqrt{aa+yy}} (RS) : \frac{za\lambda}{y\sqrt{aa+yy}} (OP=RC=QK)$$

GH=z incerta adhuc, sed quaecunque futura est, eam statui ponere in EK ad Logarithmicam, ut et PO in RC, et habere SR pro $aa\lambda : y\sqrt{aa+yy}$. Quaeretur quanta tunc futura sit RC vel OP, et fit $za\lambda : y\sqrt{aa+yy}$; unde tunc curva HOI quaeritur ex subtangente sua $y\sqrt{aa+yy} : a$. Et invenitur esse geometrica. Unde cognoscitur ratio duarum GH FI; seu EK, EL."

Inutile d'ajouter qu'au point de vue moderne le problème n'en était guère avancé, puis qu'il se réduisait de cette manière à l'intégration de l'équation différentielle $azdy = y\sqrt{aa+yy}dz$ qui dépend de l'intégrale même qu'il s'agit de trouver.

⁷⁾ Comparez la Lettre N°. 2745.

⁸⁾ Voir l'Appendice I de cette lettre, la pièce N°. 2769.

⁹⁾ A l'aide de la règle de Guldin, puisque la longueur de la courbe peut se construire par le théorème de de l'Hospital.

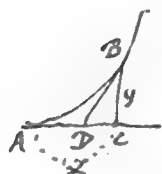
¹⁰⁾ Voir l'Appendice II à cette lettre, la pièce N°. 2770.

Leibnitz, qui affurement a quelque chose de fort bon, en ce qu'il nous fait appercevoir souvent des veritez et des consequences, qui ne se presenteroient pas sans cela.

Je mets icy, puis que vous l'avez souhaité, 3 questions, que je luy ay cy-devant proposées ¹¹⁾.

L'une estoit, de trouver la ligne courbe AB par sa soutangente donnée

$$CD \propto \frac{aax - 2xxy}{3aa - 2xy}; \text{ AC estant } x \text{ et l'appliquée CB } y.$$



La 2^e. estoit de trouver la courbe quand la soutangente est

$$2x - \frac{yy}{2x}.$$

La 3^e. de trouver la quadrature de cette mesme courbe.

J'ajoute encore celle cy: de trouver la courbe et sa quadra-

ture, ou a quoy elle se reduit, quand la soutangente est $2x + \frac{x^3}{yy}$ ¹²⁾.

J'ay des regles pour ces problemes horsmis les quadratures ¹³⁾. Et mesme ces regles ne resolvent pas tous les cas, encore qu'il n'y ait point de racines meslées. Et pour ceux ou il y a racine, la regle que j'ay de Mr. Leibnitz ¹⁴⁾ ne sert que peu

souvent et nullement en la soutangente de cy-dessus $y \sqrt{\frac{aa + yy}{a}}$. Il a resolu les

3 questions que je viens de rapporter horsmis la premiere par ce qu'il arriva par accident que je lui decouvris la courbe dont il s'agissoit ¹⁵⁾. Ayant desia esté

¹¹⁾ Voir, pour les deux premiers problèmes la Lettre N°. 2611, les notes 3 et 5 de la Lettre N°. 2612 et la Lettre N°. 2643; pour le troisième, où il s'agit de la quadrature des courbes $2a^2x^2 = a^2y^2 \pm y^4$, on peut consulter la Lettre N°. 2667, aux pages 56 et 57.

¹²⁾ Voir, sur ce problème, la note 15 de la Lettre N°. 2735.

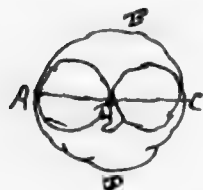
¹³⁾ Il s'agit de la méthode de Fatio; consultez la note 11 de la Lettre N°. 2465.

¹⁴⁾ Voir la pièce N°. 2713.

¹⁵⁾ En effet, par suite du malentendu sur le signe de la soutangente, dont il est question dans la note 3 de la Lettre N°. 2612, Leibniz avait cherché et trouvé (voir la Lettre N°. 2627) la solution de l'équation différentielle $y \frac{dx}{dy} = (2x^2y - a^2x) : (3a^2 - 2xy)$, tandis que le problème, tel que Huygens l'avait entendu, devait mener à une équation qui diffère par le signe du second membre. Alors Huygens, pour convaincre Leibniz de la fausseté prétendue de sa solution, lui avait révélé, dans sa Lettre N°. 2633, l'équation de la courbe à laquelle convenait la soutangente donnée. Leibniz d'ailleurs avoua dans sa Lettre N°. 2636 que, pour résoudre le problème tel que Huygens l'avait conçu, il aurait dû „avoir recours à d'autres adresses” dont il ne s'était pas servi parce qu'il avait trouvé fort aisément ce qui lui avait été demandé.

trop long, je ne vous proposerai rien de physico-mathématique, et je ne scay même si je trouverois maintenant rien en ce genre qui méritast votre méditation.

Je viens de recevoir un imprimé de Florence du Sigr. Viviani, avec le titre extravagant de *Formazione e misura di tutti i cieli* ¹⁶). Il contient la solution de quelques Problèmes Géométriques, mais sans démonstration, des quels le principal est la quadrature du reste d'une surface sphérique, quand on en ôte ce qu'emportent deux forêts cylindriques qui la percent tout outre. La sphere est ABCD, les forêts ou leurs trous cylindriques AE, EC, occupant chacun la moitié du diamètre de la sphere ¹⁷). Les problèmes de Géométrie pure sont infinis, des quels j'estime le moins ceux où l'on se forge tout expresse des lignes ou des surfaces, auparavant inconnues



ni vues dans la nature, pour en rechercher les propriétés, comme je vois que font souvent quelques Géomètres Allemands, entre autres celui qui, dans un des derniers journaux de Leipzig, a entrepris de déterminer la figure du voile tendu par le vent, ou je crois qu'il s'est trompé par quelque faux principe ¹⁸). Je seray bien aise, Monsieur, d'en apprendre votre sentiment, étant persuadé plus que jamais de l'excellence de votre savoir et jugement en ces matières. Je suis avec respect, etc.

Pardonnez à mon impatience si je vous supplie très humblement de me faire tenir sans de si longs détours celles que vous me ferez l'honneur de m'écrire, et

¹⁶) „Formazione e misura di tutti i cieli, con la struttura e quadratura esatte dell' intero, e delle parti d'un nuovo cielo ammirabile, e di uno degli antichi delle volte regolari degli architetti". Firenze 1692. in-4°.

¹⁷) Il s'agit de la solution, donnée par Viviani lui-même, d'un problème qu'il avait posé aux géomètres, sous le pseudonyme: D. Pius Lisci pusillus Geometra, anagramme de: postremus Galilei discipulus, dans une feuille volante, datée du 4 avril 1692 et qui portait le titre: „Aenigma geometricum de miro opificio Testitudinis Quadrabilis Hemisphaericae".

Le problème revenait à celui de percer un dôme hémisphérique par quatre fenêtres égales de sorte que le restant de la surface était absolument quadrable.

Il fut résolu de plusieurs manières différentes entre autres par Leibniz, dans les „Acta" de juin 1692, et par Jacques Bernoulli, dans ceux d'août 1692, sous les titres: „Constructio testitudinis quadrabilis hemisphaericae; Autore G. G. L." et „Aenigmatis Florentini solutiones varie infinitae, per I. B."

A la page 115 du livre H des *Adversaria* on rencontre, sous la date: „Hofwici 27 Oct. 1692", une discussion de la première solution de Bernoulli et la démonstration de son identité avec celle de Viviani, rapportée dans le texte de cette lettre. Nous les reproduisons dans la pièce N° 2771, comme Appendice III à la présente lettre.

¹⁸) Voir la note 33 de la Lettre N° 2693

faites ajouter s'il vous plait à la superscription après mon nom, Seignr. de Zeelhem, ce qui me distingue de mon frere aîné.

N^o 2769.

CHRISTIAAN HUYGENS.

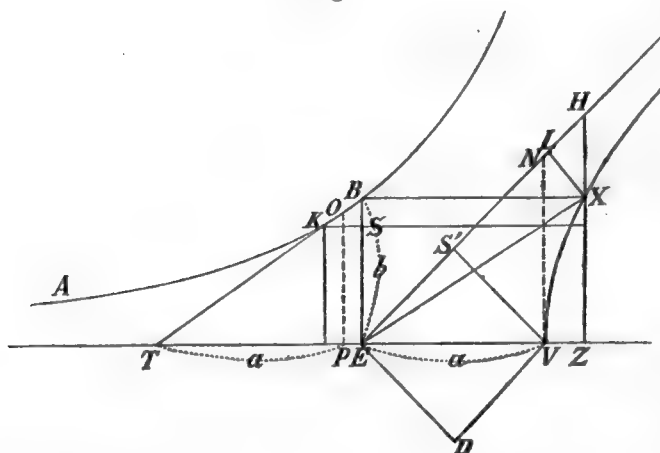
[OCTOBRE 1692].

Appendice I¹⁾ au No. 2768.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Ut EB²⁾ ad BT ita SB ad BK. Ergo EB feu PO in BK = BT feu BX³⁾ in

Fig. 1.



BS. Sed ut PO in BK cum sequentibus inter se ita sunt superficies ex singulis BK circa asymptoton, ergo hae etiam ut \square^{la} ex BX in BS.

¹⁾ Quadrature de la surface de révolution de la logarithmique tournant autour de son asymptote. Cet appendice a été emprunté à la page 106 du livre H des Adversaria.

²⁾ Voir la figure 1, dans laquelle AB représente une logarithmique, dont la soustangente TP possède la valeur constante a , et VX une hyperbole équilatère, dont l'axe EV est égal à cette soustangente PT. De plus, on pose $EB = b$. Ajoutons que nous avons mis un accent à l'un des S de la figure et du texte pour éviter un double emploi.

³⁾ Puisque $BX^2 - BE^2 = EV^2 = TP^2$; donc $BX^2 = BE^2 + TP^2 = BT^2$.

Nota superficiem ex BK circa ET, toties sumptam quot sunt particulae divisionis in BE, aequari superficiei ex BX circa TEZ, quia totidem sunt particulae ipsi BK aequales in BT, cui aequalis BX.

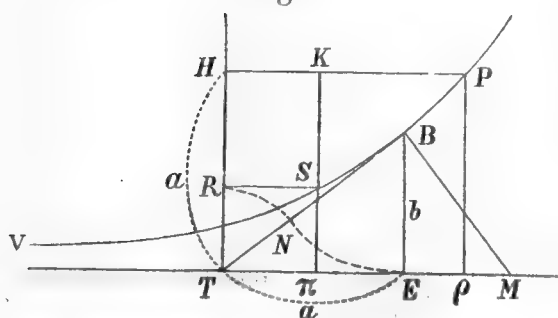
$\frac{2}{2b} \sqrt{aa + bb}$ BZ ad 2 spat. BXVE
 „ $al + b \sqrt{aa + bb}$ 5)

ut superficies cylindrica ex BX circa
 EZ ad infinitam ex BA circa ET 4).

Sed superfici ci istius cylindricae dimidia est conica superf. ex BT circa ET.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ergo : } b\sqrt{aa+bb} : al + b\sqrt{aa+bb} \\ \frac{b\sqrt{aa+bb}}{a} : l + \frac{b\sqrt{aa+bb}}{a} \\ \text{BM}^{(6)} : \text{BM} + \text{KP}^{(6)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ut superf. conica ex BT ad fu-} \\ \text{perf.m infinitam ex BA.} \end{array}$$

Fig. 2.



SP⁷) logistica five logarithmica
afymptotos TM. BT tangens in B.
BM perp. TB. BE perp. TM.
BN=BE. TRH perp. TM.
TR=TN. TH=TE. RS, HP
parallelae TM. SK perp. HP.

Hic HT ad RT, hoc est $P\rho$ ad $S\pi$
ut in superiore figura EV seu VN
ad XH⁸⁾ hoc est ut VS' ad XL,
unde KP hic [fig. 2] est l ; quae

4) Voici le raisonnement qui peut conduire à cette proportion: D'après la phrase précédente on sait que l'élément Δ de la surface cherchée, multiplié par $\frac{BE}{BS}$, égale la surface cylindrique \mathcal{E} décrite par BX autour de EV; on a donc $BE : BS = \mathcal{E} : \Delta$, ou bien: $2 \times BE \times BX : 2 \times BS \times BX = \mathcal{E} : \Delta$, ou encore: $2 \square BZ : 2 \mathcal{E} BS \times BX = \mathcal{E} : \mathcal{E} \Delta$, ce qui constitue la proportion indiquée dans le texte.

5) Ici $b\sqrt{aa+bb}$ représente le double du triangle EBX et al le double du secteur hyperbolique EVX; on a donc, par définition: $al=2\times EVX=2\times VS'LX$, c'est-à-dire: $l:a=2\times VS'LX:a^2=VS'LX:\square ES'VD$.

6) Consultez, sur ces lignes BM et KP, la figure 2, où l'égalité de BM avec $\frac{b\sqrt{aa+bb}}{a}$ se vérifie aisément, tandis que celle de KP avec l va être prouvée dans la suite.

7) Voir la figure 2.

8) Puisque $XH = HZ - XZ = EZ - EB = BX - EB = BT - EB$ (dans les deux figures) $= TN$ (de la fig. 2) $= RT$.

nempe ad subtangentem $TE = a$ se habet ut portio hyperbolica $VS'LX$ ad qu. $ES'VD$ in fig. superiori⁹⁾.

Jam sicut BM [fig. 2] ad $BM + KP$, ita erit superficies conica ex TB circa TE converfa, ad superficiem infinitam ex BSV circa asymptoton¹⁰⁾.



⁹⁾ Puisqu'on a en effet : $KP = HP - RS = a \log \frac{HT}{RT}$ (d'après la propriété principale de la logarithmique) $= a \log \frac{VS'}{XL}$ (voir la fig. 1) $= a \times \frac{VS'LX}{\square ES'VD} = a \times \frac{l}{a}$ (d'après la note 5) $= l$.

¹⁰⁾ On trouve donc, en langage moderne, que la surface de révolution cherchée égale

$$\left(1 + \frac{KP}{BM}\right) \pi \times TB \times BE = \left(1 + \frac{a^2}{b \sqrt{a^2 + b^2}} \log \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2} - b}\right) \pi \times \\ \times b \sqrt{a^2 + b^2} = \pi b \sqrt{a^2 + b^2} + \pi a^2 \log \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2}}{a}; \text{ résultat correct, dépendant de} \\ \text{l'intégration de } \int \sqrt{a^2 + y^2} dy.$$

En outre il est clair qu'on peut construire maintenant le rayon

$$\sqrt{\left(1 + \frac{KP}{BM}\right) \times TB \times BE}$$

du cercle dont l'aire égale celle de la surface de révolution. Et de même on peut exécuter la même construction pour une portion finie de cette surface, comme Huygens l'annonce dans sa Lettre N^o. 2768 à de l'Hospital, en considérant cette portion comme constituant la différence entre deux surfaces qui s'étendent jusqu'à l'infini.

ratio GE ad EN : $xx + aa$ ad xx

$$xx : xx + aa = \sqrt{\frac{aaxx + x^4}{aa}} \text{ (NE)} : \frac{xx \sqrt{\frac{aa + xx}{aa}} + aa \sqrt{\frac{aa + xx}{aa}}}{x} \text{ (EG)}$$

= minimae.

$$\frac{x}{a} \sqrt{aa + xx} + \frac{a}{x} \sqrt{aa + xx} = \min.$$

$$\frac{xxaa + x^4}{aa} + 2aa + 2xx + \frac{a^4 + aaxx}{xx} = \min.$$

$$\frac{x^6 + 3aax^4 + 3a^4xx + a^6}{aaxx} = \text{minimum}$$

per regulam de max. et minimis: ⁶⁾ $4x^6 + 6aax^4 - 2a^6 = 0$

$$\frac{2x^6 + 3aax^4 - a^6 = 0}{2xx = aa} \text{ per } 2xx - aa \text{ divisio : } x^4 + 2aaxx + a^4$$

$$\text{EL} = x = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$$

$$\text{fit EG} = \frac{3}{2} \sqrt{3aa}$$

⁶⁾ La règle de Hudde. Consultez le „1 Exemplum” à la page 511 de l'ouvrage, cité dans la Lettre N°. 592, note 5.

N^o 2771.

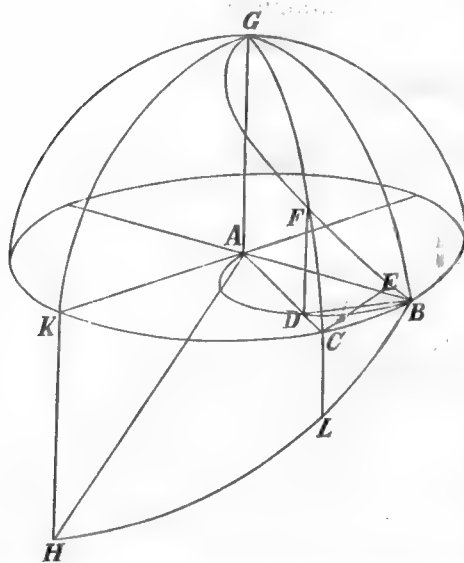
CHRISTIAAN HUYGENS.

27 OCTOBRE 1692.

*Appendice III au No. 2768.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

Constructio J. Bernoulij ad Aenigma Viviani Florentia missi [sic] ad Leibnitzium
cujus constructio alia ac non tam elegans sed tamen hujus fundamentum ¹⁾.

Fig. 1.



GKB est quadrans semisphaerae. Polus G. Aequatoris quadrans BK. Centrum sphaerae A. BA, KA rectae. KHB est superficies unguiae dimidia cylindrica 45 gr. super quadrante AKB.

A puncto quovis C in arcu BK fit CL parall. KH. CE perpend. BA. CL = CE. Arcus CF in quadrante CG aequalis sumatur arcui CB ac similiter alia puncta inveniuntur in sphaerae superf. m per quae transeat curva GFB ²⁾. Dico spatium GFBCKG ³⁾ aequari superficiei unguiae KBH. Ducatur enim radius CA et in eum perpend. FD, item CE perpend. in BA. Jam FD erit = CE vel CL. Quare spatium FC inter quadrantes minimo distantes qui à polo G ducuntur aequale fiet spatiolo CL eidem minimo arcui circumferentiae BC insistenti (hoc est notum

theorema ex relatione superficiei sphaericae ad cylindricam circumscriptam) ⁴⁾;

¹⁾ Voir, sur le problème de Viviani et les solutions de Jacques Bernoulli et de Leibniz, la note 17 de la Lettre N^o. 2768.

²⁾ C'est la première construction de Jacques Bernoulli, communiquée sans démonstration dans l'article cité dans la note 17 de la Lettre N^o. 2768. En effet, BFG constitue le contour de l'une des quatre fenêtres perçant le dôme hémisphérique qui a pour base le grand cercle BG et pour sommet le point K.

³⁾ Il est clair que l'aire GFBCKG constitue la quatrième partie de la surface restante du dôme.

⁴⁾ C'est la méthode employée par Leibniz pour la quadrature de sa surface restante; cette surface diffère de celle de Bernoulli.

atque ita totum spatium superficiei sphaericae GFBCKG aequale superficiei femiungulae BCKH, ac proinde quadrato radii AB ⁵⁾).

$AC = AB$; $CD = EB$ quia $FD = CE$ ex constructio; $AD = AE$; ergo triang. $BAD \propto CAE$ quia angulus communis ad A. Ergo cum ang. AEC sit rectus erit et ADB rectus. Ergo punctum D in semicircumferentia ADB. Ergo tota GFB super tota semicircumferentia ADB. Hinc GFB curva est in superficie semicylindrica super ADB ⁶⁾. Hinc eadem est curva GFB atque in figura inferiore ⁷⁾ AEFD. Nam sicut ibi ⁸⁾ à B ad omnia puncta lineae AEFD sunt rectae aequales, ita hic à puncto A.

Fig. 2.

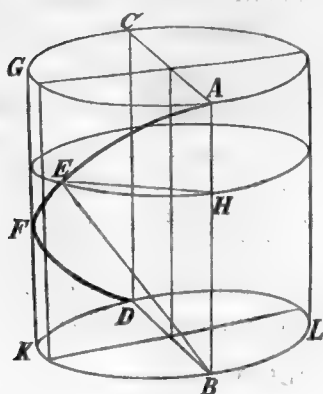
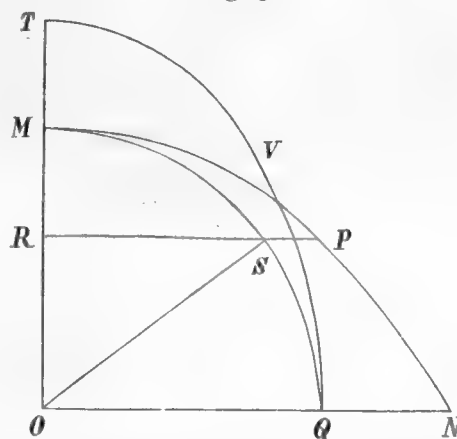


Fig. 3.



Cylindri GL ⁷⁾ latus AB aequale diametro ipsius BD. Radio BA centro B descripta est in cylindri superficie, linea curva AEFD. Si jam ⁹⁾ in planum extendatur

⁵⁾ On retrouve ce dernier théorème dans l'article de Leibniz, cité dans la note 17 de la Lettre N°. 2768, où Leibniz (Acta, 1692, p. 277) ajoute: „Haec propositio etsi ex calculo nostro paulo ante posito statim derivari possit, quia tamen dudum innotuit Geometris, non est cur immoremur. Videantur qui de linea Sinuum et Cycloide egere”. En effet, en développant la surface cylindrique, la courbe BLH se transforme dans une sinusoïde, courbe dont la quadrature était bien connue.

⁶⁾ Ici finit la démonstration de l'identité de la solution de Jacques Bernoulli avec celle de Viviani exposée dans la Lettre N°. 2768. Ce qui suit contient des recherches sur la courbe BFG.

⁷⁾ Voir la figure 2 de cette pièce.

⁸⁾ C'est-à-dire dans la courbe AEFD de la figure 2, dont la définition va suivre.

⁹⁾ Ce qui va suivre contient la démonstration d'une propriété remarquable de la courbe AEFD, qui consiste en ce que, si on l'enroule, avec la surface cylindrique qui la contient, sur un autre cylindre à rayon DB, touchant le cylindre donné le long de la droite AB, alors elle s'identifie avec l'intersection de ce nouveau cylindre avec un plan faisant un angle de 45° avec sa base.

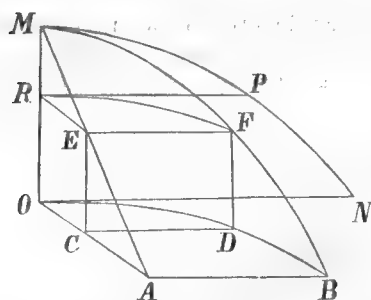
superficies hujus cylindri scissa secundum latus CD ipsi AB oppositum, erit spatium comprehensum curva AEFD, semicircumferentia DKB, et recta BA, eâdem figura et magnitudine atque MPNO [fig. 3] dimidium involucrum cylindricum unguulae anguli semirecti super semicirculo cujus radius OM aequalis AB five AC¹⁰⁾.

Sumatur enim in curva AEFD punctum aliquod E, per quod ducatur planum bafi cylindrici GL parallelum, faciens in cylindro circulum EH, cujus circumferentia secet AB in H, et jungantur HE, EB.

Accepiatur porro MR, pars radii MO, aequalis AH, et applicetur normaliter RP secans quadrantis MOQ arcum MQ in S, et jungatur SO.

Erit triang. ROS simile et aequale triang°. HBE, quia RO = HB; OS = BE et anguli R et H recti. Ergo et RS = EH. Est autem circuli HE diameter subdupla diametri circuli MS. Ergo arcus EH aequalis arcui SM, hoc est rectae RP. Ergo explicatus arcus EH faciet applicatam ad AB, quam sit = RP, etc.

Si OT possit duplum OM¹¹⁾, et sit ellipsis quadrans OTVQ, erit curva TVQ = MPN. Ergo et ipsi AEFD¹²⁾.



¹⁰⁾ On doit donc se représenter cette figure MPNO comme engendrée par le déroulement de la courbe d'intersection MFB (voir la figure ci-contre) d'un cylindre droit à base circulaire AODB (OA = OM) avec un plan passant par AB et faisant un angle de 45° avec le plan du cercle ODB.

Il est clair, en effet, qu'alors, pour construire un point P de la courbe MPN on doit prendre RP égal à l'arc circulaire RF qui se confond avec l'arc MS de la figure 3 du texte, puisque RE = MR.

¹¹⁾ C'est-à-dire si $OT^2 = 2OM^2$.

¹²⁾ De cette manière la rectification de cette dernière courbe est réduite à celle d'un quadrant elliptique.

N^o 2772.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 NOVEMBRE 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*a) Ed^{le} Actbare

UEd.^{le} Laaften alzoock de Eerste brieven zijn mijn bijde wel toegevoeght, waar uijt ik ook wel verftaa de grote verlangingh die uE achtbare ontrent de horologien vertoont te hebben. Wegens dien aangaand gepasseert is, en hadde al overlangh gedacht UEd.^{le} achtb.^{re} bij te zijn; maar nadien ik nogh geen ordre en heb van de Ed.^{le} Heren bewinthebberen hoewel ik mijn genoegsaam aan haar Ed.^{le} vertoont hebben en zij ook wel weten dat ik hier ben ¹⁾ zoo weet ik niet waar heen ik mijn keren zal, Ende dewijl dat ik geen andere voornemen heb, als om uE.^{le} achtb.^{re} onderdanigheijd te betonen, ik twijffel evenwel niet off ik zal int cort, daarvan Rapport bij de camer van 17.^e dat op morgen of overmorgen dencke geschiede zal of haar Ed.^{le} zullen wel apperent en dat ik voor tnaaften wel gelooff mij tot UEd.^{le} achtb.^{re} afsenden &^a om aan UEd.^{le} achtbaren met ten Eerste rapport [te] ²⁾ doen ik hope UEd.^{le} achtb niet ten quaaft [en s] ²⁾ ullen duijden dat ik tot hier tot heb vertoeft als zulx wel meest toegekomen door dien ik niet in genoegfamen staet van gezontheyt was.

hiermede Eyndighende blijve

UE dienstwillige en Altijt begerende dienaar

J. d. GRAAFF.

Actum tot Amsterdam

A^o 1692 11 novemb.

als UEd.^{le} schrijf zoo kunt uEd.^{le} schrijven in den Elandstraat in de Salamander aldaar ben ik bij mijn E vader ³⁾ thuijs.

Aande WelEd.^{le} Achtb.^{re} wijze Erenfeste en zeer discrete Heer

Mijn Hr. CRISTIAAN HUYGENS Hr van Zelem &.

Tot Voorburgh buyten den Haagh.

a) geantwoord den 25 nov. Verfoeck dat hij magh overkomen, en daartoe van de H.ren Bewinthebbers orders krijgen [Christiaan Huygens].

¹⁾ Consultez, sur le retour de de Graaff, la Lettre N^o. 2703 du 27 octobre 1692, datée 1691 par erreur.

²⁾ En cet endroit une déchirure a enlevé quelques lettres du manuscrit.

³⁾ Voir, sur Abraham de Graaff, la Lettre N^o. 2398, note 4.

N^o 2773.

S. VAN DE BLOCQUERY à CHRISTIAAN HUYGENS.

16 NOVEMBRE 1692.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

WelEdele gestrenge Heer

Soo haest als mons.^r de graaf van de Caap de bon Esperance was weder gekomen, en dat hij mij verhael hadde gedaen, dat het met de bewuste horologien zoodanig niet was gefuccedeert, als wel onze verwagtinge is geweest, heb ik hem aenstonts gerecommandeert dat hij sich behoorde te transporteere aen uwelEd. geftr: om hem mondeling te verhaelen t' geen hem omtrent defelve was ontmoet, ik heb hem t' zedert niet gezien, maer 2 brieven van UwelEd. geftr: aen mijn huijs zijnde bestelt ¹⁾, heb ik defelve aen hem doen overhandigen, zoodat ik met verwondering uijt uwelEd. geftr: missive van eergister zie ²⁾, dat hij niet alleen niet heeft gerescribeert, maer self ook niet overgegaen is, off zulcx door indispositie of ander toeval wierd veroorsaekt, weet ik niet, maer zal hem mergen eens bij mij doen komen om de reden te weeten, en hem ten minsten te doen rescribereen, maer voor zooveel als ik uijt sijn rapport heb konnen vermercken zal het met de horologien niet gelukken, dan uwelEd. geftr: die meerder lumieres daeromtrent heeft zal fulcx beter weeten te oordeelen, en daerom zal het nodig zijn, dat hij van alles de pertinente kennis heeft, inmiddels zal ik blijve

WelEd. Geftr: Heer

uWelEd. geftr: zeer ootm: dr
V. D. BLOCQUERY.

Amsterd^m 16 Novemb. 1692.

WelEdele gestrenge Heer
de heer CHRISTIAEN HUIJGENS heer van Zelem &^a &^a
In
's gravenhage.

¹⁾ Nous ne connaissons pas ces lettres.²⁾ Nous ne la connaissons pas.

N^o 2774.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

19 NOVEMBRE 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.*Eed.^{le} Gestrenghe Heer

UE heerlyckheden zullen myn Tardatie ten besten hoop ik duijden als hebbende niet wel durven toefenden voor en aleer ik de Journalen en aan Teyckeninghen ter Loop hadde naar gesien; hoewel ik ze vrij nauwkeuriger wel behoorden naar te sien maar nadien de tijt geëxpireert is, van ze Langer bij mij te houden hopende dat het UEd.^{le} niet qualyck zal gelieven te nemen als verzekert zynde wegens UEd.^{le} wijsheyt en goede intentie dat er dus Langh mede hebbe getoeft; bren-gende hiermede de heen en werom reyfe in een gebonden¹⁾; met UEd.^{le} in-strucktie wat op de Reyfe ontrent de horologien te doen staet²⁾ mits Gaders, een verdedinge van de vorige ryfe³⁾ daarin Een Tafel⁴⁾ in is uijt beeldende de Cort-heyte off Lankheyte des pendulums naar maten van yder Graat Bretens alt welk ik UEd.^{le} hiernevens fenden in voegen ik met alle behorelijke Eerbiedigheijt ben en blijven zal UEd.^{le}

Gehoorzamen en Eyge dienaar

J. D. GRAAFF.

Actum den 19 Novemb. A^o. 1692

Amstelodami.

Aande

Eed.^{le} Achtbre Gestrenghe wijfe voorzienige Hr.

Mijnhr. CRISTIAAN HUYGENS hr. van Suijlichem

Tot s' Grav Haag.

int noord

Eijnde.

¹⁾ Cette pièce ne se trouve pas dans notre collection.

²⁾ Voir, sur cette instruction fournie par Huygens à de Graaff, les Lettres Nos. 2602, 2615, 2621 et 2622. Probablement elle ressemblait à la pièce N^o. 2423, qui avait servi pendant le voyage précédent en 1687, sauf les modifications et amplifications dont il est question dans les Lettres citées et dans la pièce N^o. 2520.

³⁾ Probablement une copie ou un extrait de la pièce N^o. 2519.

⁴⁾ Comparez la pièce citée dans la note précédente à la page 277.

N^o 2775.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

23 NOVEMBRE 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2768.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2777.*

A Paris ce 23 Nov. 1692.

J'ay reçu avec bien du plaisir Monsieur la lettre que vous me faites l'honneur de m'écrire du 23 octobre, je ne sçais comment répondre à toutes vos honnestetez et je me trouve fort heureux que ma petite decouverte merite vostre approbation. J'ay resolu pleinement tous les Problemes que vous me proposez, et comme vous me marquez auoir quelque enuie de voir le chemin, que j'ay tenu pour arriuer à ma construction, je vous enuoye vne methode tres simple et generale pour les cas semblables. Je l'ay trouuée en voulant mettre au net celle dont je m'étois serui qui est beaucoup plus embarrassée.

Pour reduire la somme des $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}}$ à la quadrature de l'hyperbole, j'oste les incommensurables en suposant à la maniere de Diophante $\frac{yz}{a} - a \propto \sqrt{aa+yy}$, ce qui donne $y \propto \frac{2aaz}{zz-aa}$ et $dy \propto \frac{-2aazdz - 2a^4dz}{qu. zz-aa}$ ^{a)}, et mettant à la place de y et de dy leurs valeurs, l'on aura $\frac{aady}{y\sqrt{aa+yy}} \propto \frac{adn}{n}$ ²⁾. C'est là tout le mystere, qui reussit dans vne infinité de cas qu'on auroit beaucoup de peine à reduire autrement. Il est evident qu'il y a deux valeurs de z , l'une vraye et l'autre fausse, dans l'egalité $zzy - aay \propto 2aaz$.

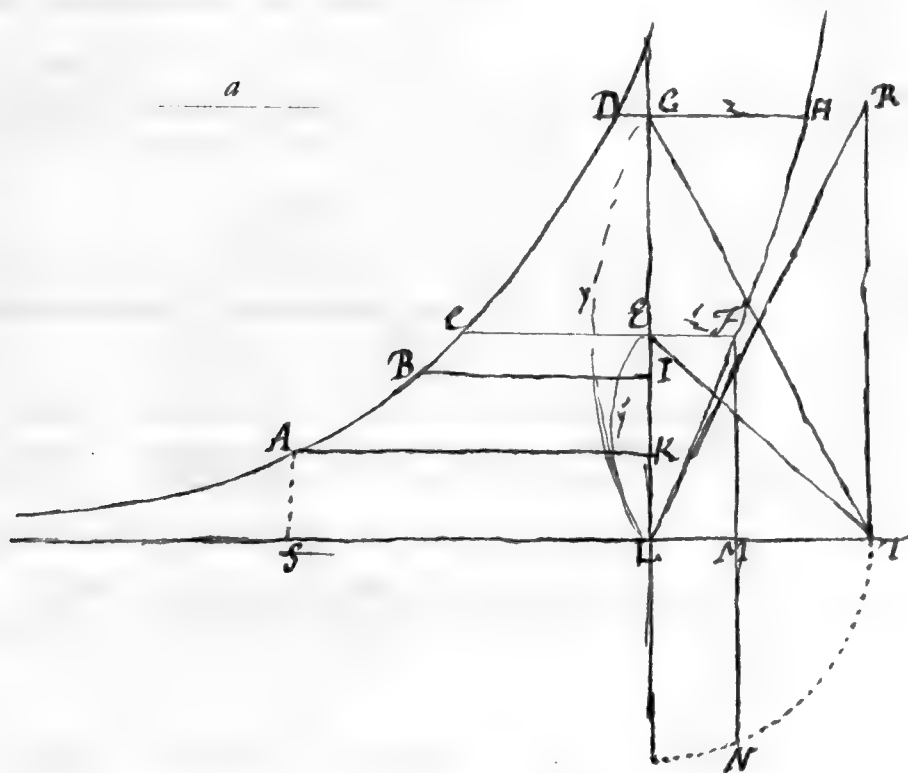
Je me suis servi^{b)} des racines vraies pour determiner la position de la courbe qui sert à rectifier la logarithmique, mais si l'on se seruoit des fausses³⁾, on trouueroit vne position de courbe qui me paroist plus propre pour la construction, la voicy:

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 240.

²⁾ Lisez: $-\frac{adz}{z}$.

³⁾ L'introduction des racines fausses revient, comme Huygens n'a pas manqué de le remarquer à la page 146 du livre H, à l'emploi de la substitution $yz : a + a = \sqrt{a^2 + y^2}$, qui mène aux relations $a^2y - z^2y = 2a^2z$ et $a^2dy : y\sqrt{a^2 + y^2} = adz : z$.

Probleme.



La logarithmique infinie ABCD, qui a pour soutangente la droite donnée a , et son asymptote SL, étant données de position; trouver geometriquement une ligne droite egale à une portion quelconque CD de cette courbe.

Solution.

Soit menée par un point quelconque L de l'asymptote SL la perpendiculaire LG, et soit decrite la courbe geometrique LFH, telle que $(LE \text{ ou } LG \propto y, EF \text{ ou } GH \propto z)$ $aay - zzy \propto 2aaz$, de sorte que l'on peut determiner par le cercle et la ligne droite la grandeur des ordonnées EF, GH, en supposant que les distances sur l'axe LE, LG soient données. Que l'on mene à present les paralleles CEF, DGH, à l'asymptote et ayant pris $LT \propto a$, $LK \propto EF$, $LI \propto GH$, et mené les droites TG, TE, et les paralleles KA, IB, qui rencontrent la logarithmique aux points

A, B; je dis que la portion CD de la logarithmique \propto TG — TE + AK — BI ⁴⁾.

1°. Si l'on mene TR parallele à LG, elle fera asymptote de la courbe geometrique LFH.

2°. Si l'on prent TR double de LT la ligne LR fera tangente au sommet L ⁵⁾.

3°. Si l'on decrit vn quart de cercle qui ait pour rayon LT et que l'on mene librement la droite FMN parallele à LK, je dis que l'espace FLM est egal au rectangle fait de AK — BI par le double de LT; en supposant à present que $LK \propto MN$ et $LI \propto LT$ ⁶⁾.

4°. Je puis déterminer le centre de gravité de cette espace FLM en ne me servant que de la logarithmique ⁷⁾.

Vous avez fort bien remarqué que l'on peut determiner le bras de la portion CD sur l'asymptote en se servant de la logarithmique, mais il n'est pas aussi facile de trouver son bras sur la droite LG ce qui seroit néanmoins necessaire pour avoir le centre de gravité.

Je trouve aussi comme vous Monsieur que le demi-diametre du cercle qui mesure la plus grande courbure $\propto 3\sqrt{\frac{3}{4}}aa$, et generalement que, si l'on nomme vne ordonnée quelconque AS, y, le rayon de la ligne evolue au point A $\propto \frac{aa + yy\sqrt{aa + yy}}{ay}$ ⁸⁾; d'où il suit que, pour determiner le point de la plus grande courbure il faut prendre $y \propto \sqrt{\frac{1}{2}}aa$ ⁹⁾. Passons aux autres questions.

La jre est de determiner la nature de la ligne courbe qui a pour soutangente

4) On a, en effet, d'après la „demonstration” de de l'Hospital (voir la Lettre N°. 2765): arc

$$CD = \int \frac{ydy}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \int \frac{a^2 dy}{y\sqrt{a^2 + y^2}} = TG - TE + a \int \frac{dz}{z}; \text{ mais si } z = EF \text{ ou } GH, \text{ égal}$$

LK où LI, est considéré comme ordonnée de la logarithmique on a, si x en représente l'abscisse, $a \frac{dz}{z} = dx$, donc $a \int \frac{dz}{z} = \int dx = AK - BI$.

5) Propriétés qui se déduisent facilement à l'aide de l'équation $y(a^2 - z^2) = 2a^2z$ de la courbe LE.

6) Pour obtenir cette construction il suffit de remarquer qu'on a $\int_a^z \frac{2a^2z}{a^2 - z^2} dz = -2a \int_a^z \frac{du}{u}$.

7) La détermination de ce centre de gravité dépend en effet de celle des sommes $z^2 dz : (a^2 - z^2)$ et $a^2 z^2 dz : (a^2 - z^2)^2$, qui se réduisent aux logarithmes.

8) Lisez: $\frac{(aa + yy)\sqrt{aa + yy}}{ay}$.

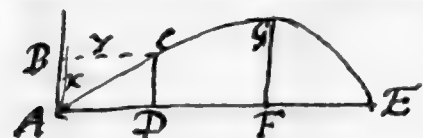
9) Tous ces résultats sont conformes à ceux obtenus par Huygens dans la pièce N°. 2770.

$\frac{aax - 2xxy}{3aa - 2xy}$. Je trouve trois courbes qui satisfont; la 1^{re} est l'hyperbole ordinaire $xy \propto aa$ et les deux autres sont $yyx - aay \mp x^3 \propto 0^{10}$:

La seconde et troisième sont de trouver la ligne courbe, qui a pour sous-tangente $2x - \frac{yy}{2x}$, avec la quadrature de l'espace curviligne. La ligne est $aayy - 2aaxx \mp$

$2y^4 \propto 0^{11}$, et l'espace curviligne $\propto \frac{2}{3}xy - \frac{aax}{6y}$, lorsque $aayy + 2y^4 \propto 2aaxx^{12}$,

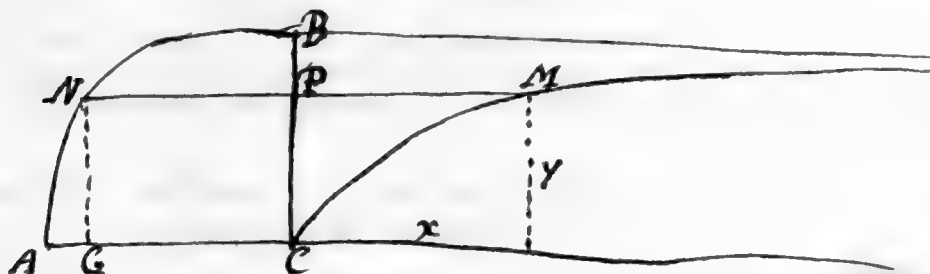
mais lorsque $aayy - 2y^4 \propto 2aaxx$, la courbe a une position telle que l'on voit dans cette figure ¹³), ou $AB \propto x$, $BC \propto y$, $AE \propto \sqrt{\frac{1}{2}aa}$ et l'espace



$$ECD \propto \frac{(aa - 2yy) \sqrt{2aa - 4yy}}{12a}$$

Si l'on prend $AF \propto \frac{1}{2}a$, FG sera la plus grande des ordonnées, et l'espace curviligne EFG $\propto \frac{1}{24}aa$.

La 4^e et 5^e consistent à trouver la ligne courbe qui a pour sous-tangente $2x + \frac{x^3}{yy}$ et la quadrature de l'espace curviligne.



Soit décrit le quart de cercle CAB et soit prolongée une ordonnée quelconque

¹⁰) On trouve pour la solution générale : $xy^2 - a^2y + Cx^3 = 0$.

¹¹) Comparez la note 6 de la Lettre N°. 2639.

¹²) Voir, pour la forme générale de cette courbe, la seconde figure (à la page 576) du § IV de la pièce N°. 2644. La formule de de l'Hospital se rapporte probablement à l'espace curviligne compris entre l'axe des x , la courbe, et une ordonnée quelconque; mais alors on doit ajouter

le terme : $\frac{1}{6\sqrt{2}}a^2$; peut-être ce terme lui a échappé parce qu'il croyait que l'expression

$a^2x : 6y$ s'annule pour $x=0, y=0$.

¹³) Comparez cette figure et les quadratures qui vont suivre avec celles de la courbe $a^2y^2 - 2a^2x^2 - y^4 = 0$ que l'on rencontre à la page 56 de la Lettre N°. 2667 et qui se déduit de la courbe de notre texte en remplaçant a par $a\sqrt{2}$.

NP en M, de sorte que $\frac{NP}{CP} = \frac{CP}{PM}$ ¹⁴⁾, le point M fera a la courbe requise. L'espace CPM est egal à l'espace circulaire AGN ¹⁵⁾ le bras de l'espace CPM sur AC est double de celui de l'espace AGN je puis aussi determiner le bras de l'espace CPM sur CB et partant le centre de gravité de cette espace.

A l'égard des Problemes du Sieur Viuiani, jl y a pres de huit mois que Mr. l'Enuoyé de Florence me propofa celui dont vous me parlez qui estoit sur vne feuille volante en forme d'enigme. Je luy en donnay aussi tost trois solutions avec la demonftration et j'en aurois pû trouuer par ma methode vne infinité d'autres mais cela ne vaut pas la peine que je vous en fasse icy le detail. Le Sieur Viuiani m'a enuoyé depuis peu l'imprimé dont vous me parlez, qui ne renferme rien de confiderable. Je n'ay point vû ce qui est dans les journaux de Leipfic de la figure d'une voile tendue par le vent car ces journaux ne viennent plus icy depuis la guerre j'ay neanmoins donné ordre qu'on me fit venir ceux de cette année qui me manquent et quand je les auray receus je vous en mandray librement ma pensée puisque vous le fouhaitez. Je vous prie de me faire fauoir s'il n'y a point de liures de mathematique nouveaux en angleterre, l'on m'a assuré que Mr. Neuton faisoit jmprimer pour la 2^e fois ses principes mathematiques d'une maniere qui estoit plus à la portée de tout le monde ¹⁶⁾, l'on m'a dit aussi de bonne part que Mr. Fatio auoit vn traitté de la pesanteur tout prest à jmprimer ¹⁷⁾. Je voudrois bien fauoir aussi si Mr. Neuton fera jmprimer bientoft ce qu'il a trouué sur la methode jnuerfe des tangentes et sur les quadratures je crois que Mr. Gregori ¹⁸⁾ a donné depuis peu quelque chose sur ces matieres. Je fuis, Monsieur avec vne estime tres particuliere

Vostre tres humble et tres-obeissant seruiteur
Le Marquis DE L'HOSPITAL.



¹⁴⁾ C'est-à-dire $NP : CP = CP : PM$, ou bien $\sqrt{a^2 - y^2} : y = y : x$, d'où il suit $x^2(a^2 - y^2) = y^4$; équation identique en effet avec celle de la Gutschovienne, indiquée par Huygens dans la Lettre N°. 1065.

¹⁵⁾ Ce résultat encore est identique avec celui de Huygens, annoncé dans la Lettre N°. 1065.

¹⁶⁾ Consultez, sur l'origine probable de cette nouvelle, la Lettre N°. 2723.

¹⁷⁾ Voir, sur ce projet de Fatio, la note 9 de la Lettre N°. 2582 et les Lettres Nos. 2739 et 2745.

¹⁸⁾ David Gregory, neveu de James, né à Aberdeen le 24 juin 1661, mort le 10 octobre 1710 à Maidenhead, Berkshire. Il fut professeur de mathématique à Edinburg et, depuis 1691, professeur d'astronomie à Oxford.

Je vous prie d'essayer si vos regles s'estendent à trouver les lignes qui ont pour foutangentes $\sqrt{ay + xx}$ et $\frac{2y^3}{yy + 2yx - xx}$ vous me ferez plaisir de me faire part de quelques Exemples où elles ne peuvent servir^c).

Holande

A Monsieur

Monsieur CHRISTIAAN HUGENS Seigneur de Zeelhem

jn 't noordeinde naast de crabbe

A la Haye.

^a) erat a^3 .

qu. erat omissum [Christiaan Huygens].

^b) C'est à dire dans les lignes precedentes [Christiaan Huygens].

^c) En vient il des lignes geometriques [Christiaan Huygens].

N^o 2776.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 DÉCEMBRE 1692.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.

Whitehall 2 Dec. 1692.

J'ay fait voir au Roy les lettres qui vous ont esté adressées par le S.^r Prion Secrétaire de milord Dursley¹) et en mesme temps je luy ay monsté ce que vous me mandez la dessus²), mais nous n'y avons rien pû connoître ny l'un ny l'autre. Le Roy me dit de parler au dit milord ce que faute de temps je n'ay pas fait encore. Cependant resvant sur cette affaire, et cependant voyant clairement que cette

¹) Voir, sur Charles Berkeley, vicomte de Dursley, la Lettre N^o. 2586, note 1.

²) A ce sujet Constantyn nota dans son journal, sous la date du 23 décembre: Le matin je fus à Kensington, et le soir je fis voir au Roi un billet ou avis, que frère Christiaan m'avait envoyé, contenant quelque chose sur Madame de Maintenon et sur le Père Nisot, jésuite; il fut dit être d'une dame française de Berlin et son nom était signé d'Alençon. Ce billet avait été envoyé au frère de Zeelhem [Christiaan Huygens] par un certain Prion (mais proprement nommé Prior) Secrétaire de Myl. Dursley, qui écrivit à frère, qu'il l'avait ouvert par inadvertance (si fides verbis). Le Roy, ne paraissant pas y faire beaucoup de réflexion, disait que je ferais voir le papier à Blatwait".

bonne dame d'Alençon n'a pas eu dessein d'escire a moy en escrivant cette lettre, car elle parle comme a une personne avec qui elle avoit correspondance, il m'est venu dans la pensée, qu'il y a icy, ou du moins y a eu un petit Ecoffois louche, qui se mesloit d'intrigues et fit il y a environ 18. mois un voyage en France sous pretexte d'y accompagner une dame de ce Pays icy. Il se pourroit bien que ce seroit la l'homme dont Prion dit que le nom estoit dans la superscription de la lettre qu'il a ouverte par megarde à ce qu'il dit, car s'appellant Higgins il affectoit de se faire appeller Huijgens et auroit fort souhaité que j'eusse voulu le faire passer comme ayant nostre nom. Mais je me mocquois toujours de luy. Voyez un peu si vostre Mr. Prion ne peut pas vous donner un peu plus d'eclaircissement touchant ce petit homme, et s'il ne l'a pas jamais veu, et en cas que non, comment c'est luy qui a soin d'adresser ses lettres.

Je suis bien marry de ce que nous ayons tant de peine a trouver un Precepteur pour Tien³⁾ et je crains qu'estant si long temps sui juris il n'abuse de cette liberté. Je vous prie d'assister ma femme pour en deterrer un quelque part. Tout le monde parle de la debauche qui regne entre ces escoliers a Leyde.

Pour mon Frere de Zeelhem.

N^o 2777.

CHRISTIAAN HUYGENS AU MARQUIS DE L'HOSPITAL.

29 DÉCEMBRE 1692.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.

La lettre est la réponse au No. 2775.

De l'Hospital y répondit le 12 février 1693.

A la Haye, le 29 Dec. 1692.

Je reconnois de plus en plus Monsieur le grand progres que vous avez fait dans ces belles subtilitez de la geometrie qui la portent si loin au delà de ce qu'elle a esté cy-devant. La derniere solution de vostre Probleme est encore meilleur que la premiere et je vous suis obligé d'avoir bien voulu m'indiquer le moien dont vous vous estes servi pour y parvenir. Je vois qu'il sert en plusieurs autres cas; mais l'ayant effaïé à trouver la somme des $\frac{\sqrt{aa + yy} dy}{y}$, qui seroient les pe-

³⁾ Voir, à ce sujet, les Lettres Nos. 2753, 2758 et 2764.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 244.

tites tangentes de la portion de la Logarithmique, sans les diviser en deux, comme vous avez fait²⁾, je suis venu à la quadrature d'une courbe fort composée, qu'on ne voit pas qu'elle depende de la quadrature de l'hyperbole³⁾. Mais j'ay remarqué en mesme temps que la dite somme des $\frac{\sqrt{aa+yy} dy}{y}$ ne depend que de la quadrature d'une courbe dont l'equation est $a^4 + aayy \propto xxyy$ ⁴⁾, que j'ay trouvé il y a longtemps qu'elle depend de celle de l'hyperbole⁵⁾. Ainsi sans tout ce subtil detour que vous avez suivi Monsieur, l'on peut refoudre vostre probleme⁶⁾. Mais ce que j'ay admiré, l'on vient à vostre mesme derniere construction, qui s'abrege encore un peu en prenant EC pour BI dans vostre figure⁷⁾ DG pour AK⁸⁾.

²⁾ Voir la Lettre N°. 2765, au commencement de la „demonstration”.

³⁾ On rencontre cet essai infructueux à la page 153 du livre H, où la somme des $\sqrt{a^2+y^2} dy : y$ est réduite, par la substitution $yz : a + a = \sqrt{a^2+y^2}$, à la quadrature de la courbe : $x = a^2(a^2+z^2)^2 : z(a^2-z^2)^2$; après quoi Huygens ajoute : „Ergo sic ad curvam valde compositam et ignotae quadraturae reductum fuisset problema dimensionis lineae Logarithmicae si, ut hic, non fuisset divisa $\lambda [= dy] \sqrt{aa+yy} : y$ in duas.

⁴⁾ En effet, pour réduire la somme mentionnée à la quadrature $\int x dy$ de cette courbe, il suffit de poser $x = a \sqrt{a^2+y^2} : y$, d'où il suit $a^4 + a^2y^2 = x^2y^2$.

⁵⁾ Voir l'Appendice I à cette lettre, notre pièce N°. 2778, qui date, d'après le lieu qu'il occupe dans le livre H, de septembre ou d'octobre 1692. Aucune trace d'un traitement antérieur du même problème n'a été rencontrée dans les manuscrits.

⁶⁾ Voir la pièce N°. 2779, Appendice II à cette lettre, où nous avons reproduit la solution définitive de Huygens du problème en question.

⁷⁾ Probablement Huygens veut dire ici qu'on peut simplifier la construction de de l'Hospital en agissant de sorte que EC, dans la figure de la Lettre N°. 2775, s'identifie avec la plus courte des deux lignes (AK et BI) dont la différence, ajoutée à TG—TE, va fournir la longueur de l'arc CD. Et il est clair que cette remarque devait amener, presque nécessairement, la construction abrégée qu'on rencontre quelques lignes plus loin dans le texte de la présente lettre. En effet, pour que la différence AK—CE de la figure de Huygens (celle de la page suivante de la présente lettre) devienne égale à la différence AK—BI de la figure de de l'Hospital (celle de la Lettre N°. 2775), il suffit qu'on ait EL : KL (figure de Huygens) = LI : KL (figure de de l'Hospital). Posons donc dans la figure de de l'Hospital : LG = y_1 (= LD figure de Huygens), LE = y_2 (= LE figure de Huygens), GH = LI = z_1 , EF = LK = z_2 , où (d'après la note 3 de la Lettre N°. 2775), $\frac{yz}{a} + a = \sqrt{a^2+y^2}$, alors il faut qu'on ait, dans la figure de Huygens,

$$EL : KL = z_1 : z_2; \text{ donc } KL = EL \times \frac{z_2}{z_1} = \frac{y_2 z_2}{z_1} = \frac{\sqrt{a^2+y_2^2}-a}{\sqrt{a^2+y_1^2}-a} \times y_1 = \frac{TE-TL}{TD-TL} \times$$

$$\times DL \text{ (toujours dans la figure de Huygens, où manque la lettre T, voir la note 10)}$$

$$= \frac{TO-TL}{TP-TL} \times DL \text{ (en prenant TO=TE, TP=TD)} = \frac{OL}{PL} \times DL, \text{ d'où la construc-}$$

tion abrégée mentionnée suit immédiatement.

⁸⁾ Cette addition est due probablement à quelque inadvertance.

temps¹⁵⁾); qui sert grandement dans ces recherches des quadratures¹⁶⁾, des centres de gravité¹⁷⁾ et du problème renversé des Tangentes. C'est de là que j'ay pris cette dernière quadrature que je viens de rapporter¹⁸⁾, et d'où celle que vous et Mr. Leibnits m'avez résoluë¹⁹⁾ se tirent facilement, avec plusieurs autres. C'est par elle aussi que je suis venu à bout de la quadrature assez remarquable de la courbe dont l'équation est $x^3 + y^3 \propto xy^n$ ²⁰⁾, que Mr. des Cartes, dans sa lettre 65^e du 3^e volume²¹⁾, et notre Mr. Hudde ont considérée pour autre chose²²⁾ Mr. Des Cartes en parle comme si elle avoit plusieurs feuilles²³⁾, quoy qu'elle n'en ait qu'une, comme dans cette figure est ABCH, son trait continuant en AK, AL, le long de l'asymptote EFG, perpendiculaire au diamètre CA, prolongé d'un tiers AF. Je trouve le contenu de la feuille ABCH égal à $\frac{1}{6}mn$ ou $\frac{1}{3}$ du carré du diamètre AC²⁴⁾; et l'espace infini des deux costez entre AK, AL et l'asymptote, encore de la même grandeur²⁵⁾. On ne s'imagineroit pas que cette

connaît donc de même, à l'aide du théorème, l'intégrale $\int xy^2 dy$, c'est-à-dire, en posant $u = a^{-2}xy^2$, la quadrature *sudy* d'une courbe dont l'abscisse est égale à u .

Or, si l'on cherche l'équation de cette dernière courbe, en substituant $x = a^2uy^{-2}$ dans celle de la courbe donnée, on arrive à l'équation $y^3 + u^3 - auy = 0$, qui représente le folium de Descartes. Seulement Fermat n'exécute pas les calculs nécessaires pour achever la quadrature du folium et se borne dans cet exemple, comme dans les autres, à des indications générales.

¹⁵⁾ Voir l'Appendice IV à cette lettre, la pièce N°. 2781.

¹⁶⁾ Voir la pièce N°. 2780, les § VII et VIII de la pièce N°. 2781 et la pièce N°. 2782.

¹⁷⁾ Voir, pour un exemple, le dernier alinéa du § IX de la pièce N°. 2781.

¹⁸⁾ C'est-à-dire la quadrature de l'aire FLM de la première figure de la présente lettre. Consultez sur cette quadrature la pièce N°. 2780, surtout la note 1 de cette pièce.

¹⁹⁾ Il s'agit de la quadrature de la courbe $aaxx = aayy - y^4$ mentionnée par Leibniz dans sa lettre N°. 2664 (à la page 51) et par de l'Hospital dans sa lettre N°. 2775, où l'équation de la courbe est mise sous la forme analogue : $a^2y^2 - 2y^4 = 2a^2x^2$. Sur la dérivation de cette quadrature au moyen de la méthode de Fermat on peut consulter le § VII de la pièce N°. 2781.

²⁰⁾ Voir sur cette quadrature l'Appendice V à cette lettre, notre pièce N°. 2782.

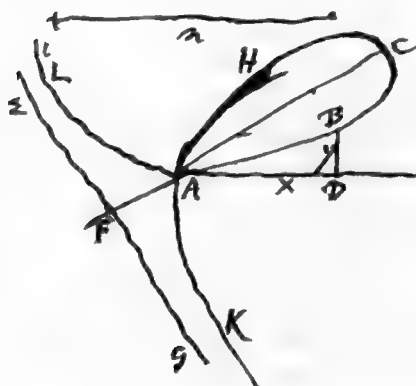
²¹⁾ Il s'agit de sa lettre à Mersenne du 23 août 1638, reproduite par Charles Adam et Paul Tannery dans l'édition récente des „Œuvres de Descartes” sous le N°. CXXXVIII du Tome II (voir les pages 313—316). Descartes s'y occupe de la détermination de la tangente et de „la plus grande largeur” de la boucle dans la direction perpendiculaire à l'axe AC. (Voir la figure de la page suivante).

²²⁾ On rencontre les considérations de Hudde, qui se rapportent encore à la détermination de la plus grande largeur, aux pages 493 et 497—499 des „Exercitationes mathematicae” de van Schooten, ouvrage que nous avons cité dans la Lettre N°. 128, note 3.

²³⁾ On peut consulter sur cette circonstance une note que l'on rencontre à la page 341 du Tome II de l'édition des „Œuvres de Descartes” mentionnée dans la note 21.

²⁴⁾ Voir le § I de la pièce N°. 2782.

²⁵⁾ Voir le § III de la pièce N°. 2782.



courbe dût avoir une quadrature si régulière et si simple. Celle qui est générale pour les segments l'étant de même, qui s'exprime par un seul terme ²⁶⁾.

La question de la courbe de Mr. de Beaune ²⁷⁾, que propose M. des Cartes dans la lettre 79^e du 3^e vol. ne tombe point dans la règle de M. Fatio ni dans celle dont m'a fait part Mr. Leibnits. C'est pourquoi je ferai bien aise de voir quelle courbe vous avez trouvée pour la foutangente donnée $\frac{yy - xy}{a}$. Je crois de même bien difficiles à

trouver celles qui ont les foutangentes que vous marquez $\frac{2y^3}{yy + 2yx - xx}$ et

$\sqrt{ay + xx}$, qui sont aussi hors de ces règles. Mais sur tout je souhaite de voir de quelle espèce est la dernière des deux. Apparemment elle est transcendente, dont la construction suppose quelque quadrature, comme celle qui a pour foutangente $\frac{aa}{\sqrt{aa - xx}}$ demande les quadratures du cercle et de l'hyperbole ²⁸⁾.

J'avoue que je ne vois pas encore par quelle adresse on pourra développer ces courbes qui répondent à vos foutangentes, si ce n'est peut-être par quelque converse de la règle des tangentes de Mr. de Roberval ²⁹⁾, dont l'usage s'étend plus loin que peut-être l'auteur n'a su. Mais je ne veux pas me donner la peine de chercher, espérant de l'apprendre de vous ou de Mr. Newton.

Voici encore deux exemples de foutangentes, par ce que vous en demandez, ou les règles que je connais ne réussissent point; ^{a)} $\frac{aay + xyy}{ax - xy - ay}$ et

²⁶⁾ Voir, pour la valeur du segment, qui est égal à $\frac{1}{6} nx^2 : y$ pour $AD = x$, $BD = y$, $AC = \frac{1}{2} n\sqrt{2}$,

les § II et III de la pièce N^o. 2782.

²⁷⁾ Voir, sur ce problème, la Lettre N^o. 2765.

²⁸⁾ Voir la Lettre N^o. 2735, note 18.

²⁹⁾ Probablement la méthode bien connue de de Roberval, communiquée en 1668 à l'Académie des Sciences et publiée en 1693 dans les „Divers ouvrages de Mathématique et de Physique” (voir la Lettre N^o. 2432, note 1) sous le titre : „Observations sur la composition des mouvements, et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes”.

$b^{\circ}) \frac{x^3 y}{3x^3 + 3aay - 2xyy}^{30})$, qui semblent estre du genre dont est la premiere de vos deux precedentes et peut-estre celle de la courbe de Mr. de Beaune.

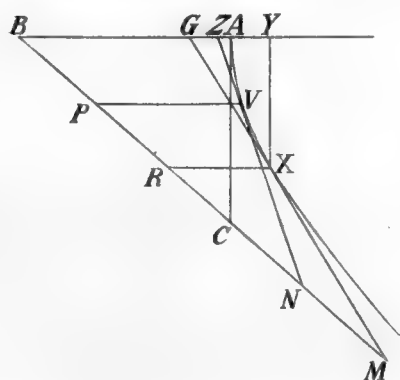
Je vois que Mr. des Cartes fait mention $31^{\circ})$ de la solution $32^{\circ})$ qu'il auroit envoyée pour cette ligne, mais je doute si elle aura esté meilleure que celle qu'il donne pour la logarithmique $33^{\circ})$. S'il revenoit au monde il trouveroit la geometrie bien augmentée.

$30^{\circ})$ D'après la page 156 du livre H, cette dernière expression représente la soustangente $y \frac{dx}{dy} = \frac{x^2 y - a^2 y}{3x^2 - 2xy}$ de la courbe $x^3 - x^2 y + a^2 y = 0$ „déguisée” au moyen de la substitution $\dot{x}^2 = x^3 y^{-1} + a^2$, appliquée au numérateur et au dénominateur; comparez la note $b^{\circ})$ de Huygens. De même la note $a^{\circ})$ indique l'hyperbole $aa = ax - xy$ comme la courbe dont la première expression a été déduite. On peut consulter d'ailleurs, sur la solution générale des équations différentielles auxquelles ces expressions pour la soustangente donnent lieu, une des notes de la lettre de de l'Hospital à Huygens du 12 mai 1693.

$31^{\circ})$ Dans sa lettre de 1645, citée dans la note 4 de la Lettre N $^{\circ}$. 2765, où il s'exprime comme il suit: „Cette question [le problème de de Beaune] me fut proposée, il y a cinq ou six ans, par Monsieur de Beaune, qui la proposa aussi aux plus célèbres Mathematiciens de Paris et de Thoulouze; mais je ne sçache point qu'aucun d'eux luy en ait donné la solution, ny aussi qu'il leur ait fait voir celle que je luy ai envoyée”.

$32^{\circ})$ La solution fut envoyée à de Beaune dans une lettre du 20 février 1639, qui constitue le N $^{\circ}$. CLVI du Tome II de la correspondance de Descartes publiée par Adam et Tannery (voir les pages 514—517 et les annotations des éditeurs aux pages 520—523). Cette lettre était accessible à Huygens dans l'édition de Clerselier où elle paraît comme le N $^{\circ}$. 71 du Tome III, et sans doute il en avait pris connaissance autrefois (voir encore la note suivante); mais il semble qu'il n'y ait pas reconnu alors une solution du problème de de Beaune, lequel problème, en effet, n'y est pas mentionné expressément.

$33^{\circ})$ Il est presque certain que Huygens a ici en vue la construction de la courbe elle-même, qui constituait la solution du problème de de Beaune, mentionnée dans la note précédente. Voici comment Descartes s'exprime sur la courbe en question :



„En la deuxième AVX [de vos trois lignes courbes], dont le sommet est A, au lieu de considerer l'axe AY avec son ordonnée XY, j'ay consideré l'asymptote BC, vers laquelle ayant mené des ordonnées paralleles à l'axe, comme PV, RX, &c., et des tangentes comme AC, ZVN, GXM, &c., j'ay trouvé que la partie de l'asymptote qui est entre l'ordonnée et la tangente d'un mesme point, comme PN, ou RM, &c. est tousiours égale à BC, ainsi que vous verrez facilement par le calcul”. Après quoi il procède à donner une construction approchée de la courbe AVX.

Or Huygens aura reconnu sans doute qu'on n'avait qu'à „perpendiculariser” pour ainsi dire

les ordonnées PV, RX pour transformer cette courbe dans la „logarithmique” à soustangente constante dont il s'était tant occupé.

Le probleme du Sr. Viviani ³⁴⁾ n'avoit pas grande difficulté et il avoit aussi esté resolu d'abord par Mr. Leibnits, et en suite sur le mesme fondement par Mr. Bernouilli, qui adjoute cette jolie remarque qu'en cheminant sur la Terre en sorte qu'on avance également en longitude et latitude, on decrit une ligne qui resout ce probleme. Et c'est cette ligne qui est egale à celle d'une Ellipse, comme on peut demontrer assez facilement ³⁵⁾.

Un scavant Anglois vient de me dire que la seconde edition des Principes de Mr. Newton, de la quelle Mr. Fatio devoit avoir soin, ne se fera pas encore si-toft. Il y a une infinité de fautes à corriger ³⁶⁾ et quelques unes qui sont de l'auteur, comme il reconnoit luy mesme ³⁷⁾. J'estime beaucoup son scavoir et sa subtilité, mais il y en a bien de mal employé à mon avis, dans une grande partie de cet ouvrage lors que l'auteur recherche des choses peu utiles, ou qu'il batit sur le principe peu vraisemblable de l'attraction ³⁸⁾. Le mesme Anglois m'apprend, qu'on imprime, ou qu'on a desia imprimé la methode de Mr. Newton pour le Probleme renversé des Tangentes, qu'on l'a joint au livre de Wallis de Algebra, qu'il a donné cy-devant en Anglois et qui est maintenant traduit en Latin et augmenté ³⁹⁾. L'Hypothese de Mr. Fatio ⁴⁰⁾ dans son traité de la Pesanteur ressembloit à celle de M. Varignon ⁴¹⁾, et souffroit la mesme difficulté, qui est l'accumulation necessaire de la matiere autour du centre vers lequel selon eux elle pousse les corps. Laquelle difficulté Mr. Varignon ne resout point, et M. Fatio a besoin pour cela d'une hypothese fort estrange et peu concevable. Lors qu'il partit d'icy pour l'Angleterre il se plaignoit qu'il avoit perdu ce traité ⁴²⁾. On trouve si peu d'occasion d'appliquer la geometrie à la physique, que souvent je m'en estonne. Et quand on en trouve il est difficile de le faire avec justesse. Cependant c'est ce qui merite le plus, avec les inventions de mechanique, qu'on s'y occupe, car autrement *calculus ludimus, in supervacuis subtilitas teritur*, comme dit quelque part Seneque.

³⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2768, note 17, et la pièce N°. 2771.

³⁵⁾ Voir la pièce N°. 2771, vers la fin.

³⁶⁾ Voir la pièce N°. 2698.

³⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2732, note 10.

³⁸⁾ Consultez, à propos de cette opinion de Huygens sur l'hypothèse fondamentale de la théorie de l'attraction, celle que „toutes les petites parties, qu'on peut imaginer dans deux ou plusieurs differents corps, s'attirent ou tendent à s'approcher mutuellement”, la Lettre N°. 2558, note 6.

³⁹⁾ Voir, sur ces éditions du livre de Wallis, la Lettre N°. 2660, note 3. Sans doute il s'agit ici de l'exposé de la méthode de Newton des fluxions donné par Wallis, et qui fut publié pour la première fois dans l'édition latine de 1693 aux pages 390—396 du Chapitre 95.

⁴⁰⁾ Voir les Lettres Nos. 2570 et 2582.

⁴¹⁾ Voir la Lettre N°. 2677, note 11.

⁴²⁾ Voir la Lettre N°. 2739.

A propos de mécanique il a passé icy un François il y a quelque temps, qui montrait pour de l'argent une telle, construite en sorte qu'elle prononçait quelques paroles. Je n'en fus averti, qu'après son départ; peut-être, Monsieur, en saurez vous quelque chose. L'on m'a envoyé de Paris un certain imprimé, qui parle d'une invention du Sr. de Hautefeuille ⁴³), par la quelle il prétend que les pendules de poche ont reçu une plus grande perfection. Il faudra voir ce que c'est, mais je connois à peu près le talent et le génie du personnage. Il y a fort longtemps que je n'ay point ouy parler de Mr. le Duc de Roanes ⁴⁴). J'ay peur qu'il ne se souviene plus de moy. Si ce n'estoit pas prendre trop de liberté, je vous supplerois, Monsieur, de l'assurer de mes Respects et que je luy suis comme à vous etc.

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

^a) hyperbole $aa \propto ax - ay$ [Christiaan Huygens].

^b) $o \propto x^3 - xxy + aay$ [Christiaan Huygens].



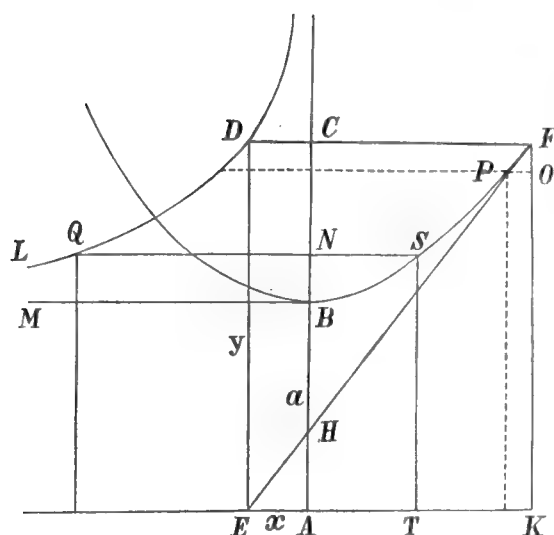
⁴³) Voir, sur de Hautefeuille, la Lettre N°. 2023, note 3. Nous ne connaissons pas l'écrit mentionné dans la lettre. D'après un „Avis sur le privilège des horloges et des montres de la Nouvelle Invention” publié sans date chez la Veuve Daniel Horthemels (4 pages in-4°), le Roi aurait accordé à de Hautefeuille, le 26 mars 1693, un privilège pour des horloges et montres d'une nouvelle invention. Il est cependant impossible de déduire du fatras, qui remplit cet avis, en quoi cette invention a consisté. Consultez encore la lettre de de l'Hospital à Huygens du 12 mai 1693 et celle de Huygens du 23 juillet 1693.

⁴⁴) Consultez, sur Arthus Gouffier, duc de Roanes, la Lettre N°. 837, note 1.

N^o 2778.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[SEPTEMBRE OU OCTOBRE 1692].

*Appendice 1¹⁾ au No. 2777.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

BF hyperbole aequilatera; centro A, axe ABC. FE tangens. KAE perp. BA. FK perp. EAK. KD est \square ; erit punctum D ad curvam DL²⁾, cujus asymptoti BC, BM parall. AE. Et spatium infinitum LDFBM aequale spatio FBAK.

Nam ut FD ad DE five FK, ita PO ad OF; unde \square FK, PO = \square FD, FO.

y³⁾ (FK = CA = DE) : a (BA)

$$= a (BA) : \frac{aa}{y} (HA)$$

$$CB = y - a$$

$$y - a$$

$$2a$$

$$y + a$$

$$y - a$$

$$AK = CF = \sqrt{yy - aa}$$

$$AE = x$$

$$EK = x + \sqrt{yy - aa}$$

$$x (EA) : \frac{aa}{y} (AH) = x + \sqrt{yy - aa} (EK) : y (FK)$$

$$xyy = aax + aa \sqrt{yy - aa}$$

$$xyy - aax = aa \sqrt{yy - aa}$$

¹⁾ Cet appendice contient la réduction de la quadrature de la courbe $x^2y^2 - a^2x^2 = a^4$ à celle de l'hyperbole. Il est emprunté à la page 108 du livre H.

²⁾ On doit considérer ce qui précède comme la définition de la courbe LD.

³⁾ Ici commence la déduction de l'équation de la courbe LD.

per $yy - aa \frac{xxxy^4 - 2xxaayy + a^4xx = a^4yy - a^6}{xxyy - aaxx = a^4}$, aequatio curvae DL, quae quadrabilis ex quadratura hyperbolae.

Etiam portionis cujufvis CDQN mensura dabitur ex quadratura spatii hyperbolici FSTK; huic enim aequale est spatium FDQSF; datur autem et spatium FSNC ex dato FSTK. Ergo et CDQN quod nempe aequale erit FSTK — FCNS.

Haec [QD] est curva qua Jo. Bernoulius utitur in constructione Catenariae in fig. 1⁴). Et ex qua etiam alteram invenit optimam quae fig. 2^{da}. Itaque scivit hujus quadraturam pendere ex quadratura hyperbolae⁵). Sed nondum video quomodo ad hanc curvam devenerit in illo problemate⁶).



⁴) En effet, il est facile de vérifier que la courbe, employée à cette construction par Jean Bernoulli dans l'article cité dans la note 12 de la Lettre N°. 2664, possède cette même équation $x^2y^2 - a^2x^2 = a^4$.

⁵) Puisque Bernoulli faisait dépendre cette seconde construction de la rectification de la parabole, qu'on savait dépendre à son tour de la quadrature de l'hyperbole; tandis que la première construction dépendait de celle de la courbe mentionnée.

⁶) On peut retrouver la voie suivie par Bernoulli, laquelle intrigua si vivement Christiaan Huygens (comparez encore la Lettre N°. 2695), dans l'ouvrage cité dans la note 30 de la Lettre N°. 2693, où la même courbe est employée dans la construction de la chaînette. (Voir les „Lectiones” 36 et 12).

N^o 2779.

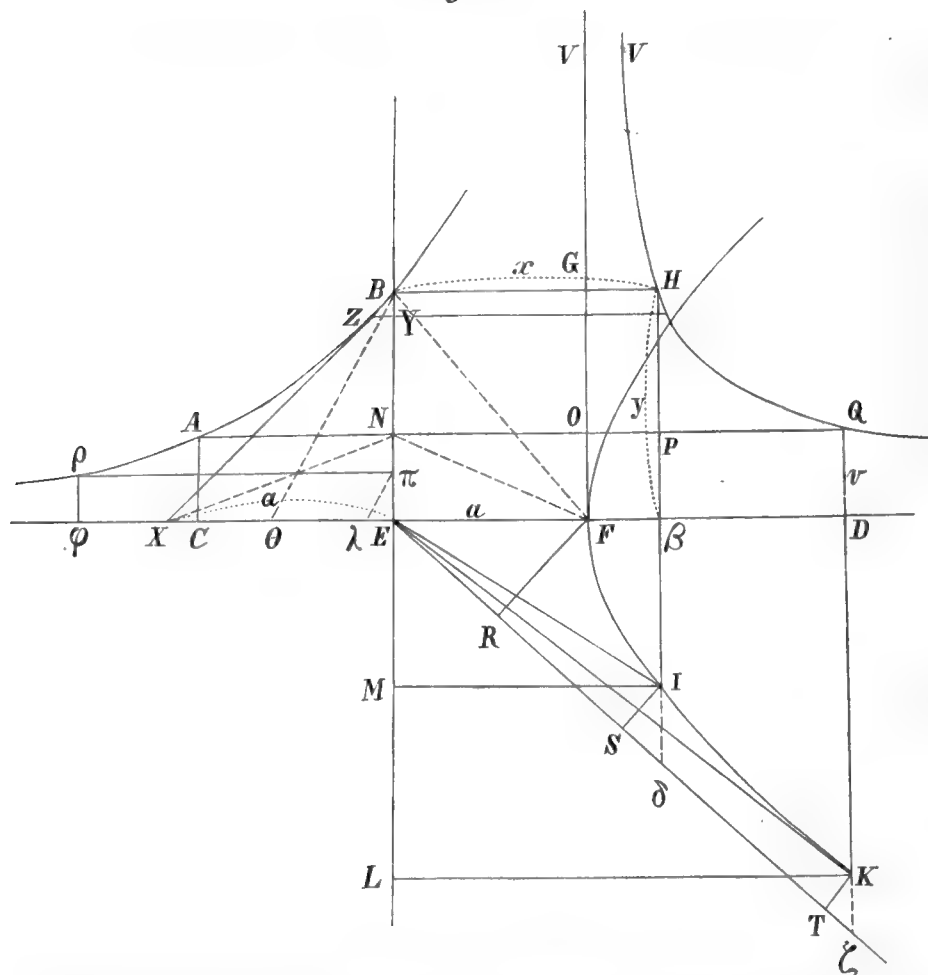
CHRISTIAAN HUYGENS.

DÉCEMBRE 1692.

*Appendice II¹⁾ au No. 2777.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

Problema Hospitalij simplicissima via resolvitur.

§ I.



BA Logarithmica. VHQ curva pag. 108²⁾); asymptoti hujus sunt FD, FV.
 Logarithmicæ asymptotos DFC.
 BA portio curvæ æquanda rectæ.

¹⁾ Cet Appendice contient la déduction de la solution définitive de Huygens du problème de

Si ut YB ad BZ, hoc est, ut EB ad BX ita sit $BG = a$ ad BH cadit H in curvam VHQ³⁾, et erit recta NB ad curvam BA ut \square BGON ad spatium BHQN⁴⁾.

Quaerendum est spatium BHQN.

§ II⁵⁾.

Spatium VQKfV infinitum est aequale spatio FKLE (vid. pag. 108⁶⁾) posita hyperbola aequilatera FK, centro E, semidiametro $EF = a =$ subtangente logarithmicae BA.

Si utrinque auferatur spatium FDK, erit spatium infinitum VFDQV aequale spatio FKLE — spatium FDK; hoc est $\square^\circ DL - 2$ spatium FDK. Ergo sumptis horum dimidiis, erit $\Delta EKD - \text{spat.}^\circ FDK$ hoc est sector hyperbolicus FEK aequalis $\frac{1}{2}$ spatii VFDQV.

Eadem ratione erit sector hyperb. FEI aequalis $\frac{1}{2}$ spatii infiniti VF β HV.

Ergo spat. H β DQ = 2 sector FEK — 2 sector FEI; hoc est = 2 spat. FRTK — 2 spat. FRSI.

Ergo spat. H β DQ 2 spat. ISTK.

Sp. BHQN = \square B β + sp. H β DQ — \square ND vel \square B β + 2 sp. ISTK — \square ND = $a\sqrt{yy+aa} - a\sqrt{vv+aa} + aq^7$.

\square BO = $ay - av$.

Ergo curva AB = $\sqrt{yy+aa} - \sqrt{vv+aa} + q^8$ = XB — XN + q.

§ III⁹⁾.

Si super asymptoto logarithmicae cujus subtangens esset = ER = $\sqrt{\frac{1}{2}aa}$, applicarentur duae rectae in ratione SI ad TK, five I δ ad K ζ , earum intervallum

la rectification de la logarithmique, telle qu'on la rencontre dans la Lettre N°. 2777, et dans la pièce N°. 2793, c'est-à-dire dans l'article publié dans l'„Histoire des ouvrages des Sçavans” de Février 1693. Nous l'avons emprunté à la page 160 du livre H et divisé en paragraphes. Le premier paragraphe contient la *réduction du problème à la quadrature de l'aire BHQN*.

²⁾ Voir la pièce N°. 2778. On verra par la note suivante comment Huygens est parvenu ici à cette courbe, identique avec celle LQD de la pièce N°. 2778.

³⁾ On peut considérer ce qui précède comme la définition de la courbe VHQ. Posant alors $BH = x$, $H\beta = BE = y$, $XE = EF = a$, on trouve facilement : $y : \sqrt{a^2 + y^2} = a : x$, équation identique à celle de la pièce N°. 2778, pour la courbe DL, en échangeant les x et y .

⁴⁾ Puisque d'après la construction indiquée : $\Sigma a \times BZ = \Sigma BH \times BY$.

⁵⁾ *Réduction de la quadrature BHQN à celle d'un espace hyperbolique.*

⁶⁾ C'est-à-dire la pièce N°. 2778. Voir le premier alinéa de cette pièce.

⁷⁾ Ici $v = QD$, tandis que q représente provisoirement une ligne dont la longueur dépend de la quadrature de l'aire ISTK.

⁸⁾ On a d'après le § précédent : $NB : \text{arc. BA} = \square BGON : BHQN$, c'est-à-dire $(y - v) : \text{arc. BA} = a (y - v) : a (\sqrt{yy+aa} - \sqrt{vv+aa} + q)$, d'où il suit facilement : $\text{arc. BA} = \sqrt{yy+aa} - \sqrt{vv+aa} + q$; tout va donc dépendre de la construction de la longueur q .

⁹⁾ *Construction de la longueur auxiliaire q .*

ductum in subtangentem faceret \square aequale spatio ISTK ¹⁰⁾. Si vero in hac Logarithmica cujus subtang. a applicentur duae in eadem ratione illa earum intervallum ductum in a faciet \square aequ. duplo spatio ISTK hoc est aequ. spatio HQD β ¹¹⁾.

$$\begin{aligned} E\beta \text{ vel } \beta\delta - \beta I &= I\delta \\ x - \sqrt{xx - aa} &= I\delta \\ \text{vel } \frac{a\sqrt{yy + aa}}{y} - \frac{aa}{y} &= I\delta^{12)} \\ \frac{a\sqrt{vv + aa}}{v} - \frac{aa}{v} &= K\zeta \text{ si QD fit } v. \\ I\delta : K\zeta &= IS : KT = \frac{a\sqrt{yy + aa}}{y} - \frac{aa}{y} : \frac{a\sqrt{vv + aa}}{v} - \frac{aa}{v}. \\ \text{ratio IS ad KT} & \frac{\sqrt{yy + aa}}{y} - \frac{a}{y} : \frac{\sqrt{vv + aa}}{v} - \frac{a}{v} \\ \text{composita} & \left| \frac{\sqrt{yy + aa} - a}{y} : \frac{\sqrt{vv + aa} - a}{v} \right. \\ \sqrt{yy + aa} - a(E\theta)^{13)} : y(EB) &= \sqrt{vv + aa} - a(E\lambda) : \frac{y\sqrt{vv + aa} - ya}{\sqrt{yy + aa} - a}(E\pi) \\ EN : E\pi &= v : \frac{y\sqrt{vv + aa} - ya}{\sqrt{yy + aa} - a} \end{aligned}$$

Est enim haec ratio eadem ac composita praecedens. Ergo $\square \varphi C$ in a est = spat. HQD β et $\varphi C = q$.

$$[\text{curva}] AB = XB - XN \text{ (five } \lambda\theta) + \varphi C$$

Eadem igitur constructio hic oritur quae ex Hospitalij investigatione pag. 150 ¹⁴⁾.

EF est subtangens. $F\theta = FB$. $F\lambda = FN$. $\lambda\pi$ parall. θB .

¹⁰⁾ Huygens applique ici, sous une autre forme, la propriété 15 de la logarithmique, que l'on rencontre p. 179 de l'édition originale du „Discours de la cause de la pesanteur”.

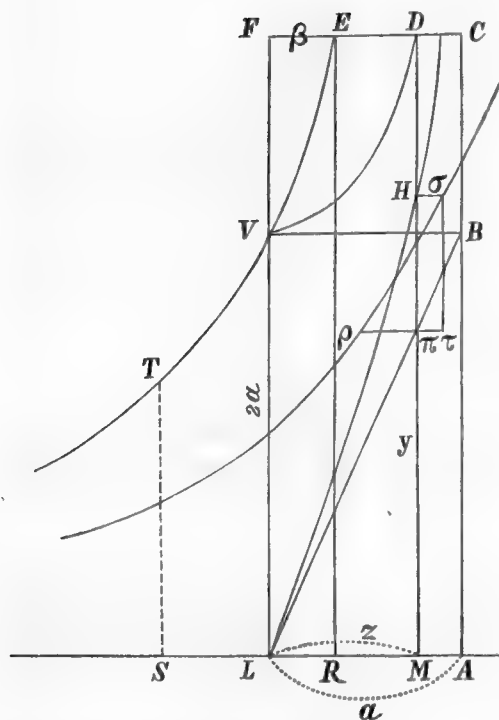
¹¹⁾ Dès ce moment il ne s'agit plus que de construire une ligne $E\pi$ de telle manière qu'on ait $EN : E\pi = IS : TK$, puisque alors $a \times \varphi C = \text{spat. HQD}\beta = a \times q$, donc $q = \varphi C$; mais, comme nous l'avons expliqué dans la note 7 de la Lettre N°. 2777, il est probable que Huygens connaissait déjà la construction de cette ligne φC , telle qu'on la rencontre dans le texte de la Lettre N°. 2777, obtenue par lui comme une simplification de celle de de l'Hospital. Il n'avait donc plus qu'à vérifier si le rapport $EN : E\pi$, tel qu'il résultait de cette construction, était le même que celui de IS à KT . C'est ce qu'on verra accompli dans ce qui va suivre.

¹²⁾ Ici les expressions en x sont remplacées par celles en y en vertu de l'équation $x^2 y^2 = a^2 y^2 + a^4$ de la courbe VHQ .

¹³⁾ Puisque, d'après la construction mentionnée, $F\theta = FB = \sqrt{a^2 + y^2}$, $F\lambda = FN$.

¹⁴⁾ C'est-à-dire telle que Huygens l'avait simplifiée, simplification que l'on rencontre en effet à la page citée, où elle est précédée du titre: „Brevissima constructio problematis Hospitalij”. Il serait inutile de la reproduire ici, parce qu'elle est identique avec la construction indiquée par Huygens, dans la Lettre N°. 2777 et dans l'article mentionné dans la note 1 de cette pièce.

§ 12).



$$2aa = aw - \beta w.$$

Œuvres. T. X.

β ergo est applicata in hyperbola ad perpend. afymptoto, FL; $\omega z = ay$. Ergo si haberem $\int \omega z$ ⁴⁾ haberem quoque $\int ay$ ⁵⁾ unde et $\int y$, hoc est quadraturam quaesitam.

Haberem $\int \omega z$ si haberem $\int zz$ ⁶⁾ in spatio VDF. Quod sic ostenditur ⁷⁾ $\int \omega z$ est ungula super spatio VDML abscissa per LVF angulo femirecto; cui ungulae aequatur $\frac{1}{2}$ summa quadratorum ab rectis in rectangulo LFDM ad FL applicatis, minus $\frac{1}{2}$ summa quadratorum ab applicatis ad FV in spatio curvilinea VDF.

Porro haec posterior $\frac{1}{2}$ summa aequatur solido cujus basis est spatium hyperbolicum EVF altitudo $= \frac{1}{2}$ FC five $\frac{1}{2} a$; quia ubique $\beta = \frac{zz}{a}$ ideoque singula $\frac{1}{2} a\beta = \frac{1}{2} zz$, nempe earum z quae sunt in spatio DVF applicatae ad FV.

Sed prior $\frac{1}{2}$ summa quadratorum ab rectis in \square FDML, aequatur toti \square° EFLR ducto in altitudinem $\frac{1}{2} a$, quia videlicet proportionales CF, DF, EF. Ergo differentia dictarum $\frac{1}{2}$ summarum quadratorum aequabitur solido cujus basis spatium hyperb. EVLR, altitudo $\frac{1}{2} a$; quod igitur $= \int \omega z$, hoc est $\int ay$; five spatio LHM in a .

Itaque cum spat. hyperbolicum VERL in $\frac{1}{2} a$ fit $= \int \omega z = \int ay$: Erit spat. LHM $= \frac{1}{2}$ sp. VERL.

§ II⁸⁾.

Si describeretur Logarithmica cujus subtangens $AS = \sqrt{2aa}$, quantum est latus quadrati in angulo hyperbolae TVE. Et ad illam applicarentur duae rectae

à soustangente donnée), atque ita absolute quadraretur spatium NHM (lisez FLM); quod fieri non potest, cum a quadratura Hyperbolae ejus dimensio pendeat, ut invenit Hospitalius". Et Huygens ajoute „...haec omnia nihil juvant. Ergo pag. sequenti methodum Fermatii experiamur", c'est-à-dire la méthode mentionnée dans la Lettre N°. 2777.

²⁾ Réduction de la quadrature de l'aire LHM à celle de l'hyperbole.

³⁾ Consultez la pièce N°. 2661, où l'aire $\alpha\lambda\omega\gamma$ de la figure 1 de cette pièce est réduite successivement à la somme d'une série infinie (au § I), à une aire hyperbolique (aux §§ II et III) et aux logarithmes (au § V, voir la note 37).

Or l'équation de la courbe $\lambda\alpha$: $y = \eta\lambda = \frac{a^3}{a^2 - x^2}$ ne diffère pas essentiellement de celle :

$$\omega = \frac{2a^3}{a^2 - x^2} \text{ de la courbe VD.}$$

⁴⁾ Lisez : $\int \omega z dz$; $\omega = MD$, $z = LM$.

⁵⁾ Lisez : $\int ay dz$; $y = MH$.

⁶⁾ Lisez : $\int zz d\omega$.

⁷⁾ Le théorème qui précède constitue une application de la méthode de Fermat; mais Huygens fait suivre une démonstration indépendante.

⁸⁾ Déduction de la construction simplifiée à l'aide du résultat obtenu dans le paragraphe précédent.

rationem habentes quam DM ad VL, hoc est quam ω ad $2a$, vel quam MH ad $2LM$, hoc est quam y ad $2z$, istarum rectarum distantia in asymptoto Logarithmicae ducta in AS subtangentem, faceret rectangulum = spatio hyperbolico VERL⁹⁾ quod duplum esset spatii LHM. Si vero in logarithmica cujus subtangens LA five a duae rectae in eadem dicta proportione statuantur ad asymptoton, earum distantia ducta in subtangentem AL, faciet rectangulum dimidium prioris, quia alterum illud rectangulum erit ad hoc in duplicata ratione laterum. Ergo posterius rectangulum fiet aequale spatio LHM. Hinc brevissima constructio.

Ductu enim tangente in L puncto curvae LH (sumpta nempe AB dupla LA¹⁰⁾) à puncto π ubi secatur applicatum MH ducatur asymptoto parallela ad Logarithmicam $\rho\sigma$ cujus subtangens = LA, eique occurrat in ρ . Item à puncto H similis parallela occurrat Logarithmicae eadem in σ . Jam distantia $[\rho\sigma]$ duarum perpendicularium in asymptoton ex punctis ρ et σ ductarum cum recta LA faciet rectangulum aequale spatio LMH¹¹⁾.

Convenit cum quadratura Hospitalij¹²⁾ fed est brevior constructio.



⁹⁾ Voir la note 10 de la pièce N°. 2779.

¹⁰⁾ Comparez la Lettre N°. 2775, à l'endroit où il est renvoyé à la note 5.

¹¹⁾ D'après ce qui précède, cette aire égale $aa \int \frac{MH}{2LM} = aa \int \frac{MH}{M\pi}$, d'où la construction se déduit très facilement.

¹²⁾ Voir la Lettre N°. 2775, au lieu où se trouve la note 6.

N^o 2781.

CHRISTIAAN HUYGENS.

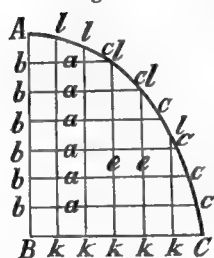
[OCTOBRE 1692].

Appendice IV¹⁾ au No. 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

§ I²⁾.

Fig. 1.



Particulae aequales in AB aequales sunt fingulis particulis aequalibus in BC. Singulae BC, bc vocentur a^3); fingulae LK, lk vocentur e ; f significat summam.

Constat jam summam omnium a aequari summae omnium e^4); quia ductae in unam particulam rectae AB vel BC, faciunt aream figurae ABC.

Summa \square orum kl . kB five rectarum e in distantias suas ab

AB, aequaliter crescentes, quae sunt a , est aequalis $\frac{1}{2}$ summae

quorum ab rectis cb quae dividunt AB in partes aequales. Ratio intelligitur ex ungula 45 gr. super fig. ABC abscissa per AB, quia ungula haec secta planis ad figuram rectis, secundum lineas lk facit f^m \square orum kl . kB . Eadem vero secta

planis ad figuram rectis, secundum lineas bc , facit f $\frac{1}{2}$ quorum ex bc five a utrimque nempe omnia ducta intelligenda in unam particularum BC vel AB rectarum⁵⁾.

Itaque $f. ae = \frac{1}{2} f. aa$.

¹⁾ Cet Appendice, emprunté aux pages 110, 111, 138—140 du livre H, contient les démonstrations des théorèmes qui servent de fondement à la méthode de Fermat, de laquelle il est question dans la Lettre N^o. 2777, et en outre quelques applications de cette méthode. Il a été reproduit dans un autre arrangement par Uylenbroek, Exercitationes, Fasc. II, p. 145—154.

²⁾ Démonstration du théorème $\int xy dx = \frac{1}{2} \int x^2 dy$ (en valeur absolue), où les intégrations doivent être exécutées le long d'une courbe qui s'étend d'un point A sur l'axe des-y à un point C sur l'axe des-x.

³⁾ C'est la notation de Fermat, qui emploie les voyelles pour désigner les quantités variables et les consonnes pour les quantités constantes.

⁴⁾ En notation moderne $\int xy dy = \int y dx$.

⁵⁾ C'est-à-dire en multipliant la première somme par une des particules kk et la seconde par bb où $kk = bb$.

§ II⁶).

$\frac{1}{2} a$	e
$\frac{1}{2} a$ brachia rectarum a super AB	a brachia rectarum b super AB
$\frac{1}{2} aa.$	$ae.$

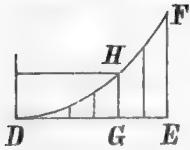
§ III⁷).

$\frac{1}{2} aa$ femiquadrata super applicatis seu trianguli quorum anguli 45 gr. sunt ad AB.	ae rectang. ae seu Bk, kl erectam super $lk.$
$\frac{2}{3} a$ brachia istorum triangulorum su- per AB.	a brachium rectangulorum ae super AB.
$\frac{1}{3} a^3.$	$aae.$

$$\int \frac{1}{3} a^3 = \int aae.$$

§ IV⁸).

Fig. 2.



Hic super omnibus applicatis BC five a residua parabolica ejusdem omnia parabolae, qualia sunt DEF, DGH, etc. intelligenda sunt, quae sunt inter se ut cubi rectarum a seu applicatarum⁹). Quae residua in sua brachia ducta hoc est in $\frac{3}{4} a$, facient producta in ratione quadratoquadratorum super a . Summa

⁶) Autre démonstration du même théorème. (Le moment de l'aire ABC sur AB est calculé de deux manières différentes).

⁷) Démonstration du théorème $\frac{1}{3} \int x^3 dy = \int x^2 y dx$. (Le moment, sur un plan vertical passant par AB, de l'„ungula” du § I est calculé de deux manières différentes).

⁸) Démonstration du théorème $\int x^4 dy = 4 \int x^3 y dx$. (Le moment sur un plan vertical passant par AB du volume engendré par les paraboles $z = y^2$ est calculé de deux manières différentes).

⁹) C'est-à-dire leurs aires DEF, DGH.

vero istorum productorum erit eadem ac eorum quae fiunt ex rectangulis HG in kl, seu l, ductis in sua brachia a. Sunt autem $HG = \frac{aa}{r}$; residua ut DHG sunt

$$\frac{1}{3} \square HD \text{ hoc est } \frac{1}{3} \frac{a^3}{r}.$$

$$\frac{1}{3} \frac{a^3}{r} [\text{residuum HDG}].$$

$$\frac{3}{4} a [\text{brachium super AB}].$$

$$\frac{1}{4} \frac{a^4}{r}$$

$$\frac{aa}{r} [\text{recta HG}]$$

$$e [\text{recta kl}]$$

$$\frac{aae}{r} [\text{rectang. HG kl}]$$

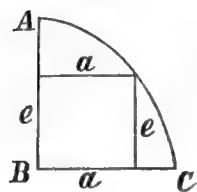
$$a [\text{brachium super AB}]$$

$$\frac{a^3e}{r}$$

$$\int \frac{1}{4} \frac{a^4}{r} = \int \frac{a^3e}{r} ; \int a^4 = \int 4a^3e^{10}).$$

§ V¹¹).

Fig. 3.



Oportet a vel e [fig. 3] ab angulo recto B accipi ut theoremata ista locum habeant (cum vero aliter accipiuntur, vide quid eveniat in exemplo extremæ paginae hujus¹²), quae sic quoque vera sunt si curva CA in infinitum abeat secundum asymptoton BA, sed ita ut spatium tamen infinitum CAB aequetur certo spatio, sive ut quantumlibet prope ad certi spatij mensuram accedat.

¹⁰) Il est clair que le même procédé pourrait servir pour la formule générale $\int x^m dy = m \int x^{m-1} y dx$,

les aires es les centres de gravité des paraboles $z = y^{m-2} : r^{m-3}$ étant connus.

¹¹) Quelques remarques supplémentaires.

¹²) Voir le premier exemple du § VI.

Fig. 4.

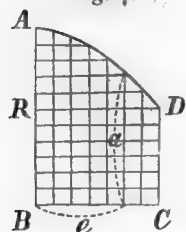


Fig. 5.



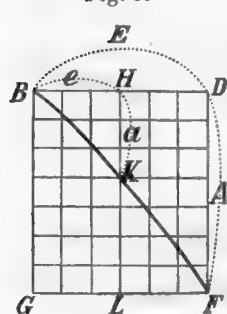
Potest quoque curva solum incipere in D, ut DC [fig. 4] sit recta linea, DA curva, et tunc DC minima omnium a .

Potest etiam et infinita extensio esse curvae DA [fig. 5], et simul DC recta linea.

Attamen e quae in aequatione sunt tantum quae ex curva DA applicantur ad RA. Et e quae in \square DB vocantur E.

§ VI¹³).

Fig. 6.



BF [fig. 6] curva. BH = e ; HK = a ; BD five GF = E maxima omnium e ; DF = A maxima omnium a .

Hic summa omnium eea , hoc est solidorum ex omnibus a in quadrata distantiarum suarum à BG, erit aequalis

$$\frac{1}{3} \sum E^3 - \frac{1}{3} \sum e^3.$$

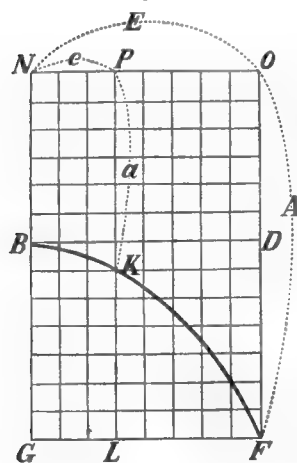
BD et BG in particulas utrimque aequales divisae intelliguntur; jamque in $\sum eea$, e significant distantias ipsarum HK seu a à BG aequaliter crescentes; at in $\sum e^3$, e significat rectas à curva BF applicatas ad BG, eamque in dictas particulas aequales iis quae in BD, dividentes; denique in E^3 , E significat rectas quarum singulae aequales GF five BD, maximae omnium e , quaeque sunt ipsae e usque ad DF productae.

Demonstratio. Quum \sum omnium KL in quadrata distantiae suae e^2 , aequetur $\frac{1}{3} \sum$ cuborum applicatarum e , quae BG in particulas aequales dividere intelliguntur, fitque \sum omnium HL, ipsi DF seu maximae a aequalium, in quadrata distantiarum e^2 , aequalis $\frac{1}{3}$ cuborum ex omnibus E, sequitur \sum omnium HK in qu. distantiarum suarum ee aequari $\frac{1}{3} \sum E^3 - \frac{1}{3} \sum e^3$ ¹⁴).

¹³) Extension des théorèmes de Fermat à quelques cas où la courbe ne s'étend pas d'un point de l'axe des y à un point de l'axe des x (c'est-à-dire où les termes $x_2 y_2^m$ et $x_1 y_1^m$ de l'équation mentionnée dans la note 14 de la Lettre N°. 2777 ne s'annulent pas).

¹⁴) Pour $\sum E^3$ on pourra écrire : AE^3 ; pour $\sum e^3$: $\int x^3 dy$, si BH = x , HK = y . On a donc en langage moderne $\int xy^2 dx = \frac{1}{3} AE^3 - \frac{1}{3} \int x^3 dy$; relation correcte.

Fig. 7.



BF [fig. 7] curva $NP = e$; $PK = a$; $NO = E$;
 $OF = A$.

Rectae a sunt à curva BF applicatae ad NO, eamque in particulas aequales dividentes.

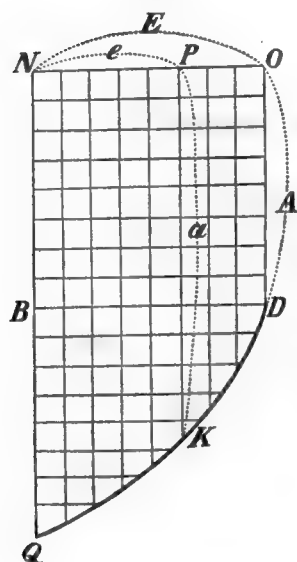
$$\text{Etiam hic } \int aee = \frac{1}{3} \int E^3 - \frac{1}{3} \int e^{3^{15}}).$$

Sed E in E^3 significant e maximas per totum \square NF applicatas ad NG, eamque in particulas aequales tum inter se, tum rectam NO dividentes.

e vero in e^3 rursus applicatas à curva BF ad BG, eamque in particulas dictis aequales dividentes.

Item e in aee significat rursus distantias linearum PK ab recta NG aequaliter per particulas crescentes.

Fig. 8.



DQ [fig. 8] curva; $NP = e$; $PK = a$;

$NO = E$; $OD = A$ minima omnium a .

Hic $\int aee = \int \frac{1}{3} E^3 + \frac{1}{3} \int e^{3^{16}}$; ut E in E^3 significet e maximas per \square ND applicatas ad NB.

e in e^3 rursus applicatas à curva DQ ad rectam BQ, eamque in aequales part. dividentes.

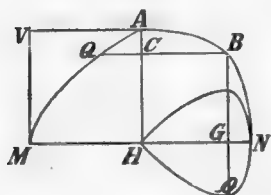
At e in aee ut pridus significat distantias rectarum a ab NQ.

¹⁵⁾ En posant $NP = x$, $PK = y$, on arrive à la relation de la note précédente.

¹⁶⁾ En parcourant la courbe dans la direction de Q à D on a, en notation moderne, $\int x^2 y dx = \frac{1}{3} AE^3 - \frac{1}{3} \int x^3 dy$, mais, puisque les accroissements dy de PK sont alors négatifs, on doit remplacer $-\frac{1}{3} \int x^3 dy$ par $\frac{1}{3} \int e^3$, ce qui amène la relation obtenue par Huygens.

§ VII¹⁷⁾.

Fig. 9.



Consideretur primo AH [fig. 9] divisa in partes minimas aequales, tunc singula quadrata ramorum BC applicata rectae AH vel ipsi aequali AV, vel alij lineae si velimus, faciunt rectas CQ, quae hic cadunt in parabolam AM, cujus vertex M, axis MH. Haec ex calculo ad N¹⁸⁾.

Deinde consideretur HN divisa in partes aequales ijs in quas secta fuit AH, nec referret si non exacte explerent HN, uti nunc faciunt quia ABN ponitur quadrans circuli.

Jam omnia simul rectangula ex BG in GH bis sumpta, aequari scimus omnibus quadratis CB (vide pag. 110¹⁹⁾), ac proinde omnia simul rectangula BG in GH erunt aequalia $\frac{1}{2}$ omnium quadratorum BC. Quare etiam omnia rectangula BG in GH si applicentur ad eandem AH aut aliam rectam, ad quam applicata fuerunt quadrata BC (ex qua applicatione hic natae sunt rectae GO, faciendo ut AH ad HG ita BG ad GO) erunt necessario omnes simul GO aequales dimidio omnium simul CQ, quae ex applicatione totorum quadratorum BC ad AH ortae erant; atque ita figura HON hic $\frac{1}{2}$ parabolae AMH, five $\frac{1}{3}$ quadrati ex AH²⁰⁾.

Hoc est fundamentum eorum quae habet Fermatius in libro de aequationum localium transmutatione pag. 51, 52 &c.²¹⁾; quae ibi confuse perverse et nulla addita demonstratione proponuntur, et plena praeterea sunt sphalmatis typographicis.

¹⁷⁾ Première application. Quadrature de la courbe $x^4 - a^2x^2 + a^2y^2 = 0$.

¹⁸⁾ Il ne semble pas nécessaire de reproduire ce calcul puisqu'on trouve immédiatement $QC = BC^2 : AH = (AH^2 - HC^2) : AH = AH - HC^2 : AH$.

¹⁹⁾ Voir le théorème du § I de la présente pièce.

²⁰⁾ Ainsi la quadrature est trouvée de la courbe $GO = y = HG \times BG : AH = x \sqrt{a^2 - x^2} : a$, ou bien: $x^4 - a^2x^2 + a^2y^2 = 0$, sur laquelle Huygens remarque encore: „quadrabilis, 5^{ta} Huygenij, vide pag. 19. (Voir la note 2 de la Lettre N^o. 2735). Ejusdem generis cujus mea pag. 1 lib. G. [voir le § I de la pièce N^o. 2612] nec tamen prorsus eadem. Ergo apud Fermatium potuit hujus quadraturam invenisse Leibn.” On rencontre cette quadrature de Leibniz à la page 51 de la Lettre N^o. 2664.

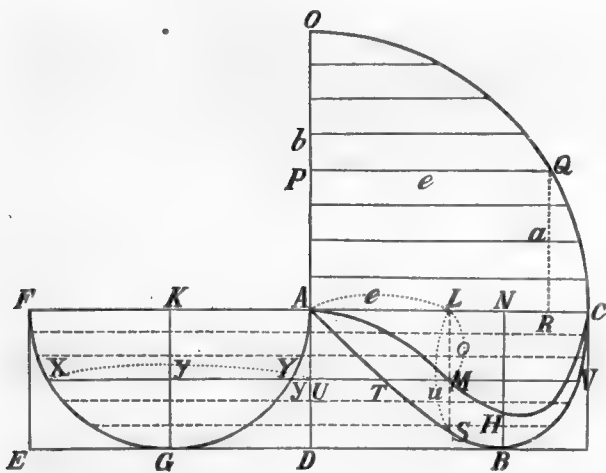
²¹⁾ Voir la note 14 de la Lettre N^o. 2777. Remarquons encore que plusieurs des erreurs typographiques assez embarrassantes qu'on rencontre dans l'édition originale ne se retrouvent plus dans l'édition récente de Tannery et Henry, où en outre la figure de la page 51 (page 271 de l'édition récente), a été améliorée par l'addition de la courbe HONH.

Dico et spatium BPA esse duplum spatii GNL. Sunt enim omnia qu.^a oo solidi EHGD ad omnia quadrata partium o in rectangulo EN, sicut omnes e in spatio BADE ad omnes partes linearum e in rectangulo BD. Itaque solidum ex EHGD circa ED est ad cylindrum ex \square^o EN circa eandem ED, ut spatium EBAD ad \square BD. Et dividendo, solidum ex EHGD ad solidum ex HNG circa eandem ED, ut spatium EBAD ad spatium BPA. Sed solidum infinitum ex KGDF est ad solidum ex EHGD, ut spatium inf.^m FDAC ad spat. EBAD. Ergo solid. infin. ex EHGD ²⁶⁾ ad solidum ex HGN ut spat. inf. FDAC ad spat. BPA. Sed solidum inf. ex KGDF est ad solid. ex HGN ut omnia ao in spatio inf.^o KGDF ad omnia ao in spatio HGN, hoc est ut omnes u in spatio DMG ad omnes u in spatio LGN. Ergo ut quadrans DMG ad portionem LNG ita spat. inf. FDAC ad spat. BPA etc.

KHG curva est ea quae nostra auxiliatrix ad construendum catenariam ²⁷⁾.

§ IX ²⁸⁾.

Fig. 11.



Ad pag. 55 et 56, Fermatij ²⁹⁾.

Aequatio curvae OC [fig. 11] datur $bb - aa = ee$, quae est circuli circonfer.^a PQ sunt e , PA vel QR sunt a . AO rad. = b . Quaeritur summa cuborum e .

Si haberem summam omnium ae , haberem et summam omnium e^3 , quia $\int eea = \frac{1}{3} \int e^3$ ³⁰⁾.

Sit $bbo = aee$, unde $\frac{bbo}{ee} =$

²⁶⁾ Lisez KGDF.

²⁷⁾ En effet, l'équation $b^4 = aao + bbo$ peut être identifiée avec celle de la courbe $xyxy = a^4 - aayy$, mentionnée entre autres dans la pièce N^o. 2624.

²⁸⁾ Quatrième application. Détermination de l'intégrale $\int x^3 dy$, étendue à un quart de cercle. Pour une cinquième application, se rapportant à la quadrature du „folium” de Descartes, nous renvoyons à la pièce N^o. 2782.

²⁹⁾ Voir les pages 281 et 282 de l'édition récente de Tannery et Henry.

³⁰⁾ Voir le § III de cette pièce.

$= a$ et $o = \frac{ae^2}{bb}$. Hinc curvam secundam construo AHC, in qua AL sunt e , LM sunt o ; cujus curvae aequatio fit, substituto in aequ. e valore a , $bb - \frac{b^4 oo}{e^4} = ee$, five $bbe^4 - b^4 oo = e^6$.

In hac curva jam sciri deberet summa omnium o .

Sit $eu = bo$. Si jam $\int eu$ haberem, etiam $\int bo$ haberem, ideoque $\int o$; fit autem nunc curva $bbe^4 - e^6 = bbeuu$ five $bbee - e^4 = bbuu$ quam construo ex eo quod $u = \frac{bo}{e}$: sumtis e ut ante in AC aequalibus. Est autem haec curva ABC (LA = e , LS = u) eadem quae in Exemplo pag. 138³¹); ut patet ex aequatione. In hac curva si haberem summam omnium e qu. (quae rectam AD aequaliter fecare jam debent) in spatio ABD, itemque $\int e$ qu. quae in spatio ADBC, haberem et eorum differentiam, quae aequalis est omnibus³²) eu ; unde $\int bo$ haberem³³).

Pono $ee = by$, unde $y = \frac{ee}{b}$ et hinc quartam curvam invenio AGF quae est circuli conf. a³⁴).

Ergo³⁵) quia singula by sunt $= ee$ erit summa ee ad summam differentiarum ee ut summa by ad \int differentiarum by , hoc est ut \square AE ad semicirculum AGF. Et summa ee ad dimidiam summam differentiarum ee ut summa by , hoc est ut \square

³¹) Voir le § VII de cette pièce.

³²) Lisez: „duplo omnium”.

³³) On a en effet: $\int_{\text{NB}}^{\text{AC}} eu de = -\frac{1}{2} \int_{\text{NB}}^{\text{NB}} e^2 du - \frac{1}{2} \int_{\text{NB}}^{\text{NB}} e^2 du = \frac{1}{2} \int_{\text{NB}}^{\text{NB}} VU^2 du - \frac{1}{2} \int_{\text{NB}}^{\text{NB}} TU^2 du$. Huygens d'ailleurs ajoute

la justification qui suit: „Non enim hic omnia e qu. = $\int 2eu$, sed differentia quâ omnia quad. a rectarum e quae sunt in spatio CBDA superant omnia qu. a rectarum e quae sunt in spatio BAD, est aequalis $2 \int eu$. Omnia eu est solidum ex figura ABC circa AD [il s'agit du cylindre sur ABC coupé par un plan partant de AD sous un angle de 45°]; hoc autem habetur aeq. dimidio ex omnibus e qu. is; hoc est ex solidis ex ABD et ACBD circa AD. Est enim horum differentia, hoc est summarum omnium dimidiorum quad. orum ee .”

³⁴) Puisque, d'après un petit calcul en marge, la substitution de $ee = by$ dans l'équation $bbee - e^4 = bbuu$ de la troisième courbe, amène l'équation $b^3y - bbyy = bbuu$ ou bien $by - yy = uu$.

³⁵) Le raisonnement qui va suivre, semble embarrassant et compliqué plus que nécessaire, puisqu'il suffit de remarquer qu'on a, d'après ce qui précède, $\int eu = \frac{1}{2} \int UV^2 - \frac{1}{2} \int UT^2 = \frac{1}{2} b \int XU - \frac{1}{2} b \int YU = \frac{1}{2} b$ aire FGA = b aire KGA; résultat consigné dans l'alinéa suivant.

AE in altitudinem b ad dimidiam summam differentiarum by , hoc est ad quadrantem KGA in altitudinem b ³⁶⁾.

Ergo quadrans KGA in altitudinem b erit aequalis summae omnium e in u .

Ergo et summae omnium bo , quia aequalia posuimus $eu = bo$.

Ergo spatium AHC = quadranti KGA; quod Notandum ³⁷⁾.

Sed $\left[\int \right] bbo$ erat = $\left[\int \right] aee = \frac{1}{3} \left[\int \right] e^3$. Ergo quadrans KGA in altitudinem b , insuper ductus denuo in b , aequabitur $\frac{1}{3} \left[\int \right] e^3$.

Hinc vero invenitur centrum gravitatis ungulae super quadrante AOC abscissae per AO ang.° semirecto, oportet enim eam in brachium suum super AO ductam aequari omnibus semiquadratis super lineas e in ungula existentibus ductis in sua brachia super AO, hoc est in $\frac{2}{3} e$, unde oritur $\frac{1}{3} \left[\int \right] e^3$ pro producto ungulae dictae in brachium suum. Erat autem et solidum ex quadrante KGA in b ductum $\left[\int \right] \frac{1}{3} e^3$. Itaque solidum hoc suspensum in puncto C brachij CA aequiponderat sive aequalem gravitatis momentum habet super recta AO, ac ungula ante dicta. Quare ut ungula ad solidum illud, ita b ad brachium ungulae super AO. Est autem ungula = $\frac{1}{3} b^3$ ut aliunde notum, et solidum dictum = $\frac{1}{4} bbq$, si arcus GA fit q : nam KA = $\frac{1}{2} b$. Itaque eorum ratio quae $4b$ ad $3q$. Ergo ut $4b$ ad $3q$ ita b ad $\frac{3}{4} q$, quae erit longitudo brachij ungulae in rectam OA, quod et aliunde scimus ³⁸⁾ ita se habere.



³⁶⁾ On lit encore en marge: „Nota hic ad summam omnium ee inveniendam in curva ABC, debuisse duci istas e ita ut rectam AD in partes aequales dividerent; neque aliter ad curvam ABC alia statui poterat ad rectam AD, in qua y essent ut ee . Ex duabus autem e quae sunt UT, UV, fiunt duae y quae sunt UY, UX”.

³⁷⁾ On connaît donc de cette manière la quadrature de la boucle formée par la courbe $y^2 = (a^2 - x^2)x^4 : a^4$.

³⁸⁾ Sans doute à l'occasion de la détermination du centre d'oscillation d'un secteur de cercle. Comparez la Propositio XXI de l'„Horologium Oscillatorium”, Pars Quarta, d'après laquelle la détermination du centre d'oscillation de la figure plane AOC, oscillant autour de l'axe OA, dépend de celle du centre de gravité de l'„ungula” en question, et consultez en particulier le sous-article de cette proposition intitulé: „Centrum oscillationis Sectoris circuli”.

En effet, la longueur $\frac{3}{4} q$ du „brachium ungulae” n'est autre que la distance du centre d'oscillation de la figure AOC à l'axe AO.

N^o 2782.

CHRISTIAAN HUYGENS.

21 NOVEMBRE 1692.

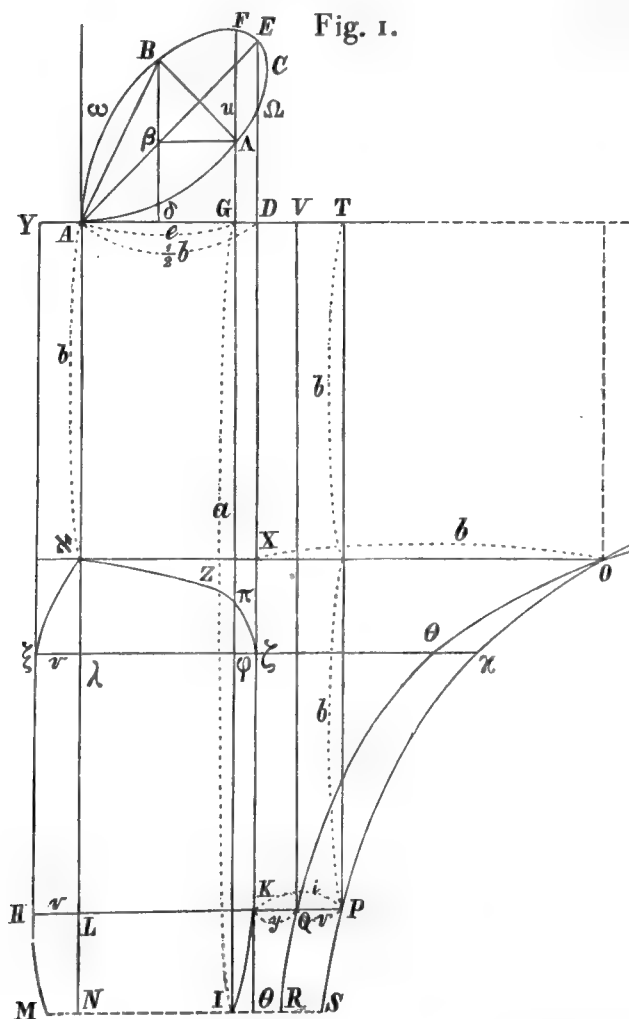
Appendice V¹) au No. 2777.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

21 Nov. 1692. hanc e tenebris erui quadraturam.

§ I²).

$e^3 + u^3 = eub$. Aequatio curvae a Cartesio, Huddenio et aliis multo examinatae³).



¹⁾ Cet appendice, que nous avons emprunté aux pages 141—145 du livre H, contient la quadra-

Haberm quadraturam si cognoscerem summam omnium u seu FG in spatio ABED, nam ablato triangulo EAD fiet ABE hoc est $\frac{1}{2}$ spatium folij ABCA.

Sit $bbu = aee$; unde $a = \frac{bbu}{ee}$ et hinc alia curva construatur KI; cujus aequatio, ex priori data, erit $\frac{b^5a - b^6}{a^3} = e^3$.

Si haberm $f. aee$, haberm et $f. bbu$, et hinc $f. u$. Sed $f. aee$ est $\frac{1}{3} f. e^3$. Ergo opus habeo $f. e^3$ in nova curva.

Sit $e^3 = bby$ vel $bbi - bby$.

$bbi = \frac{b^5a}{a^3}$; $aai = b^3$; Hyperboloides quadrabilis OPS; cujus spatium infin.

$KPS\theta = \square PD$; $bby = \frac{b^6}{a^3}$; $a^3y = b^4$; Hyperboloides quadrabilis OQR; cujus

spat. infin. $KQR\theta = \frac{1}{2} \square QD$.

Si tentassem⁴⁾ quadrare portionem ut AAG, tunc omnes a ad AD applic. terminatae fuissent in curva quadam NZ ζ , cui convenit ut $f. aee$ sit $\frac{1}{3} [f.] E^3 - \frac{1}{3} f. e^3$ ⁵⁾, hoc est omnes a (G π) in quadrata distantiarum suarum ab A λ , hoc est omnes G φ minus omnibus $\pi\varphi$ in quadrata distantiarum istarum. Sed omnibus $\pi\varphi$ in quadrata ista = $\frac{1}{3} f.$ cuborum ex e , quae in spatio NZ λ Sed haec via impeditur⁶⁾.

Sumpsi igitur quadrandum spatium ABED, ex quo inventae lineae GI, five a ,

ture du folium de Descartes $x^3 + y^3 - bxy = 0$. Il a été reproduit par Uylenbroek, Exercitat. math., Fasc. II, p. 154—158, sous un arrangement un peu différent. Nous avons ajouté une division en paragraphes.

²⁾ Quadrature de la boucle entière.

³⁾ Voir les notes 21 et 22 de la Lettre N°. 2777.

⁴⁾ C'est ici que commencent les recherches originales de Huygens; ce qui précède pouvant être considéré essentiellement comme un exposé sous une forme plus géométrique et en ordre inversi des indications données par Fermat comme devant mener à la quadrature du folium. Consultez encore la note 14 de la Lettre N°. 2777.

⁵⁾ Voir le § IV de la pièce N°. 2781.

⁶⁾ Ces mots sont précédés de quelques phrases biffées et illisibles. Remarquons d'ailleurs que le point ζ correspond au point λ et non au point E. En prolongeant la courbe NZ elle atteindrait le point K pour y rejoindre la ligne KI qui appartient à la même courbe.

constituunt (quod mirum videri queat) spatium DKINA, in quo applicantur e ad rectam AN infinite protensam, fit vero $DK = 2b^7$), sed curva KI incipere censenda ab infinitâ distantia prope asymptoton NA. In eo vero jam spatium omnes e aequantur omnibus a et omnes $eea = \frac{1}{3}$ omnium e^3 ⁸⁾).

Porro ex e inveniuntur v , ipsis e indirectum adjunctae ⁹⁾); deinde summa omnium v invenitur, in qua computantur primo omnes v in \square YALH; deinde omnes MN; incipiendo ab LH, quia KD est prima ac minima omnium a ; atque istae MN seu v aequantur porro singulae rectis RS, inter hyperboloides OPS, OQR interceptis ac sibi respondentibus. Incipiunt autem hyperboloides a puncto O, angulo quadrati cujus latus b . Estque spatium infinitum inter eos interceptum PQRS = spatium infinito HLMN. Pro omnibus v igitur habemus omnes quae sunt in \square AH et in spatium infinito QPSR, quod aequale invenitur \square TK - \square QX ¹⁰⁾); sed quia $\int bby$ est $= \int e^3$, hoc est $\int 3aee$, hoc est $\int 3bbu$, erunt omnia $bby =$ ter omnibus bbu et $\frac{1}{3}$ omnium $bby =$ omnia bbu . Ergo $\frac{1}{3}$ omnium $v =$ omnibus u , quae facere intelliguntur spatium ABED, ductae nempe in unam aequalium partium in quas ipsae u dividunt rectam AD, sicut omnes in infinitum v in aequalem priori particulam ductae in quas v vel e dividunt rectam infinitam ALN, faciunt spatium infinitum AYHMNA, hoc est \square KT - \square QX una cum \square AH. Itaque horum tertia pars hoc est \square VX ¹¹⁾ + $\frac{1}{3}$ \square AH five VK, hoc est $\frac{5}{6}$ \square VK aequabuntur spatium ABED.

7) Puisque K est le point de la courbe KI ou $e^3 = b^5 a^{-2} - b^6 a^{-3}$, pour lequel $e = AD = \frac{1}{2} b$.

8) En notation moderne $\int e^2 a de = \frac{1}{3} \int e^3 da$, en valeur absolue, où toutefois la seconde intégration doit être étendue aussi bien sur la droite KD que sur la courbe IK, ce qu'on ne devra pas perdre de vue dans ce qui va suivre. La relation est correcte puisque ici ae^3 s'approche de zéro pour $e = 0$, $a = \infty$.

9) Puisqu'on a $v = MN = e^3 b^{-2}$, où e représente l'abscisse AG du point correspondant I de la courbe KI. Ainsi, pour $e = LK = \frac{1}{2} b$, on trouve $v = HL = \frac{1}{8} b$.

10) Puisque \square QX $= \frac{1}{2} \square$ QD.

11) On a en effet, pour $KD = 2b$, $DV = y = b^4 a^{-3} = \frac{1}{8} b$, $DT = t = b^3 a^{-2} = \frac{1}{4} b$; donc, puisque $DX = \frac{1}{2} DK$, $b \square$ VX $= \frac{1}{8} b^2$, \square KT - \square QX $= \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{8} b^2 = \frac{3}{8} b^2 = 3 \square$ VX.

Sed $\square VK = \frac{1}{4} bb$. Ergo spat. ABED $= \frac{5}{24} bb$, et demto triangulo ADE $= \frac{1}{8}$ five $\frac{3}{24} bb$, fit sp. ABE $= \frac{2}{24}$ five $\frac{1}{12} bb$.

Folium ABE Λ aequale $\frac{1}{3}$ quadrati ab AE diametro ¹²).

§ II ¹³).

Quaeritur quadratura universalis curvae pag. praecedentis.

KP $= \frac{e^4}{buu}$ ¹⁴); DK $= a = \frac{bbu}{ee}$; spat. infin. KPS θ $= [\square PD] = \frac{bee}{u}$.

KQ $= \frac{e^6}{bbu^3}$; DK $= a = \frac{bbu}{ee}$; spat. infin. KQR θ $= \left[\frac{1}{2} \square QD \right] = \frac{e^4}{2uu}$.

AY $= [v] = \frac{e^3}{bb}$; DK $= a = \frac{bbu}{ee}$; $\square AH = eu$.

spat. A $[\omega]$ B δ $= \frac{bee}{3u} - \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3}$ ¹⁵).

spat. B $[\omega]$ A β , si A δ fit e , $\delta B = u$, $=$ spat. A $[\omega]$ B δ $- \triangle A\beta\delta = \frac{bee}{3u} - \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3} - \frac{1}{2} ee$.

spat. A β B $[\omega]$ + A $\beta\Lambda$ $= 2$ spat. B $[\omega]$ A β $= \frac{2bee}{3u} - \frac{e^4}{3uu} + \frac{2eu}{3} - ee$.

spat. A $[\omega]$ B $\Lambda\Lambda$ $=$ spat. A β B $[\omega]$ + A $\beta\Lambda$ + triang. B $\beta\Lambda$ $= \frac{2bee}{3u} - \frac{e^4}{3uu} + \frac{2eu}{3} - ee + \frac{1}{2} uu - eu + \frac{1}{2} ee = \frac{2}{3} \frac{bee}{u} - \frac{1}{3} \frac{e^4}{uu} + \frac{1}{2} uu - \frac{1}{3} eu - \frac{1}{2} ee$; quadratura universalis.

¹²) Huygens ajoute encore sur la figure présente : „Spat. $\mathbf{N}\xi\lambda = \theta O\kappa$; $\frac{1}{3} \square Y\lambda - \frac{1}{3}$ spat.

$\mathbf{N}\xi\lambda =$ spat. AD Ω ”.

¹³) Quadrature du segment A ω B de la fig. 1.

¹⁴) On doit considérer dans ce qui va suivre le point E comme un point indéfini de la courbe ABE. Alors KP $= i = b^3 a^{-2}$, où $a = bbue^{-2}$; donc KP $= e^4 b^{-1} u^{-2}$.

¹⁵) En effet, la relation spat. ABED $= \frac{1}{3}$ spat. infinit. KPS $\theta - \frac{1}{3}$ spat. inf. KQR $\theta + \frac{1}{3} \square AH$, qui se déduit facilement des données du paragraphe précédent, est encore valable pour un point quelconque B de la courbe ABE. D'ailleurs Huygens ajoute ici en marge : „In his e et u sumuntur pro maximis linearum e et u quae pag. praecedenti in calculo adhibentur; quae nimirum maximae portionem quamque datam definiunt”.

(Si $u = e : \frac{2}{3} be - \frac{1}{3} ee - \frac{1}{3} ee$, fit $e = \frac{1}{2} b, \frac{1}{3} bb - \frac{1}{6} bb = \frac{1}{6} bb$, ficut pag. praec. inveneram).

$$bue - e^3 = u^3; buce - e^4 = eu^3; \frac{bee}{u} - \frac{e^4}{uu} = eu; -\frac{1}{3} \frac{e^4}{uu} = \frac{1}{3} eu - \frac{1}{3} \frac{bee}{u}$$

fpat. A $[\omega]$ BAA = $\frac{1}{3} \frac{bee}{u} + \frac{1}{2} uu - \frac{1}{2} ee$; quadratura universalis brevior.

NB. Hic perpend. u , esse eam quae a superiori ambitu folij ducitur.

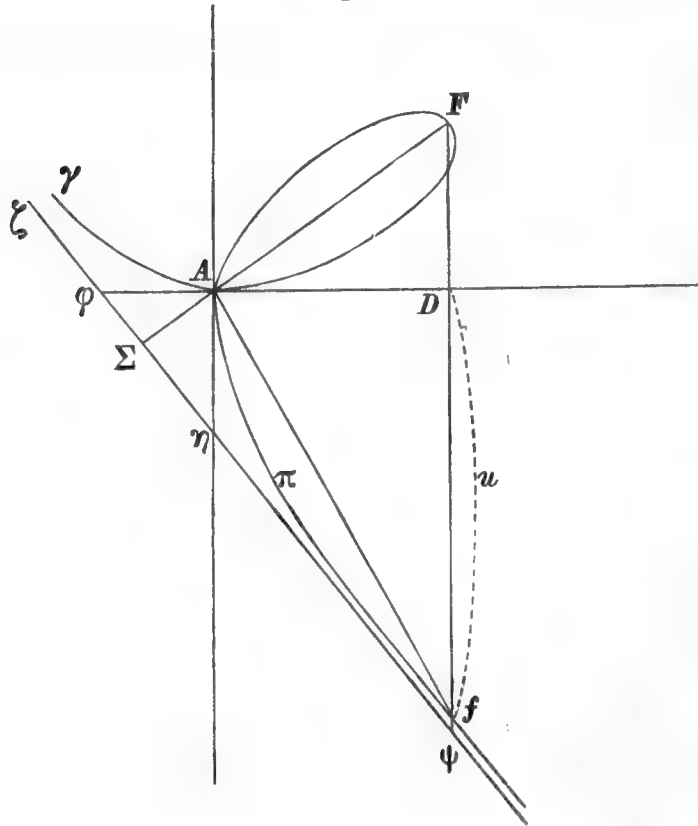
Spat. A $[\omega]$ B δ = $\frac{bee}{3u} - \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3}$; si hic restituitur valor $-\frac{e^4}{6uu}$ fit fpat.

A $[\omega]$ B δ = $\frac{1}{6} \frac{bee}{u} + \frac{1}{2} eu$. Triangulum AB δ = $\frac{1}{2} eu$. Spat. A ω BA = $\frac{1}{6} \frac{bee}{u}$; fegmentum.

§ III¹⁶).

Quaeritur spatium A $[\pi]$ fD [fig. 2], cum Af est continuata curva E ω A pag. ae

Fig. 2.



141 ¹⁷⁾. Proprietas hujus Af est ut differentia cuborum AD, Df fit aequalis solido ex AD, Df et data b.

$$AD = e; Df = u; u^3 - eub - e^3 = 0^{18}); u^3 - eub = e^3; bbu = aee; a^3e^3 - ab^5 = b^6; e^3 = \frac{b^6 + ab^5}{a^3}; e^3 = bby = bbi + bby; bbi + bby = \frac{b^6}{a^3} + \frac{b^5}{aa}$$

$$i + y = \frac{b^4}{a^3} + \frac{b^3}{aa}; i = \frac{b^3}{aa}; aai = b^3; y = \frac{b^4}{a^3}; a^3y = b^4.$$

Omnia erunt eadem ac pag. 142 ¹⁹⁾ praeter unum signum quod hic in + mutandum.

$$\text{Ergo spat. } A[\pi]fD = \frac{bee}{3u} + \frac{e^4}{6uu} + \frac{eu}{3}; \text{ restitue valorem } \frac{e^4}{6uu}, \text{ hic } = \frac{eu}{6} - \frac{eeb}{6u}^{20}); \text{ spat. } A[\pi]fD = \frac{1}{6} \frac{bee}{u} + \frac{1}{2} eu; \frac{1}{2} eu = \text{triang. ADf}; \text{ spat. } A\pi fA = \frac{1}{6} \frac{bee}{u}; A\varphi = \frac{1}{3} b, \text{ nam } A\Sigma = \frac{1}{3} AE^{21}), \varphi D = \frac{1}{3} b + e; \Delta\varphi D\psi = \frac{1}{18} bb + \frac{1}{3} be + \frac{1}{2} ee; \Delta\varphi A\eta = \frac{1}{18} bb; \text{ sp. } A\eta\psi D = \Delta\varphi D\psi - \Delta\varphi A\eta = \frac{1}{3} be + \frac{1}{2} ee.$$

$$\text{sp. } A\eta\psi f \text{ finitum} = \text{sp. } A\eta\psi D - \text{sp. } A[\pi]fD = \frac{1}{3} be + \frac{1}{2} ee - \frac{1}{6} \frac{bee}{u} - \frac{1}{2} eu;$$

$e + \frac{1}{3} b = u$, cum e infinit.; $\frac{1}{2} eu = \frac{1}{2} ee + \frac{1}{6} eb$; sp. $A\eta\psi f$ infinitum (restituto valore $-\frac{1}{2} eu$) $= \frac{1}{6} eb - \frac{1}{6} \frac{bee}{u} = \frac{1}{6} eb - \frac{1}{6} \frac{bee}{e + \frac{1}{3} b}$; hic uterque terminus infinitum efficit spatium extensione, ex quibus differentia colligi nequit, neque putandi sunt aequales eo quod $e + \frac{1}{3} b$ in divisor facit idem quod e ut videri posset. Patet enim differentiam eorum esse $\frac{\frac{1}{18} ebb}{e + \frac{1}{3} b}$. Sed divisor $e + \frac{1}{3} b$, cum e infinitum, idem valet

¹⁶⁾ *Quadrature du segment Aπf et de l'espace infini γAπfψΣζ.*

¹⁷⁾ Voir la figure 1 de cette pièce.

¹⁸⁾ Cette équation est déduite de celle du § I par le changement du signe de la variable u .

¹⁹⁾ Voir le § II de la présente pièce.

²⁰⁾ Elle est obtenue au moyen de l'équation $u^3 - eub - e^3 = 0$.

²¹⁾ Lisez plutôt AF. La relation est indiquée aussi dans la Lettre N°. 2777, mais nous n'en avons pas rencontré la déduction dans le manuscrit de Huygens. On a de plus: $AD = \frac{1}{2} b$, d'où la valeur de $A\varphi$ se déduit facilement.

quod *e* solum, in hac determinata quantitate plani. Ergo $\frac{1}{18} bb = \text{spatium infinitum}$ $A\eta\psi f$; $\frac{1}{36} bb = \text{triang. } A\Sigma\eta$; $\frac{1}{12} bb \text{ spat. infin. } A\Sigma\psi f$; $\frac{1}{6} bb \text{ spat. infin. } \gamma Af\psi\Sigma\xi\gamma$ aequale folio ABEAA [fig. 1], quod erat $\frac{1}{6} bb$.

N^o 2783.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 DÉCEMBRE 1692.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

Whitehall ce 30. de Dec. 1692.

J'ay receu la vostre du 23. decemb. et ayant consideré ce qu'il y aura à faire dans cette affaire de Zuylichem ¹⁾ (je dis pour le Ministère) je croy que le plus court et le meilleur fera de suivre l'advis de Mr. Verbolt et de presenter au nom de dieu ce van Holten, car de croire qu'on pourrait faire escrire le Roy a la classe je croy que ce seroit se tromper et de la peine perdue de l'entreprendre. Je croy que cet homme la y estant mis de la main de Verbolt fufdt. se gouverneroit par ses conseils et selon ce qui est de nos interests et que d'autre costé on pourroit eviter toutes ces fascheuses disputes touchant le droit de Presenter, etc. duquel droit estant une fois estant [sic] en possession ils ne pourront pas bien nous le disputer à l'avenir.

Depuis nostre retour en cette ville, je n'ay point eu de conversation avec Mess.^{rs} de la Societé R., ny veu aucune de leurs Transfactions ²⁾. Je m'informeray pourtant pour scavoir si lon en a imprimé depuis quelque temps, et scauray par le moyen du d.^r Stanley si ces Mess.^{rs} ont eu quelque relation particuliere touchant le *σεισμός* de Jamaïque ³⁾ pour vous en faire part.

Je n'ay rien appris non plus touchant ce qu'ils ont fait de mon verre ⁴⁾ dont je leur ay fait present n'ayant point veu d.^r Flamstead, lequel je ne scay si je vous

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2764.

²⁾ En 1692 il n'en parut qu'un seul numéro, celui du 19 octobre. La publication régulière n'en fut reprise qu'avec le numéro de janvier 1693.

³⁾ On ne rencontre rien à ce sujet, ni dans le numéro du 19 octobre, ni dans ceux de 1693.

⁴⁾ Voir les Lettres Nos. 2725, 2729 et 2731.

ay mandé qu'il est marié icy après le départ d'icy du Roy. Je croy que cela causera de l'interruption à ses observations nocturnes.

Touchant les affaires de Zuylichem et s'il fera à propos d'en venir à l'admodiation que l'on propose [sic] je m'en rapporte entièrement à ce que vous avec les Freres trouverez bon de faire.

J'ay esté l'autre jour chez ce Beverland ²⁾, qui a demeuré quelque temps avec Vossius, et a écrit le livre que vous sçavez de *Peccato Originali*, pour lequel il fut banny de l'Hollande. A l'intercession de Monsieur Halewijn ³⁾ et autres il aura sa grace du Roy. Il me fist voir sa Bibliothèque qui est de livres choisis, et un grand nombre de tailles douces parmy les quelles il y en a de belles, de desseins il n'en a point.

Pour Monsieur de Zeelhem.

²⁾ Hadrianus Beverland, né à Middelburg en 1653 ou 1654, avocat et écrivain licencieux et satirique. Entre autres publications, ce fut surtout la suivante qui excita l'indignation des orthodoxes: „*Peccatum originale κατ' ἔξοχην sic nuncupatum Philologice προβληματικῶς nuncupatum a Themidis alumno. Vera rediva facies, dissimulata fieri. Eleutheropoli, extra plateam obscuram, sine privilegio Authoris, absque ubi et quando*” in-12. A la fin de l'ouvrage on lit: In Hortu Hesperidum. typis Adami Evae Terrae filii 1678. Dans cet ouvrage il soutenait que le péché original d'Adam et Eve consistait dans l'union charnelle. A cause de cet écrit il fut cité devant le tribunal académique, condamné à retracter ses opinions, à une amende de 100 ducats d'argent; de plus il fut rayé de la liste des étudiants et banni des provinces de Hollande et Zélande. Beverland s'établit ensuite à Utrecht, d'où le scandale de sa conduite et de ses pamphlets, dirigés contre les professeurs de Leide, le fit bannir encore. Il se rendit en Angleterre, où antérieurement il avait fait un stage à Oxford, et y fut accueilli par Isaac Vossius, qui lui procura des fonds de l'église un revenu modique. Beverland s'acquit une collection de livres, de tableaux et dessins, ainsi que d'objets d'histoire naturelle.

Dans un âge avancé il publia une „*Admonitio de fornicatione cavenda, sive Adhortatio ad pudicitiam et castitatem*”, dans lequel il témoigna son repentir de sa conduite déréglée. Après la mort de Vossius il tomba dans la plus profonde misère. En 1712, errant en Angleterre, il se crut poursuivi par des ennemis attentant à sa vie. Il périt en quelque lieu inconnu.

³⁾ Simon van Halewijn, seigneur d'Abbenbroek, né à Dordrecht, où il occupa plusieurs charges importantes, entre autres celle de bourgmestre. Il fut partisan zélé de Willem III, jusqu'à l'avènement de celui-ci au trône d'Angleterre. Depuis, il ne put approuver la politique belliqueuse du roi, et une mission politique l'ayant mis en relation avec un agent secret de la France, Robert de Piles, il crut pouvoir agir en faveur de la paix. Sa correspondance saisie par les autorités hollandaises lui attira un procès qui se termina en 1693 par sa condamnation à l'emprisonnement pour la vie. Il sut s'évader en 1696 du château de Loevestein, où il était détenu, et se rendit à Suriname, où il mourut.

N^o 2784.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 DÉCEMBRE 1692.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle fait suite au No. 2766.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2785.*

MONSIEUR

Ma lettre assez prolixue vous aura esté rendue il y a quelques mois. La reponse n'a point de presse; Mais voicy de quoy je prends la liberté de vous supplier: Une personne que je confidere, poussée par un autre qui s'imagine d'auoir trouué le mouuement perpetuel, m'a demandé si je ne pourrois pas apprendre si les Estats ont proposé un prix à celuy qui le trouueroit, et combien. J'ay eu beau dire que la chose n'est point possible à mon avis, et que j'ay bien appris par les lettres de Grotius ad Gallos³⁾ la quantité promise par les Estats à celuy qui trouueroit les Longitudes, mais que je n'ay pas ouï parler d'un prix promis à l'inventeur du mouuement perpetuel. On a tousjours insisté et on m'a prié avec instance de m'en informer. Comme vous ne poués pas manquer de scavoir la chose, Monsieur, s'il y a quelque chose de tel, je prends la liberté de m'adresser à vous et de vous supplier de me faire scavoir un mot de reponse à cette questior, quelqu'inutile qu'elle soit en elle même et quoyque j'aye pres que honte de vous la proposer.

J'espere que vous vous porterez bien et que nous aurons bientost vostre importante Dioptrique⁴⁾. On dit que Mons. Neuton donnera un nouuel ouvrage. Je vous auois prié de me communiquer vos remarques sur mes Animadversiones ad Cartesium⁵⁾. Ce n'est pas pour entrer en dispute avec vous, mais pour en profiter. Mais ce sera à vostre loisir. Cependant je vous supplie de renvoyer mes animaduerfions à Monsieur Beauval si vous ne l'aués déjà fait, c'est afin qu'il les communique encor à d'autres comme je l'en ay prié, afin d'en tirer encor des

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 144.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 147 et Briefwechsel p. 705.

³⁾ Hugonis Grotii Epistolae ad Gallos, Nunc primum editae. Lugd. Batav. Ex officinâ Elzeviriorum. CIOICXLVIII. in-12°.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2759, à la page 296.

⁵⁾ Voir la note 23 de la Lettre N^o. 2759 et la Lettre N^o. 2766, à la page 320.

remarques, quoyque je scache bien qu'il n'en trouvera gueres qui puissent valoir les vostres. Je fuis avec zele

MONSIEUR

Vostre treshumble et trefobeissant serviteur

LEIBNIZ.

P. S. Je fouhaitte une heureuse année avec une grande suite de semblables.

Hanover $\frac{20}{30}$ December 1692.

A Monsieur

Monsieur HUGENS

Seigneur de Zuylichem

à la Haye.

franco Lingen.

N^o. 2785.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

12 JANVIER 1693.

Le lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾, la lettre par C. L. Gerhardt²⁾.

Elle est la réponse aux Nos. 2766 et 2784.

G. W. Leibniz y répondit par le No. 2797.

A la Haye ce 12 janvier 1693.

MONSIEUR

Il y a 6 jours que je reçus vostre lettre du 30 Dec. ayant encore à répondre à celle du 26 Sept., de quoy je ne scay pas bien quelles excuses j'allegueray, si ce n'est que je m'apperçois que les disputes par lettres ralentiroient nostre correspondance, du moins de ma part, parce qu'il faut se refoudre à recommencer

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 145. La minute, publiée par Uylenbroek, ne diffère pas sensiblement de la lettre, à l'exception d'un seul passage, qui manque dans la lettre. Voir la note 7.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 141, et Briefwechsel, p. 706.

de raisonner chaque fois qu'on écrit, sans espérer de réponse qu'après 5 ou 6 semaines, lors qu'on a derechef oublié où on en étoit. Je repasseray pourtant sur les articles de vos réponses sans m'étendre, et sans prétendre même que vous m'envoiez des répliques. Mais auparavant je répondrai à ce que vous m'avez demandé, et vous dirai que assurément il n'y a point de prix proposé par Mrs. les États à l'invention du mouvement perpétuel, quoique je sache que plusieurs l'ont creu, parce que des gens peu scavans en ces matières se sont imaginé que de cette invention s'ensuivoit celle des longitudes, qui est une conséquence sans fondement. Du mouvement perpétuel ils esperoient un mouvement égal et de là des horloges justes, mais je vois ³⁾ qu'avec des horloges très justes, l'affaire des longitudes souffre encore trop de difficulté à cause des accidents, et du soin et de l'exactitude qu'il faut à les gouverner. Celui pour qui est cette information ne doit pas entendre les principes de l'art, s'il croit pouvoir effectuer un tel mouvement *mechanique*, car pour *physico-mechanice* il semble tousjours qu'il y ait quelque espérance, comme en employant la pierre d'aimant.

Je passe à votre première lettre, où j'ay esté bien aisé de voir que vous estes assez de mon sentiment en ce qui est de la cause de la Pesanteur. Mais quand vous dites que les efforts centrifuges de la matière peuvent estre considerez comme des raions d'attraction qui partent du centre, à l'égard des corps qu'ils y font aller, je ne vois aucune raison de cette uniformité, ni que par consequent elle puisse servir à prouver la proportion des pesanteurs double, renversée des distances du centre. La quelle d'ailleurs je tiens estre telle, tant à l'égard des planetes principales, qui pesent vers le soleil, qu'à l'égard des lunes qui pesent vers les planetes.

Pour ce cours particulier de la matière dans le Tourbillon du Soleil, qui serviroit à conserver le parallélisme à l'axe de la Terre, je le trouve peu compatible avec le mouvement circulaire de la même matière en tous sens, qui fait la Pesanteur, et avec cela nullement nécessaire. Par ce que le globe terrestre étant de la grandeur qu'il est, l'axe de son mouvement doit naturellement garder le parallélisme, et il est assez difficile d'expliquer pourquoy il se detourne encore tant qu'il fait, suivant ce qui paroît par la Precession des Equinoxes. Car pour ce qui est de l'expérience d'une boule qu'on jetteroit en l'air, je ne doute pas qu'elle ne fust contre vous, si on la pouroit jeter en sorte qu'on ne imprimast pas de circulation à l'axe.

Ma raison pourquoy je crois que la rondeur de la goutte d'eau est plustost causée par un mouvement au dedans, que par l'impulsion de la matière autour, c'est que l'impulsion égale par dehors doit faire précisément le même effet à enfoncer les

³⁾ Voir, sur les premières impressions très défavorables des résultats du voyage de de Graaff, la Lettre N°. 2773, et consultez la correspondance qui va suivre sur le même sujet.

parties de la goutte et à changer sa figure, que feroit la pression egale d'une matiere qui l'environnerait de tout costé. Mais par les principes de Mechanique une telle pression ne doit point causer du changement à la figure de la goutte ni la rendre spherique⁴⁾, quoyque plusieurs le croient fausement; donc ce n'est pas l'impulsion de la matiere par dehors qui la reduit à cette figure.

Je n'insiste plus à demander la conciliation du Tourbillon deferant avec les Ellipses de Mr. Newton, quoyque je ne la trouve point dans vostre dernier raisonnement. Plusieurs avec moy la croient impossible. Il est vray que ces Tourbillons à la maniere de des Cartes seroient commodes pour expliquer quelques phenomenes, comme, entre autres, pourquoy les Planetes circulent toutes d'un mesme sens; mais ils sont incommodes pour d'autres, sur tout pour l'excentricité constante des mesmes Planetes et de leur acceleration et retardement veritable dans leurs orbes. Car, pour le premier, il semble que la matiere du tourbillon devroit il y a longtemps s'estre reduite à une conversion reguliere quant à la rondeur, et par consequent aussi les Planetes, puis qu'elles nagent dedans. Et pour le second, en posant que leur mouvement demeure excentrique, elles devroient dans leur aphelies et pareliess'accomoder à la vitesse du Tourbillon, ce qu'elles ne font pas, selon ce que je l'ay examiné autrefois⁵⁾. Outre qu'il seroit mal aisé de dire comment les cometes peuvent passer si librement à travers un tourbillon capable d'emporter les Planetes, ce qui dans l'hypothese de Mr. Newton est sans difficulté.

Croiez, je vous prie, Monsieur, que je ne me pique nullement de soutenir les opinions que j'ay une fois embrassées, mais que je ne cherche uniquement que quelques raisons de verité, si nos disputes en pourroient mettre en evidence. J'ay fort consideré ce que vous dites au sujet de mes atomes de dureté infinie, scavoir

⁴⁾ La minute a encore en marge: la pression de l'air n'est autre chose que l'impulsion continuelle de ses parties tres agitées :

⁵⁾ On rencontre la même remarque à la page 161 de l'édition originale du „Traité de la pesanteur” sous la forme suivante: „On voit maintenant comment [dans le système de Mr. Newton] les mouvements des Planetes peuvent s'accelerer & se ralentir par les degrez qu'on y observe; qui malaisement pouvoient être tels, si elles nageoient dans un Tourbillon autour du Soleil”. L'examen, dont il est question dans le texte de cette lettre, est probablement un calcul des mouvements des planètes entrepris par Huygens à l'occasion de la construction de sa machine planétaire (voir la Lettre N°. 2255, note 5). Ce calcul occupe les pages 3—11 du livre F des *Adversaria* et doit en conséquence être rapporté à 1680 ou 1681; on y rencontre entre autres cette remarque: „At Keplerus et Wardus (Seth Ward) in ipsa ratione contraria distantiarum faciunt celeritatem ejusdem planetae. Mercator in paulo majore. Mirum in his hypothesibus qui possit materia vorticis conferre motum planetae perihelio suo ipsius motu celeriore”. Plus tard, 14 déc. 1688, Huygens inscrit la remarque suivante: „Hasce omnes difficultates abstulit Cl. v. Newtonus, simul cum vorticibus Cartesianis, docuitque planetas retineri in orbitis suis gravitatione versus solem”.

que vous avouez bien, qu'il y auroit de l'absurdité à donner à tous les corps primitifs un certain degré de fermeté ou résistance à estre rompus, mais qu'il n'y a point d'absurdité de proposer differens degrez dans plusieurs corps, scavoir primitifs, car c'est de quoy il s'agit. Il me semble pourtant qu'il est plus aisé d'accorder la dureté parfaite et infinie pour tous, que cette variété de forces pour differents corps. Car il est plus difficile de concevoir les raisons de ces différentes duretez, que d'en admettre une seule infinie. Ce seroit imaginer plusieurs especes de matiere premiere au lieu que je n'en ay besoin que d'une.

Vous alleguez apres cela, comme une difficulté contre les atomes, l'adhesion qui se feroit par leurs surfaces plattes. Je respons qu'elles devroient avoir estez faites expres ces surfaces, ce que je ne vois pas pourquoy il auroit plustost lieu là, que dans le sable de la mer où l'on n'en trouve point. Et il ne me semble point du tout que ce soit un grand *postulatum* de vouloir qu'il n'y ait point d'atomes avec des surfaces plattes, mais qu'il le feroit d'avantage d'en supposer, puis qu'il faut une direction et intention expresse pour former une surface platte avec la derniere exactitude. Mais quand la dixieme partie des atomes seroient des cubes parfaits, l'application juste de leurs surfaces consistant *in indivisibili*, et ces corps estant en grand mouvement, je n'apprehenderois pas encore qu'ils s'allassent joindre à composer des masses.

Vous trouvez encore un inconvenient en ce que les atomes ne seroient pas susceptibles des loix du mouvement, parce que deux egaux concourant directement avec forces egales, devroient perdre leur mouvement, puisqu'il n'y a que le ressort, dites vous, qui fasse rejaillir les corps. Mais c'est ce que je ne crois nullement pour des raisons que je publieray un jour⁶⁾; et quelque explication que vous vouliez donner de la cause du ressort, vous seriez bien embarrassé en posant que les derniers petits corps (car ceux qui font ressort sont composez) ne rejaillissent point en se rencontrant, mais qu'ils demeurent joints, car de la s'en suivroit la perte de tout mouvement relatif dans la matiere de l'univers⁷⁾. *Ce qui me fait a moy le plus de peine dans la supposition des atomes, c'est que je suis obligé de leur attribuer à chacun quelque figure et qu'elle sera la cause de la variété infinie de ces figures. mais quelle est la cause des différentes figures du sable de la mer, lequel j'admire toutes les fois que j'en regarde avec le microscope, chaque grain estant un caillou de cristal, qui ne croit ni ne diminue et a esté tel qui scait par combien de siècles. C'est que le Createur les a fait une fois naitre telles, et de*

⁶⁾ Ce qui n'a pas eu lieu. Nous doutons même, si Huygens a mis par écrit les raisons, autres que celles qui suivent, qui l'ont porté à admettre que même sans ressort des corps qui se rencontrent doivent rejaillir.

⁷⁾ Les phrases suivantes, imprimées en italiques, manquent dans la lettre envoyée à Leibniz et conservée à Hannover.

mesmes pour les atomes. Au reste vous ne deviez pas m'attribuer que je conçois que le seul attouchement fait l'office d'un *gluten*, à rendre les corps composez fermes et durs, puisque j'avois écrit dans ma lettre precedente que j'expliquois la cohesion des corps par une pression de dehors et par quelque autre chose. Laquelle pression je vois que vous employez de mesme. Ce que vous ajoutez du mouvement conspirant m'est tout à fait inintelligible.

J'ay rendu à Mr. de Beauval vos notes sur des Cartes. Je pourray une autre fois vous parler des endroits où je ne suis pas d'accord avec vous. Passons maintenant à la Geometrie, où il n'y a rien à contester. J'ay renouvelé depuis quelques mois⁸⁾ la correspondance avec Mr. le marquis de l'Hospital, à l'occasion d'un joli Probleme qu'il m'envoia⁹⁾, qui estoit de trouver une ligne droite egale à la portion donnée de la ligne Logarithmique, sans autre aide que de la ligne mesme. Il avoit pris un detour pour cela, où il y avoit bien de subtilité¹⁰⁾, et quoyque j'aye trouvé du depuis un autre chemin plus court¹¹⁾, je compte pour beaucoup qu'il ait inventé et tenté le premier ce probleme. Mais il est capable d'en refoudre de plus difficiles, et se sert adroitement de vostre nouveau Calcul. Il m'a envoyé¹²⁾ les solutions de toutes les questions que cy devant je vous ay proposées touchant les quadratures et les soutangentes, me les ayant demandées expres¹³⁾. Et il en a souhaité apres cela de plus difficiles¹⁴⁾. En quoy je n'ay pas manqué de le contenter, luy ayant envoyé depuis peu¹⁵⁾ ces 2 sou-

tangentes pour trouver leurs courbes : $\frac{aay + yyx}{ax - yx - ay}$ et $\frac{yx^3}{3x^3 + 3aay - 2xyy}$. Il m'a demandé si j'avois quelque methode pour quand les soutangentes sont $\sqrt{ay + xx}$ ou $\frac{2y^3}{yy + 2yx - xx}$ ¹⁶⁾ ou $\frac{yy - xy}{a}$, qui est celle de la courbe de Mr. de Beaune¹⁷⁾, dont Mr. des Cartes fait mention dans sa 79.^e lettre du 3.^e volume. J'ay avoué que je n'en avois point¹⁸⁾, et je tiens ces questions très difficiles, dont je souhaite fort d'avoir vostre sentiment. Pour moy je ne veux pas me donner la peine de les chercher, parce que je crois que toute la difficulté est desia surmontée, soit par Mr. le Marquis luy mesme, soit par Mr. Newton, (dont on m'assure¹⁹⁾,

⁸⁾ L'initiative de ce renouvellement avait été prise par de l'Hospital avec sa Lettre N°. 2760, du 26 juillet 1692, à laquelle Huygens répondit par la Lettre N°. 2762.

⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2760.

¹⁰⁾ Consultez la Lettre N°. 2775.

¹¹⁾ Voir la pièce N°. 2779.

¹²⁾ Voir la Lettre N°. 2775.

¹³⁾ Par la Lettre N°. 2765.

¹⁴⁾ Voir la conclusion de la Lettre N°. 2775.

¹⁵⁾ Par la Lettre N°. 2777.

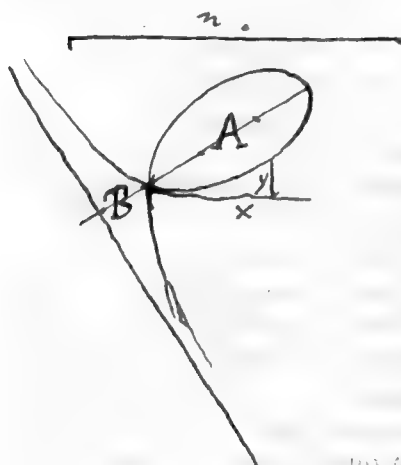
¹⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2775.

¹⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2765.

¹⁸⁾ Dans la Lettre N°. 2777 à la page 352.

¹⁹⁾ Voir la note 39 de la Lettre N°. 2777.

que le *Traité* la dessus est imprimé depuis peu dans le *Traité d'Algebre* de Mr. Wallis), ou par vous, Monsieur, qui avez extrêmement approfondi cette matiere, où je ne suis que novice. J'ay pourtant rencontré depuis quelque temps une source peu connue²⁰⁾ mais que vous n'ignorez pas sans doute, d'où l'on peut tirer la solution de beaucoup de Problemes, qui regardent les Tangentes renversées, quadratures, centres de gravité etc. Elle donne sans peine²¹⁾ la quadrature que je vous ay proposée cy devant et celle de la courbe $xy - aay \propto 2aax$ ²²⁾, qui me l'a esté par Mr. le Marquis²³⁾, avec plusieurs autres. Entre lesquelles est aussi



la quadrature assez remarquable de la courbe dont l'équation est $x^3 + y^3 \propto xyn$ ²⁴⁾, que Mr. des Cartes rapporte dans sa lettre 65 du 3.^e vol., et qu'il a considérée, aussi bien que Mr. Hudde, pour autre chose. Je trouve que le contenu de la feuille A dans cette figure est $\frac{1}{2}nn$ ou $\frac{1}{2}$ du quarré de son diamètre. Que l'espace infini B entre les continuations de la courbe et son asymptote, est encore de la mesme grandeur. Et qu'enfin la dimension generale des segments est aussi fort simple, qui s'exprime par un seul terme.

Je vous entretiendray une autre fois d'une quadrature physico-mathematique de l'Hyperbole²⁵⁾ que j'ay rencontrée il n'y a guere, dont la speculation a quelque chose de plaisant.

Ainsi vous voyez, Monsieur, que je ne cesse de mediter et d'apprendre tousjours quelque chose.

J'ay lu avec plaisir vos lettres à Mr. Peliffon²⁶⁾, dans l'une desquelles vous dites assez fortement leurs veritez à Mrs. les Catholiques. On voit dans ses reponses comment ils emploient les douceurs, les louanges et tout ce qui peut servir pour tascher de vous attirer à leur parti, sans que je croie que cela vous tente le

²⁰⁾ Consultez, sur la methode à laquelle Huygens fait ici allusion, la Lettre N°. 2777 et la pièce N°. 2781.

²¹⁾ Voir le § VII de la pièce N°. 2781, et surtout la note 20 de cette pièce.

²²⁾ Lisez: $aay - xxy \propto 2aax$ et consultez la pièce N°. 2780.

²³⁾ Dans la Lettre N°. 2775 à la page 344.

²⁴⁾ Consultez, sur ce qui a rapport à la quadrature du folium de Descartes, la Lettre N°. 2777 et la pièce N°. 2782.

²⁵⁾ Il s'agit de la quadrature de l'Hyperbole au moyen de la „tractrice” ou „courbe aux tangentes égales” pour laquelle nous renvoyons aux pièces N°. 2793 et N°. 2794.

²⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2759, note 37.

moins du monde, ne pouvant m'imaginer comment une personne d'esprit peut se soumettre à croire des absurditez et les niaiseries qu'enseigne cette Religion, ni comment un homme de bien peut approuver la cruauté dont elle use à contraindre et forcer les consciences. Je suis avec passion.

N^o 2786.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. DE GRAAFF.

10 FÉVRIER 1693.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
J. de Graaff y répondit par le No. 2789.*

Haghe den 10 feb. 1693.

Monfieur DE GRAEF

Hebbende sedert eenighen tijdt mijn werck gemaect van UE Journalen te examineren, waer in ick heel iet anders vinde als UE selfs gemeent heeft ¹⁾, te weten dat van S. Jago tot de Caep de Lengde seer perfect is afgemeten door 't horologie volgens de nieuwste Caerten en Globen, gelijk UE self sult bekennen, en sonder twijffel sich verblijden dat al UE getrouwe arbeijdt en menighvuldige observatien niet vruchteloos sijn aangewendt. Hier dan mede besigh sijnde en om de Heeren Bewindhebberen van alles te onderrechten soo is desen om UE te verfoeken dat mij wilt doen weten of in 't examineren van den loop der horologien gedurende UE verblijf aen de Caep, deselve op de selfde manier opgehangen waeren in een diergelycke hockjen als op de weerreys. Gelijk dit bujten twijffel veel gecontributeert heeft tot haer irreguliere gangh onder weghen, soo soude het van gelijken de ongelyckheydt aen de Caep geobserveert excuseren konnen, daerom wensche ick hier de rechte waerheydt van te weten. 'T geen UE quaelijck gerekent hadde in 't Journael van S.^e Jago tot de Caep, was dat de correctie van wegen d'ongelycke loop des Pendulums nae maten der Breedte, overal geaddeert is daer gesubtraheert moft werden et contra 't welck niet seer te verwonderen is in dese nieuwe Rekening, alwaer apparentlijck UE voor een generalen regel sult genomen hebben 't geen ick in mijn Rapport ²⁾ van de Proef van 't jaer 1687 in d'Explicatie van de 7^{de} Colomne geseght hebben ³⁾ 't welck nochtans maer op het voorval aldaer is passende.

¹⁾ Voir, sur l'opinion de de Graaff, la Lettre N^o. 2773.

²⁾ Voir la pièce N^o. 2519.

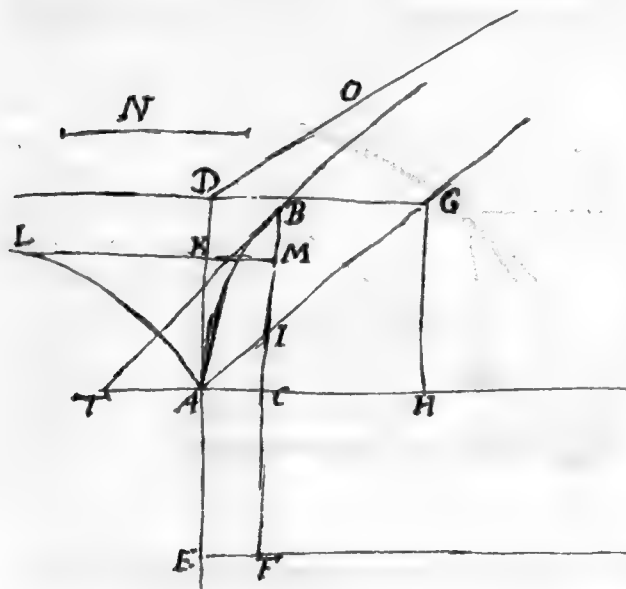
³⁾ A la page 284 de la pièce citée. Voir surtout la phrase en italiques et la note *a* de Huygens. Probablement la phrase a été soulignée et la note ajoutée à l'occasion même de l'examen des journaux de de Graaff, dont il est question dans la présente lettre.

que $\frac{a\sqrt[3]{4}}{3}$ fauoir deux urayes BC, BD, et vne fausse BE egale aux deux vraies; que les deux racines urayes deuiennent egales entr'elles lorsque $x = \frac{a\sqrt[3]{4}}{3}$; et qu'enfin elles deuiennent imaginaires, et que la fausse seule demeure réelle lorsque x surpasse $\frac{a\sqrt[3]{4}}{3}$. La quadrature generale que vous

me marquez s'exprimer par vn terme est celle-ci, le segment AD ou AE $= \frac{axx}{6y}$ (AB = x, BD ou BE = y) et le segment AC $= \frac{ayy}{6x}$ (BC = y). J'y suis paruenue par trois differentes manieres, et ie ferois bien aise que vous me proposassiez quelques courbes dont vôtres methode donne la quadrature pour essayer si les miennes sont aussi generales que la vôtre.

Je vous enuoye la solution du probleme que Mr. de Beaune proposa autre fois à Mr. Descartes, et qu'on trouue dans la 79^e de ses lettres tome 3, telle que ie l'ai faite inferer dans le 34^e journal de l'année derniere ²⁾.

Probleme.



Vne ligne droite quelconque N etant donnée, et ayant mené deux autres lignes indefinies AC, AI, en sorte que l'angle CAI soit de 45 degrez; on demande la maniere de décrire la courbe ABB qui soit de telle nature, que, si l'on mene d'un de ses points quelconques B, l'ordonnée BC, et la touchante BT, la raison de BC à CT soit toujours la mesme que celle de la droite donnée N à BI.

Ayant formé le quarré AG qui a pour côté la droite

²⁾ Voir l'article publié par de l'Hospital dans le Journal des Sçavans du 1^{er} septembre 1692, sous le titre: Solution du Probleme que Monsr. de Beaune proposa autrefois à Mr. Descartes, & que l'on trouue dans le 79^e de ses lettres, tom. 3. Par Mr. G***

assurant qu'il merite leur recherche ⁵⁾. Je vous envoie, si vous souhaitez, le chemin que j'ai tenu pour arriver à cette construction. Mais j'en ai trouvé depuis une autre qui me plaît davantage et dont vous jugerez.

Ayant pris sur CA prolongée du côté de A, la partie AG égale à la droite donnée N, et mené GH parallèle à BC, on décrira par le point A la logarithmique AE, qui ait pour asymptote la droite infinie GH, et pour soutangente une ligne égale à AG. On mènera ensuite par un point quelconque E de la logarithmique les droites EF, EB parallèles à GH, GA, et ayant pris EB égale à EF, je dis que le point B sera à la courbe requise. Il est facile de rendre cette construction générale quelque puisse être l'angle donné CAI.

Pour ce qui est de la courbe qui a pour soutangente $\sqrt{ay + xx}$ j'étois dans la pensée lorsque je vous écrivis la dernière fois qu'elle tomboit dans ma règle, mais ayant voulu achever le calcul pour vous l'envoyer j'ai trouvé que je me trompois, je ne désespère pas cependant d'en venir à bout car cette règle se perfectionne tous les jours, je puis trouver par son moyen les courbes qui ont pour soutangente $\frac{a^3y + axxy}{axy + aax + x^3}$ et $\frac{yy + xy}{y}$, dont je vous ferai part si vous souhaitez.

Je ne connais point la règle des tangentes de Mr. de Roberual dont vous me parlez, est-elle différente de celle de Mrs. Barrou et Leibnits ⁶⁾. J'ai une grande impatience de voir la méthode de Mr. Neuton pour l'inverse des tangentes, et comme je ne doute pas que vous n'en ayez bien tôt des exemplaires en Hollande, je vous aurais la dernière obligation si vous vouliez bien m'en envoyer un par la poste, et au cas qu'elle soit jointe au livre de Vallis de Algebra il faudroit l'en séparer, et pour le reste du livre je vous manderois à qui il le faudroit donner pour me le faire tenir, je vous demande mille pardons de la liberté que je prends, mais ce n'est qu'à deux conditions l'une que vous me mandiez l'argent que le livre vous aura coûté afin que je vous le fasse rendre comme cela est dans l'ordre, et l'autre que vous vouliez bien vous servir de moi lorsque vous aurez quelque commissions à donner pour ce payis. Je suis de votre avis que la géométrie n'est qu'un jeu d'esprit si on ne l'applique à la physique et aux inventions de mécaniques, mais il est rare, qu'on y réussisse et il faut des siècles entiers pour produire un Hugen. La prétendue invention de Mr. Hautefeuille est tombée et les orloges, avec lesquels il s'étoit accommodé disent qu'elle ne peut pas réussir. J'ai

⁵⁾ La partie qui précède dans la présente lettre, à commencer par l'en-tête „Probleme” de la page 391, est une reproduction identique de l'article cité dans la note 2; après quoi l'article fait suivre encore: „Je ne mets point ici la démonstration, parce que ceux qui entendent ces matières, la trouveront aisément, & qu'il faudroit trop de discours pour la faire comprendre aux autres”.

⁶⁾ Consultez, sur ces méthodes, la note 6 de la Lettre N°. 2765.

vû il y a enuiron deux ans à la foire St. Germain vn homme qui monroit vne teste d'airain qui contrefaisoit Democrite et qui prononçoit quelques mots mais si c'est celle dont vous me parlez vous n'avez guere perdu à ne la point uoir car ayant approfondi la chose je reconnus que ce n'etoit qu'une tromperie et que c'etoit vn homme qui etoit caché et qui parloit au trauers de quelques tuyaux qui conduisoient la uoix à la teste, et mesme l'artifice étoit grossier.

J'ai uû il y a quelques jours Mr. le Duc de Roanez⁷⁾, à qui j'ai fait vos complimens, il m'a paru fort surpris de ce que vous n'auiez point eu de ses nouuelles et il m'a assuré, qu'il auoit prié Mr. de la Hire et quelques autres, qu'il croioit auoir commerce de lettre avec vous de vous marquer sa reconnoissance de ce que vous lui auiez enuoyé vôte traitté de la lumiere qu'il m'a dit trouuer parfaitement beau. Il est fort aise d'auoir trouué vne voye sure pour renoüer commerce, et pour vous en donner des marques voici vn papier qu'il enuoye qui contient les auantages d'une nouuelle inuention d'une porte d'ecluse et il me semble qu'il fouhaite que vous mettiez au bas de ce memoire en le renuoyant que supposé que ce qu'il contient soit urai vous trouuez l'inuention nouvelle, &c. Il uous enuoiara aussi tost que nous aurons vôte reponce, le modelle de cette porte et la maniere dont on la fait. Je suis avec beaucoup d'estime

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant seruiteur
LE MARQUIS DE L'HOSPITAL.

A Paris le 12^e feurier 1693.

- ^{a)} Mr. Jo. Bernoulli dans les Acta de Leipfick du mois de Maj. 1693 dit que c'est luy qui a donné cette construction dans le Journal des Scavants 34^e de 1692 [Christiaan Huygens]⁸⁾.

⁷⁾ Comparez, sur les relations de de l'Hospital avec Artus Gouffier, duc de Roanez, la Lettre N°. 2600.

⁸⁾ Consultez sur cette remarque, qui doit avoir été ajoutée quelques mois après la réception de la lettre, une lettre de Huygens au marquis de l'Hospital du 5 août 1693.

N^o 2788.

ARTUS GOUFFIER, DUC DE ROANEZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

FÉVRIER 1693.

*Appendice au No. 2787.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

On a trouué vne porte d'Ecluse d'une nouvelle Inuention et qui n'a nul rapport a aucune autre qu'on ait veu jusqu'a present elle est plus forte et plus solide incomparablement que toutes les autres et il ni peut jamais arriuer d'accident. On luy donne 20 pieds de large et on pouroit luy en donner dauantage s'il estoit necessaire. mais comme on veut que les batteaux n'ayent que 18 pieds de large cela suffit.

La Riuiere qu'on veut rendre nauigable par le moyen de ces portes a de demie lieuë en demie lieuë des moulins et vne digue qui trauerse la Riuiere pour auoir 3 pieds de fault au moulin. L'on fait a costé de chaque moulin vn canal de 150 toises et l'on met cette porte dans le milieu on l'a essayée dans vn endroit ou elle se trouuoit chargée de 6 pieds d'un costé sans qu'il y ait rien de l'autre, et vn homme l'a ouuerte et fermée avec facilité en 4 tours de cabestan c'est qui est difficile acroire. Car en cet Etat elle est chargée de 29 milliers, le plancher de deuant de la porte et celui de derrier ne sont pas plus hault l'un que l'autre et il ny a aucun seuil qui les separe en sorte que quand cette porte est ouuerte il se fait vn glassis par l'eau qui n'a dans 150 toises de long que 3 pieds de pente. Ainsy les batteaux remonteront aisement et deffendront de mesme.

Vn des grands auantages de cette porte est qu'il faut creuser de 14 pouces moins qu'aux autres si bien qu'on n'a jamais plus de 3 pieds et demy d'eau a mettre a sec pour fonder le plancher ce qui est vn auantage tres considerable car a vne Ecluse qu'on a fait de l'ancienne maniere si l'on auoit peu creuser de 14 pouces moins qu'on a fait on auroit espargné 10000 fl .

Vn autre tres grand auantage est que comme il y apres [sic] de 100 digues sur cette riuiere si l'on faisoit des Escluses ou des pertuis a l'ordinaire cela arresteroit pres des trois quarts d'heure, chaquun mais icy il ny aura jamais d'arrest car quand vn bateau fera a 60 toises de la porte le battelier n'aura qu'a donner vn coup de chifflet et il trouuera la porte toute ouuerte.

Il y a encore vn auantage a cette porte c'est que deux hommes la mettroit hors de l'eau en vn quart d'heure s'il y pouuoit auoir quelque chose a racommoder et la remettroient dans vn instant, et quoy que l'Ecluse et la porte soient beaucoup plus seures que toutes les autres Elle coustera beaucoup moins, jamais il ne peut sy amasser de sable qui l'empeschent de l'ouurir par ce moyen il ny a plus de

riuiere pourueue quelle ait 3 ou 4000 pouces d'eau qu'on ne rende nauigable et a beaucoup moins de frais et de temps qu'on n'a fait jusqu'a present.

Monfieur Heuguens est tres humblem.^t fupplié de vouloir mettre fon auis au bas de ce mêmôire.

N^o 2789.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

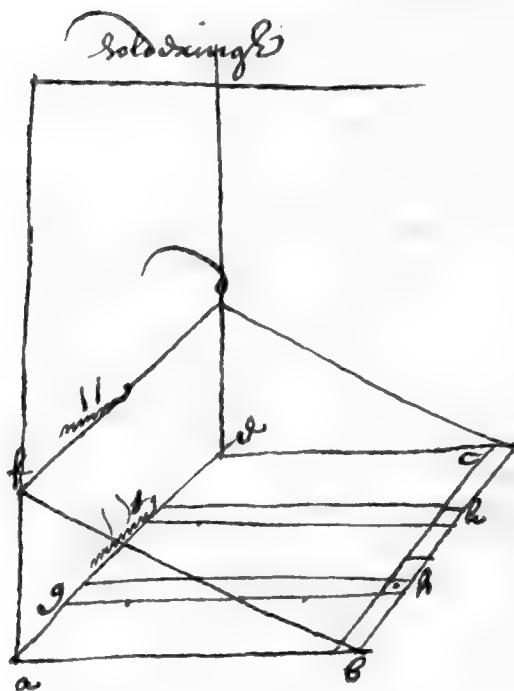
14 FÉVRIER 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle est la réponse au No. 2786.

Actum Amstelodami den 14. february A^o. 1693.

Edle h.^r CRISTIAAN HUIJGENS &^a



UEd.^{le} missive van den 10^e deser Lopende maand, is myn behoorlyck ter hand gekomen, daar op gisteren UEd.^{le} achtb. al zoude een antwoord toegevoeght hebben, maar de post was Juijstem vertrocken, daar door my de gelegenheit voortgekomen is omse noch eens uijt te schrijven.

't Eerste dan, 'twelk in UE.^{le} achtb. zeer g.Eerde Letteren gebleken is, was of de horologien zoodanigh aan de Caap opgehangen zijnd geweest alse wel op het Rethour schip de Hoop off ook daar na in de weerreys op het retour schip Spierdyck &^a zyn opgehangen geworden ¹⁾, daar op UEd.^{le} achtb. int welnemen moet antwoorden (gelyck den horologiemaker Meybos en pieter van Laar ²⁾ niet onbewust connen zijn) dat aan de kaap het hockie

¹⁾ Consultez, sur la manière d'installer les horloges à bord des vaisseaux, les §§ I—IV de la pièce N^o. 2423, et les Lettres Nos. 2602, 2621 et 2646.

²⁾ Consultez, sur Meybos et van Laar, la note 1 de la Lettre N^o. 2638.

aldus gemaakt zijnde te weten *aedfa* de muur daar het hockie tegen aangemaakt is, en *abcd* is de supervlackte van ditto hokie, zijnde wel waar, dat dese plancken zoo hoogh niet opgetrocken zijn tot de folderingh toe die hier wel 14 a 15 voet van de grond af te rekenen hoog worden gemaakt, gelijk wel in de schepen die ontrent 6 a 7 voet in de cajuijt verdiepingh alleen hebbende, is geschiet, daar men het hockie romme en tom tot tegen de folderingh heeft afgeschoten en schoon genomen daar waren aan de caap zodanige langen plancken geweest om sulx te doen, hoe wel daarvan geen blijk heb.^e gesien; men soude wederom verlegen hebben geweest omze telkens op te winden, omdat men der immers niet can bijrijken en daarom vond ik alleen goet het hockie zoo hoog te betrecken dat mender bequaam kon in en uijt komen om het geener aan verricht moest werden te konnen uitvoeren en heb het toen met dubbelt zijldoek de oppervlackten *bfdcb* bekleet; ook zoo was ditto hockie pal en vast genoegh met crammen en weerhaken aan de muur vast gehecht; doen heb ik twee balkies *gh*, *ik* eens deels op de Rand *bc* met spijkers in geheit, anders deels aan de Eyndens *g*, *f* wel ter degen in de muur *ae* vast gehecht, niet vergetende alvorens te Letten offze wel horizontaal waren vast gemaakt, toen de beugels daar onder aan geschroefft en opgehangen als UEd.^{le} instructie³⁾ is Luidende en ook wel in mijn Journaal veeltijts aangehaalt is.

De ongelijcke Loop die ze aan de caap en op de werom Reyze gehad hebbe daar van meen ik dat UEd.^{le} achtb. veele bewijzen in de Journalen te zijn; als UEd.^{le} maar de selfde gelieft in te zien in de *Toevallen der Horologien*, aldaar sult UEd.^{le} connen zien, hoe dickmaals deselve hebben stil gestaan, dan hier door dan door die oorzaken Ja ze hebben zodickwils stilgestaan dat ik zomtyts onnodigh geacht hebbe om int Journaal aan te teijkenen; vraaght men na de Reden en waarom heb je niet eens te deegh Laaten verstellen dat het daar geen noot van mochten hebben; ik zal het UEd.^{le} achtb. in't welnemen seggen hoe wel ik niet en twijffel off het staat vrij wat breder int Journaal geannoteert, de veer van het eene horologie is twee a 3^e maal een Entie affgebroken geworden, te kort geworden zijnde aan stuckent gebroken, hier op staat er wel int Journaal dat men Een andere heeft gemaakt, maar het werk was evenwel niet zooals 't hoorden welk naderhand gebleken is, gelijk UEd.^{le} a. breder, naakter en klaarder uijt de voorsch.^r Journalen sult gelieven te konnen beoogen ten Laaste wegens het adderen en subtraheren en Contra, dat by my averechs is gedaan daar weet ik niets op antwoorden, ende de verkleijningh der Tafelen ontrent Journaal, dat heb ik niet verandert, omdat haar verschil niet groot was, want doen ik die tafel daarop maakte, zoo hebbe deselfde de novo uijtgerekent, en zagh toe dat haar uijt rekeningh iets verschilde heb het toen onverandert Laten staan het zoude onder Correctie beter zijn UEd.^{le} achtb. van dese mondelingh te spreken alzo ik meen dat UEd.^{le} beter van alles onder-

3) Voir, sur cette instruction, la note 2 de la Lettre N°. 2774.

recht zouden werden, en daar op de E: H:ren bewinthebberen verzoeken mijn dien aangaanden te moeten spreken.

Hier Mede wensch UEd.^{le} een geluckzaligh jaar en blijven vorders

UEd.^{le} Gehoorzaamste dienaar

JOAN: DE GRAAFF.

N^o 2790.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. BAYLE.

26 FÉVRIER 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

a Mr. Bayle a Rotterdam 26 fev. 93.

Mon neveu Huygens ¹⁾ m'envoya Monsieur ces jours passez le billet, dans lequel vous le priez de vous faire avoir quelque memoire touchant la vie et les efcrits de mon Pere, a qui vous vouliez faire l'honneur d'en faire mention dans vostre Dictionnaire Critique ²⁾. Vous ne pouvez pas douter que je ne prenne tres volontiers ce soin, si vous continuez dans le mesme dessein apres avoir consideré ce que je vay dire, c'est que Mr. le Clerc ³⁾, par Mr. Moetjens le libraire, m'a fait demander un pareil memoire, pour faire entrer mon Pere dans le Dictionnaire de Moreri ⁴⁾ dont il a entrepris une nouvelle Edition, et ou il doit parler de plusieurs

¹⁾ Constantyn, fils de Lodewijk Huygens et de Jacoba Teding van Berkhout, voir la Lettre N^o. 2018, note 3.

²⁾ Dictionnaire Historique et Critique par Monsieur Bayle. A Rotterdam, Chez Reinier Leers. MDCXCVII. Deux forts volumes in-f^o. Il ne contient aucun article sur un des Huygens.

³⁾ Jean le Clerc, né à Genève en 1657. Ayant séjourné quelque temps à Saumur, puis à Londres, il se fixa en 1683 à Amsterdam, où il se lia avec Philippus van Limborch, célèbre professeur au collége des Remonstrants. Après un court séjour dans sa ville natale, où ses parents l'avaient rappelé, il retourna à Amsterdam. Il y fut nommé professeur de philosophie, de belles lettres et d'hébreu, charge qu'il conserva jusqu'à sa mort, arrivée le 8 janvier 1736. Il a laissé plusieurs ouvrages et rédigea une septième édition en trois Tomes (deux volumes) de l'ouvrage cité dans la note suivante. Cette édition, parue en 1694 chez Boom et van Someren, et chez Pierre Mortier à Amsterdam, chez Guillaume van de Water à Utrecht et chez Adriaan Moetjens à la Haye, ne contient aucune notice sur un des Huygens.

⁴⁾ Le grand Dictionnaire historique etc. Par M.^{re} Moreri, Prêtre, Docteur en Theologie etc., dont le titre, contenant l'énumération des différents sujets, occupe une page in-f^o. entière, parut pour la première fois à Lyon en 1675. Une seconde édition, en deux volumes, préparée par l'auteur, ne fut achevée qu'en 1681, après sa mort. L'ouvrage s'est considérablement étendu dans les nombreuses éditions subséquentes. Celle de Drouet, qui parut en 1759, compte dix volumes. Dans la dernière édition, que nous avons pu consulter, celle de 1740, se trouve un article sur Constantyn Huygens, père, qui certainement n'a pas été inspiré par Christiaan.

personnes de marque de notre pays ce qui m'a fait penser s'il ne sembleroit pas qu'il y eust de l'affectation et de la superfluité lors qu'on verroit a peu pres les mesmes choses touchant cette vie paroistre en mesme temps dans ces deux dictionnaires. J'avois songé apres cela si en reprenant les fautes de Mr. Baillet dans sa vie de Mr. Des Cartes, ou il me confond perpetuellement avec mon pere, et me fait Curateur de l'Academie de Breda lors que j'y estudiai et que je n'avois que 17 ans, si disje a l'occasion de cette critique, vous ne pourriez pas rapporter quelques particularitez de sa vie. Mais voila Mr. Baillet luy mesme qui par Mr. de Beauval m'a prié que je luy fissé un memoire des fautes qu'on luy avoit dit que j'avois trouvé dans son ouvrage⁵⁾; dans l'intention, comme il semble de les redresser dans quelque nouvelle edition ou autrement, et d'échaper peut estre par la a vostre censure. En quoy m'estant trouvé obligé de le satisfaire c'est a vous Mr. à juger, s'il ne vous oste pas, par cette diligence tout sujet de rien dire a son desavantage, dans l'endroit ou vous parleriez de mon Pere et qu'ainsi cet article ne pourroit pas avoir ce pretexte⁶⁾. S'il vous plaist de me mander vostre sentiment sur ces raisons de douter, j'y souscriray volontiers et feray tout ce que vous souhaiterez estant entierement

MONSIEUR

Vostre

N^o 2791.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[1693].

*Appendice au No. 2790.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens¹⁾.**Elle a été imprimée par V. Cousin²⁾.*

De la vie de M. DES CARTES par BAILLET.

2 vol.³⁾

Page 485. C'est Wilkins qui a donné des essais d'une langue universelle⁴⁾ et non pas Wren. C'est un livre in-fol°.

⁵⁾ Voir, sur Baillet et son ouvrage : „La vie de Monsieur Descartes”, la Lettre N^o. 2696, note 1.

⁶⁾ Nous faisons suivre, dans l'Appendice à cette lettre, les notes concernant l'ouvrage de Baillet, que Chr. Huygens inscrivit sur les pages blanches d'un „Comptoir Almanach op 't Jaar ons Heeren Jesu Christi M.DC.LXXXVI.”

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2790, note 5.

²⁾ Page 155, Tome II, de l'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 2675, note 1. La remarque de cette note sur la différence d'orthographe entre le texte, publié par Cousin, et l'original, s'applique encore à la pièce qui suit.

³⁾ Cette suscription doit indiquer que les citations qui suivent s'appliquent au Vol. II.

⁴⁾ Dans l'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 1721, note 9.

P. 526. L'auteur du livre de l'usage des orgues⁵⁾ estoit M. de Zuylichem mon père.

P. 537. Il semble croire que l'opinion de des Cartes touchant l'ame des bestes est quelque chose de beau, qui me paroît à moy un paradoxe ridicule.

380. Il prend mon Pere pour moy. Je ne sçavois pas encore si bien escrire en François, et j'ay escrit très peu de lettres au P. Mersenne⁶⁾. J'estudiois à Breda du temps que cette lettre est datée, sçavoir en avr. 1648. J'avois 19 ans.

P. 374. Ce n'estoit pas Schotenius l'ancien, mais son fils Fr. Schotenius, qui a traduit et commenté la geometrie de Mr. des Cartes⁷⁾. Les vers sur le portrait⁸⁾ de des Cartes estoient de mon frère aîné, aujourd'huy secretaire du roy de la Grande Bretagne. Le portrait estoit bien mal fait.

P. 297. Je ne sçay qui a pu si mal informer l'auteur que de dire que Mr. Pollot⁹⁾ auroit esté professeur à Breda. Rien n'est plus faux. M. Pollot n'y a jamais songé. Il estoit gentilhomme de M. le prince d'Orange Fr. Henry. Je doute s'il scavoit le Latin. Il allègue le tome 2 des lettres de des Cartes, p. 308. Il faut le voir¹⁰⁾.

P. eadem. Un autre aussi grand abus, en ce qu'il dit que j'ay esté un des trois curateurs de l'Académie de Breda, fondée en 1646. C'estoit mon Père. Je n'avois alors que 17 ans. Il prend la lettre de mon Pere, écrite du camp au pays de Waes, pour la mienne¹¹⁾. Je ne fus jamais au camp.

P. 298. Il veut derechef que Mr. Pollot ait esté professeur à Breda, et qu'il ait rendu cette université Cartesienne: ce qui est faux. Il allegue le tome 3 des lettres de des Cartes, p. 622, M. des Cartes y dit qu'on luy mande que M. Pollot est appelé à la profession, mais je crois qu'il y a un nom pour un autre¹²⁾.

⁵⁾ Gebruyck of ongebruyck van 't Orghel in de Kercken der Vereenigde Nederlanden. Beschreeven door Constantyn Huygens. Leyden, 1641. in-8°.

⁶⁾ Voir les Lettres Nos. 14 et 20 du Tome I, et 23^b, 47^b et 57^b de l'Appendice au Tome II.

⁷⁾ Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 150, note 1.

⁸⁾ Le portrait qui se trouve en tête de l'ouvrage de la note précédente.

⁹⁾ Alphonse de Pollot, capitaine d'infanterie au service des Etats généraux, premier gentilhomme de la chambre du Prince, puis Maréchal de la Cour de la Princesse douairière. Il mourut à Genève, le 8 octobre 1668 en sa 65^e année.

¹⁰⁾ On n'y trouve rien qui puisse expliquer cette méprise.

¹¹⁾ Baillet dit, à la page citée, en parlant de l'Ecole illustre de Breda: „Le grand Veneur de Hollande. M. Rivet Aumônier & Théologien du Prince, & M. Huyghens second fils de M. de Zuytlichem avoient été établis Curateurs de cette nouvelle Université, dont l'ouverture se fit avec solennité le XVI du mois du septembre. C'est ce que nous apprenons d'une lettre que M. Huyghens écrivit au P. Mersenne le XII du même mois du Camp de S. Gilles au pays de Waes etc.”. La lettre dont parle Baillet est évidemment celle que nous avons publiée sous le N°. 114, au Supplément du Tome II, p. 547 et suiv.

¹²⁾ Il s'agit de la lettre de Descartes à le Leu de Wilhem du 15 juin 1646, pp. 435—438 du

Ibidem. Je ne sçache point aussi qu'il y ait eu un Professeur du nom de Jonsson ¹³⁾, du moins en 1647 quand je vins à Breda, il n'y estoit point ni du depuis.

Ibidem. Il me fait derechef curateur de l'université de Breda. J'avois 17 ans seulement. Il est vray que j'avois estudié la Geometrie, et l'analyse de Mr. des Cartes sous Schooten pendant un an à Leijden. Mais je n'avois point eu M. Pel pour maitre, sinon que j'entendis 2 ou 3 de ses leçons publiques à Breda. Il allegue *Lipstorpil specim.* ¹⁴⁾ p. 13, 14, 15 Lipst. ne dit pas la ce que j'aye appris de Pel.

P. 299. Ce n'est pas moy, mais ce doit avoir esté mon pere, qui a rendu tefmoignage de mon frere ainé et de moy et non pas de mon cadet. Ce frere ainé estoit aupres de mon Pere à l'armée ¹⁵⁾. Il avoit appris conjointement avec moy à Leyden de Fr. Schooten; mais ses emplois ou il entra jeune ne luy permirent pas de continuer l'estude des mathematiques. Et mon cadet n'y sçut jamais rien n'ayant point d'inclination pour cela de sorte que c'est un abus de dire que nous sommes tous devenus grands mathematiciens et c'est faire trop d'honneur à moy aussi bien qu'à mes freres. Tous les eloges qui suivent ici de M. des Cartes sont sans doute de mon pere et non pas de moy.

P. 292. Je doute fort si la lettre qu'il m'attribue, adressée au P. Mersenne, n'est pas de mon Pere. Je ne crois pas qu'en 1646 j'eusse encore lu le Livre de Regius ¹⁶⁾, ni ne me souviens pas de l'avoir trouvé fort à mon gré. Il allegue pourtant une lettre de Chr. Huyghens au P. Mersenne, de 1646, 21 aoust ¹⁷⁾.

P. 157. Ce sera encore une lettre de mon Pere au P. Mersenne, en avr. 1642 je n'avois que 13 ans et je n'avois nul commerce encore avec le P. Mersenne.

P. 46. Mon pere ne fit jamais travailler aux verres de Mr. des Cartes, mais un habille tourneur qu'il connoissoit l'entreprit à Amsterdam, qui y perdit ses peines et bien de l'argent ¹⁸⁾.

Tome IV de l'édition récente de C. Adam et P. Tannery. Dans cette lettre Descartes écrivit „Pell” et non pas „Pollot”. Les éditeurs remarquent, que l'erreur est due à Clersellier qui, à l'initiale P de la minute, substitua „Pollot”.

¹³⁾ Cousin imprime Joorson, mais le manuscrit a : Jonsson. Il s'agit de Samuel Jonsson, ministre de la reine de Bohême, au sujet duquel Descartes, dans sa lettre à Mersenne du 7 septembre 1646, écrivit qu'il était alors „Professeur en l'Eschole Illustre”. Voir la nouvelle édition des Œuvres de Descartes, au Tome IV, p. 497.

¹⁴⁾ Voir, sur D. Lipstorp, la Lettre N°. 92, note 2, et sur ses *Specimina Philosophiae Cartesianae*, la Lettre N°. 154, note 1. A l'endroit cité Lipstorp loue le premier ouvrage de Huygens (voir la Lettre N°. 95, note 1).

¹⁵⁾ Baillet cite ici en marge la lettre du 12 septembre 1646, mentionnée dans la note 11, estimant mal à propos que c'est une lettre de Christiaan et non pas du père Constantyn.

¹⁶⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 13, note 5. Sur Regius (Henri de Roy), voir la Lettre N°. 12, note 2.

¹⁷⁾ Elle n'a probablement pas existé. Nous ne la connaissons pas.

¹⁸⁾ On peut consulter à ce sujet, dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes, les Lettres LXII—LXV, LXVIII, LXXXIV, LXXXIX, CII et CVI appartenant à la correspondance de Constantyn Huygens avec Descartes, et la lettre CXLIV de Descartes à Ferrier.

P. 266. Ce ne sont pas les poésies Latines de mon pere qui avoient paru auparavant l'année 1645, mais les Flamandes. Leur titre estoit Otia ¹⁹), ou heures de loisir. Elles avoient paru des l'an 1621, et luy avoient fait plus d'honneur que les Latines ²⁰).


1 volume.

P. 267. Je ne sçay pourquoy il y a partout dans les lettres de des Cartes Zuylichem. Mon Pere escrivoit Zuylichem. Il fait icy beaucoup d'honneur à mon pere.

P. 268. J'ay le Traité de mécanique dont il parle, de la main de Mr. des Cartes ²¹).

P. 317. Il parle du mesme Traité. Il ne comprend qu'une telle quelle demonstration des cinq puissances mechaniques.

P. 318. Il fait bien de l'honneur icy à ma Mere et à nous tous. Il est vray qu'elle avoit beaucoup d'inclination aux sciences, mais elle ne sçavoit pas le Latin, et ces vers à Barleus dont il parle estoient de mon Pere qui les donna comme d'elle en plaifantant.

On connaitra les lettres de mon Pere a son sceau, si on a les originaux. il estoit a peu pres tel 

P. 207. touchant les vibrations ou centres d'agitation. Roberval y trouva tres peu, sçavoir le centre de vibration du secteur de cercle ²²). Mr. des Cartes rien ²³). J'ay achevé tout ce qui regarde cette matiere, et j'ay donné des demonstrations. dans mon traité de l'Horloge ²⁴).

P. 134. Il meprise avec raison l'explication des parelies de M. Gassendi qui est mal entendue, mais celle que luy mesme donne dans ses Meteores est ridicule et tres aisée à refuter.

Mr. des Cartes n'a pas connu quel seroit l'effet de ses Lunettes hyperboliques, et en a presumé incomparablement plus qu'il ne devoit. n'entendant pas assez

¹⁹) L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 421, note 4. Cette édition de 1625, comprenant des poésies latines, françaises, italiennes et hollandaises est, en effet, la plus ancienne des Otia.

Les poésies hollandaises parues avant 1625 portaient d'autres titres.

²⁰) Elles furent publiées par Caspar van Baerle dans l'ouvrage cité dans la Lettre 3^d (Supplément du Tome I, p. 555), note 1.

²¹) Dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes cette pièce occupe les pages 435—447 du Tome I.

²²) Voir les notes 4 et 5 de la Lettre N°. 1317. La pièce envoyée par Roberval à Cavendish et qui contient ses recherches sur le centre de „percussion” ou d’„agitation”, a été reproduite dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes, Tome IV, pp. 420—428.

²³) Voir la remarque de la page 428 de la pièce citée dans la note précédente.

²⁴) L'ouvrage mentionné dans la Lettre N°. 1925, note 1.

cette Theorie de la dioptrique, ce qui paroît par sa demonstration très mal bastie des Telescopes ²⁵).

Il ne sçavoit pas le defect des refractions remarqué par Newton. Nous ferions heureux s'il n'y avoit que le defect de la figure spherique.

Ne seroit-ce pas plus d'honneur à Mr. des Cartes si on avoit omis un grand nombre de petites particularitez sur sa vie? Ou faut il croire que c'est un avantage et une chose à souhaiter, d'estre ainsi connu a la posterité par des particularitez et des circonstances, qui n'ont rien de grand ni de fort extraordinaire? Il me semble que si on nous avoit laissé de tels memoires de la vie d'Epicure ou de Platon, elles n'ajouteroient rien à l'estime que je fais de ces grands hommes. Outre que ces petites choses ne meritent pas d'occuper un lecteur.

Cet endroit où il raconte comment il avoit le cerveau trop echauffé et capable de visions, et son vœu à N. dame de Lorette marque une grande foiblesse, et je crois qu'elle paroît telle mesme aux catholiques qui se font defait de la bigoterie.

Mr. des Cartes avoit trouvé la maniere de faire prendre ses conjectures et fictions pour des veritez. Et il arrivoit a ceux qui lisoient ses Principes de Philosophie quelque chose de semblable qu'à ceux qui lisent des Romans qui plaisent et font la mesme impression que des histoires veritables. La nouveauté des figures de ses petites particules et des tourbillons y font un grand agrement. Il me sembloit lorsque je lus ce livre des Principes la premiere fois que tout alloit le mieux du monde, et je croiois, quand j'y trouvois quelque difficulté, que c'étoit ma faute de ne pas bien comprendre sa pensée. Je n'avois que 15 à 16 ans. Mais y ayant du depuis decouvert de temps en temps des choses visiblement fausses, et d'autres très peu vraisemblables je suis fort revenu de la preoccupation ou j'avois esté, et à l'heure qu'il est je ne trouve presque rien que je puisse approuver comme vray dans toute la physique ni metaphysique, ni meteores.

Ce qui a fort plu dans le commencement quand cette philosophie à commencé de paroître, c'est qu'on entendoit ce que disoit M. des Cartes, au lieu que les autres philosophes nous donnoient des paroles qui ne faisoient rien comprendre, comme ces qualitez, formes substantielles, especes intentionnelles, etc. Il a rejeté plus universellement que personne auparavant cet impertinent fatras. Mais ce qui a surtout recommandé sa philosophie, c'est qu'il n'est pas demeuré à donner du degout pour l'ancienne, mais qu'il a osé substituer des causes qu'on peut comprendre de tout ce qu'il y a dans la nature. Car Democrite, Epicure et plusieurs autres des philosophes anciens, quoiqu'ils fussent persuadez que tout se doit expliquer par la figure et le mouvement des corps et par le vuide, ils n'expliquoient aucun phenomene en sorte qu'on en restoit satisfait. Comme il paroît par les chimeres touchant la vision, où ils vouloient qu'il se detache continuellement des pellicules

²⁵) Au Discours Septième de la Dioptrique.

tres deliees des corps lesquelles vont frapper nos yeux. Ils retenoient la pesanteur pour une qualité interne des corps. Ils soutenoient que le soleil n'avoit effectivement qu'un pied ou deux de diametre, et qu'il se refesoit la nuit pour renaitre le lendemain. Enfin ils ne penetraient rien de ce qu'on souhaitoit de sçavoir.

Les modernes comme Telesius²⁶), Campanella²⁷), Gilbert²⁸), retenoient de mesme que les Aristoteliciens plusieurs qualitez occultes, et n'avoient pas assez d'invention ni de mathematiques pour faire un systeme entier; Gassendi non plus, quoy qu'il ait reconnu et decouvert les inepties des Aristoteliciens. Verulamius a vu de mesme l'insuffisance de cette philosophie Peripateticienne, et de plus a enseigné de tres bonnes methodes pour en bastir une meilleure à faire des experiences et a s'en bien servir. Il en a donné un exemple avec succes qui regarde la chaleur dans les corps, qu'il conclud n'estre qu'un mouvement des particules qui les composent. Mais au reste il n'entendoit point les Mathematiques et manquoit de penetration pour les choses de physique, n'ayant pas pu concevoir seulement la possibilité du mouvement de la Terre, dont il se moque comme d'une chose absurde. Galilee avoit du costé de l'esprit, et de la connoissance des Mathematiques tout ce qu'il faut pour faire des progres dans la Physique, et il faut avouer qu'il a esté le premier à faire de belles decouvertes touchant la nature du mouvement, quoy qu'il en ait laissé de tres considerables à faire. Il n'a pas eu tant de hardiesse ni de presomption que de vouloir entreprendre d'expliquer toutes les causes naturelles, ni la vanité de vouloir estre chef de secte. Il estoit modeste et aimoit trop la verité; il croioit d'ailleurs avoir acquis assez de reputation et qui devoit durer à jamais par ses nouvelles decouvertes.

Mais M. des Cartes qui me paroît avoir esté fort jaloux de la renommee de Galilee avoit cette grande envie de passer pour autheur d'une nouvelle philosophie. Ce qui paroît par ses efforts et ses esperances de la faire enseigner aux academies à la place de celle d'Aristote; de ce qu'il souhaitoit que la societé des Jesuites l'embrassât: et en fin parce qu'il soutenoit a tort et a travers les choses qu'il avoit une fois avancees, quoyque souvent tres fausses. Il respondoit à toutes les objections, quoyque je voye rarement qu'il ait satisfait à ceux qui les faisoient, si non comme les soutenant font aux disputes publiques dans les Academies, où on leur laisse toujours le dernier mot. Cela auroit esté autrement, s'il eust pu expliquer

²⁶) Bernardino Telesio, né en 1509 à Cosenza, mort en 1588 à Naples. On a de lui plusieurs écrits: *De rerum natura juxta propria principia*, 1565; *De his quae in aëre fiunt et de terrae motibus*; *De colorum generatione*, 1570; dont quelques-uns ont été rassemblés en 1590 dans une nouvelle édition, publiée à Venise, sous le titre: *Varii de naturalibus rebus libelli*.

²⁷) Tommaso Campanella, dominicain, né à Stilo, le 5 septembre 1568, mort à Paris, le 21 mai 1639. Il écrivit plusieurs ouvrages de philosophie, entre autres: *Philosophia Sensibus demonstrata*, 1591; *Prodromus philosophiae instaurandae*, 1617; *De sensu rerum et magia*, 1620.

²⁸) Sur William Gilbert, voir, au Tome IV, p. 514, la note 4 de la Lettre N°. 455^a.

ogmes; et il l'auroit pu, si la verité s'y fust rencontrée. conjectures pour des veritez, ce qui paroist dans les ploie à l'explication de l'aimant ²⁹⁾ au cercle de glace ploie aux parelies de Rome ³⁰⁾, et a cent autres choses, quantité d'absurditez que ces hypotheses trainoient avec les choses sans demonstration, comme ces loix du mouvementrencontrent ³¹⁾; qu'il croioit faire accepter pour vraies de toute sa physique fust fausse si ces loix l'estoient. C'est aloit les prouver en faisant ferment. Cependant il n'y a veritable ³²⁾, et il me sera fort aisé de le prouver.

er son systéme de physique comme un essay de ce qu'on able dans cette science en n'admettant que les principes les bons esprits a chercher de leur costé. Cela eust esté blant faire croire qu'il a trouvé la verité, comme il le fait se glorifiant en la suite et en la belle liaison de ses expo- qui est de grand prejudice au progrès de la philosophie. qui sont devenus ses sectateurs, s'imaginent de posséder es de tout, autant qu'il est possible de les sçavoir; ainsi ils is a soutenir la doctrine de leur maitre, et ne s'étudient is veritables de ce grand nombre de phenomenes naturels, è que des chimeres.

u'il ait trouvé en matiere de physique et dans la quelle seule peut-estre il a bien rencontré, c'est la raison du double arc en ciel ³³⁾, c'est a dire pour ce qui est de la determination de leurs angles ou diametres apparens, car pour la cause des couleurs il n'y a rien de moins probable a mon avis. Les ecrits des autres philosophes jusqu'a luy, estoient pitoiables sur ce sujet, pour n'avoir pas sçu assez de geometrie, n'avoir connu les veritables loix de la refraction, ni s'etre esclaircis par des experiences. Il est vray que ces loix de la refraction ne sont pas de l'invention de Mr. des Cartes selon toutes les apparences, car il est certain qu'il a vu le livre manuscrit de Snellius ³⁴⁾, que j'ay vu aussi; qui estoit escrit exprès touchant la nature de la refraction et qui finissoit par cette regle dont il remer-

²⁹⁾ Voir la note 10 de la Lettre N°. 2454.

³⁰⁾ Consultez le „Discours Dixième” des „Météores”.

³¹⁾ Voir les §§ 46—52 de la seconde partie des „Principes”.

³²⁾ Celle d'après laquelle „deux corps... exactement égaux... retourneroient chacun vers le côté d'où il seroit venu, sans perdre rien de leur vitesse”.

³³⁾ Voir le „Discours Huitième” des „Météores”.

³⁴⁾ On peut consulter à ce sujet un article de M. D. J. Korteweg, paru dans la „Revue de Méta-physique et de Morale”, 4^{me} année, juillet 1896, pp. 489—501, et dans le „Nieuw Archief voor Wiskunde”, 2^e série, T. III, pp. 57—71, sous le titre: „Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux”

tres deliees des corps lesquelles vont frapper nos yeux. pour une qualité interne des corps. Ils soutenoient qu'un pied ou deux de diametre, et qu'il se refe- l'endemain. Enfin ils ne penetraient rien de ce qu'on se

Les modernes comme Telesius ²⁶⁾, Campanella ²⁷⁾, mesme que les Aristoteliciens plusieurs qualitez occultes d'invention ni de mathematiques pour faire un systeme quoy qu'il ait reconnu et decouvert les inepties des Aristoteles de mesme l'insuffisance de cette philosophie Peripateticienne de tres bonnes methodes pour en bastir une meilleure à s'en bien servir. Il en a donné un exemple avec succés dans les corps, qu'il conclud n'estre qu'un mouvement qui composent. Mais au reste il n'entendoit point les Methodes de penetration pour les choses de physique, n'ayant pas la possibilité du mouvement de la Terre, dont il se moquoit surde. Galilee avoit du costé de l'esprit, et de la connoissance tout ce qu'il faut pour faire des progres dans la Physique. Il est le premier à faire de belles decouvertes touchant la Physique quoy qu'il en ait laissé de tres considerables à faire. Il n'a ni de presumption que de vouloir entreprendre d'expliquer les choses naturelles, ni la vanité de vouloir estre chef de secte. Il a trop la verité; il croioit d'ailleurs avoir acquis assez de sagesse pour durer à jamais par ses nouvelles decouvertes.

Mais M. des Cartes qui me paroît avoir esté fort jaloux de la renommee de Galilee avoit cette grande envie de passer pour autheur d'une nouvelle philosophie. Ce qui paroît par ses efforts et ses esperances de la faire enseigner aux academies à la place de celle d'Aristote; de ce qu'il souhaitoit que la societé des Jesuites l'embrassât: et en fin parce qu'il soutenoit a tort et a travers les choses qu'il avoit une fois avancees, quoyque souvent tres fausses. Il respondoit à toutes les objections, quoyque je voye rarement qu'il ait satisfait à ceux qui les faisoient, si non comme les souteneurs font aux disputes publiques dans les Academies, où on leur laisse toujours le dernier mot. Cela auroit esté autrement, s'il eust pu expliquer

²⁶⁾ Bernardino Telesio, né en 1509 à Cosenza, mort en 1588 à Naples. On a de lui plusieurs écrits: *De rerum natura juxta propria principia*, 1565; *De his quae in aëre fiunt et de terrae motibus*; *De colorum generatione*, 1570; dont quelques-uns ont été rassemblés en 1590 dans une nouvelle édition, publiée à Venise, sous le titre: *Varii de naturalibus rebus libelli*.

²⁷⁾ Tommaso Campanella, dominicain, né à Stilo, le 5 septembre 1568, mort à Paris, le 21 mai 1639. Il écrivit plusieurs ouvrages de philosophie, entre autres: *Philosophia Sensibus demonstrata*, 1591; *Prodromus philosophiae instaurandae*, 1617; *De sensu rerum et magia*, 1620.

²⁸⁾ Sur William Gilbert, voir, au Tome IV, p. 514, la note 4 de la Lettre N°. 455^e.

clairement la vérité de ses dogmes; et il l'auroit pu, si la vérité s'y fust rencontrée. J'ay dit qu'il donnoit ses conjectures pour des veritez, ce qui paroît dans les particules canelées qu'il emploie à l'explication de l'aimant²⁹⁾ au cercle de glace suspendu en l'air qu'il emploie aux parelies de Rome³⁰⁾, et a cent autres choses, sans qu'il se soit arrêté a quantité d'absurditez que ces hypotheses trainoient avec elles. Il affuroit de certaines choses sans demonstration, comme ces loix du mouvement dans les corps qui se rencontrent³¹⁾; qu'il croioit faire accepter pour vraies en permettant de croire que toute sa physique fust fausse si ces lois l'estoient. C'est a peu pres comme s'il vouloit les prouver en faisant ferment. Cependant il n'y a qu'une seule de ces loix de veritable³²⁾, et il me fera fort aisé de le prouver.

Il devoit nous proposer son systeme de physique comme un essay de ce qu'on pouvoit dire de vraisemblable dans cette science en n'admettant que les principes de mechanique et inviter les bons esprits a chercher de leur costé. Cela eust esté fort louable. Mais en voulant faire croire qu'il a trouvé la vérité, comme il le fait par tout, en se fondant et se glorifiant en la suite et en la belle liaison de ses expositions, il a fait une chose qui est de grand prejudice au progrès de la philosophie. car ceux qui le croient et qui sont devenus ses sectateurs, s'imaginent de posséder la connoissance des causes de tout, autant qu'il est possible de les sçavoir; ainsi ils perdent souvent le temps a soutenir la doctrine de leur maitre, et ne s'étudient point a penetrer les raisons veritables de ce grand nombre de phenomenes naturels, dont des Cartes n'a debité que des chimeres.

La plus belle chose qu'il ait trouvé en matiere de physique et dans la quelle seule peut-estre il a bien rencontré, c'est la raison du double arc en ciel³³⁾, c'est a dire pour ce qui est de la determination de leurs angles ou diametres apparents, car pour la cause des couleurs il n'y a rien de moins probable a mon avis. Les ecrits des autres philosophes jusqu'a luy, estoient pitoiables sur ce sujet, pour n'avoir pas sçu assez de geometrie, n'avoir connu les veritables loix de la refraction, ni s'être esclaircis par des experiences. Il est vray que ces loix de la refraction ne sont pas de l'invention de Mr. des Cartes selon toutes les apparences, car il est certain qu'il a vu le livre manuscrit de Snellius³⁴⁾, que j'ay vu aussi; qui estoit écrit exprès touchant la nature de la refraction et qui finissoit par cette regle dont il remer-

²⁹⁾ Voir la note 10 de la Lettre N°. 2454.

³⁰⁾ Consultez le „Discours Dixième” des „Météores”.

³¹⁾ Voir les §§ 46—52 de la seconde partie des „Principes”.

³²⁾ Celle d'après laquelle „deux corps... exactement égaux... retourneroient chacun vers le côté d'où il seroit venu, sans perdre rien de leur vitesse”.

³³⁾ Voir le „Discours Huitième” des „Météores”.

³⁴⁾ On peut consulter à ce sujet un article de M. D. J. Korteweg, paru dans la „Revue de Méta-physique et de Morale”, 4^{me} année, juillet 1896, pp. 489—501, et dans le „Nieuw Archief voor Wiskunde”, 2^e série, T. III, pp. 57—71, sous le titre: „Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux”

cioit Dieu, quoyqu'au lieu de considerer les sinus, il prenoit ce qui revient a la mesme chose, les costez d'un triangle, et qu'il se trompoit, en voulant que le rayon qui tombe perpendiculairement sur la surface de l'eau se raccourcit, et que cela fait paroistre le fond d'un vaisseau elevé plus qu'il n'est.

Nonobstant ce peu de verité que je trouve dans le livre des Principes de Mr. des Cartes, je ne disconviens pas qu'il ait fait paroître bien de l'esprit à fabriquer, comme il a fait, tout ce systéme nouveau, et a luy donner ce tour de vraisemblance qu'une infinité de gens s'en contentent et s'y plaisent. On peut encore dire qu'en donnant ces dogmes avec beaucoup d'assurance, et estant devenu auteur tres celebre, il a excité d'autant plus ceux qui escrivoient apres luy a le reprendre et tacher de trouver quelque chose de meilleur. Ce n'est pas aussi sans l'avoir bien meritè, qu'il s'est acquis beaucoup d'estime; car a considerer seulement ce qu'il a escrit et trouvé en matiere de Geometrie et d'algebre, il doit estre reputé un grand esprit.

N^o 2792.

CHRISTIAAN HUYGENS à LODEWIJK HUYGENS.

26 FÉVRIER 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

26 feb. 93.

Je vous envoie Mon frere cet argent pour vostre contingent de la premiere de 3 annees de ferme du Ruyterfweerd a Zuylichem, dont nous avons trouvé bon de traiter en particulier sans intervention du Receveur¹⁾ pour d'autant mieux le faire songer a son devoir. il y a 66 fr.²⁾. Nous avons cru vous voir habitant de la Haye au mois de Maj et en aurions esté fort aises. Mais j'apprends que vous avez quitè ce dessein, apparemment par des raisons que vous aurez cru devoir prevaloir.

Je vous prie d'envoyer a Mr. Bayle la lettre que j'enferme icy³⁾.

¹⁾ D'après une note du livre H des Adversaria, il s'appelait Willem Matthijssse van Maere.

²⁾ A ce sujet on trouve noté dans les Adversaria: 1692. 31 Dec. Aen Gijfbert Jans Zuijl en Jacob Swart tot Zuylichem geaccordeert over de pacht van de Ruyterfwaerdt voor 265 's jaers eens gelt, voor den tydt van 3 jaeren, te betaalen yder jaer op St. Pietersdagh 18 Jan. te beginnen St. Pieter 1693. Dit eerste jaer is betaelt.

³⁾ La Lettre N^o. 2790:

mené la droite BD, il faut prendre sur elle DY, égale à DA, & du point Y mener une parallèle à l'Asymptote, jusques à la courbe en X. alors cette YX sera égale à la courbe AK⁹⁾. Et la nature de cette ligne est telle, que quand on prend des proportionnelles autant qu'on veut dans la droite AD depuis D, comme DS, DI, DP, & qu'on mene les appliquées SR, IO, PK; les parties interceptées de la courbe, comme RO, OK, sont toutes égales.

Elle sert encore à la quadrature de l'Hyperbole. Car la même droite YX fait avec AD un rectangle égal à un espace hyperbolique ADEV, terminé par AD, VE, perpendiculaires sur FDE, une des Asymptotes, lesquelles perpendiculaires sont dans la raison de AD à DP; l'Hyperbole AV étant Equilatere, & son quarré à l'angle des Asymptotes étant ADFH. D'où l'on voit reciproquement comment on peut trouver les points de cette courbe, en supposant la quadrature de l'Hyperbole.

Elle a encore d'autres proprieté remarquables, comme sont que l'espace infini entre la courbe, l'Asymptote, & la droite AD, est égal au quart du cercle dont AD est demidiametre¹⁰⁾. Que le solide infini, que produit cet espace en tournant sur l'Asymptote, est égal au quart de la sphere du même demidiametre¹¹⁾. Que la surface de ce solide infini, sans la base, est égale au cercle dont le demidiametre est la diagonale du quarré sur AD¹²⁾.

Mais ce n'est pas pour tout ce que je viens de rapporter touchant cette ligne que je la propose icy; mais pour une autre raison; qui est qu'on peut trouver moyen de la decrire par une machine assez simple, & par là reduire l'Hyperbole au quarré, ce qui m'a semblé digne de la consideration des Geometres.

La construction de la machine est fondée sur la proprieté susdite de la Tangente, & sur un principe ou loy du mouvement, qui est, que si sur un plan horizontal on tire un point, qui par son poids ou autrement fasse quelque resistance, étant joint au bout d'un fil, ou d'une verge inflexible, dont on fasse simplement avancer l'autre extremité, ce point decrit une courbe dont le fil ou verge sera toujours la Tangente.

Dans l'instrument ou machine que je viens de dire¹³⁾, il faut mener le bout D

⁹⁾ Malheureusement les manuscrits de Huygens ne contiennent que très peu de renseignements sur la manière par laquelle cette construction, dont il est d'ailleurs facile de constater l'exactitude par les procédés modernes, a été obtenue. Seulement le § II de l'Appendice N°. 2694 nous apprend comment Huygens avait pu conclure à la possibilité d'une telle construction, la tractrice étant considérée comme tracée.

¹⁰⁾ Voir le § IV de la pièce N°. 2694. Ce theoreme est le seul, parmi tous ceux que se rapportent ici à la tractrice, dont les manuscrits nous fassent connaître la déduction.

¹¹⁾ Voir le § V de la pièce N°. 2794.

¹²⁾ Voir le § VI de la pièce N°. 2794.

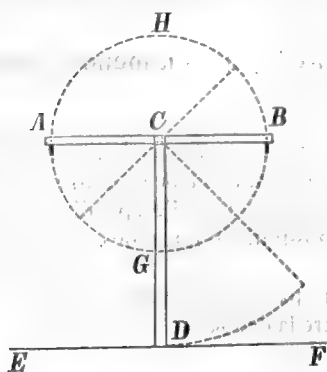
¹³⁾ Dès la page 117, datée du 29 octobre 1692, d'où nous avons emprunté le § I de la pièce N°. 2694 et qui contient aussi les premières recherches géométriques sur la tractrice, jusqu'à

du fil ou de la verge DA dans la ligne droite DN, & trouver moyen que la pointe A, qui est à l'autre bout, se tienne droite, & qu'elle presse contre le plan horizon-

la page 137, le livre H est rempli de divers projets d'instruments propres à décrire la tractrice. C'est d'abord sur le poids de la pièce qui porte le stylet traçant que Huygens compte pour obtenir la pression nécessaire contre la plaque sur laquelle la courbe sera tracée, et dont la situation horizontale est obtenue à l'aide d'un niveau. De cette manière il a réussi, comme il le dit sous la date du 10 novembre 1692, à décrire exactement sa Tractoria ou quadratrice de l'Hyperbole à l'aide d'un instrument qui consiste simplement en une règle reposant sur deux pointes dont l'une constitue le stylet traçant, tandis que l'autre peut tourner librement dans une cavité d'un curseur glissant le long du bord de la plaque. La règle y est lestée par un poids attaché à une lame recourbée, soudée à la règle et contournant le bord opposé de la table, de sorte que le poids se trouve sous la table, juste au-dessous du stylet traçant.

Toutefois Huygens, considérant qu'un manque d'horizontalité de la plaque aurait trop d'influence sur le tracé de la courbe, ne s'est pas arrêté définitivement à ce projet. Pour obvier à ce défaut, il cherche à obtenir une pression supplémentaire sur la pointe traçante, indépendante de la gravité. A cet effet, il imagine même un appareil dans lequel il emploie la pression de l'atmosphère. C'est une fiole renversée, telle qu'il l'employait sur le plateau de sa machine pneumatique, et dont l'embouchure armée d'un anneau métallique reposait sur une rondelle de cuir ou de papier mouillé, donnant au centre libre passage au style traçant solidement attaché à l'anneau métallique, dont il occupait le centre. A cet anneau était fixée la tige qui devait entraîner l'appareil. Un vide partiel était produit dans la fiole en chauffant préalablement l'air intérieur au moyen d'une flamme.

Cette disposition ne pouvait réussir, parce que la friction, résultant de la pression sur la rondelle, s'opposerait aussi bien au mouvement *tournant* de la fiole, qui est une conséquence de l'attachement rigide de la tige à l'anneau métallique, qu'au mouvement en avant dans la direction de la tige; et le passage suivant, que nous empruntons à la page 135 du manuscrit cité, montre comment Huygens s'était rendu compte que cette circonstance fausserait nécessairement le résultat obtenu: „Quidsi baculo AB (voir la figure de cette note) angulis rectis affixus sit CD; sint autem cuspides planum radentes in A et B, ac



trahatur extremum D secundum regulam EF. Sic punctum C non describet tractoriam nostram ut experientia docet, ac tanto minus quanto brevior CD ad AB comparata. Hinc satis apparet, nec tunc tractoriam a puncto C descriptum iri, si AHBG sit orbis cuius C centrum. Ergo nec cucurbita nec orbis planus, aut cimbula... ad hanc descriptionem conducent".

Huygens, pour remédier à cet inconvénient, imagine d'abord de remplacer la fiole par un cylindre creux de peu de hauteur, dont le couvercle est muni en dehors d'une pointe qui passe par un petit trou dans le bras CD; mais bientôt il a recours à un autre projet qu'il désigne comme „optimus modus describendae quadraticis nostrae" et qui consiste en une

poulie reposant horizontalement sur son axe dont l'extrémité inférieure forme le stylet. Les deux bouts d'une corde appliquée dans la gorge de la poulie sont fixés à un point du curseur. La

tal, plutôt par ressort que par poids; parce qu'ainsi la courbe AK se décrit sans faute qui soit sensible, quoy que le plan ne soit pas exactement de niveau. Et l'on peut savoir si elle a sa véritable figure, en repoussant le bout N de la verge par la même droite ND, parce qu'il faut que la pointe repasse de K en A sur la même trace qu'elle vient de marquer ¹⁴⁾).

Si cette description, qui par les loix de la Mécanique doit être exacte, pouvoit passer pour Géométrique, de même que celles des sections de Cone qui se font par les instrumens l'on auroit par elle, avec la quadrature de l'Hyperbole, la construction parfaite des Problèmes qui se réduisent à cette quadrature ¹⁵⁾; comme

un certain J. M. G. de la Roche, etc.

poulie, revêtue des deux côtés d'une ou deux rondelles de laine, est fortement pressée par une planche parallèle à la plaque horizontale, sur laquelle elle repose, et retenue à distance fixe d'elle par quatre petits pieds. Mais avec cet arrangement Huygens prévoyait encore des difficultés pour obtenir un tracé exact, surtout près du sommet de la courbe, par suite de l'impossibilité d'éviter quelque allongement de la corde à l'origine du mouvement. C'est ce qui l'amène à remplacer la corde par une tige reliant l'axe de la poulie au curseur et pouvant tourner librement par un angle droit dans une cavité de la poulie.

Ajoutons qu'incidentellement Huygens s'occupe encore d'autres dispositions; c'est une fois une charrette à deux roues, ayant un long timon dont l'extrémité est poussée le long d'une droite horizontale. A l'autre bout, au milieu entre les deux roues, le timon porte un cylindre vertical dans lequel peut glisser le stylet, qui doit tracer sur le plan horizontal la courbe en question.

Une autre fois c'est une petite nacelle en forme de portion de sphère assez plate, qu'on fait nager sur l'eau ou sur du sirop, et chargée d'un bâton qu'on pose dessus en équilibre et dont on traîne l'un des bouts en ligne droite, ou tirée par une pointe fixée au centre de la nacelle. Il est vrai qu'il serait difficile d'obtenir de cette manière un tracé de la tractrice, mais, comme Huygens le remarque, „l'aissieu de la nacelle, prolongé en haut et rencontrant un fil tendu sur le baquet... résoudra le problème de la quadrature hyperbolique”.

¹⁴⁾ Dans le manuscrit cité, Huygens insiste beaucoup sur ce point. On y lit entre autres à la page 120: „Palmarium quod reversione pedis secundum canonem cognoscere licet ut curva recta descripta sit an secus. Hinc enim fit ut falli non possimus” et encore à la page 121 „sed praesto est examen reversionis per idem vestigium, quod hic ante exposui. Hinc enim fit ut decipi nequeamus; certiusque colligatur recte prescriptam esse curvam hanc nostram quam circino ductu circuli circumferentiam”.

¹⁵⁾ A la page 123 du livre H on trouve encore à ce propos les remarques suivantes: „On ne dira jamais que les constructions des problèmes qui se font par la règle et par le compas sont imparfaites par ce qu'on y suppose un plan parfait, une règle parfaite et que d'un point à un autre on puisse tirer une ligne droite, quoyque la dernière perfection soit impossible aux hommes en ces choses; mais on se contente de savoir que étant supposées parfaites, il n'y manqueroit rien à la justesse de la construction, et qu'on peut approcher assez près à fabriquer une règle parfaitement droite et un plan juste, pour tirer l'utilité qu'on desire dans ce travail. Il en est de même dans ma construction de la quadr. de l'hyperbole ou je suppose un plan parfait et qui soit exactement parallèle à l'horizon, car ce qui entre de plus, savoir qu'en tirant simplement par un fil on une règle un point pesant attache à leur autre bout le long d'un plan

font entre autres la determination des points de la *Catenaria*, ou Chainette, & les Logarithmes.

Car quand BY est égale à AC, qu'on prend dans l'axe de la Chainette, c'est-à-dire DB égale à DC, son appliquée CG fera égale à YX ¹⁶⁾. Et la même YX ¹⁷⁾ est encore le Logarithme de la raison de AD à PD. C'est-à-dire, qu'elle est égale à la distance des deux lignes AD, PD, ou de quelques deux autres qui aient la même raison, appliquées à l'Asymptote de la ligne Logarithmique, qui a DA pour tangente universelle; d'où l'on peut trouver les Logarithmes des Tables, suivant ce que j'ay montré dans l'Addition au Discours de la cause de la Pesanteur ¹⁸⁾. Mr. Leibnitz, qui a commencé le premier ¹⁹⁾ à reduire la courbe de la Chainette aux loix de la Geometrie, vouloit que cette ligne formée par le moyen d'une chaine effective, & fort deliée, put servir à l'invention des Logarithmes ²⁰⁾, ou

ce point suivra toujours la direction de la ligne qui le tire, et décrira une courbe que cette ligne touchera toujours en allant, ce n'est pas une demande mais un theoreme veritable en mecanique et qu'on peut facilement demontrer. Il n'y a donc proprement que la demande d'un plan horizontal dont j'ay besoin pour la dimension de l'hyperbole. On n'y peut obtenir la dernière perfection; aussi ne peut on faire une regle droite, mais on peut faire comme à la regle ainsi à ce plan horizontal; qu'il y manque si peu, que quand il seroit tres parfait la construction ne seroit pas differente au sens de nostre vue de ce qu'elle est; ce qui s'en suit de la certitude que donne l'épreuve de retour par la courbe decrite dont j'ay parle cy-devant.

„On doit avouer que ma courbe estant supposée ou donnée, on a la quadrature de l'Hyperbole. Si je trouve donc quelque moien de la decrire aussi exactement qu'avec un compas ordinaire on decrit un cercle, n'auray je pas trouvé cette quadrature? Qu'y a-t-il plus à dire à ma construction qu'à celle d'une ligne moienne proportionnelle entre deux droites données? Il est vray que j'ay besoin du parallelisme d'un plan à l'horizon; mais cela est possible, non pas dans la dernière justesse, mais comme la droiture d'une regle. Pour le reste je decris ma courbe presque aussi facilement qu'un cercle et la machine que j'emploie approche fort de la simplicité du compas.

„On dira que dans ma description de la courbe il peut bien plus facilement arriver de l'erreur, et beaucoup plus grande, qu'à la description d'une circonference de cercle; aussi y a-t-il plus de choses à ajuster pour decrire une Ellipse ou hyperbole, qu'il n'en faut pour le cercle”.

¹⁶⁾ En effet, posant $AD = a$, $DP = z$, $CG = x$, $CD = BD = y$, on a, d'après ce qui précède,

$$ax = \text{aire hyp. ADEV} = a^2 \log \frac{a}{z}, \text{ donc } z = ae^{\frac{x}{a}}; \text{ mais puisque } BD^2 = y^2 = AD^2 + BA^2 =$$

$$= a^2 + (y - z)^2, \text{ on trouve facilement } y = (a^2 + z^2) : 2z = \frac{1}{2} a (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}), \text{ équation}$$

bien connue de la chaînette. Les manuscrits, d'ailleurs, ne donnent, cette fois encore, aucun renseignement précis sur la manière dont cette construction a été obtenue par Huygens.

¹⁷⁾ On ajouterait aujourd'hui: divisée par AD.

¹⁸⁾ Consultez les dernières pages de ce discours, qui traitent des propriétés de la logarithmique.

¹⁹⁾ Voir la note 1 de la pièce N°. 2681.

²⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2688 à la page 111 et la solution de Leibniz citée dans la note 5 de cette Lettre N°. 2688.

pour la quadrature de l'Hyperbole; quoy qu'il faille connoître pour cela, (comme il l'a bien sçu)²¹⁾ la longueur de la droite qu'il nomme le Parametre de la courbe, laquelle il n'enseigne pas comment elle se peut trouver. De sorte que nôtre quadratrice paroît preferable pour cet usage, en ce qu'après la description son Parametre, qui est sa Tangente universelle, est donné.

Mais puis que le sujet m'a mené à la considération de la Chainette, qui a donné occasion à une des jolies recherches Geometriques de ce tems, je veux ajouter icy une maniere assez singuliere que j'ay trouvée, pour parvenir à la construction de cette courbe; qui est ce qu'il y avoit de plus difficile dans ce qu'on s'est proposé d'en chercher.

Parmi ce que j'ay contribué pour être inferé dans les *Acta* de Leipfich²²⁾, avec les belles & favantes decouvertes de Messieurs Leibnits & Bernouilly, j'ay dit que j'avois reduit la construction, ou l'invention des points de cette Ligne, à la quadrature d'une courbe dont l'Equation est $a^4 \propto aaxx + yxxx$; & que j'avois reconnu que cette quadrature dependoit de la connoissance de la somme des Secantes des arcs de cercle qui croissent également *per minima*; laquelle somme avoit été reduite il y a long-tems à la quadrature de l'Hyperbole par Jac. Gregorius dans ses Exercitations Geometriques, où il en deduit la mesure de la Ligne Loxodromique²³⁾; de quoy je ne me refouvenois pas alors.

Mrs. Leibnits & Bernouilly, à ce que je puis juger, sont parvenus à cette construction par le moyen de la courbe que ce dernier represente dans la premiere Figure, qu'il donne pour refoudre ce Problème²⁴⁾; car Mr. Leibnitz m'a écrit qu'il l'avoit rencontrée aussi²⁵⁾. Et je trouve que c'est la même que celle que j'ay rapportée cy-devant²⁶⁾ dont l'Equation est $a^4 \propto xxxy - aayy$; ayant sa quadrature dependante, comme j'ay dit, de celle de l'Hyperbole: quoyque je n'aye encore

²¹⁾ En effet la construction des logarithmes telle qu'on la rencontre dans l'article de Leibniz, cité dans la note précédente, présuppose expressément, avec la connaissance de la chaînette elle-même, celle de son „parametrum”, c'est-à-dire la ligne OA de la figure de la Lettre N°. 2688.

²²⁾ Voir la pièce N°. 2681.

²³⁾ Voir la Lettre N°. 2709 aux pages 185 et 186. Toutefois il ne s'agit pas chez Gregory, dans le chapitre cité dans la note 12 de cette Lettre, de la rectification de la Loxodromique, mais bien du calcul de la Longitude d'un point de cette courbe quand le point de départ, l'angle loxodromique et la Latitude sont données. Plus tard Huygens s'est aperçu de cette méprise, puisqu'on lit à la page 17 du livre I l'annotation suivante: „a Mr. de l'Hospital. Que je me suis abusé au Journal en disant que Greg. a donné la dimension de la Loxodromique. C'est le Problème Loxodr.que”. Cette remarque d'ailleurs n'a jamais été transmise à de l'Hospital.

²⁴⁾ Voir l'article de Jean Bernoulli cité dans la note 1 de la pièce N°. 2681. Il s'agit de la courbe LKF mentionnée dans la „Constructio I” de cet article. Consultez encore la pièce N°. 2778, qui traite de la même courbe, et surtout le dernier alinéa de cette pièce.

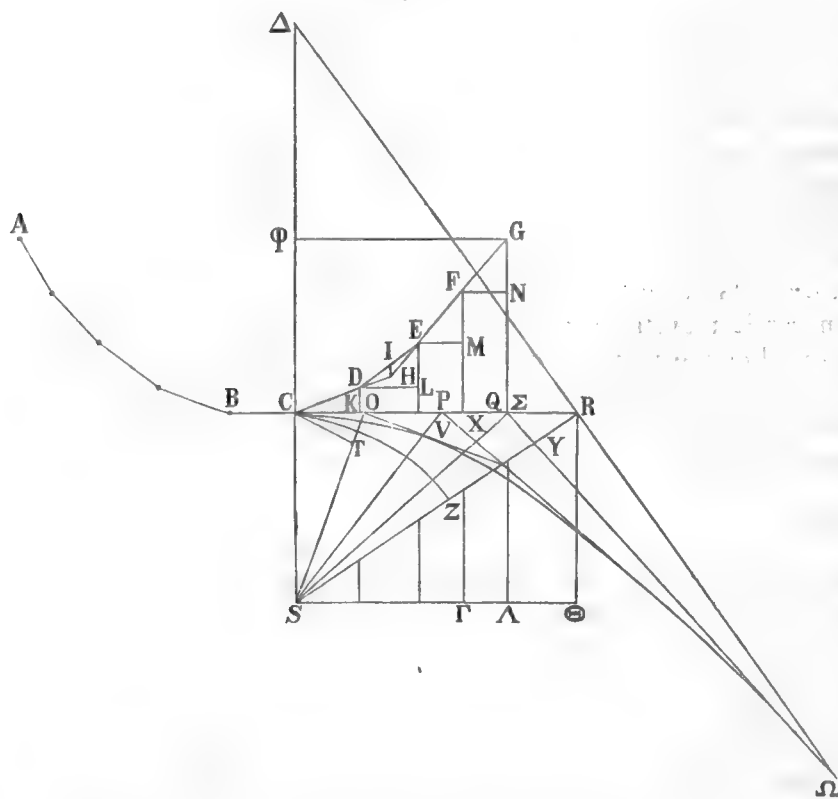
²⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2627 à la page 518 et le postscriptum de la Lettre N°. 2659.

²⁶⁾ A la page 408 de la présente pièce.

pu m'imaginer, comment le calcul les a conduits à cette ligne. Mais je passe à ma construction, qui sans considérer d'autre ligne courbe, fait trouver les points de la chaînette par la dimension de la ligne Parabolique ²⁷⁾.

Le premier fondement de toute recherche à l'égard de cette ligne est (Fig. III) que s'il y a une chaîne composée de poids égaux, attachez à un fil comme sont BCDEF, il arrive toujours, que de trois interstices qui se suivent, les deux lignes extrêmes, comme CD, FE, étant continuées se rencontrent dans la ligne IH perpendic. à l'horison, qui coupe l'interstice du milieu ED en deux parties égales ²⁸⁾. Considérant maintenant une chaîne ainsi composée de poids noués à égales

Fig. III.



distances, qu'on doit imaginer infiniment petites, & disposée en sorte que l'interstice le plus bas BC soit parallèle à l'horison : si sur chacun des autres interstices,

²⁷⁾ Consultez, sur la première découverte de cette construction, la note 3 de la Lettre N°. 2695.

²⁸⁾ Consultez, sur ce théorème, la pièce N°. 2724, vers la fin.

comme hypoténuse, on conçoit des triangles rectangles CDK, DEL &c. desquels un côté soit horizontal; on trouvera que depuis le plus bas les angles DCK, EDL, FEM &c. sont tels que leurs Tangentes croissent également comme les nombres 1, 2, 3, 4, &c. ce qui est aisé à démontrer par le dit principe ²⁹), quoy que peut-être on ne s'en seroit pas avisé sans le calcul d'Algebre.

Que si on s'imagine en suite les parties égales de la chaîne CDEFG, étendues sur la droite horizontale en COPQR, et que de la première division O on mène OS, qui concoure avec la perpendiculaire CS, en sorte que l'angle COS soit égal à CDO, & qu'on tire les autres droites SP, SQ, SR: les triangles SCO, SCP, SCQ, SCR, seront nécessairement semblables à chacun des COD, DLE, EMF, FNG, puis que SCO est semblable à COD par la construction, & que les autres SCP, SCQ, &c. ont leur tangentes qui croissent également.

Si de plus on mène CT, OV, PX, &c. perpendiculaires sur SO, SP, SQ, &c. il est évident que les triangles CTO, OVP, PXQ &c. seront égaux & semblables aux triangles COD, DLE, EMF &c. en prenant les mêmes en ordre. D'où l'on conclut, que si les interstices CD, DE &c. sont infiniment petits, & de même les parties CO, OP, &c. c'est-à-dire si CG est la courbe de chaîne, et CR égale à sa longueur; alors la somme des TO, VP, XQ &c. fera égale à la somme des perpendiculaires KD, LE, MF &c. c'est-à-dire à la droite GΣ, ou à l'axe φC, (car l'interstice BC est alors compté pour rien) & que la somme des CT, OV, PX, &c. fera égale à la somme des CK, DL, EM &c. c'est-à-dire à l'appliquée Gφ.

Or en décrivant du centre S l'arc CZ jusques sur la dernière des Secantes SR, il est aisé de voir que la somme des infiniment petites TO, VP, XQ &c. est égale à la droite retranchée ZR. Par conséquent, si on suppose que CSφ est l'axe de la chaîne, & la ligne CS de certaine longueur, & que l'on prenne Cφ égale à ZR, excès de quelque secante SR sur le rayon SC; & l'appliquée φG égale à la somme de toutes les CT, OV, PX &c. jusques à celle qui tombe sur SR; le point G sera dans la courbe de la chaîne, dont la longueur CG fera égale à la droite CR. Mais il est question de trouver cette somme des infinies CT, OV, PX &c. laquelle j'obtiens par cette considération, que les angles SOV, SPX, SQY peuvent être censés droits, comme en approchant infiniment pres; & qu'alors les lignes OV, PX &c. étant prolongées des deux côtes, comme aussi RΩ perpendiculaire sur SR, elles deviennent les tangentes de la Parabole CΩ, dont le sommet est C, l'axe CS, le foyer S, faisant SC un quart du Parametre; & que chacune est coupée en deux également par la droite CR; l'une moitié étant jusqu'à l'axe, l'autre jusqu'au point d'attouchement, comme ΩΔ est coupée en R: ce qui se démontre facilement. D'icy j'apprens en suite, par l'Evolution des lignes courbes, dont j'ay

²⁹) Voir le § I de la pièce N°. 2625.

traité au livre de *Horologio Oscillatorio* ³⁰⁾, que la somme de toutes les QY, PX, OV, CT, doit être égale à l'excès de la courbe parabolique ΩC sur la droite ΩR . Ce que les Geometres compendront assez facilement ³¹⁾, sans que je m'arrête à le prouver plus au long; n'ayant pas dessein d'écrire icy des demonstrations, mais d'indiquer seulement les voyes de l'invention.

Etant donc donné le Parametre SC de la chaînette, si on prend dans l'axe quelque point Φ , & qu'on decrive du centre S avec le demidiаметre S Φ un arc de cercle qui coupe CR, tangente au sommet, en R; la tangente R Ω menée à la dite parabole du point R, étant ôtée de la longueur de la courbe C Ω , qu'on suppose pouvoir être mesurée, le reste sera pour la droite à appliquer, ΦG ; et ainsi par la même Parabole on trouvera tant de points qu'on veut dans cette courbe. J'ay envoyé cette construction à Mr. Leibnits dès le commencement de Sept. en 1691 ³²⁾.

On peut au reste remarquer en passant, que la courbe CG, (en prenant toujours le nombre des interstices infini, & par là le point C comme dans l'axe, & pour sommet) sera égale à la droite CR ³³⁾. Et que la dimension de l'espace de la courbe se demontre encore d'icy sans peine, en achevant le rectangle RCS Θ , & en prolongeant les perpend. GN, FM &c. jusques sur S Θ , en Λ , Γ &c. parce qu'il paroît que le triangle SQY est la moitié du rectangle F Λ , ayant la base & la hauteur de même. Et pareillement le triangle SPX la moitié du rectangle EF. & ainsi les autres en suite. Et par consequent le triangle SCR égal à la moitié de l'espace SCGA ³⁴⁾. Je pourrois montrer de même, en abrégé, les fondemens de tout ce qui a été trouvé touchant cette Ligne courbe. Mais j'estime que cela appartient plutôt à Messieurs Leibnits & Bernoulli, qui y ont plus de part que moy; & il faut les prier pour l'utilité du public de vouloir prendre cette peine.

J'aurois fini icy, sans une lettre que je viens de recevoir de Monsr. le Marquis de l'Hospital ³⁵⁾; ou ayant trouvé deux choses remarquables en ces matieres, je ne puis m'empêcher d'en dire quelque mot. L'une est la construction, avec plusieurs proprietes de la Ligne Courbe de Mr. de Beaune, que Mr. Descartes dans sa lettre 79 du 3 vol. dit luy avoir été proposée à trouver par la propriété donnée

³⁰⁾ Voir la „Pars Tertia : De linearum curvarum evolutione et dimensione”.

³¹⁾ C'est-à-dire en se représentant comme tracées les développantes successives passant par les points C, O, P, etc. La même méthode fut employée par Huygens dans la pièce N°. 2671.

³²⁾ Voir la Lettre N°. 2695.

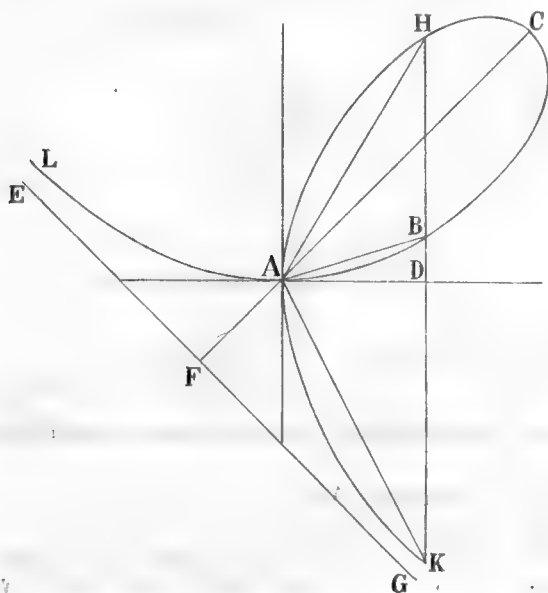
³³⁾ C'est la rectification indiquée par Leibniz dans sa Lettre N°. 2688 à la page 111 et dans sa solution du problème de la chaînette, citée dans la note 1 de la pièce N°. 2681. Huygens la retrouva dans le § I de la pièce N°. 2694, où il démontre, d'une manière moins directe que dans la pièce présente, l'égalité des lignes RS et S ϕ de la présente figure. Elle diffère de celle que Huygens avait annoncée dans la pièce N°. 2681 et démontrée au § III de la pièce N°. 2625.

³⁴⁾ Comparez le § I de la pièce N°. 2694.

³⁵⁾ La Lettre N°. 2787.

L'autre est sa réponse touchant une autre Courbe fort connue, & que Mr. Descartes a encore considérée autrefois, comme aussi Mr. Hudde³⁷⁾, du tems que ses emplois dans la Repub. ne

Fig. IV.



Savoir que le contenu des segments AH, ou AK, s'exprime par $\frac{xxx}{6y}$, & du segment AB par $\frac{yyy}{6x}$. Mais de plus il m'affûre d'y être parvenu par trois voyes différentes. Ce que j'admire, croyant avoir fait quelque chose d'en avoir trouve une. Je suis, &c.

Œuvres. T. X.

§ II⁴).

$$\text{Hic BP} = x. \quad \frac{\text{CE}}{\text{PA}} : \frac{\text{CD}}{a} = \frac{\text{CH}}{x} : \frac{\text{CK}}{a-x}$$

$$\text{fit ut } \frac{\text{CH}}{x} : \frac{\text{CK}}{a-x} \text{ ita } \frac{\text{PV}}{a} : \frac{\text{P}\Omega}{a-x} = y \text{ hyperb.}$$

sed x sunt aequalia ut et a .

Ergo $\int \frac{aa}{a-x}$ (spat. hyperb. $\text{BX}\Omega\text{P}$) : $\int a$ (\square VB) = $\int \frac{ax}{a-x}$: $\int x$,
hoc est ut curva CB ad BP rectam.

Ergo si curva BC ponatur data, poterit ejus opera inveniri partium ejus longitudo rectae lineae aequalis⁵).

$$adx = -\frac{a\sqrt{aa-yy}}{y} dy, \text{ donc } ax = -\int \frac{a\sqrt{aa-yy}}{y} dy; \text{ posant alors } \frac{a\sqrt{aa-yy}}{y} = \theta, \text{ on}$$

obtient une courbe (celle tracée dans la figure à gauche de la ligne BA) dont la quadrature dépend de celle de l'hyperbole. Réciproquement on peut donc faire dépendre la quadrature de cette dernière courbe de la construction du rectangle ax , qui est égal à $\int \theta dy$. Mais cette construction est possible, pour une valeur donnée de y , aussitôt qu'on sait tracer la courbe BCD, qui, par conséquent, peut servir à la quadrature de l'hyperbole.

Le lieu cité du lib. G se trouve à la page 127 de ce livre et nous en avons fait mention dans la note 13 de la Lettre N^o. 2709.

- ⁴) Découverte de la propriété de la tractrice de se laisser mesurer par elle-même. La notation de ce paragraphe a été modifiée pour la conformer avec celle de la figure du § I, à laquelle nous avons ajouté à cet effet la courbe $\text{X}\Omega$ et quelques lettres.
- ⁵) Puisqu'en effet la rectification de la tractrice paraît dépendre de la quadrature de l'hyperbole, laquelle à son tour peut être obtenue au moyen de la tractrice comme on l'a vu au § I de cette pièce.

§ V⁹⁾.

Solidum ex conversione ejus spatij circum asymptoton erit aequale sphaerae quartae parti, cujus AD [voir la fig. 2] semidiameter. hinc et centri gravitatis distantia ejusdem spatij ab asymptoto habebitur, pendens a circuli quadratura. triangula quadrantis ADX circa AX revoluta considerantur quibus respondent singula Δ^{la} in spatio curvae et asymptoti conversa circa hanc ipsam¹⁰⁾.

§ VI¹¹⁾.

Superficies istius solidi infiniti, praeter basin, aequatur circulo cujus semidiameter duplum potest lateris AD [voir la fig. 2]. Suntque superficies ex portionibus circa asymptoton sicut abscissae ipsis respondentes ad verticem A¹²⁾.

Quia igitur portionum longitudo invenitur ipsius curvae opera Ergo et centra gravitatis ipsarum respectu asymptoti, et hinc superficies portionum ex conversione circa AX ad circulos rediguntur.

lequel, pour toute courbe ACM, les aires décrites par les lignes CD et CK = DL sont égales. Or l'aire décrite par CK est encore égale à celle décrite par FH, où FH = x = CK = DL = $\sqrt{a^2 - y^2}$.

Ajoutons ici que le théorème en question, mentionné déjà en 1662 par de Sluse dans la Lettre N°. 1068 et communiqué à Huygens dans sa Lettre N°. 1091, est dû à de Roberval, et qu'il fut publié dans l'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2432, dans une des dernières pages du „Traité des indivisibles”.

⁹⁾ *Cubature du solide de révolution décrit par l'aire comprise entre la tractrice et son asymptote. Centre de gravité de cette aire.*

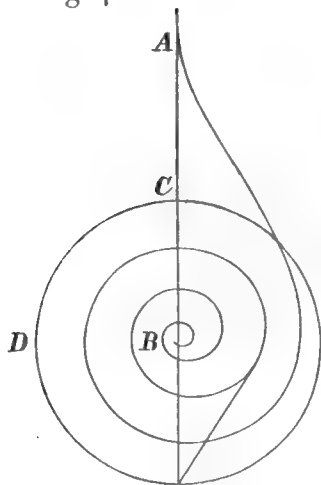
¹⁰⁾ La dernière phrase a été ajoutée après coup. Nous n'en avons pu pénétrer le sens et il nous semble même probable qu'elle est erronée. Nous croyons plutôt que le résultat correct, formulé dans ce paragraphe, doit avoir été acquis par la comparaison des solides obtenus par la rotation des petits rectangles KS et PV, que nous avons ajoutés à la figure 2, autour de l'asymptote DN, et dont les volumes s'expriment respectivement par $y^2 \pi dx = -\pi y \sqrt{a^2 - y^2} dy$ et par le double de cette expression.

¹¹⁾ *Quadrature des surfaces de révolution décrites par la tractrice autour de son asymptote, comme aussi autour de la ligne AX. Centre de gravité de la courbe.*

¹²⁾ C'est-à-dire: les surfaces décrites par les arcs comme AK sont proportionnelles aux AP, et la surface entière égale $2 AD^2 \pi$.

§ VII¹³⁾.

Fig. 4.



Talis quæpiam infinita spiralis describeretur si pes ductor per circuli circumferentiam iret, sequente cuspide ab A puncto; ductore in C.

Et similis alia ducendo versus D¹⁴⁾.

N^o 2795.

CHRISTIAAN HUYGENS à S. VAN DE BLOCQUERY.

6 MARS 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Aen de Heer VAN DE BLOCQUERY.

6 Mart 1693.

WelEd. gestrenghe Heer

Niet tegenstaende de quaede opinie die UEd. gestr. en foo ick geloof oock de Heeren Bewinthebbers in 't generael hebben opgevat aengaende het gebruyck van mijne horologien ter zee, foo heb ick niet kunnen naelaeten 't geene daer on-

¹³⁾ *Tracé du cas particulier de la tractrice circulaire où la longueur du fil est égale au rayon du cercle directeur.* Comme on le remarquera, Huygens a deviné sans calcul la propriété de cette courbe spirale de s'approcher asymptotiquement du centre du cercle directeur.

¹⁴⁾ Pour ne pas embarrasser la figure, nous avons supprimé cette partie de la courbe qui ne manque pas, dans le dessin de Huygens, de couper la première partie dans les points situés sur l'axe AB.

trent sich toegedraghen heeft op de laetste reyse nae de Caep forghvuldigh te examineeren; en is dit examen heel anders en beter uyt gevallen als ick gedacht hadde. foo heb ick dan noodigh en van mijn devoir geacht van 't geen ick bevonden hebbe aen welgemelte Heeren rekenschap te geven gelijk ick doe bij dese nevens gaende missive ¹⁾ die ick gediensstigh versoেকে aen haer Ed. moghe behandicht werden. Men sal sien dat dese laetste proeve niet sonder vrucht is geweest, alhoewel op het grootste gedeelte der reyse door misverstandt veel te kort gedaen is aen de Horologien, en dat Mr. de Graef door eenighe verkeerde rekeningh sich self geabuseert heeft en geignoreert het goede effect 't geen sij gedaen hebben. Ick sal UEd. gestr. niet langher ophouden maer mij gedraegende aen 't geene mij d'eer gegeven heb aen de Heeren Bewinthebberen te schrijven blijven met respect

UE. gestr. seer ootmoedigen d.^r

N^o 2796.

CHRISTIAAN HUYGENS AUX DIRECTEURS DE LA COMPAGNIE
DES INDES ORIENTALES.

6 MARS 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Haghe 6 Mart 1693.

Edel Grootachtbare Heeren

Het gheen de Heer van de Blocquerij mij heeft gelieven te doen weten bij sijn Ed. schrijvens van den 16 Novembr. ¹⁾ des voorleden jaers, aengaende het weynigh succes van mijne Horologien in de laetste proeve naer de Caep de B. Esp.^{ce} laet mij niet toe te twijffelen of UEd. G. achb. fullen seer geperfuadeert sijn van de onvolmaecktheydt deser Lenghdevindingh en niet sonder reden, dewijl de Persoon selfs die het bewint daer van gehadt heeft van die opinie is. Ick was mede hier door geprevenueert en hadde selfs niet veel lust om te onderfoecken al 't geene in 't nemen van dese 2^{de} proef gepasseert was. Doch siende evenwel dat het noodigh was foo tot UEd. Gr. Achtb.^{re} als mijn eyghen satisfactie, foo hebbe nae het mondelingh raport gehoord te hebben van Mr. de Graef, voorts sijn Journael, op

¹⁾ La Lettre N^o. 2796.

¹⁾ La Lettre N^o 2773.

den 19 Nov.²⁾ mij toegesonden, met aendacht geexamineert. 'T welck beyde mij geheel andere gedachten ontrent het succes deser proeve gegeven heeft. Alsoo bevonden hebbe dat daer het effect der horologien bij onvermijdelijcke toevallen of misverstandt niet en is beter geworden, of door misrekeningh verkeert verstaen, sij seer wel en precijls de Lengdemetingh hebben volbracht: Te weten op de uyt reyse van het Eylandt S.^t Jago af tot aen de Caep de B. Esp.^{ce} daer de horologien alleen hebben kunnen dienen: accorderende perfect met de nieuwste Caerten en Globen die de Lengde tusschen dese twee plaetsen stellen van ontrent 48 graden. Het welck ick dan klaerlijck uijt de observatien van de Graef, die hij seer wel en forghvuldigh heeft waergenomen, bewesen hebbe, naer dat eenighe cijfferfouten, en een notoire misrekeningh³⁾ daer ontrent hebbe gecorrigeert. Doch om UEd. Gr. Achtb. te minder moeyte te geven, soo heb ick dit bewijs, als mede de redenen hoe door een abuys in 't ophangen der Horologien op de Weerreijs, haer gangh soo valsch en irrugulier geweest is, in handen van de Heer Professor de Volder gestelt, beneffens de Journalen van de Graef en mijn gepointeert Caertjen van Africa: hem verfoeckende alles sonder preventie nae te sien, ende dan aen UEd. Groot Achtb. gemelte schriften en Caerte te samen met sijn gevoelen en advis te laeten toekomen. Waer uijt ick vertrouwd dat blijcken sal het geene ick tot hier toe gefeght hebbe waer te sijn. Ick en twijffel dan oock niet of men soude dese inventie verder kunnen perfectioneren met beter en solider horologien van dese soort te maecken en voorts te besorghen 't geen ick in mijn Rapport aengaende de reijs van 't jaer 1687 aangewesen hebbe⁴⁾. Doch ick en sal nu niet aenhouden bij UEd. Gr. Achtb. dat sulx moghe bij der handt genomen werden, ofte dese horologien verder geemploieert, dewijl ick iets geheel anders en ongelijck beters bij dese occasie uytgevonden en tegenwoordigh onder hande hebbe, waer door al 't geene eenighe difficulteyt geeft in 't gebruijck deser inventie, t'eenemaal werdt weghgenomen. Waer van 't sijner tijd naerder openingh aen UEd. Gr. Achtb. hoopende te doen, sal blijven

Ootmoedige dienaar⁵⁾

²⁾ Avec la Lettre N°. 2774.

³⁾ Voir la Lettre N°. 2786.

⁴⁾ La pièce N°. 2519.

⁵⁾ A la fin de la minute on rencontre la note suivante de la main de Huygens:

T'Amsterdam synde offereeren aen de Heeren Bewinthebbers dat ick aen de Hr. Hudde mijn nieuwe Inventie sal bekend maecken sub fide silentij, en indien hij oordeelt die van apparent succes te sijn en ongelijck beter als de horologien met Pendula, dat sij dan ordonneren sullen om 't geen noodigh is te doen maecken en in 't werck stellen. Doch dat gemelt Heer die apparentie niet siende, dat dan daer niet in gedaen werde, en alleen mijn Inventie gefecreteert blijve. Voorts soo vraegh ick wat premie van de Ed. Compagnie te verwachten hebbe. Item wanneer ick geoordeelt sal werden die verdient te hebben.

N^o 2797.

V. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 MARS 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.*

Elle est la réponse au No. 2785.

Chr. Huygens y répondit le 17 septembre 1693.

Hanover ce $\frac{10}{20}$ de Mars 1693.

Le remerciement que je vous dois de ce que vous avés bien
promtement sur mes demandes, touchant le prix pretendu
les Estats, qu'un amy me prioit fort de luy faire sçavoir,
fiez temoigné mon sentiment.

Et même dans ma precedente, que je trouvois de la difficulté
la force centrifuge avec les rayons d'attraction que j'avois
ois marqué en particulier, en quoy consistoit cette difficulté.
s, qu'on diroit, qu'il n'y a aucune raison de conformité;
produit une attraction, l'un et l'autre tend du centre à la
concomitance, l'un et l'autre opere en ligne droite.

Vous dites, Monsieur, que vous trouvés le cours particulier de la matiere dans
le tourbillon du soleil, propre à conserver le parallelisme de l'axe de la terre,
peu compatible avec le mouvement circulaire en tout sens, qui semble faire la
pesanteur vers le soleil. A quoy je reponds, que deux mouvemens semblables à
ceux là se trouvent fort compatibles dans le systéme du globe de la terre, ou l'un
est la cause de la pesanteur, l'autre celle de la direction magnetique; et cette analogie
favorise fort mon hypothese. Et comme il y a une declinaison de l'aimant, dont
les causes particulieres nous font encor inconnues, qui ne sçauroient pourtant se

Of het niet genoegh is dat men de proef op een reys nae Spanje neme, en dat
geleerde luyden daer toe gestelt oordeelen de inventie op seeckere grondt te
steunen. want de reijßen nae Indien af te wachten voor mijn jaeren te langh
uytsel vereyscht.

Consultez, au sujet de la nouvelle invention de Huygens, dont il est question ici, la fin de
l'article de Huygens: „De Problemate Bernoulliano” (Acta Lips. 1693, p. 495), que nous
reproduisons comme Appendice à sa lettre à Leibniz du 17 septembre 1693, ainsi que la note
explicative que nous y avons ajoutée.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 152.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 154, et Briefwechsel, p. 711.

den 19 Nov.²⁾ mij toegefonden, met aendacht geexamineer geheel andere gedachten ontrent het succes deser proev bevonden hebbe dat daer het effect der horologien bij onv of misverstandt niet en is beter geworden, of door misreken sij feer wel en precijs de Lengdemetingh hebben volbrac reyse van het Eylandt S. t Jago af tot aen de Caep de B. El alleen hebben kunnen dienen: accorderende perfect met Globen die de Lengde tusschen dese twee plaetsen stellen Het welck ick dan klaerlijck uijt de observatien van de Gr forghvuldigh heeft waergenomen, bewesen hebbe, naer da en een notoire misrekeningh³⁾ daer ontrent hebbe gecorr Gr. Achtb. te minder moeyte te geven, soo heb ick dit be nen hoe door een abuys in 't ophangen der Horologien gangh soo valsch en irrugulier geweest is, in handen van Volder gestelt, beneffens de Journalen van de Graef en mijn van Africa: hem versoeckende alles sonder preventie na UEd. Groot Achtb. gemelte schriften en Caerte te same advis te laeten toekomen. Waer uijt ick vertrouw dat blij tot hier toe gesecht hebbe waer te sijn. Ick en twijffel dan o dese inventie verder kunnen perfectioneren met beter en l dese soort te maecken en voorts te besorghen 't geen ick gaende de reijs van 't jaer 1687 aangewesen hebbe⁴⁾. Doch ick en sal nu niet aen houden bij UEd. Gr. Achtb. dat sulx moghe bij der handt genomen werden, ofte dese horologien verder geemploieert, dewijl ick iets geheel anders en ongelijck beters bij dese occasie uytgevonden en tegenwoordigh onder hande hebbe, waer door al 't geene eenighe difficulteyt geeft in 't gebruijck deser inventie, t'eenemael werdt weghgenomen. Waer van 't sijner tijd naerder openingh aen UEd. Gr. Achtb. hoopende te doen, sal blijven

Ootmoedige dienaar⁵⁾

²⁾ Avec la Lettre N°. 2774.

³⁾ Voir la Lettre N°. 2786.

⁴⁾ La pièce N°. 2519.

⁵⁾ A la fin de la minute on rencontre la note suivante de la main de Huygens:

T'Amsterdam fynde offereeren aen de Heeren Bewinthebbers dat ick aen de Hr. Hudde mijn nieuwe Inventie sal bekend maecken sub fide silentij, en indien hij oordeelt die van apparent succes te sijn en ongelijck beter als de horologien met Pendula, dat sij dan ordonneren sullen om 't geen noodigh is te doen maecken en in 't werck stellen. Doch dat gemelt Heer die apparentie niet fiende, dat dan daer niet in gedaen werde, en alleen mijn Inventie gesecreteert blijve. Voorts soo vraegh ick wat premie van de Ed. Compagnie te verwachten hebbe. Item wanneer ick geoordeelt sal werden die verdient te hebben.

N^o 2797.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 MARS 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uytendbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.
Elle est la réponse au No. 2785.
Chr. Huygens y répondit le 17 septembre 1693.*

Hanover ce $\frac{10}{20}$ de Mars 1693.

a) MONSIEUR

Je commence par le remerciement que je vous dois de ce que vous avés bien voulu me satisfaire si promptement sur mes demandes, touchant le prix pretendu proposé par Messieurs les Estats, qu'un amy me prioit fort de luy faire sçavoir, bien que je luy eusse assez temoigné mon sentiment.

J'avois remarqué moy même dans ma precedente, que je trouvois de la difficulté dans la comparaïson de la force centrifuge avec les rayons d'attraction que j'avois proposée, et même j'avois marqué en particulier, en quoy consistoit cette difficulté. Mais je ne croyois pas, qu'on diroit, qu'il n'y a aucune raison de conformité; puisque l'un et l'autre produit une attraction, l'un et l'autre tend du centre à la circonference, l'un et l'autre opere en ligne droite.

Vous dites, Monsieur, que vous trouvés le cours particulier de la matiere dans le tourbillon du soleil, propre à conserver le parallelisme de l'axe de la terre, peu compatible avec le mouvement circulaire en tout sens, qui semble faire la pesanteur vers le soleil. A quoy je reponds, que deux mouvemens semblables à ceux là se trouvent fort compatibles dans le systéme du globe de la terre, ou l'un est la cause de la pesanteur, l'autre celle de la direction magnetique; et cette analogie favorise fort mon hypothese. Et comme il y a une declinaïson de l'aimant, dont les causes particulieres nous sont encor inconnues, qui ne sçauroient pourtant se

Of het niet genoegh is dat men de proef op een reys nae Spanje neme, en dat geleerde luyden daer toe gestelt oordeelen de inventie op seeckere grondt te steunen. want de reijfen nae Indien af te wachten voor mijn jaeren te langh uytstel vereyscht.

Consultez, au sujet de la nouvelle invention de Huygens, dont il est question ici, la fin de l'article de Huygens: „De Problemate Bernoulliano” (Acta Lips. 1693, p. 495), que nous reproduisons comme Appendice à sa lettre à Leibniz du 17 septembre 1693, ainsi que la note explicative que nous y avons ajoutée.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae. Fasc. I, p. 152.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 154, et Briefwechsel, p. 711.

trouver, que dans le cours de quelque matiere, il semble encor, que le detour de l'axe de la terre ne sçauroit venir, que de quelque raison semblable^{b)}. Il est vray, que la terre est un grand corps, dont il n'est pas aisé de changer le mouvement ou la situation; mais comme tous les corps de la nature agissent les uns sur les autres, et qu'il y a plusieurs grands courans particuliers, elle ne semble pas exemte d'accidens; et je ne sçay, s'il feroit conforme à la coustume de la nature, d'abandonner ces grands systemes à ces rencontres. Il semble plustost, que les systemes sont tellement formés et établis par une conspiration de toutes les parties arrangées et asservies de longue main, que les desordres se redressent d'eux mêmes, comme dans le corps d'un animal; ce qui se fait par le cours des corps fluides, qui entretiennent les solides dans leurs fonctions. Ainsi je m'imagine, que si quelque cause extraordinaire detournoit l'axe de la terre, il reprendroit bien tost sa veritable situation^{c)}; comme fait un aimant; au lieu que, selon l'hypothese de Mons. Neuton la terre vogue dans l'ether, comme feroit une isle flottante, que rien ne dirige, que sa propre tendance déjà prise.

Ce que vous dites, Monsieur, qu'une pression uniforme par dehors ne change point la figure d'un corps, et par consequent n'est pas capable d'arrondir une goutte, merite consideration. Mons. des Cartes n'estoit pas de ce sentiment, et en cela j'avois esté du sien; mais je me rendray volontiers, quand je verray comment vous jugés que cela est contraire aux principes de mecanique^{d)}.

Vous jugés aussi, Monsieur, que les tourbillons deferans, ne sont pas conciliables avec les Ellipses de Kepler. Cependant il me semble, que les raisons prises de l'excentricité constante des Planetes, aussi bien que de leurs vîtesses dans les aphelies et perihelies^{e)} ne sont pas sans repliche, ou plustost que les tourbillons se peuvent expliquer en sorte, qu'ils favorisent ces choses, bien loin d'y estre contraires. L'objection du passage des Cometes paroist difficile, mais peut-estre, que leur force est telle que le mouvement d'une matiere aussi subtile, que l'est celle du tourbillon ne les detourne pas considerablement; il est bien vray que cette même matiere a assés de force pour conserver le mouvement des Planetes, mais si la Planete estoit reduite en repos dans le tourbillon, le tourbillon ne luy rendroit son mouvement, que peu à peu. Comme dans vos pendules peu de force est capable d'entretenir le mouvement, mais il est plus difficile de le produire.

Je viens à nostre controverse des Atomes, elle est si ancienne, et les esprits y sont si partagés, que je m'etonne nullement, si nous ne tombons pas d'accord là dessus. Cependant comme je croy, que parmy tous ceux, qui ont jamais soustenu les atomes, personne l'a fait avec plus de connoissance de cause, et y a apporté plus de lumieres, que vous, Monsieur, et que de mon costé j'ay taché d'y joindre des considerations assez particulieres, je continue de profiter de vos eclaircissemens. Si l'on devoit supposer des consistences primitives, la question est, s'il feroit plus raisonnable d'aller d'abord à une dureté parfaite et infinie, que d'admettre toute sorte de degres de fermeté^{f)} mais tousjours meslés de quelque fluidité, ou mollesse;

en sorte que la matiere ait par tout quelque union ou connexion, et que neantmoins elle soit encor divisible par tout. Et qu'ainsi le même corps puisse estre appelé ferme, roide, dur; et encor fluide, mol, flexible, diverso respectu et comparative-ment, selon l'action qui tache de le flechir ou de le diviser. Vous jugés, Monsieur, qu'il seroit plus difficile de concevoir les raisons de ces differentes fermetés; mais si les fermetés sont primitives, on n'en doit pas chercher la raison. J'avoue que la matiere seroit heterogene en quelque façon, ou plustost dans une varieté perpetuelle, en sorte qu'on ne trouveroit pas la moindre particelle uniforme dans ses parties, au lieu que les Atomes sont homogenes. Mais en recompense la matiere selon mon hypothese seroit divisible par tout, et plus ou moins facilement, avec une variation, qui seroit insensible dans le passage d'un endroit à un autre endroit voisin ^e), au lieu que selon les Atomes on fait un saut d'une extremité à l'autre et d'une parfaite incohaesion, qui est dans l'endroict de l'attouchement, on passe à une dureté infinie dans tous les autres endroits. Et ces sauts sont sans exemple dans la nature ^h). D'où il s'ensuit aussi, que selon moy la subtilité et varieté va à l'infini dans les Creatures, ce qui est conforme à la raison et à l'ordre (car je suis pour un axiome tout opposé à cet axiome vulgaire, qui dit, naturam abhorrere ab infinito). Mais selon les Atomes le progres de la subtilité et la variation se borne à la grandeur de l'atome ⁱ), ce qui est aussi peu raisonnable que cette autre maniere de borner les choses par des extremités en enfermant le monde dans une boule. Quant à la difficulté des surfaces plates, par lesquelles les Atomes s'attacheroient, vous repondés, Monsieur, qu'il seroit plustost un grand postulatum de vouloir qu'il y en ait, que de vouloir qu'il n'y en ait point; puisqu'il faut bien de l'exactitude pour en former. Je reponds qu'il faudra toujours une entiere exactitude pour former quelque surface que ce soit. Quelque qu'elle puisse estre, elle sera exacte ^j). Or la surface plate estant des plus simples, il semble que ce qui est cause de l'existence des atomes, seroit encor cause de l'existence des plus simples atomes, à moins que cette cause n'ait eu des raisons particulieres de les éviter, qui ne sçauroient estre prises qu'à fine pour éviter la cohesion. Mais ce seroit assez postuler, que de raisonner ainsi. Vous ajoutés, Monsieur, quand même on admettroit un grand nombre d'Atomes cubiques, qu'ils ne s'attacheroient pas aisement ensemble pour composer des nouveaux corps inseparables, par ce que le plus souvent ils ne reposeroient pas durant quelque temps dans l'attouchement et ne demeureroient qu'un moment dans le même estat, car c'est ainsi que j'entends ce que vous dites, que leur application juste consisteroit in indivisibili ^k). Mais je croy qu'il est assez estrange, que cela se peut faire quelques fois, sçavoir qu'ils s'attachent en sorte qu'ils deviennent Atomes, et qu'ils soyent deormais inseparables à toute eternité.

J'avois crû, que ma raison contre les Atomes prise des loix du mouvement estoit une des plus fortes. Cependant puisque vous promettés d'expliquer un jour comment un corps inflexible peut rejallir ^l), je ne doute point que vous n'ayés à dire

la dessus des choses tres considerables à vostre ordinaire. Vous trouvés aussi, que la difficulté pourroit estre retorquée contre moy, puisque les corps à ressort sont composés, et que par consequent les derniers petits corps estans sans ressort seront aussi incapables de rejallissement. Mais je reponds qu'il n'y a point de dernier petit corps ^{m)} et je conçois qu'une particelle de la matiere, quelque petite qu'elle soit, est comme un monde entier, plein d'une infinité de creatures encor plus petites; et cela à proportion d'un autre corps fut il aussi grand, que le globe de la terre.

Comme il semble qu'on ne sçauroit rendre aucune raison, pourquoy les parties d'un atome sont inseparables, que parce quelles se touchent une fois parfaitement par leur surfaces durant quelque temps; c'est pour cela que, j'ay dit, que dans l'Hypothese des Atomes l'attouchement fait l'office d'un gluten ⁿ⁾. Il semble aussi que si l'attouchement par surfaces fait une connexion infiniment forte; l'attouchement par lignes et par points deuroit aussi faire des connexions, mais surmontables ^{o)} en sorte que deux corps se touchant par des lignes plus grandes seroient plus ³⁾ aisés à separer, et des corps se touchant par plus de points auroient plus de connexion que ceux qui se toucheroient par moins de poincts caeteris paribus. Et mêmes, point contre point, et ligne contre ligne, il semble que contactus osculi deuroit donner plus de connexion que simplex contactus. De plus, si un attouchement superficiel durable faict un attachement insurmontable, il semble qu'un attouchement momentanée feroit une connexion surmontable ^{p)}, mais plus forte, selon que le corps, qui rase l'autre en le touchant, a moins de vitesse. Enfin quoy que j'aye parlé cy dessus des fermetés ou consistences primitives, j'ay tousjours du panchant à croire, qu'il n'y en a aucune primitive, et que le seul mouvement fait de la diversité dans la matiere ^{q)} et par consequent la cohesion. Et tant que le contraire n'est pas encor démontré, il me semble, qu'on doit eviter la supposition d'une telle nouvelle qualité inexplicable, laquelle estant accordée, on passeroit bientost à d'autres suppositions semblables, comme à la pesanteur d'Aristote, à l'attraction de Mons. Neuton, à des sympathies ou antipathies et à mille autres attributs semblables.

Mr. le Marquis de l'Hospital m'a fait l'honneur de me communiquer sa belle invention de la rectification de la Courbe Logarithmique ⁴⁾ ^{r)}. Cela fait voir qu'il a fait des tres grands progrès dans cette Analyse superieure ^{s)}. Et j'espere de luy des lumieres considerables, je voy le moyen de trouver tousjours la ligne ex data

³⁾ Il faut évidemment lire: moins.

⁴⁾ Il l'a fait dans une lettre du 14 décembre 1692, publiée par C. J. Gerhardt dans „Leibnizens Mathematische Schriften”, Band II, p. 216. L'exposé du „problème” et de la „solution” y correspond presque littéralement avec celui qu'on rencontre dans la Lettre N°. 2775, jusqu'aux mots: „2°. Si l'on prend TR”.

lorsque cette ligne est ordinaire ⁵⁾. Mais je n'ay pas la force nécessaire pour mettre en estat tout ce qu'il faut pour cela, et en attendant je suis réduit à me servir de quantité à peu près comme on fait pour résoudre des problèmes sophantiques.

M. de Beaune, dont la soutangentielle seroit $yy - xy : a$, présentement, parce qu'elle est simple et je trouve, qu'elle est en Logarithmes en telle façon, que le logarithme étant y , x est le logarithme et la subnumerale. J'appelle icy la sousnumerale le nombre du logarithme est le quotient d' a divisé par

le facteur, que vos découvertes sur la quadrature de la galande de Roberval sont extrêmement belles, j'entends la ligne dont l'équation est $x^3 + y^3 = nxy$. Comme cette ligne est d'une courbe simple, et que les coordonnées y sont homoeoptotes dans le cercle, j'ay aussi voulu tâcher, si j'en pourray faire la quadrature, et j'en ay enfin trouvé cette construction. L'aire ABCDA est à $\frac{2}{3}ny - \frac{1}{2}xx$ comme le carré de l'abscisse de l'ordonnée y ou BC ⁶⁾.

Je n'ay garde de m'attribuer par avance la connoissance de cette source nouvelle, que vous avés trouvée pour quantité de problèmes des quadratures et des subtangentes. Il se pourroit que j'en sçusse quelque chose, mais je craindray plutôt que non; car je voy qu'on peut employer quantité d'adresses particulières, et je ne doute point, qu'il n'y en ait beaucoup, qui me sont inconnues, quoy qu'il y en ait aussi beaucoup que j'ay employées en temps et lieu. Je me sers quelques fois avec succès des séries infinies, Car toutes les fois qu'on donne un problème tan-

⁵⁾ C'est-à-dire $x = y - z$; $y = a \mid \frac{a}{a-z}$; solution correcte.

⁶⁾ On aurait donc, d'après Leibniz, aire ADCBA $= \frac{2}{3}nx^2y^{-1} - \frac{1}{2}x^4y^{-2}$, c'est-à-dire, après substitution

dans le second terme de la valeur $x^3 = nxy - y^3$, aire ADCBA $= \frac{1}{6}nx^2y^{-1} + \frac{1}{2}xy$,

ce qui est faux évidemment puisque cet aire ne peut pas excéder celle du triangle ABC. Huygens n'a pas manqué de remarquer cette méprise, comme on le voit par le contenu du lambeau de papier que nous avons reproduit dans la dernière note de la présente lettre. Huygens y

substitue, dans la proportion indiquée par Leibniz, la valeur véritable $\frac{1}{2}xy - \frac{1}{6}\frac{nyy}{x}$ de l'aire

du triligne, telle qu'il pouvait la déduire facilement au moyen du résultat mentionné dans les dernières lignes de la pièce N°. 2793, ce qui conduit à une absurdité. Ce n'est que plus tard (voir sa lettre à de l'Hospital 10 septembre 1693 et celle à Leibniz du 17 septembre 1693) qu'il découvrit que la formule de Leibniz devenait correcte si on l'applique au mixtiligne AEBA, en posant EB = y . Voir encore la figure de la note 13.

la dessus des choses tres considerables à vostre ordinaire la difficulté pourroit estre retorquée contre moy, puisqu'ils composés, et que par consequent les derniers petits corps aussi incapables de rejallissement. Mais je reponds qu'il petit corps^{m)} et je conçois qu'une particelle de la matier soit, est comme un monde entier, plein d'une infinité de petites; et cela à proportion d'un autre corps fut il auf la terre.

Comme il semble qu'on ne sçauroit rendre aucune raison d'un atome sont inseparables, que parce quelles se touche par leur surfaces durant quelque temps; c'est pour cela l'Hypothese des Atomes l'attouchement fait l'office d'un g que si l'attouchement par surfaces fait une connexion infiniment par lignes et par points deuroit aussi faire des contrbles^{o)} en forte que deux corps se touchant par des lignes plus³⁾ aisés à separer, et des corps se touchant par plus de connexion que ceux qui se toucheroient par moins de poir mêmes, point contre point, et ligne contre ligne, il sembleroit deuroit donner plus de connexion que simplex contactus.

ment superficiel durable faict un attachement insurmontable, il semble qu'un attouchement momentanée feroit une connexion surmontable^{p)}, mais plus forte, selon que le corps, qui rase l'autre en le touchant, a moins de vitesse. Enfin quoy que j'aye parlé cy dessus des fermetés ou consistences primitives, j'ay tousjours du panchant à croire, qu'il n'y en a aucune primitive, et que le seul mouvement fait de la diversité dans la matiere^{q)} et par consequent la cohesion. Et tant que le contraire n'est pas encor démontré, il me semble, qu'on doit eviter la supposition d'une telle nouvelle qualité inexplicable, laquelle estant accordée, on passeroit bientôt à d'autres suppositions semblables, comme à la pesanteur d'Aristote, à l'attraction de Mons. Neuton, à des sympathies ou antipathies et à mille autres attributs semblables.

Mr. le Marquis de l'Hospital m'a fait l'honneur de me communiquer sa belle invention de la rectification de la Courbe Logarithmique⁴⁾ ^{r)}. Cela fait voir qu'il a fait des tres grands progrès dans cette Analyse superieure^{s)}. Et j'espere de luy des lumieres considerables, je voy le moyen de trouver tousjours la ligne ex data

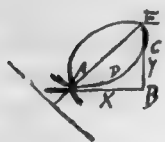
³⁾ Il faut évidemment lire: moins.

⁴⁾ Il l'a fait dans une lettre du 14 décembre 1692, publiée par C. J. Gerhardt dans „Leibnizens Mathematische Schriften”, Band II, p. 216. L'exposé du „problème” et de la „solution” y correspond presque littéralement avec celui qu'on rencontre dans la Lettre N°. 2775, jusqu'aux mots: „2°. Si l'on prend TR”.

quantitate subtangentis, lorsque cette ligne est ordinaire ⁵⁾. Mais je n'ay pas encore le loisir et la patience nécessaire pour mettre en estat tout ce qu'il faut pour pratiquer cette methode, et en attendant je suis reduit à me servir de quantité d'adresses particulieres, à peu près comme on fait pour refoudre des problemes semblables à ceux de Diophante.

Quant à la courbe de M. de Beaune, dont la subtangentielle seroit $yy - xy : a$, je l'ay voulu considerer presentement, parce qu'elle est simple et je trouve, qu'elle depend de la courbe des Logarithmes en telle façon, que le logarithme estant y , x fera la difference entre le logarithme et la subnumerale. J'appelle icy la sousnumerale z , supposé que le nombre du logarithme est le quotient d' a divisé par $a - z$ ⁵⁾.

Il faut avouer, Monsieur, que vos decouvertes sur la quadrature de la galande de Mr. de Roberval sont extremement belles, j'entends la ligne dont l'equation est $x^3 + y^3 = nxy$. Comme cette ligne est d'une nature simple, et que les coordonnées y sont homoeoptotes comme dans le cercle, j'ay aussi voulu tacher, si j'en pourray trouver la quadrature, et j'en ay enfin trouvé cette construction



generale ⁶⁾ que le triline ABCDA est à $\frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} xx$ comme le quarré de l'abscisse x , ou AB, est au quarré de l'ordonnée y ou BC ⁶⁾.

Je n'ay garde de m'attribuer par avance la connoissance de cette source nouvelle, que vous avés trouvée pour quantité de problemes des quadratures et des subtangentes. Il se pourroit que j'en sçusse quelque chose, mais je craindray plustost que non; car je voy qu'on peut employer quantité d'adresses particulieres, et je ne doute point, qu'il n'y en ait beaucoup, qui me sont inconnues, quoy qu'il y en ait aussi beaucoup que j'ay employées en temps et lieu. Je me sers quelques fois avec succes des series infinies, Car toutes les fois qu'on donne un probleme tan-

⁵⁾ C'est-à-dire $x = y - z$; $y = a \log \frac{a}{a-z}$; solution correcte.

⁶⁾ On aurait donc, d'après Leibniz, aire ADCBA = $\frac{2}{3} nx^2 y^{-1} - \frac{1}{2} x^4 y^{-2}$, c'est-à-dire, après sub-

stitution dans le second terme de la valeur $x^3 = nxy - y^3$, aire ADCBA = $\frac{1}{6} nx^2 y^{-1} + \frac{1}{2} xy$,

ce qui est faux évidemment puisque cet aire ne peut pas excéder celle du triangle ABC. Huygens n'a pas manqué de remarquer cette méprise, comme on le voit par le contenu du lambeau de papier que nous avons reproduit dans la dernière note de la présente lettre. Huygens y

substitue, dans la proportion indiquée par Leibniz, la valeur véritable $\frac{1}{2} xy - \frac{1}{6} \frac{nyy}{x}$ de l'aire

du triline, telle qu'il pouvait la déduire facilement au moyen du résultat mentionné dans les dernières lignes de la pièce N°. 2793, ce qui conduit à une absurdité. Ce n'est que plus tard (voir sa lettre à de l'Hospital 10 septembre 1693 et celle à Leibniz du 17 septembre 1693) qu'il découvrit que la formule de Leibniz devenait correcte si on l'applique au mixtiligne AEBA, en posant EB = y . Voir encore la figure de la note 13.

gentiel, je puis trouver la courbe demandée per seriem infinitam. Ce qui est au moins de grand usage pour la pratique⁷⁾. Car je suppose $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$ etc. et par conséquent j'ay aussi yy, y^3 etc. item xyy, xy^3, x^2y^2 etc. j'ay aussi dy . Car dy est égal à dx multiplié par $b + 2cx + 3dx^2 + 4ex^3$ etc. et ddy est égal à $1. 2c + 2. 3dx + 3. 4. ex^2$ etc. multiplié par dx^2 et ainsi de suite. Ayant donc mon equation differentielle delivrée des fractions, racines et sommes, et ordonnée en sorte, qu'elle soit egale à rien, et ayant expliqué les termes où entre y ou dy , en sorte, qu'il ne reste d'autre indeterminée que x , ce qui fait evanouir dx , j'explique les arbitraires, a, b, c , etc. en sorte que tous les termes se detruisent, et par ce moyen je trouve leur valeur, et par conséquent celle d' y . Cette methode est la plus generale qu'on puisse imaginer, car elle reussit pour tous ces problemes et encor pour ceux, dont la difficulté est d'une transcendence du second, troisième ou autre degré, c'est à dire, qui va aux differentio-differentielles et au delà. En un mot est supplementum Generale Geometriae practicae pro Transcendentibus; pour ne dire (ce qui paroist assez) qu'elle sert à donner les racines des equations, mais aussi elle sert souvent à trouver des valeurs finies⁸⁾. J'espere le plaisir d'apprendre un jour vostre maniere physico-mathematique pour la quadrature de l'Hyperbole⁹⁾. Ces applications donnent souvent des nouvelles vues.

Voicy quelque chose de tout autre nature, que je joins icy. J'ay eu en main quantité de pieces curieuses qui servent à l'Histoire et aux affaires, dont je feray imprimer le recueil. Celuy des plus anciennes avant l'an 1500, paroitra ce printemps dans un volume in fol⁷⁾. Mais pour les modernes, particulièrement de nostre siecle, je souhaitteroie encor bien des choses.

Monsieur vostre frere et quelques autres habiles hommes de vostre pays, employés dans les affaires publiques, me pourroient favoriser en ce dessein à vostre recommandation, en communiquant quelques pieces curieuses, qui serviroient à instruire le public, sans faire prejudice à qui que ce soit.

C'est dommage que Mons. van Beuninguen n'est pas en estat d'y contribuer⁸⁾.

7) Il s'agit de l'ouvrage:

Codex Juris Gentium Diplomaticus, In quo Tabulae Authenticae Actorum Publicorum Tractatum, aliarumque rerum majoris momenti per Europam gestarum, *pleraque ineditae vel selectae*, ipso verborum tenore expressae ac temporum serie digestae, continentur; A fine seculi undecimi ad nostra usque tempora aliquot Tomis comprehensus: Quem ex Manuscriptis praesertim Bibliothecae Guelfebytanae Codicibus, Et Monumentis Regionum aliorumque Archivorum, ac propriis denique Collectoreis Edidit G. G. L. Hanoverae, Literis & Impensis Samuelis Ammonii. M DC XCIII, in-f^o.

La publication de ce livre parait avoir été hâtée par l'éditeur. Après la mention faite des titres de deux documents dont la teneur n'est pas donnée, l'ouvrage se termine par la remarque: „Haec aliaque imminentes Nundinae Typographum festinantem in sequentia differre coegerunt.”

8) Voir la Lettre N^o. 2766, note 6.

Mais vous ne manqués pas d'habiles ministres, et fouuent les heritiers de ceux qui ont esté employés autrefois ne sont pas chiches de telles choses.

Je vous demande pardon de la liberté que je prends de vous parler d'une chose de cette nature. C'est à condition que cela ne vous importune nullement et que vous ne fassiez que ce que vous pourrés commodement, par le moyen de quelques amis, un mot de vostre part valant mieux, que les grandes sollicitations de beaucoup d'autres. Je suis avec zele etc.

MONSIEUR

Vostre treshumble et tres obeissant seruiteur
LEIBNIZ.

-
- ^a) Rec. le 31 mars [Christiaan Huygens] ⁹).
 - ^b) Voici ce que j'ai dit: Tous les axes devroient estre paralleles [Chr. Huygens].
 - ^c) l'axe de la Terre change peu a peu de position [Christiaan Huygens].
 - ^d) Je l'expliqueray [Christiaan Huygens].
 - ^e) il y a encore les declinaisons constantes [Christiaan Huygens].
 - ^f) s'il y a toute sorte de fermeté cela empeschera la viteffe de la lumiere [Christiaan Huygens].
 - ^g) Mon hypothese est plus simple [Christiaan Huygens].
 - ^h) ce n'est pas un faut [Christiaan Huygens].
 - ⁱ) cette borne estoit necessaire ou il falloit un progres continuel [Chr. Huygens].
 - ^j) il est bien plus facile de former quelque surface indeterminee comme en cassant un corps, que d'en former une exactement platte [Christiaan Huygens].
 - ^k) je dis que la position de deux surfaces plattes pour estre appliquées l'une à l'autre consiste in indivisibili. ils ne s'attachent pas pour devenir atomes [Chr. Huygens].
 - ^l) voir nos lettres sur cecy [en crayon, Christiaan Huygens].
 - ^m) mais qu'est ce que le ressort a vostre opinion? [Christiaan Huygens].
 - ⁿ) cet attouchement fait l'unité; rien n'estant entre deux [Christiaan Huygens].
 - ^o) consequence sans fondement [Christiaan Huygens].
 - ^p) plustost point de connexion [Christiaan Huygens].
 - ^q) je ne comprends point cette idée [Christiaan Huygens].
 - ^r) Bernoulli se l'attribue ¹⁰) [Christiaan Huygens].

⁹) Les notes qui suivent ont été écrites d'abord au crayon, la plupart ont été retracées à l'encre, deux ont été effacées au point de devenir illisibles. Plusieurs de ces notes, nommément les notes *r*, *u*, *v* et *x* doivent avoir été écrites quelques mois après la réception de cette lettre.

¹⁰) Consultez, sur cette note, les lettres de Huygens à de l'Hospital du 5 et celle de l'Hospital à Huygens du 10 août 1693.

- s) touchant notre correspondance [en crayon, Christiaan Huygens].
 t) Donnez luy une soustangente deguisee ¹¹⁾ [Christiaan Huygens].
 u) Cette construction n'est pas vraie que lors que EB se prend pour x , et AB pour y [Christiaan Huygens].
 v) Je n'estime guere les series que quand elles se terminent comme de Greg. Newton Hospital ¹²⁾ [Christiaan Huygens].
 w) Ce serait le plus beau [Christiaan Huygens].
 x) Vous l'aurez vue. Elle a donné occasion a Bernoulli pour d'autres ¹³⁾ [Christiaan Huygens] ¹⁴⁾.

¹¹⁾ Huygens en a proposé dans sa réponse du 17 septembre 1693.

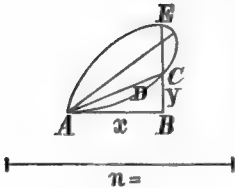
¹²⁾ Voir, à propos de cette remarque, la lettre de Huygens à de l'Hospital du 23 juillet 1693 et la réponse de de l'Hospital du 10 août 1693.

¹³⁾ Consultez la Lettre à de l'Hospital du 3 septembre 1693.

¹⁴⁾ A cette lettre de Leibniz se trouve joint un lambeau de papier sur lequel Huygens a noté ce qui suit:

„Selon Mr. Leibnitz il y auroit cette proportion veritable.

Triligne ABCDA

	qu. AB	qu. BC
	$\frac{1}{2} xy - \frac{1}{6} \frac{nyy}{x} - \frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} xx - xx - yy$	
	$\frac{1}{2} xy^3 - \frac{1}{6} \frac{ny^4}{x} \propto \frac{2}{3} nyxx - \frac{1}{2} x^4$	Aeq. ^o curvae $x^3 + y^3 \propto nxy$
	$\frac{1}{2} xxy^3 - \frac{1}{6} ny^4 \propto \frac{2}{3} nyx^3 - \frac{1}{2} x^5$	$y^3 \propto nxy - x^3$
	$\frac{1}{2} nx^3y - \frac{1}{2} x^5 - \frac{1}{6} ny^4 \propto \frac{2}{3} nyx^3 - \frac{1}{2} x^5$	$\frac{1}{2} xx \quad \frac{1}{2} xx$
	$-\frac{1}{6} ny^4 \propto \frac{1}{6} nyx^3$ absurdum.	$\frac{1}{2} xxy^3 \propto \frac{1}{2} nx^3y - \frac{1}{2} x^5$

Mr. Leibnitz se trompe donc. Il devoit mettre $\frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} xx - \frac{1}{6} \frac{nyy}{xx}$ [voir la Lettre N^o. 2801]. Il dira qu'il l'a oublié ou son copiste.

Il ne se trompe point si AB est x , EB y .

Le logarithme estant y , x sera la difference entre le logarithme et $a - \frac{aa}{n}$ l'excès de la soutangente sur aa divisé par le nombre du logarithme. C'est ainsi qu'il devoit dire suivant ce que montre la construction seconde du Marquis de l'Hospital, ou bien le logarithme estant y , x sera la difference entre le logarithme et z (qui est FA, je ne scay pourquoy il l'appelle sounumerale) si le nombre du logarithme est $\propto \frac{aa}{a-z}$, et non $\frac{a}{a-z}$. Il aura vu la solution de M. le Marquis de l'Hospital dans le Journal de Scav. de Sept. 1. 92^o. [Voir la note 2 de la Lettre N^o. 2787 et la Lettre 2801].

N^o 2798.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

24 MARS 1693.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
De Volder y répondit par le No. 2800.*

Aen de Hr. Profeffor DE VOLDER den 24 Mart 1693.

Mijnheer

Ick fend UE hier neffens weder het Journael van M. de Graef met mijne aenmerkingen ende gepointeert de Caert van Africa ¹⁾ nae dat ick volgens UE goede advifen ²⁾ verbeteret hebbe 't geen ik bij abuis anders gestelt hadde als mijn eygen raisonnement mede bracht. Waer voor UE nochmaels bedancke. Hier door, gelijk UE wel geremarqueert hadde wordt die vreemde gewaende kromte der Cours wegh genomen, en blijft evenwel de Lengde tusschen St. Jago en de Caep bij 't horologie afgemeten, de selfde, en met de Caert accorderende. Het is waer dat, in de herstelde plaetsen de berekende Cours nu feer Westelyck loopt van de gegifte Cours der Stierluyden, afwijkende tot $8\frac{2}{3}$ graden. en bij nae maer 2 graden van de Cust van Brasilien afblijvenden. Maer het is wel moghelijk dat de generalen vloedt van Oost nae Westen het schip aldus vervoert hebbe, konnende de Stierluyden 't selve nergens aen gewaer werden. ten waer men seyde dat se van 30 duytsche mijlen distantie de Brasiliaensche Cust souden kunnen vernomen hebben, 't welck ick niet en geloof; behalven dat men oock niet seecker en weet hoe nae dese Cust in de Caert op haere waere Lengde leght.

Ick hebbe, gelyck UE bekend is, de daghelyckse verachtering van 't horologie, van S. Jago af, genomen foo die bij de Graef gebruyckt is van 1'. 58". Aengaende nu 't geen UE feer wel aengemerckt heeft, dat in dese verachtering te definieren eenighe veranderlyckheydt geweest is, 't zij door schult van 't horologie, of bij faute in 't observeren, foo segh ick dat dit laetste verre het waerschynelyckste is want anders soude het horologie in de 24 uren tusschen den 31 Mart, ende 1 April, ontrent $1\frac{1}{2}$ minuten te veel verachttert hebben, naer advenant van dat het de 5 voorgaende daghen gedaen hadde, welcke al te groote ongelyckheydt niet en is te

¹⁾ Le Journal de De Graaff et la carte pointée de l'Afrique ne se trouvent pas dans notre collection. Quant aux „Aanmerkingen”, une pièce intitulée „Verklaeringh en aenmerkingen op het Journael van J. de Graaff”, écrite de la main de Huygens, ainsi que quelques pages de calcul détachées se rapportent au journal de De Graaff et y renvoient en plusieurs endroits. Comme les résultats auxquels arriva Huygens se trouvent résumés dans ses lettres à De Volder et que les détails, pour être compris, exigent la consultation du journal et de la carte qui nous manquent, nous avons cru devoir passer ici cette pièce.

²⁾ Nous ne les connaissons pas.

prefumeren, aengesien de naegenoegh getroffen Lengde tusschen St. Jago ende Caep door middel van 't selve horologie. De oorfaeck van de veranderlijke begroting der verachtering kan geweest sijn dat in de laetste observatie van den 1 Apr. de minutwyser op 49 sal gestaen hebben als gemeent wierdt op 48 stont, gelijk daer in licht konde gedwaelt werden, door de ongeoeffende observateurs. Waer door dan de verachtering van 't horologie in de 6 daghen geweest soude sijn van 10' 51 sec. en in een dagh, van 1' 48½ sec. 't welck met de voorighe observaties veel beter accordeert als de 1' 58½". Ick hebbe dit aldus een[s] willen supponeren, en daer op de gestipte Coers in de bijgaende Caerte geformeert welke men siet dat wat verder afblijft van de Americaensche Cust, als de andere nae 't horologie getrocken. Maer even wel niet veel, soo dat ick voor vast houde, dat het schip, ontrent dese daghen van den 23 en 24^{en} Apr. door de vloedt uijt den Oosten seer verre vervoert is geweest. Ick weet wel dat volgens dese gestipte Cours de Lengde tusschen St. Jago en de Caep ontrent 2½ gr. meerder soude komen als de 48 gr. die ick te vooren, met de caert accorderende, bevonden hebbe, en ick beken dat het horologie voor soo veel kan gemanqueert hebben, maer het kan oock de faut van de Caert sijn, daer men niet vast op gaen kan, soo langh men door onfeilbare observaties, gelijk die aan de omloopers van Jupiter de voorz. lengde niet perfect heeft gedetermineert³⁾. En het waer te wenschen dat de O. Indische Comp.^{ie} tot redres der Caerten en bevorderingh der Lengde-metingh al sulcke observaties dede in 't werck stellen; waer toe soo goede gelegentheydt heeft.

UE gelieve 't geen hier nevens gaet aen de Hr. van de Blocquerij toe te senden, als mede UE opinie aengaende dese Proeve want ick aen Sijn Ed. en aen de Heeren Bewinthe.^s geschreven hebbe dat ick UE hier toe verfoecken soude⁴⁾. Daer is aen gelegen dat haer Ed. sien dat dit laetste Experiment niet te vergeefs aengestelt is, en beter uyt gevallen als sij op het raport van Mr. de Graef geloofd hadden⁵⁾. Waer nae oock haer Ed. soo ick geloof, niet onmoghelijck fullen oordeelen met de Lengde Metingh te reussieren; en te meer om dat ick haer Ed. verseeckert hebbe van iets beters als de horologien met Pendula daer toe geinventeert te hebben⁶⁾. Ick blijve

Mijn Heer

UE. ootmoedige dienaar

³⁾ La différence en longitude entre Santiago, Iles du Cap-Vert, et le Cap n'est en réalité que de 42 degrés.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2796.

⁵⁾ Voir, sur ce rapport peu favorable, la Lettre N°. 2773.

⁶⁾ Voir la fin de la note 5 de la Lettre N°. 2796, à la page 425.

N^o 2799.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

24 MARS 1693.

*Appendice au No. 2798.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

in een briefje apart.

UE. kan dezen brief of copij der zelve neven voorgemelte stukken overzenden. waar door misschien UE. moeyte in geven van zijn advis zal konnen vermindert werden en oock blycken dat ick de correctie bij UE. gedaan, noodigh geacht en gevolght hebbe.

N^o 2800.

B. DE VOLDER à CHRISTIAAN HUYGENS.

6 AVRIL 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse aux Nos. 2798 et 2799.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2802.*

Wel Edele Heer,

Ick hebbe UEdts aangename van den 24^{ste} maart nevens de bijlagen wel ontfangen, maar door indispositie niet konnen examineren als heden, en gifteren. Nu de saack insiende, weet ick bijna niet wat conclusie te formeren. Want onseecker sijnde hoe groot de dagelyxse vertragingh van 't Horologie is geweest op St. Jago, en wel sodanigh onseecker, dat het een verschil van $2\frac{1}{2}$ of oock wel meer graden op dese wijs soude komen te importeren, hoe kan men met eenige seeckerheid van de rest concluderen? T'is wel waarschiynelyck, gelijk UEdt dit aanmerckt, dat in de observatie van den 1^{ste} April een misflagh is begaan, en misschien is 't oock wel foodanigh een, als UEdt. bybrengt, maar dit schijnen mij ten minsten altijd het laatste, alleen gissingen. T'is oock waar, dat de lengde van de Caap, die de caart aanwijst soo vast niet is, dat men dese $2\frac{1}{2}$ graden verschil, seeckerlyk tot een fout aan de Horologien soude konnen toeschrijven; maar aan de andere kant is 't oock waar, dat de caart soo wel kan missen met de Caap oostelijcker te leggen, als Westelijcker alst behoort. Twelck soo waar mocht sijn, en dat de Caap inderdaat minder ten oosten van St. Jago verscheelde, als de caart van Viffer ¹⁾ medebrengt sou dit de fout der Horologien noch grooter maacken.

¹⁾ Africae accurata Tabula ex officina Nic. Visscher. Elle fait partie d'une série de cartes publiée sans titre général par Visscher et Van Waesberge à Amsterdam.

Waarbij komt, dat de observatie van de Franse Jesuiten gaande naar Siam²⁾, die misschien de seeckerste is, die wij omtrent des Caaps lengde hebben, den Horologien gansch niet schijnt te favoriseren. Want die determineren de lengde van de Caap naar de meridiaan gaande door l'isle de fer op $40\frac{1}{2}$ gr. dat is, naar de meridiaan van onse caarten gaande door Tenariffe, wat meer als 38 gr. waarmede de caarten van de Compagnie schijnen overeen te komen. So dat na dese observatien het Horologie een verschil van lengde tusschen St. Jago en de Caap soude hebben aangewesen, 'tgeen van het waare over de 5 gr. soude verschillen, ten minsten altydt incas dat St. Jago, te recht 7 gr. westelijker gestelt wert als de meridiaan van Tenariffe.

Uyt welck alles ick dan niet anders sie te concluderen, als dat dese proeve ten besten genomen de saacke laat genoegsaam in deselfde staat als voorheen, als hebbende de observateur door de daaghelyxse vertragingh vant Horologie niet accuraat genoeg geobserveert te hebben, ons buijten postuur gestelt, om met eenige seeckerheijt vant qualyck of wel uijtvalen der Horologien, uijt dese proeve te kunnen oordelen.

Ick hebbe gemeent van mijn plicht te sijn, eer ick iets aan de H.ren van de Compagnie schreef, UEdt van dese mijne gedachten communicatie te geven. Waar op UEdts antwoord te gemoet siende, sal ick eyndigen met UEdt te versceekeren, dat ick met alle respect blijve

Wel Edele Heer

UEdts ootmoedige Dienaar
B. DE VOLDER.

Leyden, den 6 April 1693.

Hiernevens gaat de quitantie van mons.^r VAN DER AA³⁾.

Aan de WelEdele Heer
Mijn Heer CHRISTIAAN HUIJGENS Heer van Zelúm etc. etc.
int Noortende in de Crabbe
in den Haagh.

²⁾ Consultez la Lettre N°. 2455, note 10, et la pièce N°. 2519 à la page 274.

³⁾ Très probablement, le libraire cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2534.

N^o 2801.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

9 AVRIL 1693.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.**La lettre est la réponse au No. 2787.**De l'Hospital y répondit par le No. 2805.***Sommaire :** Qu'il verra ce que j'ay fait imprimer.

Ce qu'il appelle manieres diff.

Leibnitz point reussi. Rien d'approchant. Sa solution apres 2 mois.

L'autre pour la courbe de M. de Beaune, il aura vu la vostre.

Vous n'avez rien dit sur mes soutangentes. Je feray bien aise de voir comment vous avez trouvè celle de M. de Beaune. la 2de constr. meilleure.

Leibnitz de la chaine, se vante mal a propos. j'ay de grands doutes s'il a trouvé la construction.

Nous n'avons encore pu avoir le traité de Newton. Series. On refoudra ce qui tombe dans certaines formules?

Methode de Roberval par le mouvement. Quadratrice.

Homme de la baguette teste parlante.

Ecluse du Duc de Roanes.

Voile de Bernouilli. Contraire a ce que son frere avoit dit ²⁾.

A la Haye ce 9 Avril 1693.

Vous ne pouvez douter, Monsieur, que vostre quadrature generale de la Feuille de Mr. Descartes ne soit vraie, et qu'elle ne s'accorde avec ce que j'en avois trouvé ³⁾. Il paroît que cette invention avoit quelque difficulté puis que Mr. Leibnitz n'a scu en venir à bout, car luy aiant ecrit la mesme chose qu'à vous ⁴⁾, touchant la quadrature particuliere, il ne m'a fait responce qu'apres deux mois ⁵⁾ et d'avantage, contre ce qu'il a accoutumè, et en fin il m'envoie une Quadrature, qui n'a rien d'approchant de la veritable, ce qui m'a paru bien etrange. *Comme cette ligne (dit il) est d'une nature simple, et que les coordonnees y sont homoeoptotes comme dans le cercle, j'ay aussi voulu tascher si j'en pourrois trouver*

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, pag. 254.

²⁾ Ainsi qu'il résulte d'une annotation que l'on rencontrera dans l'Appendice à la Lettre de Huygens à de l'Hospital du 5 novembre 1693, il s'agit ici d'une allusion à un article de Jean Bernoulli, paru dans le Journal des Sçavans du 28 avril 1692, sous le titre: „Solution du problème de la courbure que fait une voile enflée par le vent. Par Monsieur Bernoulli, frère du professeur à Bâle”. Dans cet article, Jean Bernoulli annonçait avoir trouvé que la courbure de la voile est celle de la chaînette, sans y apporter la distinction pour les différentes parties de la voile, mentionnée dans la note 33 de la Lettre N^o. 2693.

³⁾ Voir la pièce N^o. 2782.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2785 à Leibniz vers la fin et la Lettre N^o. 2777 à de l'Hospital à la page 351.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2797 et consulter, pour ce qui va suivre, la petite figure de la page 429, reproduite par Huygens dans sa lettre.

la quadrature, et j'en ay enfin trouvè cette construction generale: que le triligne $ABCD$ est à $\frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} xx$ comme le quarrè de l'abscisse x ou AB est au quarrè de l'ordonnée y ou BC . Ce qui est faux⁶⁾. Je vois pourtant, pendant que j'écris cecy, que s'il avoit mis $\frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} xx - \frac{1}{6} \frac{n^2 y^2}{x^2}$ ⁷⁾, il aurait dit vray, et qu'il pourra dire que le dernier terme a esté oublié par megarde. Mais s'il n'y a pas eu d'erreur de son costé, comment n'a-t-il pas rencontré la simple expression de ce triligne $\frac{1}{2} xy - \frac{nyy}{6x}$, ou bien $\frac{nyy}{6x}$ pour le segment ADC , puis que je lui avois mandé que les segmens s'exprimoient par un seul terme? Il trouvera ce qui en est dans le journal de Mr. de Beauval⁸⁾, qui a paru le mois dernier, ou j'ay fait inferer cette quadrature, en adjoutant que vous l'avez trouvée de mesme. J'y ay aussi fait mettre vostre construction pour la dimension de la Ligne Logarithmique et la mienne pour la Chainette, avec les proprieté d'une certaine quadrature de l'hyperbole. Je scay que ces livrets de Mr. de Beauval sont d'abord envoyez à Paris, autrement j'enfermerois icy les feuillets que ces choses y occupent.

Je ne doute point, que vous n'avez la mesme methode dont je me suis servi pour la dimension de la Feuille, mais je souhaiterois de scavoir si ce que vous appelez trois manieres differentes sont autant de differentes methodes. Voicy encore ce que m'escrit Mr. Leibnitz⁹⁾: *Quant à la Courbe de Mr. de Beaune, dont la soutangentielle est $\frac{yy - xy}{a}$, je l'ay voulu considerer presentement, parce qu'elle est simple, et je trouve qu'elle depend de la Courbe des Logarithmes en telle façon que le Logarithme estant y , x sera la difference entre le logarithme et la subnumerale. J'appelle ici sousnumerale z , suppose que le nombre du Logarithme est le quotient d' a divisé par $a - z$. Cela est exprimé assez obscurément. Il devoit dire aa divisé par $a - z$, alors je trouve que sa construction s'accorderoit avec vostre seconde¹⁰⁾, et FA feroit sa subnumerale¹¹⁾, que je ne scay pas pourquoy il*

⁶⁾ Voir la note 6 de la Lettre N°. 2797.

⁷⁾ La page 1 du Livre J nous renseigne sur la manière dont cette expression a été obtenue par Huygens. Partant de la formule correcte $\frac{1}{2} xy - \frac{1}{6} ny^2 x^{-1}$ pour l'aire $ADCB$, il trouve

$\frac{1}{2} x^{-1} y^3 - \frac{1}{6} ny^4 x^{-3}$ pour la valeur de l'expression qui doit remplacer le terme $\frac{2}{3} ny - \frac{1}{2} x^2$ de la proportion indiquée par Leibniz. Ecrivant cette expression sous la forme

$\left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{6} ny\right) y^3 : x^3$, Huygens y remplace ensuite y^3 par sa valeur $xy - x^3$, obtenue à l'aide de l'équation de la courbe et arrive ainsi facilement à l'expression mentionnée dans le texte.

⁸⁾ Voir la pièce N°. 2793.

⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2797.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2787 à la page 393. Huygens reproduit ici la figure de la page 392, se rapportant à cette construction.

nomme ainsi, mais on peut douter s'il n'a pas formé cette construction sur votre première, qui est depuis le mois de Sept. de l'année passée dans le Journal des Scavans ¹²⁾).

Mons.^r Leibnitz est assurément très habile, mais il a avec cela une envie immodérée de paroître, comme cela se voit encore dans le 13^e Journal de la même année ¹³⁾ lorsqu'il parle de son Analyse des infinis; du Probleme des Loxodromies, que Jac. Gregorius avoit résolu longtemps devant lui dans ses Exercitations Geometriques ¹⁴⁾: des loix Harmoniques des mouvements Planétaires, ou il a suivi l'invention de Mr. Newton, mais en y mêlant ses pensées qui la gâtent ¹⁵⁾: de la construction de la Chainette qu'il veut préférer à celle de Mr. Bernouilly ¹⁶⁾, comme si ce n'étoit pas la même chose de réduire cette construction à la dimension de la ligne Parabolique, ou à la quadrature de l'hyperbole, ou à la description de la Logarithmique. Et encor suis je fort en doute pour des

¹¹⁾ En effet, posant dans la figure de de l'Hospital, mentionnée dans la note précédente, $GA = a, AC = x, BC = y, AF = z$, on a par construction: $x = FC - z = EB - z = EF - z = y - z$, et de même, d'après la propriété principale de la Logarithmique, $y = EF = AG \mid \frac{AG}{GF} = a \mid \frac{a}{a-z}$; équations identiques avec celles de la note 5 de la Lettre N^o. 2797.

¹²⁾ Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N^o. 2787.

¹³⁾ Voir l'article de Leibniz qui parut dans le Journal des Scavans du Lundi 31 mars 1692 sous le titre: „De la chainette: ou solution d'un problème fameux proposé par Galilei, pour servir d'essai d'une nouvelle analyse des infinis, avec son usage pour les logarithmes, & une application à l'avancement de la Navigation. Par Mr. de Leibniz”.

¹⁴⁾ Consultez la Lettre N^o. 2709, note 12.

¹⁵⁾ Consultez, dans les Lettres Nos. 2561, 2751, 2759, 2766, 2785, et 2797, les discussions entre Huygens et Leibniz au sujet des tourbillons Cartésiens.

¹⁶⁾ Voici comment Leibniz s'exprime, dans l'article cité dans la note 13, sur les solutions diverses du problème de la chaînette mentionnées dans la note 1 de la pièce N^o. 2681: „De ceux qui ont employé d'autres méthodes [que la nouvelle analyse des infinis], on ne connoit que Monsieur Huygens qui ait réussi. Il est vrai qu'il suppose la quadrature d'une certaine figure. Du reste en ce qui étoit commun aux solutions ou remarques sur cette ligne, il s'est trouvé un parfait accord, quoy qu'il n'y ait eu aucune communication entre les Auteurs des solutions; ce qui est une marque de la vérité, propre à persuader ceux qui ne peuvent ou ne veulent pas, examiner la chose à fonds.

„Par la méthode nouvelle le problème a reçu une parfaite solution, Mr. de Leibniz qui a été le premier à résoudre ce problème, l'ayant réduit à la quadrature de l'hyperbole; ce que Mr. Bernoulli a fait aussi ensuite: mais la construction de Monsr. de Leibniz donne enfin le moyen, de marquer autant de points qu'on voudra de la ligne demandée, en supposant une seule proportion une fois pour toutes, & n'employant du reste aucune quadrature ni extension de courbe, mais les seules moyennes, ou troisièmes proportionnelles. Et comme c'est tout ce qu'on peut souhaiter pour les problèmes transcendans, il sera bon de donner ici cette construction”.

Après quoi Leibniz fait suivre, sans y ajouter quelque chose de nouveau, sa solution du problème de la chaînette avec la description de ses propriétés, telle qu'on la rencontre dans les Acta de Juin 1691, et, en abrégé, dans la Lettre N^o. 2688.

raisons que je pourrois alleguer ¹⁷⁾ s'il n'a pas tiré sa construction de celle de Mr. Bernoulli. Mais je vous prie de ne tesmoigner rien de cecy.

Vous m'obligerez fort, en me communiquant la maniere dont vous estes parvenu à la construction de cette Courbe de Mr. de Beaune, où je m'attens de voir quelque chose de fort beau.

Vous ne m'avez rien répondu touchant les 2 soutangentes ¹⁸⁾ que je vous avois proposées; est ce que vous trouvez l'invention de leur courbes trop aisée ou trop difficile?

La methode des Tangentes de M. de Roberval, estoit fondée sur les mouvements et les interfections d'autres lignes, dont on concevoit que les courbes estoient produites, par où je me souviens d'avoir trouvé autrefois la tangente de la Quadratrice de Dinostrate ¹⁹⁾ et de plusieurs autres courbes, et cela sans calcul.

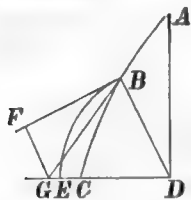
Nous n'avons pas encore pu avoir icy le Traité de Mr. Newton, que vous souhaitez tant de voir. Mais a ce qu'un de ses amis m'a fait entendre de sa methode ²⁰⁾, on n'y trouvera la solution du Probleme renversé des Tangentes ni de celui des quadratures que quand l'expression de la soutangente ou l'Equation de la Courbe se reduisent à de certaines formules. Il s'y sert des series infinies qui viennent par division, et en tire pourtant la quadrature déterminée, quand elle est possible. Mr. Leibnitz me mande ²¹⁾ qu'il se sert aussi quelquefois de ces series, mais seulement pour aller à des approximations, ce que je n'estime pas beaucoup. Toutefois pour trouver la courbe ex data quantitate subtangentis, il dit ²²⁾ qu'il voit le moyen d'y

¹⁷⁾ Consultez sur ces raisons le postscriptum de la Lettre N°. 2695, la réponse de Leibniz, notre N°. 2699, et la Lettre N°. 2729 à la page 184.

¹⁸⁾ Voir, dans la Lettre N°. 2777, les deux expressions dont il est traité dans la note 30 de cette lettre.

¹⁹⁾ La courbe $2a\theta = \pi r \sin \theta$ (en coordonnées polaires), dont l'ordonnée $r \sin \theta$ est proportionnelle à l'angle polaire.

Dans le livre A des Adversaria, on trouve, sous la date du 6 novembre 1659 la construction suivante:



ABC est quadratrice linea. B punctum in ea datum. Oportet ducere tangentem in B. Centro D scribatur arcus BE et ducatur quae eam tangat recta BF, in qua sumatur BF aequalis arcui BE; potest autem hujus longitudo ope quadratricis facile inveniri; deinde ex F ducatur FG quae sit super FB perpendicularis, et occurrat rectae DE in G: unde ducatur GB. Dico hanc esse tangentem quadratricis quaesitam.

Il est clair, en effet, que cette construction se déduit facilement par la méthode de de Roberval, puisque d'après celle-ci les projections de la vitesse du point B sur AD et sur BF doivent être dans la proportion de l'ordonnée à l'arc BE.

²⁰⁾ Sans doute Fatio de Duillier, par des entretiens pendant son séjour à la Haye de février à septembre 1691, ainsi que par ses Lettres Nos. 2739 et 2745.

²¹⁾ Voir la Lettre N°. 2797 à la page 430.

²²⁾ Voir la même Lettre N°. 2797 à commencer par les dernières lignes de la page 428.

reussir tousjours, quand la Ligne est ordinaire, mais qu'il n'a pas encore la patience ni le loisir de mestre en estat tout ce qu'il faut pour pratiquer cette methode. Une de vos deux soutingentes est marquée $\frac{yy+xy}{y}$, je crois que vous avez voulu escrire $\frac{yy+xy}{a}$.

Je suis bien aise d'estre desabusé touchant la teste parlante. J'espere de l'estre de mesme pour ce qui est de l'homme a la baguette, dont j'apprens qu'on commence de decouvrir la finesse. Vous me ferez grand plaisir, Monsieur, de me mander ce que vous en savez. Cette imposture sera bien remarquable apres tant d'attestations et de pretendues epreuves.

Il y a deux ans ou d'avantage qu'un Ingenieur m'a parlé d'une invention de porte d'Ecluse, qu'on ouvroit en la couchant au fond de l'eau; c'est-à-dire qui tournoit aiant son costé immobile dans ce fond et couché horizontalement, ce que je trouvay bien imaginé pour plus d'une raison. Il me dit qu'elle luy avoit esté proposée par un François qui passoit par icy. Peut-estre c'est celle dont le memoire de Mr. le Duc de Roanés raporte les avantages. J'avoue pourtant que j'y trouve quelques choses que je ne comprends pas. Je n'ay jamais oui dire qu'on fist des ecluses qui ne fussent pas doubles avec un bassin entre deux, comme sont celles entre Bruxelles et Anvers, et par tout icy en nostre pais. Et il me semble que sans cela il doit y avoir une grande perte d'eau pour chaque batteau qui passe seul, et beaucoup de peine à tirer les bateaux contre le courant, qui ne laissera pas d'estre fort viste avec les 3 pieds de pente sur 150 toises. Je n'entens pas aussi ce qui est dit de la facilité d'ouvrir et fermer cette Ecluse, quand il y a 6 pieds d'eau d'un costé et rien de l'autre, si ce n'est qu'on hausse premierement un panneau perpendiculaire, qui en faisant une ouverture dans la porte, donne moien à l'eau de baisser beaucoup, pour ouvrir en suite la porte entiere en la couchant à travers l'eau qui reste en beaucoup moindre hauteur. Je supplie tres humblement Mr. le Duc de me donner quelque eclaircissement sur ces choses et qu'il me fasse à peu pres comprendre l'invention devant que d'exiger mon approbation.

C'est beaucoup d'en avoir fait quelque essay, car on ne scauroit croire comment l'experience fait souvent decouvrir d'inconvenients que l'on n'a pu prévoir. Je vous demande pardon de la longueur de mes lettres et demeure avec respect, etc.

N^o 2802.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

19 AVRIL 1693.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2800.*

De Prof. DE VOLDER.

Haghe den 19 Apr. 1693.

Mijn Heer

Uijt UE. schrijvens van den 6 defer hebbe met leerwesen verstaen UE Indispositie, en ben sedert het ontvangen delfs mede vrij quaelyck daer aen geweest, hebbende eenighe daghen plat te bedde gelegen van een fluxie op de heup met veel pijn. Sonder 't welck niet soo langh soude geweest sijn sonder UE te antwoorden. UE heeft mij vriendschap gedaen, van sijn dubia voor te stellen aengaende de conclusie in sijn advis aen de Hr. Bewinthebberen te nemen. En ick hadde oock bij mij selfs al gedacht nae 't afsenden van mijn brief dat UE in eenighe twijffelingh daer ontrent soude wesen, om dat ick scheen te willen sustineren dat door dese laetste proef meerder geavanceert was in 't bewijs mijner Lenghtevindingh als UE mischien konde konnen toe staen. Daer om hebbe ick nu mijn pretensie naerder geexpliceert en soo mij dunckt niet te hoogh gestelt, in den brief hier ingesloten ¹⁾ dewelcke UE in plaets van de voorgaende ²⁾ sal konnen aen de H. Bew. oversenden, nevens UE advis en de verdere stucken op dat haer Ed. sien mogen dat ick UE censure en aenmerckingen geenfins tegen en spreecke. Ick bidde UE dat fulx hoe eer hoe liever moghe geschieden, dewijl het nu al langh is dat ick aen de H. Bew. 't selve hebbe doen verwachten. Ick blijve naer excuse van al de moeyte die UE. geve

Mijn Heer

UE. ootmoedige dr.

¹⁾ Voir l'Appendice N^o. 2803.²⁾ Voir la Lettre N^o. 2798.

N^o 2803.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

[19] AVRIL 1693.

*Appendice au No. 2802.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

Haghe den ... Apr. 1693.

Mijn Heer

Ick bedanck UE. nochmaels van UE gedaene Correctie in mijn Rekening, en UE vorderene aanmerckingen die in dat tegenwoordigh Examen der genomene Proeve van Lengdemetingh seer considerabel sijn ¹⁾).

Evenwel soo blijft dit seecker dat volgens de Observatien van M. de Graat (sijn misrekeningen verbetert sijnde ²⁾), en mijne Instructie simpelick naegekomen) de Lengde tusschen S. Jago en de Caep de B. Esp.^e van seer nae 48 gr. door het horologie is afgemeten, en dat dit met de Caerten van Visscher en Blaeuw ³⁾ seer wel overeenkomt. Mijn abuijs in 't pointeren van eenighe Lenghdens van 't schip en beletten niet, gelijk UE weet, dat die conclusie waer zij, alhoewel dit abuijs bij mij geredresseert sijnde in de nevens gaende Caert, de cours nu veel naeder aen de Cust van Brasilien komt te vallen dan ick gemeent hadde. Dit tot hier toe kan UE. soo ick geloof aen de Heeren Bewinthebberen verseeckeren waer te sijn.

Dat men nu hier uijt soude kunnen besluyten de perfectie deser Lengde metingh genoegsaem gedemonstreert te sijn, of naerder als door de voorgaende proef van A^o. 1687⁴⁾ wil ick niet pretenderen want niet alleen UE remarque ontrent de veranderinge daghelycksche verachtering van t horologie van S. Jago waergenomen, en laet sulx niet toe, maer oock de onsekerheijdt der stellinge van Lengden in de Caerten soude sulck besluyt twijffelachtigh maecken al hadde het horologie noch soo wel genaen. en sal altydt soo doen behalven als men gelegentheijdt heeft om de Lengde van 2 selfde plaetsen, op de heen en weerreys te meten, of dat het Lengde-verschil door seeckere observatie aen de omloopers van Jupiter geobserveert zij.

Het is mij genoegh dat men sien sal uyt UE en mijne aanmerckingen dat, (selfs niet tegenstaende de voorsz. onsekerheden) het horologie veel beter effect gedaen heeft op de reys van S. Jago naer de Caep als het volgens de verkeerde rekening van de Graef scheen gedaen te hebben: En dat het voorts onschuldigh is aan de groote buytenspoorigheijdt die hij op de weerreys bevonden heeft. welcke twee

¹⁾ Comparez la Lettre N^o. 2798.²⁾ Voir la Lettre N^o. 2786.³⁾ La carte „Africae nova descriptio auct. Guil. Blaeuw” du célèbre Atlas de Blaeuw.⁴⁾ Voir, sur les résultats de cette expérience de 1687, la pièce N^o. 2519.

pointen aen de Heeren Bewinthe en geconfirmeert sijnde, haer Ed. min quaede opinie fullen doen hebben als het raport vangemelte de Graef⁵⁾ haer gegeven hadde aengaende het meten der Lengde door dusdanigh middel, voornaementlijk als men iets veel beters als de Pendulen aen haer Ed. sal voordraegen⁶⁾.

Ick blijve nae hartelijke groetenis

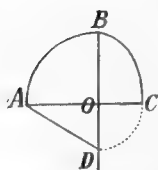
N^o 2804.

J. G. STEIGERTHAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

[AVRIL 1693]¹⁾.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Chr. Huygens y répondit par une lettre datée du 19 novembre 1693.



^{a)} p. 6²⁾ fit $a\psi \propto \frac{a^3y}{bb + by}$ area trilinei OBC, BO supposito
 $\propto y$ AO $\propto \xi$ OC \propto OD $\propto x$.

Per Theor. Barov. AO $\square \propto$ duplo area BOC $\xi\xi \propto \frac{2a^3y}{bb + by}$

quae aequatio curvam exprimit BA, cum BO communis intercepta tam curvae BC quam curvae AB. AO autem supposita applicata $\propto \xi$.

⁵⁾ Voir, sur ce rapport, la Lettre N^o. 2773.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2796, note 5, à la page 425.

¹⁾ Cette pièce contient des remarques de Steigertal à propos de l'ouvrage de Hubertus Huyghens, intitulé: „Adversiones quaedam circa proportionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae” et dont il est question dans la note 1 de la Lettre N^o. 2730. Elle doit avoir été accompagnée d'une lettre de Steigertal, qui nous manque, et qui a été reçue par Huygens le 15 mai 1693, comme il paraît si l'on combine la réponse de Huygens avec une annotation que l'on rencontre sous cette date dans le livre J des Adversaria et qui commence par la phrase: „D. Alberti medecin de l'Electeur de Hannover m'apporta des lettres de Mr. Steigertal, de Venise”.

²⁾ Cette première remarque de Steigertal se rapporte à l'exemple 1 de Hubertus Huyghens, que l'on trouve dans la note 2 de la Lettre N^o. 2735. Pour le montrer, il suffira de rappeler que dans la note citée la notation de Christiaan Huygens a été suivie. Ainsi, pour se conformer à celle de Hubertus, employée ici par Steigertal, on doit remplacer respectivement les x et z de la note par y et x .

Le problème, résolu ici par Steigertal, consiste donc à trouver la courbe OBC dont l'aire est exprimée par $a\psi = a^3y : (b^2 + by)$. A cet effet, il commence par construire la courbe AB, pour laquelle $\frac{1}{2} AO^2 = \frac{1}{2} \xi^2 = a\psi = a^3y : (b^2 + by)$; puis il calcule la sousnormale de cette courbe, qui, d'après le théorème de Barrow, sur lequel on peut consulter la note 8 de la Lettre N^o. 2721, doit être égale à l'ordonnée OC = x de la courbe cherchée. Comme on le voit, sa méthode est identique avec celle de Huygens, exposée dans le § I de la pièce N^o. 2736.

Quapropter facile per methodum Slufii tangens et subnormalis OD inquiritur, quae cum aequalis sit OC, expuncto $\zeta\zeta$ aequationem subministrat ad curvam BC velut requirebatur.

Subnormalis $\propto \frac{a^3 - \frac{1}{2}b\zeta\zeta}{bb + by} \propto x$ unde $a^3 - \frac{1}{2}b\zeta\zeta \propto bbx + byx$ vel quia $\zeta\zeta \propto \frac{2a^3y}{bb + by} : a^3 - \frac{a^3by}{bb + by} \propto bbx + byx$, factaq. reductione, omnibusque divisus per $bb : a^3 \propto bbx + 2byx + yx$.

Ita m. p. 9. ⁴⁾ loco $y^3 + ay\psi$ etc. ⁵⁾ scribo $a\psi \propto \frac{ay^3}{-ay + b\psi - \psi^2} \propto \frac{\zeta\zeta}{2}$ unde $2ay^3 \propto -ay\zeta\zeta + b\psi\zeta\zeta - \psi^2\zeta\zeta$ et ad tangentem inquirendam $6ay^2t + at\zeta\zeta \propto 2b\psi\zeta\zeta - 2ay\zeta\zeta - 2\psi^2\zeta\zeta$ ⁶⁾; $t \propto$ subtangenti posito subnormalis itaq. OD erit $\frac{6ay^2 + a\zeta\zeta}{2b\psi - 2ay - 2\psi^2}$ vel quia $\zeta\zeta \propto 2a\psi$. $3ay^2 + aa\psi \propto b\psi x - ayx - \psi^2x$ ⁷⁾.

^{a)} Steigerthalii [Christiaan Huygens].

^{b)} dicebat ⁷⁾ hunc calculum suum non in omnibus consentire cum eo quem tradit Huyghenius Zelandus ⁸⁾ [Christiaan Huygens].



³⁾ La sousnormale $OD = \zeta \frac{d\zeta}{dy}$ s'obtient facilement sous cette forme par la différentiation de l'équation $b^2\zeta^2 + by\zeta^2 - 2a^3y = 0$ de la courbe BA.

⁴⁾ Comparez, sur ce qui va suivre et qui constitue la seconde remarque de Steigerthal, la pièce N°. 2737, qui contient les remarques de Huygens sur la même page 9 du livre de Hubertus Huighens.

⁵⁾ C'est-à-dire $y^3 + ay\psi = b\psi\psi - \psi^3$. Voir le commencement de la pièce citée dans la note précédente.

⁶⁾ Formule fautive. Steigerthal doit l'avoir obtenue par un procédé quelconque revenant à différentier l'équation qui précède, et à remplacer ensuite $\zeta \frac{dy}{d\zeta}$ par t ; mais, ce faisant, il a traité ψ comme une constante, tandis qu'il est clair qu'il aurait dû introduire $d\psi = xdy : a$, auquel cas il aurait obtenu l'équation finale de la présente pièce sous la forme correcte: $3ay^2 + ayx = -aa\psi + 2bx\psi - 3x\psi\psi$, trouvée par Hubertus Huighens, et déduite à sa manière par Christiaan Huygens dans la pièce N°. 2737.

⁷⁾ Dans la Lettre que nous ne connaissons pas et qui doit avoir accompagné la présente pièce.

⁸⁾ C'était, on le voit par la note 6, la faute de Steigerthal, comme Huygens le supposait dans sa réponse du 19 novembre 1693.

N^o 2805.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL À CHRISTIAAN HUYGENS.

12 MAI 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek ¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2801.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2806.*

Je crois que vous ne ferez pas fâché, Monsieur, de voir ici la règle dont je me suis servi pour résoudre les questions, que vous m'avez proposées ²⁾ qui regardent la méthode inverse des tangentes, et d'autant plus que vous m'avez marqué en avoir quelque curiosité.

1^e. question. On demande la nature de la courbe, dont la sous-tangente est $2x - \frac{yy}{2x}$, c'est-à-dire en termes différentiels $ydx = 2xdy - \frac{yydy}{2x}$. Toute la difficulté se réduit maintenant à diminuer le nombre des termes de cette équation afin de parvenir à une qui n'en ait que deux, et que l'on pourra par conséquent construire soit en prenant les sommes, soit en supposant les quadratures. Je suppose donc pour réduire les deux termes ydx et $2xdy$ en un seul, $x = my^2$, ce qui donne $dx = 2mydy + y^2dm$, et mettant à la place de x et de dx leurs valeurs dans la 1^{re}. équation on trouve $2myydy + y^3dm = 2myydy - \frac{yydy}{2myy}$, qui se réduit à $2mdm = -\frac{dy}{y^3}$, et prenant de part et d'autre les sommes il vient $mm = \frac{1}{2}y^{-2} \mp a$ (ou l'on doit remarquer que j'ai ajouté ou retranché une quantité constante a , parce qu'autrement la courbe deviendrait une ligne droite) c'est à dire en mettant pour mm sa valeur xy^{-4} , et ordonnant l'égalité $2aaxx = ayy \mp 2y^4$, qui est l'équation qui exprime la nature de la courbe cherchée. La quadrature de l'espace curviligne se trouve ainsi, on a $xx = \frac{aayy \mp 2y^4}{2aa}$, et partant $xdy = \frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$ dont la somme $\frac{(aa \mp 2yy)\sqrt{aa \mp 2yy}}{\mp 6a\sqrt{2}}$ donne la quadrature du complément de l'espace curviligne ³⁾.

¹⁾ Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 259.

²⁾ Voir, sur ces questions, la Lettre N^o. 2768 à la page 328 et la réponse de de l'Hospital notre N^o. 2775 à la page 345.

³⁾ C'est-à-dire, du moins au cas $-2y^4$, de l'aire ECD dont il est question dans la Lettre N^o. 2775 à la page 345. Pour le cas $+2y^4$ consultez la note 12 de la même Lettre N^o. 2775. Dans ce cas il n'y pas d'„espace” qu'on saurait considérer comme un „complément”.

2^e. question. On demande la courbe qui a pour soutangente $2x + \frac{x^3}{yy}$ cette question se resout de la mesme maniere que la precedente.

3^e. question. Il faut trouuer la courbe qui a pour equation differentielle $aaxdy = 3aaydx - 2xyydx + 2xxydy$, ou diuisant par aa , afin de donner vne forme conuenable, $xdy = 3ydx - \frac{2xyydx + 2xxydy}{aa}$ ⁴⁾. Je suppose $y = mx^3$, pour reduire les deux termes xdy et $3ydx$ en vn seul, et j'ay $dy = 3mxxdx + x^3dm$ ce qui donne, en substituant ces deux valeurs, $3mx^3dx + x^4dm = 3mx^3dx - \frac{2mmx^7dx + 6mmx^7dx + 2mx^8dm}{aa}$ ⁵⁾, qui se reduit à $mdx = -\frac{1}{2}x^4dm +$

$+\frac{aadm}{4mx^3}$, et ainsi l'equation proposee, qui estoit de quatre termes se trouue reduite à vne de trois sur laquelle j'applique de nouveau la regle en supposant $x = nm^{-\frac{1}{2}}$ et partant $dx = -\frac{1}{2}nm^{-\frac{3}{2}}dm + m^{-\frac{1}{2}}dn$, ce qui donne par la substitution $4n^3dn = aadm$, et prenant les sommes $n^4 = aam$ ou bien en aiouttant ou retranchant vne quantité constante, $n^4 = aam \mp a$, substituant enfin dans ces deux dernieres equations à la place de n et de m leurs valeurs $xm^{\frac{1}{2}}$ et yx^{-3} , on trouue $xy = aa$, et $yyx - aay \mp x^3 = 0$, qui sont les equations qui expriment la nature des courbes cherchees.

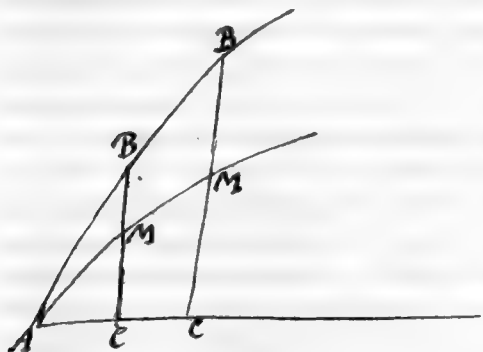
Il arriue quelque fois que l'equation differentielle ne peut estre reduite à vn moindre nombre de termes par cette regle, soit parce qu'elle n'a pas vne forme conuenable, soit parce qu'en diminuant le nombre des termes d'un coté on l'augmente de l'autre, de sorte qu'on n'est pas plus auancé qu'auparauant. Il faut auoir recours alors à quelque adresse particuliere ce qui se comprendra mieux par un exemple. Soit proposee l'equation differentielle⁶⁾ $axydx + aaxdx + x^3dx = a^3dy + axxdy$ ^{b)}. Si l'on diuisoit par ax , on pouroit reduire les termes ydx et xdy en vn seul, mais parce que la mesme supposition augmente d'un terme les autres, je prends plusieurs termes pour vn seul en supposant $aa + xx = am$, ce

⁴⁾ Lisez $-2xxydy$.

⁵⁾ Lisez : $-(2mmx^7dx - 6mmx^7dx - 2mx^8dm) : aa$.

⁶⁾ A la page 17 du livre J Huygens essaie d'appliquer la methode de Fatio à l'equation differentielle qui suit dans le texte. Il trouve $x^{-3-h}y^h$ pour le „transformateur” (voir, sur ce mot, sa Lettre à de l'Hospital du 23 juillet 1693) des „termes correspondants” $axydx$ et $-ax^2dy$; mais la multiplication de l'equation par ce transformateur rend „impur” l'un ou l'autre des termes „purs” a^2x^hdx , x^3dx et $-a^3dy$, quelle que soit la valeur qu'on assigne à l'exposant h , et Huygens en conclut: „Ergo haec aequo. differentialis non solvitur methodo Fatii. Hoc est hujus subtangens non inuenitur per eam curva. Quam Hospitalius inuenit esse vel $ay = ax + xx$ quae est parabola, vel $ay = aa + xx \mp a\sqrt{aa + xx}$, quae est composita ex parabolae et hyperbolae applicatis”.

On demande la courbe qui a pour soutangente $\frac{yy-xy}{a}$, qui est celle de Mr. de Beaune. L'équation différentielle fera $adx = ydy - xdy$, et supposant $y-x = z$, on trouve après les substitutions faites $adx = \frac{azdz}{a-z}$, d'où l'on voit que la courbe



AMM dont les appliquées MC sont exprimées par z , et les coupées AC par x , dépend de la quadrature de l'hyperbole, mais comme on a supposé $y = z + x$, il faut prolonger CM en B, en sorte que $MB = AC$, et le point B sera à la courbe cherchée¹⁰⁾. Je réserve à la 1^{re} fois à vous envoyer la rectification d'une portion quelconque de cette courbe¹¹⁾ qui est assurément plus difficile que celle de la logarithmique comme

vous l'éprouverez, si vous vous donnez la peine d'y penser. Vous me ferez plaisir de me faire part des règles que vous aurez pour l'inverse des tangentes. Au reste je n'ay pu refondre vos deux courbes et il y a apparence qu'elles se réduisent à des quadratures fort composées¹²⁾, si vous en fauez la résolution, mandez le moi et ie m'y appliquerai avec plus de soin.

¹⁰⁾ A la page 15 du livre J cette solution du problème de de Beaune est interprétée par Huygens à sa manière géométrique. Il y construit l'hyperbole $\theta = az : (a-z)$ et indique l'aire hyperbolique à laquelle on doit évaluer le rectangle ax , ou $a \times AC$, pour obtenir un point M de la courbe AMM, pour laquelle $MC = z$; ce qui conduit à la première des deux constructions communiquées par de l'Hospital dans la Lettre N^o. 2787.

¹¹⁾ Il n'en est plus question dans la suite de la correspondance.

¹²⁾ Comme MM. W. Kapteyn, Besouclein et H. Brocard, l'ont fait remarquer dans l'„Intermédiaire des mathématiciens” du mois de juillet 1903, T. X, p. 198, la première des deux équations différentielles dont il s'agit ici et dont il est traité dans la note 30 de la Lettre N^o. 2777, n'est pas inaccessible même à une analyse assez élémentaire, admettant une intégrale générale relativement simple; tandis que celle de la seconde, quoiqu'elle soit réductible aux quadratures, est bien plus compliquée.

Ainsi, dans la première, qui peut s'écrire: $(xy + a^2)dy + (xy - ax + ay)dx = 0$, la substitution $xy + a^2 = ux$ aboutit à la séparation des nouvelles variables u et x ; après quoi il est facile d'obtenir l'intégrale générale sous la forme:

$$x + y = a \log \frac{C}{xy - ax + a^2}.$$

Quant à la seconde, qui s'écrit: $x^2dy + (2xy^2 - 3a^2y - 3x^3)dx = 0$, on y reconnaît fa-

J'ai enfin trouvé un horloger appelé l'anglois qui demeure à la place Dauphine, et qui est le seul que je sache qui fasse des montres de l'invention de Mr. Hautefeuille, quoi qu'elle ne mérite en nulle manière le nom d'invention puis qu'elle ne consiste qu'à faire les balanciers pleins, mettre le ressort spiral au dessus qui est plus fort qu'à l'ordinaire et qui fait plus de tours, et de faire des palettes au balancier plus grandes, tout cela parce que le balancier est beaucoup plus pesant. Il prétend que l'air qui entre dans les balanciers creux doit ôter quelque chose de leur justesse, et d'ailleurs que plus le balancier est pesant, plus la montre ira juste. Je vous laisse à penser si cela mérite le nom d'invention, pour moi j'estime beaucoup plus nos montres ordinaires à grand balancier, et j'ai même fait avouer à cet horloger que ces montres n'iroient pas plus juste que les autres. Il me paroît qu'elles seront sujettes à un grand inconvenient qui est que la pesanteur du balancier pourra faire elargir les trous de la platine dans lesquels entre son pivot ce qui ôteroit toute la justesse. Je vous prie de ne me point nommer car l'horloger m'a fait un grand mystère de tout ceci, et m'a fort prié de n'en point parler, cependant la chose ne peut être longtemps secrète, puis qu'il vendra, selon les apparences, incessamment de ces sortes de montres.

Je ne vous puis faire de réponse sur le sujet de Mr. le Duc de Roanez car il est à la campagne depuis quelque temps, et je ne manquerai pas à son retour de lui dire ce que vous me mandez ¹¹). La longueur de cette lettre m'empêche de vous entretenir sur la baguette, plusieurs de nos philosophes se sont empressés d'en rendre raison sans beaucoup approfondir la vérité du fait, je crois qu'il en fera comme de la dent d'or d'Allemagne. Je suis très véritablement

MONSIEUR

Vôtre très humble et très obéissant serviteur
le M. DE L'HOSPITAL.

A Paris ce 12^e mai.

Nous n'avons point ici les liurets du Sieur de beauval depuis la guerre ainsi vous me ferez plaisir Monsieur de m'envoyer les feuilles que vous me marquez.

cilement une équation de Riccati et on peut donc la réduire à une équation linéaire, aussitôt que l'on connaît une solution particulière. Profitant ici de celle de Huygens, indiquée dans la Lettre N^o. 2777, note 30, on peut donc poser $y = x^3(x^2 - a^2)^{-1} + a^2x^{-1}$, après quoi on arrive à l'équation linéaire :

$$dz + [3a^2x^{-3} - 4x(x^2 - a^2)^{-1}]zdx - 2a^2x^{-2}dx = 0$$

que l'on sait ramener aux quadratures.

- a) Mihi est $2aaxx \propto aayy \mp y^4$ ¹³⁾ [Christiaan Huygens].
 b) Cette courbe et la suivante sont celles dont il fait mention dans sa lettre précédente du 12 fevr. 93 ¹⁴⁾ [Christiaan Huygens].
 c) DG est x , GH est y , $AD \propto a$ [Christiaan Huygens].
 d) Imo est $xy + \frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}aa$, quod miror ipsum non advertisse ¹⁵⁾ [Christiaan Huygens].

N^o 2806.

CHRISTIAAN HUYGENS AU MARQUIS DE L'HOSPITAL.

20 MAI 1693.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
 Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.
 La lettre est la réponse au No. 2805.
 De l'Hospital y répondit par le No. 2807.*

A la Haye ce 20 May 1693.

Je ne suis pas encore bien guery, Monsieur d'une maladie, qui m'a fort mal-traité pendant 3 semaines par des douleurs du costé du foie et de la bile. Ce qui fait que je n'ose pas encore examiner tout ce que vous avez eu la bonté de m'expliquer dans vostre lettre que je reçus avant hier. Cependant je n'ay pas voulu manquer de vous envoyer ces feuilles de nostre Journal ²⁾, puis que vous ne les

¹³⁾ Voir la Lettre N^o. 2643 à la page 569. A la page 18 du livre J, Huygens examine encore une fois ses deux solutions et celles de de l'Hospital, qu'il y a marquées A, B, C et D, et s'étonne évidemment du fait que tant de courbes diverses satisfont à la même équation différentielle, puisqu'il ajoute: „Ex 4 aequationibus curvarum A, B, C, D fit eadem subtangens”. (L'Année mathématique de 1891 no 2007 en)

¹⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2787. On trouve en effet pour la soustangente $y \frac{dx}{dy}$ de la première courbe $(a^3y + ax^2y) : (axy + a^2x + x^3)$ et pour celle de la suivante $y + x$, ou, si l'on veut, $(y^2 + xy) : y$.

¹⁵⁾ Voir la note 9 de la présente lettre. Huygens suppose $AD = LF = a$. Comparez encore le § I de l'Appendice à la Lettre N^o. 2813.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 263.

²⁾ Il s'agit de la pièce N^o. 2793.

avez pas encore vues. Quant aux deux lignes courbes dont je vous avois proposé les soutangentes $\frac{aay + xyy}{ax - xy - ay}$ et $\frac{x^3y}{3x^3 + 3aay - 2xyy}$ la première est l'hyperbole, et son aequation $aa \propto ax - xy$, l'autre a $x^3 - xxy + aay \propto 0$ pour aequation. Ces soutangentes sont deguifées³⁾ d'une manière qu'elles ne tombent point sous les regles que j'ay, et je puis tousjours les deguifer ainsi. Pour les deguifements traitables je vous communiqueray avec plaisir ce que je scay pour les demesler⁴⁾. J'ay admiré que l'invention de la Courbe de Mr. de Beaune, qui ne tombe point dans mes regles, vous a esté plus aisée que celle des courbes que je vous ay proposées cy-devant. Tout cela augmente la haute estime avec la quelle je suis

MONSIEUR etc.

J'ay songé depuis ma dernière que les 3 manieres différentes⁵⁾, dont vous avez trouvé la quadrature de la Feuille, estoient peut estre 3 applications d'une mesme methode selon les différentes valeurs de y parce qu'il y a quelque difference à chacune.

N^o 2807.

LE MARQUIS DE J. HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

2 JUILLET 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.

Elle est la réponse au No. 2806.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2810.

MONSIEUR

C'est avec bien du chagrin Monsieur que j'ai appris votre indisposition. J'espère qu'elle n'aura eu aucune suite et que vous en ferez à present parfaitement guéri. Je vous envoie les trois différentes voyes qui m'ont conduit à la quadrature de

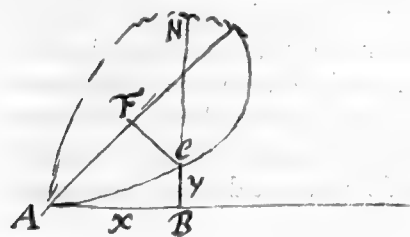
³⁾ Voir la note 30 de la Lettre N^o. 2777.

⁴⁾ Voir, dans la Lettre N^o. 2810, la description de la méthode de Fatio.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2787, à la page 391.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I. p. 264.

la feuille de Mr. Descartes, parce que vous me paroissez en auoir quelque enuie.



1.^{re} maniere. L'équation à la courbe est $x^3 + y^3 = axy$, la différentielle est $3xxdx + 3yydy = axdy + aydx$, et multipliant par y , et mettant à la place de y^3 sa valeur

$$axy - x^3, \text{ on trouue } \frac{a yy dx - 2 ax y dy}{6xx} +$$

$+\frac{1}{2} x dy + \frac{1}{2} y dx = y dx$, et prenant de part et d'autre les sommes on aura la somme des $y dx$, c'est à dire l'espace $ABC = \frac{1}{2} xy -$

$$- \frac{a yy^2}{6x}.$$

2.^e maniere, on supposera $y = \frac{zxx}{aa}$, d'où l'on tire par la substitution $x^3 = \frac{a^5 z - a^6}{z^3}$, et prenant les différences $3xxdx = \frac{-2a^5 z dz + 3a^6 dz}{z^4}$, et partant $\frac{zxx dx}{aa}$, c'est-à-dire $y dx = \frac{-2a^3 dz}{3zz} + \frac{a^4 dz}{z^3}$ et prenant les sommes, celle des $y dx$, c'est-à-dire l'espace $ABC = \frac{2a xx}{3y} - \frac{x^4}{2yy^2}$.

3.^e maniere, on change l'équation qui exprime la relation de AB à BC, en une autre qui exprime celle de AF à FC, et on prend ensuite les sommes. ce que je vous expliquerai plus au long si vous le souhaitez. Vous voyez que ces trois manieres dependent d'une mesme methode qui consiste à donner à l'équation une forme telle qu'il y ait d'une part $y dx$ ou $x dy$ et de l'autre des quantités dont on puisse prendre les sommes.

Au reste Monsieur j'ai mille remerciemens à vous faire de la maniere obligeante dont vous parlez de moi dans vos journaux³⁾. C'est un pur effet de votre honnêteté que je reconnais ne meriter en aucune façon. Je vous prie de vous ressouvenir de m'envoyer les regles que vous avez pour l'inverse des tangentes et de me croire tres veritablement

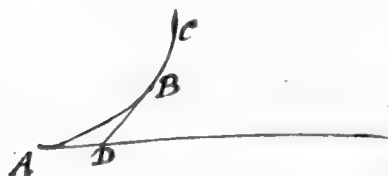
MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LE M. DE L'HOSPITAL.

²⁾ Résultat correct.

³⁾ Voir la pièce N°. 2793, aux pages 407, 416 et 417.



J'oubliois à vous mander que j'ay trouvé la solution d'un problème^{b)} que Monsieur Bernoulli frere du professeur à Basle vient de proposer publiquement dans les actes de Leipsic⁴⁾. Ce problème est tel: La courbe ABC a une propriété telle, que chacune de ses touchantes BD est toujours à la partie AD de l'axe prise entre son origine A et la rencontre D de la touchante, en raison de p à q . On demande la nature de cette ligne ou la maniere de la décrire.

A paris ce 2 juillet.

- ^{a)} Il a voulu entendre l'espace NAB et que BN est y ⁵⁾ [Christiaan Huygens].
^{b)} quelle courbe en vient il ? [Christiaan Huygens].

- ⁴⁾ Le problème fut posé par Bernoulli à l'occasion de l'article qui parut dans les Acta de mai 1693 sous le titre: „Solutio problematis Cartesio propositi Dn. de Beaune, exhibita a Joh. Bernoulli Basileensi”, où le problème fut formulé à peu près comme dans le texte de la présente lettre. Seulement au lieu du rapport p à q , on y trouve $N : M$. Ensuite Bernoulli ajoute: „Problema hoc solutu dignum est, & facile Mathematicorum applicationem meretur. In quacunque enim ratione sit M ad N , curva ABC semper eadem facilitate motu quodam continuo describi potest, non obstante, quod curva pro ratione M ad N magis vel minus composita evadat; in casu quippe rationis aequilicis illico patet, curvam ABC esse circulum: in reliquis si M ad N est ut numerus ad numerum, erit quidem curva geometrica, secus autem transcendentalis est. Quaeritur generalis determinatio puncti in curva”.
- ⁵⁾ En effet, la formule de de l'Hospital est incorrecte quand on l'applique à l'aire ABC et la cause en est que la valeur de z , c'est-à-dire de $a^2y : x^2$, ne s'annule pas avec l'aire ABC quand l'origine A est approchée par la branche CA, puisque par suite de la relation: $ay : x^2 = 1 + y^3 : x^3$ elle y atteint alors la valeur a . On trouve donc en réalité pour la somme des $y dx$, qui constitue cette aire: $\frac{2}{3} a^3 z^{-1} - \frac{1}{2} a^4 z^{-2} - \frac{1}{6} a^2 = 2ax^2 : 3y - x^4 : 2y^2 - \frac{1}{6} a^2$. Mais il en est autrement avec l'aire ABN à laquelle, comme Huygens le remarque à la page 39 du livre J, la méthode de de l'Hospital est également applicable, et mène ici à un résultat correct. Après avoir vérifié ce résultat, Huygens ajoute: „Ergo recte se habet ipsius quadratura. Sed non convenit si B[C] est y . Quaeritur cur hoc? Est enim tunc calculus idem. Superat autem $\frac{1}{6} aa$, hoc est toto folio. Fiunt quaedam in hac computatione differentiali quorum ratio occulta est, sed quae cognoscenda esset, quia alias periculum erit ut decipiamur, neque etiam pro demonstrationem haberi poterit. Aliquid latet in collectione summarum, nam in casu B[C] est y , deberet esse summa $-x^4 : 2yy + 2axx : 3y - \frac{1}{6} aa$ ”.

Consultez encore une note de la Lettre à de l'Hospital du 3 septembre 1693, où l'on verra comment Huygens, par des considérations géométriques, s'est rendu compte enfin de la raison, pourquoi l'addition du terme $-\frac{1}{6} aa$ devient nécessaire dans le cas B[C] = y .

N^o 2808.

CHRISTIAAN HUYGENS, à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

16 JUILLET 1693.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

A Hofwijck le 16 Jul. [16]93.

Ceux qui ont entrepris une nouvelle Edition du grand Dictionnaire de Moreri m'ont fait prier de leur faire avoir quelque memoire touchant la vie de mon Pere ¹⁾ du quel ils veulent faire un Article dans le volume d'Additions dont ils augmentent ce Dictionnaire, parmi d'autres personnes Illustres de nostre pays. J'ay cru qu'il falloit les satisfaire, parce que cela nous fait honneur, et qu'il vaut mieux que nous reglions cet article, que de permettre qu'ils le dressent selon leur fantaisie ou sur des informations peu fidelles. J'ay donc conceu la dessus ce que vous verrez dans le papier icy enfermè ²⁾ que j'ay voulu vous communiquer parce que la chose vous regarde comme a nous autres. Le frere de S.^{te} Annelant ³⁾ le trouve bien ainfi. Vous verrez si vous l'approuvez, ou si quid habes rectius illis. Monsieur Baile a Rotterdam travaillant aussi a un grand Dictionnaire m'a encore demandé un pareil memoire a qui j'ay remontré qu'il y paroistroit de l'affectation et de la superfluité de publier presque en mesme temps ce qui regarde nostre famille dans deux dictionnaires differents ⁴⁾. Mais il ne laisse pas d'insister, souhaitant ce memoire pour s'en servir dans l'occasion.

Je ne scay si vous avez lu le livre de Burnet ⁴⁾, qui a le titre de Archæologia. On me l'a fait voir, et j'y ay trouvé, qu'il soutient bien ouvertement que Moïse a donné l'histoire de la creation du monde non pas selon la verité, mais selon la capacité des Juifs de son temps. Je vois que le Cardinal de Cuse ⁵⁾, de qui j'ay les œuvres et qui vivoit quelque temps devant Copernicus, estoit du mesme sentiment (sans s'en expliquer si clairement pourtant) et qu'il tenoit que la Terre se

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2790.²⁾ Voir la pièce N^o. 2809.³⁾ Philips Doublet.⁴⁾ Thomas Burnet, né en 1635 à Croft en Yorkshire, voyagea dans les Pays-Bas, en France, en Italie et en Allemagne, devint docteur en médecine et médecin du roi Charles II. Après la révolution il fut créé prédicateur de la Cour. Il mourut le 27 septembre 1715.Huygens parle de son ouvrage: *Archæologiae Philosophicae: sive doctrina antiqua de rerum originibus. libri duo. Londini Typis R. N. Impensis Gualt. Kettilby, ad Insigne Capitis Episcopi in Cœmeterio Paulino, MDCXCII. in-4^o*. L'épître dédicatoire est signée: „T. Burnetius”.⁵⁾ Nicolaus de Cusa, ainsi nommé d'après un village sur la Moselle, où il était né en 1401. Il fut créé cardinal en 1448 et mourut le 11 août 1464. Il a laissé plusieurs ouvrages, dont la collection a été publiée d'abord en 1514 à Paris, puis en 1565 à Bâle, en trois in-folio.

mouvoit, et que les planetes avoient des habitans, fans que je fasche qu'il en ait esté repris. Cependant je m'estonne de la hardiesse de Burnet, qui a dedié son livre au Roy, à qui il se dit estre *a facris*.

Je ne scay pas comment je fairay pour avoir raison de mon receveur de Zeelhem Adr. Cools, qui contre ce qu'il m'avoit promis l'annee passée par ses lettres, ne m'envoie point d'argent, ni ne vient point pour compter. Mons.^r Feron m'avoit promis de me servir en cette affaire par le moien de son frere, qui a quelque employ dans ce quartier de Diest; c'est pourquoy je vous prie de luy en dire un mot, a fin qu'il ait la bonté de faire parler à Cools et luy faire entendre que s'il ne fait ce qu'il doit je l'iray trouver pour y mettre ordre. Il n'a pas compté il y a 6 ans, et le S.^r van Aften estant mort, qui faisoit mes affaires⁶⁾, il ne se soucie de rien. Il est fascheux de voir qu'un fripon jouisse de mon revenu pendant que je suis obligé de vendre mes obligations.

N^o 2809.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. LE CLERC¹⁾.

16 JUILLET 1693.

Appendice au N^o 2808.

Constantin Huijgens, Seigneur de Zuylichem, Zeelhem &c. naquit à la Haye en Hollande le 4^e Sept. 1596. Son pere Christian Huygens, estoit d'une famille noble en Brabant, et fut dès le commencement de la Republique des Provinces Unies aupres du Prince Guillaume d'Orange en qualité de Secrétaire de ses commandemens. Apres la mort du quel il fut fait Secrétaire du Conseil d'Estat. Dans les Histoires des Pays bas de Reydanus²⁾ et de Hooft³⁾ est rapporté un exploit qu'il executa heureusement en Angleterre estant envoié par le Prince⁴⁾. Constantin

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2715.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2790, note 3.

²⁾ Voir, au Supplément du Tome I, la Lettre 3^e, note 1, page 551.

³⁾ Nederlandsche Historien, sedert de overdraght der heerschappije van Keizer Karel den Vijfden op Koning Philips zijn zoon, Amsterdam, Elzevier in-f^o. Il existe plusieurs éditions de cet ouvrage. Sur P. C. Hooft, voir la Lettre N^o. 73, note 6.

⁴⁾ Le coup audacieux de ravir du palais de l'ambassadeur espagnol à Londres le fils du commandant de vaisseau Hoorn. L'enfant y était retenu comme otage pour garantir l'exécution d'une entreprise des Espagnols contre Flessingue, à laquelle son père, de connivence avec le Stadhouder, avait feint de se laisser gagner. Le jour même où Hoorn devait conduire dans l'embûche l'ennemi de sa patrie, l'enfant, dont le Prince Guillaume avait garanti la sécurité, fut enlevé par Christiaan Huygens, l'ancien, défendu à main armée contre les gens de Mendoza, et conduit en lieu sûr.

a esté Conseiller et Secrétaire du Prince Frederic Henry d'Orange, et ensuite, de son successeur au Gouvernement le Prince Guillaume, pere du Roy de la Grande Bretagne aujourd'hui regnant; auprès de qui son fils aîné Constantin Seigneur de Zuylichem a presentement le même employ. Il a esté un des plus estimez poetes en la Langue du pays, et a laissé un gros volume de ses œuvres en cette langue, comme aussi des poesies Latines, sous le titre de *Momenta Defultoria*⁵⁾. Il aimoit et entendoit tous les beaux Arts, et entretenoit commerce avec les personnes illustres de son temps, Heinsius, pere et fils⁶⁾, Saumaïse, Vossius, Puteanus, Balzac, Corneille, et particulièrement avec Mons. des Cartes et le Pere Merfenne. Il fut envoyé à la cour de France en 1661 pour solliciter la restitution de la Principauté d'Orange de la quelle le Roy Louis XIV s'estoit mis en possession, et l'obtint à la fin. Il mourut en 1687, à l'âge de 90 ans 6 mois, étant President du Conseil du Prince au service du quel et de ses predecesseurs il avoit esté pendant 62 ans, et ayant conservé l'esprit entier dans une si grande vieillesse.

N^o 2810.

CHRISTIAAN HUYGENS AU MARQUIS DE L'HOSPITAL.

23 JUILLET 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytendaele¹⁾.

Elle est la réponse au No. 2807.

De l'Hospital y répondit par le No. 2815.

A. Mr. le Marq. DE L'HOSPITAL.

[A la Haye ce] 23 juillet 1693.

Je suis demeuré longtemps, Monsieur, sans me donner l'honneur de vous écrire, voyant que vostre lettre du 12 Maj. demandoit de l'application pour estre entendue, et ayant besoin de m'en abstenir pour retablir ma santé. J'avois donné 2 ou 3 matinees à examiner cette lettre, quand je reçus l'autre du 2e de ce mois, qui m'a encore de nouveau taillé de la besogne²⁾.

⁵⁾ Constantini Hugenii, Equit. Toparchae Zulichemii etc. Principi Auriaco à Confil. et Secretis Momenta Defultoria. Poematum Libri XI. Edenti Caspare Barlaeo Lvgd. Batav. Typis Bonaventurae et Abrahami Elzevirii. CIOIOCXIV. in-8°.

⁶⁾ Sur Daniel et Nicolaas Heinsius, voir la Lettre N^o. 1^{re}, note 4 (au Supplément du Tome I, p. 544) et N^o. 278, note 6.

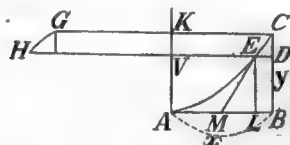
¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 266.

²⁾ On trouve les traces de ces examens des Lettres Nos. 2805 et 2807 aux pages 15 à 28 du Œuvres. T. X.

Il y a tout plein de belles choses dans ces 2 lettres, mais de la manière que vous les expliquez, vous m'avez laissé bien des choses à déchiffrer; comme de trouver la valeur de dm quand on a posé $x \propto myy$, ou my , ou autre quantité. Et puis de trouver ces mêmes positions artificielles qui diminuent les termes de l'Equation différentielle. Je suis pourtant à la fin venu à bout, ou peu s'en faut, de l'un³⁾ et de l'autre⁴⁾, et j'ay achevé⁵⁾ l'exemple de la soutangente $2x + \frac{x^3}{yy}$ en posant $x \propto my^2$, d'où vient $dx \propto yydm + 2mydy$, comme dans l'exemple de la soutangente $2x - \frac{yy}{2x}$, et, après les substitutions, $ydy \propto \frac{dm}{m^3}$, et la ligne courbe $xxyy + y^4 -$

livre J des Adversaria, dont la page 20 est datée 6 juillet 1692. C'est à ces pages que nous avons déjà emprunté les notes 6, 10 et 13 de la Lettre N°. 2805. Nous les utiliserons encore pour quelques notes de la présente Lettre et pour l'Appendice N°. 2811, où l'on aperçoit de quelle manière Huygens s'est rendu compte des sommations que l'on rencontre dans les lettres mentionnées de de l'Hospital.

- 3) Voici la manière assez détournée par laquelle, à la page 20 du livre J, Huygens arrive à la formule : $dx = 2mydy + y^2 dm$ comme résultat de la différentiation de l'équation $x = my^2$, qui se trouve au début de la Lettre N°. 2805.



Après avoir remplacé l'équation $x = my^2$ par $bbx = my^2$, il pose (voir la figure de cette note) : $AK = y$; $KC = x$; $CG = m$; $AV = y - dy$; $VE = x - dx$; d'où il suit : $yy : bb = x : \frac{bbx}{yy} (CG)$.

On a donc de même (si DH représente la nouvelle valeur de m), en négligeant $dy \times dy$: $yy - 2ydy : bb = x - dx$:

$$\frac{bbx - bbdx}{yy - 2ydy} (DH).$$

Puis on trouve à la page 25, où le calcul est repris en remplaçant toutefois le b par l'unité :

$$\frac{x - dx}{yy - 2ydy}, \text{ ut pag. 20, ex } \frac{x}{yy} \text{ sive } m : \frac{-2x dy}{yy} + dx : \frac{2x dy}{yy} + \frac{dx}{yy} = dm;$$

$$dx = yydm + 2x dy : y; \text{ sed } x \text{ est } my^2; dx = yydm + 2mydy.$$

- 4) A ce propos, la page 27 du livre J contient l'annotation suivante : „Positions du M. de l'Hospital pour diminuer les termes d'une Equation différentielle, et comment il forme ces positions; ydx et $x dy$ sont chacun d'un côté de l'Equation. Voyez sa lettre du 12 mai 1693.

$$ydx \text{ et } + 2x dy; x = my^2 \quad mdy \text{ et } \frac{1}{2} ydm; y = nm^2$$

$$x dy \text{ et } + 3y dx; y = mx^3 \quad ydx \text{ et } + x dy; x = my$$

$$mdx \text{ et } - \frac{1}{2} xdm; x = nm^{-1}$$

- 5) On rencontre cet „achèvement” à la page 25 du Livre J sous le titre : „Trouver la courbe de M. Sluse ou Gutschoven par sa soutangente donnée par la meth. de M. de l'Hospital”. Voir, sur la „Gutschovienne”, la note 15 de la Lettre N°. 2735.

— $bbxx \propto 0$. Je me suis encore proposé la soutangente $\frac{xx - aa}{x}$ ⁶⁾, qui fait l'Equation differ.le $xxdy - aady \propto xydx$, ou j'ay supposé $x \propto my$ ⁷⁾, ce qui donne $dx \propto \frac{ydm + mdy}{a}$, et apres les substitutions, $-\frac{a^4 dy}{y^3} \propto m dm$. Et la courbe $aa \mp yy \propto xx$. Dans vostre exemple où l'Equation differ.le est $axydx + aaxdx + x^3dx \propto a^3dy + axxdy$, en supposant $aa + xx \propto am$ je trouve bien comme vous Monsieur $mdy \propto \frac{1}{2}ydm + \frac{1}{2}mdm$; mais en supposant en suite selon la regle, $y \propto nm^{\frac{1}{2}}$, je ne scay pas comment vous en tirez $dn \propto \frac{1}{2}m^{-\frac{1}{2}}dm$ ou $\frac{\frac{1}{2}dm}{\sqrt{m}}$. C'est pourquoy permettez que je vous demande icy quelque eclaircissement.

Dans ce que vous avez touchant la quadrature de la courbe $xx \propto \frac{aayy \mp 2y^4}{2aa}$,

je n'entens pas comment vous trouvez $xdy \propto \frac{ydy \sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$. Il semble que de

l'Equation $x - y \frac{\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}} \propto 0$ vous trouviez la soutangente $y \frac{\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$

ce qui ne suit pas par la regle ordinaire des soutangentes. Je ne vois pas non plus par ou vous trouvez la somme des $ydy \frac{\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$; et cela n'est pas moins difficile peut-estre que de trouver simplement et sans calcul differentiel la quadra-

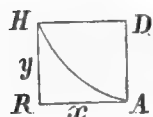
6) Ce problème fut posé et résolu par Huygens à la page 28 du livre J. L'expression de la soutangente se rapporte à l'hyperbole $aa + yy = xx$, à laquelle la méthode devra donc le conduire. Pour y réussir, Huygens commence par écrire l'équation différentielle du texte sous la forme: $xdy - a^2x^{-1}dy = ydx$; après quoi le dernier cas de la note 4 lui suggère la substitution $ax = my$, qui amène l'équation $-a^4y^{-3}dy = m dm$ du texte. Exécutant alors les sommations, il trouve d'abord $\frac{1}{2}a^4y^{-2} = \frac{1}{2}mm = \frac{1}{2}a^2x^2y^{-2}$, puis, ajoutant la constante $\pm \frac{1}{2}aa$, il arrive aisément aux équations $aa + yy = xx$ et $aa - yy = xx$ du cercle et de l'hyperbole. Enfin il vérifie encore, pour le cas du cercle, géométriquement et algébriquement, la justesse de l'expression $(xx - aa) : x$, „subtg. circ. sed in contrariam partem ac in hyp.”.

Remarquons que l'addition d'une constante est motivée à la page 20, à propos d'un exemple analogue, dans les termes suivants: „Scio apponi posse $\mp bb$ quia novi subtangenti lineae cujus aequatio $\frac{1}{2}b^4y^{-2} - b^4x^2y^{-2}$ eandem fore subtangentem curvae $\frac{1}{2}b^4y^{-2} - b^4x^2y^{-4} \mp bb = 0$, ex natura regulae subtangentium”, où la règle citée est celle indiquée dans la note 3 de la pièce N°. 2612. En effet, l'expression algébrique, obtenue pour la soutangente par l'application de cette règle, est indépendante de la présence d'une constante. Ainsi, dans le cas de l'équation $a^4y^{-2} - a^2x^2y^{-2} [\mp aa] = 0$ elle mène toujours (si l'on tient compte du changement dans le signe du numérateur dont il est question dans la note citée) à l'expression: $(2a^4y^{-2} - 2a^2x^2y^{-2}) : -2a^2xy^{-2} = (xx - aa) : x$.

7) Lisez: $ax \propto my$.

ture de cette courbe; à quoy j'ay 2 methodes⁸⁾, qui, quand la courbe est

$$xx \propto \frac{aayy - 2y^4}{aa} \text{ } ^9) \text{ me donnent le complement } AHD \propto \frac{1}{6} aa \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{(aa + 2yy)\sqrt{aa - 2yy}}{6a\sqrt{2}}} \text{ } ^{10}).$$



J'ay tres bien compris vos exemples de la Courbe de Mr. de Beaune¹¹⁾ et de celle à la soutangente $x + y$, qui sont deux problemes tres beaux et heureusement resolus. J'ay essayé de chercher la courbe de la soutangente $x - y$ ¹²⁾, mais sans y reussir, et je feray bien aise de voir si et comment elle se trouve par vostre methode.

Pour la courbe de Mr. Bernouilly le medecin, j'admire extremement comment vous l'avez pu attraper puis que la soutangente en est si compliquee. Je ne veux pas encore vous demander le secret de cette invention, mais seulement quelle sorte de courbe c'est et si elle se peut construire par la quadrature de l'hyperbole.

En fin Monsieur vostre methode est un chemin nouveau pour les belles decouvertes en Geometrie, et où je conçois un progres et une speculation infinie à cause de la varieté des Positions¹³⁾, touchant les quelles il reste à scavoir si on en peut trouver d'utiles dans toute rencontre. Mr. Bernoulli peut-estre a quelque chose de semblable, puis qu'apparemment il fait resoudre le Probleme qu'il a proposé. Je n'ay pas encore vu ces Acta de Leipzig, où vous l'avez trouvé, par la faute de nos libraires.

⁸⁾ On trouve dans les manuscrits de Huygens plusieurs méthodes menant à la quadrature des courbes $x^2 = (a^2y^2 \mp 2y^4) : 2a^2$. En premier lieu, pour le cas $x^2 = (a^2y^2 - 2y^4) : 2a^2$, celle mentionnée dans la note 13 de la Lettre N°. 2643, qui commence ici par la réduction à la forme : $y = [\sqrt{a^2 + 4ax} + \sqrt{a^2 - 4ax}] : 2\sqrt{2}$.

En second lieu, les deux quadratures pouvaient être empruntées aux 4^e et 5^e exemples de la table des quadratures de Hubertus Huighens (voir la note 2 de Lettre N°. 2735), dont le quatrième avait été vérifié par Christiaan Huygens au § I de la pièce N°. 2736.

En troisième lieu, la méthode de Fermat, exposée dans la note 14 de la Lettre N°. 2777, était applicable aux deux cas. Et Huygens avait même exécuté cette application dans tous ses détails au § VII de la pièce N°. 2781 pour la courbe $a^2y^2 = a^2x^2 - x^4$, et à la page 11 du livre J, que nous n'avons pas cru nécessaire de reproduire, à la courbe $a^2y^2 = a^2x^2 + x^4$, courbes équivalentes avec celles du texte.

En quatrième lieu, la méthode de Gregory, dont il sera question dans la suite de la présente lettre, pouvait être appliquée, et Huygens l'avait même fait expressément pour la courbe $b^2x^2 + x^4 = b^2y^2$, empruntée au quatrième exemple de Hubertus Huighens. Voir la note 19.

⁹⁾ Lisez au dénominateur : $2aa$.

¹⁰⁾ Au lieu de $aa + 2yy$, lisez $aa - 2yy$ et remarquez que, dans la figure, le point H représente l'origine des coordonnées.

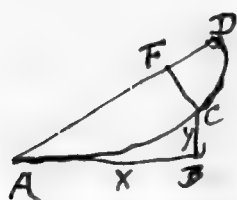
¹¹⁾ Voir la note 10 de la Lettre N°. 2805.

¹²⁾ La construction de cette dernière courbe a été vérifiée par Huygens à la page 23 du Livre J

¹³⁾ Voir la note 4.

Vous dites que vous m'envoiez les 3 différentes voies ¹⁴⁾ pour la quadrature de la Feuille, et il semble cependant que vous ne m'en envoyiez pas une. Car dans la première vous n'expliquez point comment on connoit que la somme des $\frac{ayydx - 2axydy}{6xx}$ est $-\frac{ayy}{6x}$, ce que je doute fort si je pourray trouver par vostre methode de cy-dessus.

Dans la 2^e maniere, où vous supposez $y \propto \frac{zxx}{aa}$, j'ay fait tout le calcul ¹⁵⁾ qui confirme le vostre et toutefois $\frac{2axx}{3y} - \frac{x^4}{2yy}$ n'est pas la valeur du triline ABC,



mais l'excede de $\frac{1}{6} aa$, c'est-à-dire de toute la Feuille. De quoy il falloit bien avertir, et faire voir (ce qui me paroît assez difficile) que cela arrive necessairement, parce qu'autrement on s'abuseroit en suivant cette maniere. Je me suis servi en cherchant la quadrature de cette courbe de la mesme supposition $y \propto \frac{zxx}{aa}$ ¹⁶⁾, mais je poursuis autrement, sans calcul differentiel, ou je trouve la veritable grandeur de l'espace ABC $\propto \frac{1}{2} xy - \frac{ayy}{6x}$.

La 3^e maniere, où vous vous servez de la relation entre AF et l'appliquée CF, vous avez voulu la réserver pour une autre fois. Ayez la bonté je vous prie de vous en souvenir, et de rendre les choses un peu plus claires. J'ay considéré cy devant la relation de ces lignes AF, FC pour chercher le solide par la conversion de la demie feuille ACD sur son axe AD, et ses parties, que je trouve dependre

¹⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2807.

¹⁵⁾ Ce calcul est écrit sur une feuille séparée, portant la suscription : „Examen de la 2^e maniere de quadrer la Feuille”. Suivant la voie indiquée par de l'Hospital, Huygens arrive comme lui à l'expression $2ax^2 : 3y - x^4 : 2y^2$ qu'il égale à celle $\frac{1}{6} xy - ay^2 : 6x$ dont il connaît la justesse. Appliquant encore l'équation $x^3 + y^3 - axy = 0$ de la feuille, cette égalité mène à l'absurdité $-ay^3 = ax^3$. Diminuant alors l'expression fautive d'une quantité inconnue („aufero ignotum ψ^2 , ut videam quantum sit auferendum”), il pose : $\frac{1}{2} xy - ay^2 : 6x = 2ax^2 : 3y - x^4 : 2y^2 - \psi^2$, d'où il déduit par la substitution $x^3 = axy - y^3$ dans le second terme du second membre : $-ay^3 = ax^3 - 6xy\psi^2$; donc $6xy\psi^2 : a = x^3 + y^3 = axy$; donc $\psi^2 = \frac{1}{6} a^2$ („quod est totum folium”). Consultez encore, sur le même sujet, la note 5 de la Lettre N°. 2807.

¹⁶⁾ En effet, cette supposition est identique au fond avec celle $bbu = aee$ employée dans la pièce N°. 2782, à la page 375.

recherche merveilleuse par les series pour venir à cette Regle ²⁰). Il dit que Mr. Newton l'a aussi trouvée par un autre chemin et encore quelque chose de plus;

$$+ \frac{(n-r-1)(2n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n) \times (mn+r+1-2n)} ba^2 + \&c.$$

ubi, sicut primus terminus, ita caeteri omnes intelligantur ducti in $(x^n + a)^{m+1}$.

„Patet vero hanc seriem semper abrumpi cum $r+1=n$ vel $2n$ vel $=3n$ &c., hoc est cum $(r+1):n$ aequatur numero integro et positivo; quilibet enim terminus ductus est in $n-r-1$. Quamobrem si $r+1=n$ sive $n-r-1=0$ solus remanet primus terminus, inque eo fit $x^{r+1-n}=1$, quia scimus x^0 esse $=1$. Itaque tunc Area fit $(x^n + a)^{m+1} : (mn+n)$; nam $mn+n=mn+r+1$.

„Secundum autem exponentum m in Aequatione data esse vel numerum integrum vel fractionem, et vel cum signo $+$ vel $-$. Ideoque tenendum de exponentibus r et n . Item in aequatione quantitates x^n et a posse habere signa $+$ vel $-$.”

En outre, il résulte de cette page et des suivantes que Huygens a cherché sans tarder à appliquer cette règle à quelques quadratures qui lui étaient connues. Commencant par le 15^e exemple de Hubertus Huighens (voir la note 2, de la Lettre N^o. 2735), où l'équation de la courbe peut être écrite sous la forme : $y = x^3(x^4 + a^4)^{-\frac{1}{2}}$, la règle mène à $\frac{1}{2}(x^4 + a^4)^{\frac{1}{2}}$; après quoi Huygens remarque que cette expression ne représente que la „quadratura curtata” (voir la note 8 de la pièce N^o. 2736), tandis que la quadrature complète, donnée par Hubertus, s'exprime par $\frac{1}{2}(x^4 + a^4)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}a^2$.

Ayant essayé de même le 4^e et le 16^e exemple, c'est toujours à la quadrature „curtata” qu'il arrive. Au 7^e exemple, pour lequel il choisit la forme un peu simplifiée :

$y = a^4 x(x^2 + a^2)^{-1}$, la règle semble faillir, puisqu'elle amène $-\frac{1}{2}a^4(x^2 + a^2)^{-1}$ au lieu de $+\frac{1}{2}a^2x^2(x^2 + a^2)^{-1}$; mais ici encore il trouve que l'addition d'une constante suffit pour obtenir l'expression correcte.

Dans tous ces exemples c'est au premier terme que la série de Grégory s'arrête. Mais il en est autrement avec le 13^e exemple de Hubertus, où l'on a $y = a^{-1}x^3(x^2 + b^2)^{-\frac{1}{2}}$. Ici les deux premiers termes mènent à la quadrature $\frac{1}{3}a^{-1}x^3(x^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3}b^2a^{-1}(x^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$, qui ne diffère encore que par un terme constant d'avec celle de Hubertus.

Outre ces exemples, empruntés à Hubertus, Huygens en a traité encore quelques-uns, parmi lesquels nous signalerons les deux suivants, à propos desquels Huygens a annoté : „Has duas dedi examinandas D. Gregorio 30 Jun. 93”; 1^o. la courbe $y = 4a^4x(x^4 - a^4)^{-1}$ à laquelle la règle n'est pas applicable, puisque $(r+1):n = \frac{1}{2}$; toutefois Huygens croit savoir que la courbe est carrable algébriquement; mais cette opinion, pour laquelle il renvoie à la page 148 du livre H, repose sur une erreur de calcul, erreurs qui dans les derniers manuscrits de Huygens, cessent d'être rares; 2^o. la courbe $y = a^2x^3(x^4 - a^4)^{-1}$, pour laquelle $(r+1):n = 1$; la règle y serait donc applicable, mais elle amène, comme Huygens le remarque : $\frac{a^2(x^4 - a^4)^0}{0}$, „sive $\frac{a^2}{0}$ quod absurdum aut aequale nihilo; imo infinito potius, ut in spatio asymptotico hyperbolae”.

²⁰) Voir l'Appendice N^o. 1812.

ce que vous verrez, ou l'avez déjà vu, dans ce qu'on a publié de lui dans le livre de Wallis ²¹⁾; c'est pourquoi il n'est pas besoin que je vous explique icy la règle de Mr. Gregory. On m'a promis ces inventions de Newton copiées du dit livre, mais je n'ay encore rien reçu.

Après ce que vous m'avez appris touchant les horloges de Mr. Hautefeuille, je ne doute point qu'elles ne réussissent mal, puis que les miennes avoi[en]t du commencement de ces balanciers pesants ²²⁾ qui estoient sujets à s'arrêter et ufoient les trous des pivots. Le meilleur est de faire leur cercles grands et légers, parce que la grandeur fait qu'ils reglent mieux le mouvement de la montre que s'ils estoient moins étendus avec le même poids. Pour le charme de la baguette, j'en suis fort en repos depuis les relations que j'en ay vues dans nos journaux et la décision de Mr. le Prince.

Voicy la Règle inverse des Tangentes de Mr. Fatio ²³⁾, que vous n'aurez pas de peine à comprendre, mais j'en auray un peu à la rédiger en forme, parce que ni l'auteur ni moy ne nous en sommes jamais donné la peine.

Vous savez Monsieur comment d'une equation de courbe donnée, on forme l'equation differ. le savoir en multipliant chaque terme par l'exposant de x et en changeant un x en dx , et en multipliant chaque terme par l'exposant de y et changeant un y en dy , et negligéant les termes qui n'ont que des quantitez con-

nues. Ainsi de l'équation de courbe $x^3yy + \frac{a^6}{y} - a^5 \propto 0$, il vient la differ. le

$$3yyxxdx + 2x^3ydy - \frac{a^6dy}{y^2} \propto 0.$$

Vous savez aussi comment l'equation differentielle de la courbe se trouve lors que la soutangente est donnée. Et vous ne pouvez ignorer comment d'une Equation differ. le simple, on revient à l'Equation simple de la courbe, dont elle est produite. J'appelle Equation simple de la courbe, celle qui n'a point de fractions ou il y ait y , ou x , ou tous les deux, dans le denominateur. Car, par exemple vous voyez dans l'Equation differ. le $yydx + 2xydy - aady + 3x^2dx \propto 0$, qu'il y a deux termes correspondants marquez \wedge , c'est à dire qui, excepté les nombres préfixez,

²¹⁾ En effet, la règle de Gregory, telle qu'on la rencontre dans sa forme la plus générale vers la fin de la pièce N°. 1812, est identique (et non pas seulement „ejusdem generis” comme Wallis semble prétendre au lieu cité) avec le „Theorema primum” de Newton, publié par Wallis au Cap. 95 (voir les pages 390 et 391) de l'ouvrage cité dans la note 39 de la Lettre N°. 2777. D'ailleurs, comme Wallis le remarque, le même théorème se retrouve dans la Lettre de Newton à Oldenburg du 24 octobre 1676. (Voir p. e. la page 209 du „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz” publié par C. I. Gerhardt).

²²⁾ Voir, entre autres, la pièce N°. 2004.

²³⁾ Celle mentionnée pour la première fois dans la Lettre N°. 2465 du 24 juin 1687.

ont toutes les mesmes lettres, en comptant dx pour x et dy pour y . Et que de l'un ou de l'autre de ces termes on peut d'abord trouver leur generateur commun xyy ²⁴⁾ en changeant dans l'un dx en x , et divisant apres par l'exposant de x qui est icy 1, ou en changeant dans l'autre dy en y et divisant alors par l'exposant de y . Et que de chacun des deux autres termes non correspondants, et qui n'ont que x ou y , on en tire leurs termes generateurs $-aay + x^3 \infty 0$, de sorte que l'Equation de la courbe est $xyy - aay + x^3 \infty 0$. On connaîtra donc que la soutangente et l'Equation differ.^{le} qui en est formée, sont simples, lors qu'on verra, ou que tous les termes de cette Equation sont purs, c'est à dire qu'ils ne contiennent point x et y ensemble, ou que chaque paire de termes correspondans peut venir d'un mesme terme generateur. Or la Regle de Fatio ne fait autre chose que de trouver l'Equation de la courbe lors que la soutangente ou l'Equation differentielle est formée d'une Equation de courbe qui n'est pas simple, mais deguisée, c'est-à-dire qui a une ou plusieurs fractions ou il y a x ou y , ou tous les deux, dans le denominateur, au quel cas il n'est pas si aisé de demesler quels sont les termes generateurs qui composent l'Equation de la courbe. Et il faut scavoir que tres souvent les soutangentes ou deguisées, expres ou simplement données, et aussi l'équation differentielle, qui en est formée, sont telles, comme si l'une et l'autre avoient este formées d'une Equation deguisée de ligne courbe.

Par ex. de l'Equation simple $xyy - aay + x^3 \infty 0$, on a, par la regle connue des tangentes, la soutangente simple $\frac{-2xyy + aay}{yy + 3xx}$ ou, mettant pour $3xx$ sa valeur $\frac{3aay - 3xyy}{x}$, on aura la soutangente deguisée $\frac{-2xxy + aax}{3aa - 2xy}$, une de celles que je vous avois proposées²⁵⁾. Et l'Equation differ.^{le} $\frac{-2xxydy + aaxydy}{3aa - 2xy} - \frac{3aaydx + 2xyydx}{x^2} \infty 0$, la quelle provient aussi de l'equation $\frac{y^2}{x^2} - \frac{aay}{x^3} + 1 \infty 0$, qui est la premiere deguisée par la multiplication par $\frac{1}{x^3}$.

Voicy donc comme j'explique la Regle de Mr. Fatio.

Estant donné quelque soutangente, on en formera l'Equation differ.^{le}. Et apres qu'on aura reconnu, comme il a esté montré, qu'elle est deguisée, on verra s'il y a une ou plusieurs paires de termes correspondants, tels que je les ay definis, quoy qu'ils ne puissent pas provenir d'un mesme terme generateur.

Ainsi dans l'equation differentielle, qu'on vient de voir, il y a deux paires de termes correspondans marquez \wedge et ρ . Que s'il y a, outre les termes correspondants,

²⁴⁾ Les lettres xyy , imprimées par Uyenbroek, manquent dans l'état actuel du manuscrit par suite d'une déchirure.

²⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2768 à la page 328.

il y a [sic] des termes, qui n'aient point de corresp.^s ou que tous soient tels, et que dans ce nombre il y en ait meslez de x et y , il faut voir si, en multipliant l'Equation par quelque puissance de x ou de y , ou de tous les deux, on peut rendre tous ces termes purs. Si non, l'Equation est intraitable et la Regle ne peut point servir. Ainsi dans l'Equation differ.^{le} $y^3dx - 2xydy - x^3dy \propto 0$, outre les termes

marquez ρ , qui sont correspondants, il y a le terme meslé x^3dy , qui deviendra pur en multipliant l'equation par $\frac{1}{x^3}$. Et après cette multiplication, qui fera $\frac{y^3dx}{x^3} - \frac{2yydy}{xx} - dy \propto 0$, les termes correspondants demeureront necessairement tels.

Mais si l'Equation deguifée consiste toute en termes correspondants, ou qu'outre ceux-cy elle en contienne de purs sans la dite multiplication, ou qu'après cette multiplication les termes corresp.^s ne puissent pas encore venir deux à deux d'un mesme terme generateur, alors il faut chercher ce qu'on appellera le Transformateur de cette Equation, composé de quelques puissances de x et y ensemble, ou de l'un des deux, qui multipliant l'Equation, rende tels les termes correspondants, que 2 à 2 ils puissent venir d'un mesme terme generateur, et en sorte que les autres purs ne deviennent meslez de x et y .

Soit par ex. pour l'Eq.^{on} differ.^{le} de cy-dessus

$$-2xxydy + aaxydy - 3aaydx + xxyydx \propto 0$$

\wedge ρ ρ \wedge

le Transformateur $x^g y^h$, ou g et h sont ces puissances de x et y que l'on cherche. Je scay que dans le terme generateur, d'où je veux que les termes marquez \wedge puissent estre produits les exposants de x et de y doivent estre entr'eux comme les nombres prefigez + 2 à - 2, comme il s'ensuit de la maniere susdite de former les equations differentielles. Mais l'exposant de x , apres la transformation, sera $g + 2$, parce que dans ces termes il y a desia $x dx$ ou x^2 . Et l'exposant de y sera $h + 2$ parce qu'il y a desia dans ces termes $y dy$ ou y^2 . Donc $g + 2$ sera à $h + 2$, comme + 2 à - 2, d'où h est $\propto -g - 4$ ²⁶).

Je scay de mesme que dans le terme generateur, d'où les termes correspondants $aaxydy$ et $-3aaydx$ doivent naitre, les exposants de x et de y doivent estre comme les nombres prefigez - 3 à + 1. Mais l'exposant de x après la transform.^{on} sera $g + 1$, parce qu'il y a desia x ou dx , et l'exposant de y sera $h + 1$, parce qu'il y a desia dy ou y . Donc $g + 1$ à $h + 1$ comme - 3 à + 1; d'où vient

²⁶) Ici Christiaan Huygens nota en marge :

$$\begin{aligned} g + 2. h + 2 & 2. - 2 \\ - 2g - 4 & \propto 2h + 4 \\ - g - 4 & \propto h \end{aligned}$$

$3h \infty -g-4$ ²⁷⁾. Mais on avoit $h \infty -g-4$, donc $h \infty 3h$ et $h \infty 0$. et $g \infty -4$, c'est à dire que le transformateur $x^g y^h$ fera $\frac{1}{x^4}$. Multipliant maintenant l'équa-

$$\text{tion par ce } \frac{1}{x^4} \text{ on aura: } -\frac{2ydy}{xx} + \frac{aady}{x^3} - \frac{3aaydx}{x^4} + \frac{2yydx}{x^3} \infty 0.$$

\wedge ρ ρ \wedge

Ou l'on voit que les deux termes corresp.^s marquez \wedge ont un mesme generateur $\frac{-yy}{xx}$ et que les deux marquez ρ ont un mesme generateur $\frac{aay}{x^3}$, de sorte

que l'équation deguifée de la courbe est $-\frac{yy}{xx} + \frac{aay}{x^3} \mp \infty 0$ et la simple :

$$-xy + aa \infty 0, \text{ ou } -xxy + aay \mp x^3 \infty 0.$$

Dans l'Equation differentielle de cy dessus $y^3dx - 2xyydy - x^3dy \infty 0$, qui estant multipliée par $\frac{1}{x^3}$, estoit devenue $\frac{y^3dx}{x^3} - \frac{2yydy}{xx} - dy \infty 0$, les deux termes cor-

respondants ne peuvent pas encore venir d'un mesme generateur, de sorte qu'il faut chercher un Transformateur $x^g y^h$. Or on trouve $g-2$ à $h+3$ comme 1 à -2 , et partant $-2g+1 \infty h$, mais g doit estre $\infty 0$, parce qu'autrement en transformant l'Equation, le terme pur $-dy$ deviendrait meslé. Donc h est $\infty 1$ et

le Transformateur est y , l'Equation transformée $\frac{y^4dx}{x^3} - \frac{2y^3dy}{xx} - ydy \infty 0$. Et icy

le terme generateur des deux correspondants est $\frac{-y^4}{2xx}$; et le generateur du terme

pur sera $\frac{-yy}{2}$. L'Equation deguifée de la courbe est donc $\frac{-y^4}{2xx} - \frac{yy}{2} + aa \infty 0$,

et l'Equation simple $-y^4 - xxyy + 2aax^2$ ²⁸⁾.

Dans l'Equation $-3ax^3dy + 2by^3dx + bxy^2dy - 2y^4dx \infty 0$, les termes mar-

quez \wedge sont correspondants; les autres marquez \cap sont point correspondants, ni purs, mais meslez. Mais on voit d'abord qu'ils peuvent devenir purs en multipliant l'Equation par $\frac{1}{x^3y^4}$, et point autrement; après quoy on aura

$$-\frac{3ady}{y^4} + \frac{2bdx}{x^3y} + \frac{bdy}{x^2y^2} - \frac{2dx}{x^3} \infty 0$$

\wedge \wedge \wedge

²⁷⁾ Le manuscrit a encore en marge :

$$\begin{aligned} g+1. \quad h+1. &= 3. \quad 1 \\ g+1 &\infty -3h-3 \\ 3h &\infty -g-4 \end{aligned}$$

²⁸⁾ Ajoutez $\infty 0$.

N^o 2811.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[JUILLET 1693].

*Appendice I¹⁾ au No. 2810.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

Ad colligendas summas.

$$2m \, dm = \frac{dy}{y^3} \text{ five } dy \cdot y^{-3^2}.$$

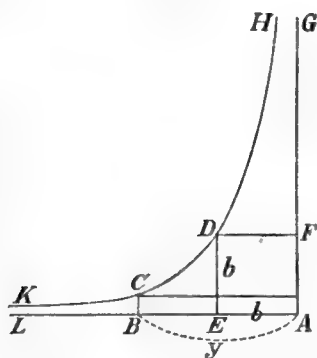
$$\text{Summae sunt } mm = \frac{1}{2} y^{-2} \text{ five } \frac{1}{2yy}.$$

Regula universalis est ut pro dm vel dy vel qualibet alia differentia, ponatur ipfa m vel ipfa y , ac porro divisio fiat per exponentem incognitae qualisque tunc erit.

Fig. 1.



Fig. 2.



Singulae AB, AC, AD etc. sunt m , et AH maxima ipfarum. Singulae particulae aequales AB, BC, CD etc. sunt dm . Jam apparet summam omnium mdm esse triangulum $AHK = \frac{1}{2}$ qu. ex AH, hoc est $\frac{1}{2} mm$, ut nempe m hic intelligatur esse maxima omnium m .

Itaque summa omnium $2mdm$ erat $= mm$.

Sed $\frac{dy}{y^3}$ idem quod $\frac{b^4 dy}{y^3}$, adscito b^4 , ut fiat homogeneum $\tau\omega 2mdm$.

Et summa omnium $\frac{dy}{y^3} = -\frac{1}{2} y^{-2}$ five $-\frac{1}{2yy}$ idem quod $-\frac{b^4}{2yy^3}$.

Si enim HDC fit hyperboloides cujus asymptoti GA, AB. AEDF quadr.^m cujus latus $AE = b$. $AB = y$. $BC = \theta = \frac{b^4}{y^3}$ ex natura hyperboloidis hujus. Erit $\square CA =$

¹⁾ Cet appendice est emprunté à la page 21 du Livre J des Adversaria.

$= \theta y = \frac{b^4}{yy}$. Cujus dimidium $\frac{b^4}{2yy}$ erit aequale spatio infinite extenso BCKL ⁴⁾).

Hic nempe AB est minima omnium y , quae crescunt aequalibus particulis dy .

Si BC five θ fuisset ex natura curvae $= \frac{b^3}{y^2}$, fuisset \square AC hoc est $\frac{b^3}{y^2}$ in y , hoc est $\frac{b^3}{y} =$ spatio infinite extenso BCKL nempe $=$ summae omnium $\frac{dy}{yy}$ five $dy y^{-2}$,

ubi addita unitate ad exponentem fit -1 , tumque divisio facienda per -1 . Itaque

$-\frac{1}{y}$ hoc est $-\frac{b^3}{y}$ erit summa.

Si BC five $\theta = \frac{bb}{y}$ fuisset \square AC $= bb$, idque divisum per o qui hic est exponens y , fit $\frac{bb}{o} =$ spat. hyperb. infinitum BCKL, quod est magnitudine infinitum ⁵⁾.



²⁾ Comparez la Lettre N°. 2805, de de l'Hospital à Huygens, où l'on rencontre dans la 1^{re} question l'équation $2mdm = -dy : y^3$.

³⁾ Dans ces expressions les signes $-$ ont été intercalés plus tard.

⁴⁾ La quadrature de ces aires hyperboloïdes était alors bien connue.

⁵⁾ A la même page la règle est appliquée encore sans démonstration aux équations $4n^3dn = aadm$ et $dn = \frac{1}{2} m^{-\frac{1}{2}} dm$ que l'on rencontre plus loin dans la même lettre de de l'Hospital à Huygens.

N^o 2812.

DAVID GREGORY à CHRISTIAAN HUYGENS.

[JUN OU JUILLET 1693].

*Appendice II au No. 2810.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens¹⁾.*

1. Nota esse semper $(x + a)^m = 1 x^m + m \times x^{m-1} \times a + m \times \frac{m-1}{2} \times x^{m-2} \times a^2 + m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3} \times x^{m-3} \times a^3 + m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3} \times \frac{m-3}{4} \times x^{m-4} \times a^4 + \&c.$

2. Ergo si sit l applicata et x abscissa curvae, et b, c et a quantitates notae, r, n et m exponentes indeterminati, atque aequatio data $l = x^r \times (x^n + a)^m$, tum etiam $l = x^r \times (x^{mn} + m \times x^{mn-n} \times a + m \times \frac{m-1}{2} \times x^{mn-2n} \times a^2 + \&c.)$.

3. Sive ducendo terminos seriei singulos in x^r erit^{a)} $l = x^{mn+r} + m \times x^{mn+r-n} \times a + m \times \frac{m-1}{2} \times x^{mn+r-2n} \times a^2 + \&c.$

4. Et juxta Canonem^{b)} Gregorianum addendo cuique exponenti unitatem et dividendo quemque terminum per exponentem ita auctum^{c)} erit

$$\begin{aligned} \text{Area } 1^{mus} &= \frac{x^{mn+r+1}}{mn+r+1} + \frac{m \times x^{mn+r+1-n}}{mn+r+1-n} \times a + \\ &+ \frac{m \times \frac{m-1}{2} \times x^{mn+r+1-2n}}{mn+r+1-2n} \times a^2 + \&c. \end{aligned}$$

5. Jam si haec area dividatur per hanc quantitatem $(x^n + a)^{m+1}$ debet esse aequalis etiam areae²⁾.

6. Atqui $(x^n + a)^{m+1}$ reducta in feriem aequalis est $x^{mn+n} + (m+1) \times x^{mn} \times a + \&c.$

¹⁾ La pièce est probablement de la main de David Gregory. Nous avons remplacé, dans l'imprimé, la notation: $a+b$ du manuscrit par $(a+b)$. Les notes $a), b)$ etc. contiennent les annotations inscrites sur le manuscrit par Huygens.

²⁾ C'est-à-dire: après avoir multiplié le quotient obtenu par ce même facteur. Comparez l'article 12.

7. Dividatur ergo area notata sic 1^{mus} , per $x^{mn+n} + (m+1) \times x^{mn} \times a + \&c.$
Nempe primus terminus areae per primum terminum hujus seriei; scilicet
 $\frac{x^{mn+r+1}}{mn+r+1}$ per x^{mn+n} , et erit quotiens $\frac{x^{r+1-n}}{mn+r+1}$.

8. Hic quotiens ductus in secundum terminum seriei in quam reducta est quantitas $(x^n + a)^{m+1}$, scilicet ductus in $(m+1) \times x^{mn} \times a$, dat

$$\left(\frac{m+1}{mn+r+1} \right) \times x^{mn+r+1-n} \times a \text{ qui subtractus a secundo termino Areae}$$

notatae hic 1^{mus} nempe subtractus ab $\frac{m \times x^{mn+r+1-n}}{mn+r+1-n}$ dat

$$\frac{(n-r-1) \times x^{mn+r+1-n} \times a}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)}.$$

9. (Nempe quia $\frac{m+1}{m+r+1}$ subtractus à $\frac{m}{mn+r+1-n}$ aequatur
 $\frac{n-r-1}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)}.$)

10. Deinde rursus $\frac{(n-r-1) \times x^{mn+r+1-n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)}$ divisus per primum terminum³⁾ Areae notatae hic 1^{mus} scilicet per x^{mn+n} dat pro Quotiente

$$\frac{(n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)} \times a.$$

11. Quare tandem exurget series talis $\frac{x^{r+1-n}}{mn+r+1} +$
 $+ \frac{(n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn-r+1) \times (mn+r+1-n)} \times a^d) + \&c.$

12. Unde patet hanc feriem vel hunc quotientem fore aequalem verae areae si finguli quotientis termini multiplicentur in quantitatem $(x^n + a)^{m+1}$ per quam Area vera (notata hic 1^{mus}) divisa dedit hunc quotientem, id est Areae verae aequalem fore feriem fequentem.

13. $\frac{(x^n + a)^{m+1} \times x^{r+1-n}}{mn+r+1} + \frac{(n-r-1) \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)} a^e) +$
 $+ \&c.$

³⁾ Remplacez les mots qui suivent par „ x^{mn+n} seriei dat pro Quotiente”.

Ubi nota quemque terminum duci intelligitur in $(x^n + a)^{m+1}$.

14. Patet verò *etiam*^{f)} hanc feriem semper abrumpi cum $r + 1 = n$, vel $= 2n$, vel $= 3n$, five $\frac{r+1}{n}$ aequatur numero integro et positivo, et tum quadraturam curvae definitam exhibere.

15. Et simili modi si aequatio fit $l = bx^r \times (sx + a)^m$, series Aream exhibens

$$16. \text{Erit } (sx^n + a)^{m+1} \times \frac{bs^{-1} \times x^{r+1-n}}{mn+r+1} + \frac{(n-r-1) \times ba \times s^{-2} \times x^{r+1-2n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n)} + \\ + \frac{(n-r-1) \times (2n-r-1) \times ba^2 \times s^{-3} \times x^{r+1-3n}}{(mn+r+1) \times (mn+r+1-n) \times (mn+r+1-2n)} + \&c.$$

Ubi nota unumquemque terminum duci intelligitur in $(sx^n + a)^{m+1}$.

a) delenda hic quibus supposui puncta. non enim ducuntur termini precedentes in x^r , sed pro $(x^r) \times x^{mn}$ scribitur x^{mn+r} in singulis [Christiaan Huygens]. Nous avons imprimé en italiques les mots que Huygens marque par des points].

b) Au dessus du mot Canonem Huygens écrivit : Lemma.

c) Vide pag. 6 Exercit. de dimensione fig. geom. Dav. Gregorii [Christiaan Huygens]⁵⁾.

d) hoc appofui [Christiaan Huygens], c'est-à-dire : $\times a$.

e) hoc appofui [Christiaan Huygens], c'est-à-dire : a .

f) hoc erat delendum [Christiaan Huygens].

4) Comme on le voit, cette démonstration de la règle de Gregory exposée dans la note 19 de la Lettre N°. 2810, est incomplète, puisqu'elle s'arrête au deuxième terme, tandis que les embarras du calcul s'accroissent pour les termes suivants. Toutefois la règle est correcte, sauf l'addition nécessaire d'un terme constant, et on y arrive facilement par l'application répétée de la formule :

$$\int x^r (x^n + a)^m dx = \frac{x^{r+1-n} (x^n + a)^{m+1}}{mn+r+1} + \frac{n-r-1}{mn+r+1} a \int x^{r-n} (x^n + a)^m dx.$$

5) Voici le „Lemma” tel qu'on le rencontre à la page citée de l'ouvrage de David Gregory mentionné dans la note 6 de la pièce N°. 1709 :

„Quâvis rectâ in partes innumeras discriptâ, summa quarumvis dignitatum, ab innumeris istis rectis ab extremitate propositae rectae continuâ incipientibus, genitarum, equalis est rectae propositae potestati, quaesitis potestatibus proximè superiori, divisae per suum exponentem”.

Ajoutons que l'on trouve, à propos de ce „lemma”, à la page 6 du livre J des Adversaria, la remarque suivante de Huygens : „Hoc apud Geometras demonstratum dicitur. Sed videtur non tam universaliter demonstratum ut etiam Radices, quadrata, cubica, etc. pro potestatibus habeantur; quanquam per consequentias ostendatur verum esse postquam de veris potestatibus demonstratum fuerit”.

Il resteroit à rendre raison pourquoy ce n'est pas celle de l'espace ACB. Cependant je trouve ces deux manieres extremement belles, et je crois que la troisieme le fera pour le moins autant.

gente et le commencement D, soit égale à l'appliquée HG; Toute la courbe alors est HAQD. dont la partie DQ jusqu'à la tangente QN perpend.re sur GD, a ses soutangentes $x-y$, qui sont $y-x$ dans la partie QA, depuis Q jusqu'à la perpend.re DA.

Pour les autres difficultez que je vous avois proposees, Monsieur, j'attendray, s'il vous plait vos solutions, pour ne pas consumer trop de temps à les applanir

$x = my^2$; quia video haberi hic $ydx - xdy$, ducta licet in $\frac{ay}{6xx}$. Hinc vero sicut pag. 25 et 20, [voir la note 3 de la Lettre N°. 2810] fit $dx = yydm + 2mydy$. Ita pro summis duabus istis invenitur $\mathcal{L} \frac{ad'm}{6mm}$, quae per regulam gener. m pag. 21 [voir la pièce N°. 2811], est $-\frac{a}{6m}$, et substituendo pro m ejus valorem $\frac{6x}{yy}$ [sic] fit $-\frac{ayy}{6x}$."

⁶⁾ Voir la note 5 de la Lettre N°. 2807.

7) Voir la Lettre N°. 2805, à la page 448.

⁸⁾ Consultez, sur la manière curieuse dont les quadratures qui suivent ont été obtenues, l'Appendice N°. 2814 à cette lettre, où l'on verra comment Huygens se rend de plus en plus familières les notations du calcul infinitésimal, tout en persistant d'en accompagner l'emploi par des considérations géométriques.

par ma propre meditation, étant de plus incertain si j'y reussirois. Ces speculations sont si agreables et si attraiantes que j'ay bien de la peine à m'en abstenir et cependant elles font tort à des ouvrages d'une autre nature, que je dois au public il y a longtemps.

J'ay vu à la fin les acta de Leiplich du moy de May. Et j'ay esté surpris de ce que Mr. Jo. Bernouilly s'y attribue⁹⁾ la solution du Probleme de Mr. de Beaune, disant froidement que c'est luy qui l'a fait inferer au 34 Journal des Scavants de l'an 1692, sans faire mention de vous Monsieur. Comment est ce que je dois entendre cecy, comme aussi ce qu'il assure d'avoir donné (jam olim) la dimension de la Ligne Logarithmique; et qu'il pretend scavoir celle de la Courbe de Mr. de Beaune¹⁰⁾. Peut-estre il veut insinuer que pendant son sejour à Paris¹¹⁾, il vous a communiqué ces inventions, ce que je suis bien éloigné de croire.

Monsieur de Lagny¹²⁾ m'a envoié depuis peu sa methode pour l'approximation des Racines¹³⁾, que je vois luy estre disputée par Mr. Rolle¹⁴⁾,

⁹⁾ Il s'agit de l'article de Jean Bernoulli cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2807, qui commence par la phrase suivante: „Prima mea hujus problematis solutio, quae reperitur tecto nomine in Diario Gallico 34. anni elapsi, non minus quam Fratris, qui suam mihi tunc temporis Parisiis commoranti transmiserat, supponit quadraturam spatii hyperbolici; id quod constructionem in praxi impossibilem reddit”, après quoi l'auteur fait suivre une seconde solution du problème, identique à peu près avec celle exposée en second lieu par de l'Hospital dans la Lettre N°. 2787, à la page 393.

Or, l'article cité du „Diarium Gallicum 34” n'était autre que celui mentionné dans la note 2 de la Lettre N°. 2787, publié par de l'Hospital sous le pseudonyme G***.

Consultez d'ailleurs sur cet incident la Lettre N°. 2815.

¹⁰⁾ Allusion au passage suivant du même article de Jean Bernoulli: „Curva autem ipsa AI [la courbe de de Beaune] est ex earum numero, quarum rectificationes quidem in abstracto non habentur, longitudines tamen per ipsasmet curvas construi et determinari possunt, quod Nob. Hugenus praestitit in nova sua Logarithmica, & ego jam olim in Logarithmica vulgari”.

¹¹⁾ En 1691 et 1692.

¹²⁾ Thomas Fantet de Lagny, né à Lyon le 7 novembre 1660. Il quitta le barreau pour se vouer aux sciences. Il fut élu membre de l'Académie des Sciences en 1696, devint associé géomètre le 28 janvier 1699, associé mécanicien en mars 1699, en remplacement de Sauveur, pensionnaire surnuméraire le 8 juillet 1719 et pensionnaire géomètre le 3 février 1723, en remplacement de Varignon, enfin pensionnaire vétéran le 4 mars 1733. Après avoir professé l'hydrographie à Rochefort, il fut nommé en 1716 sous-directeur de la banque générale. Il fut encore l'un des conservateurs de la bibliothèque du Roi et membre de la Société Royale de Londres. On a de lui plusieurs ouvrages d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie. Il mourut à Paris, le 11 avril 1734.

¹³⁾ Il s'agit de l'ouvrage intitulé: „Méthode nouvelle infiniment generale et infiniment abrégée pour l'extraction des Ra-

„Méthode nouvelle infiniment generale et infiniment abrégée pour l'extraction des Ra-

mais à tort à ce qui me semble. Aiez la bonté de m'en mander vostre sentiment et aussi touchant le merite de l'Invention qui me semble avoir quelque chose de bon; de plus qui est vostre antagoniste et auteur du traité de la Logistique¹⁵), sur qui vous avez tant d'avantage¹⁶).

cines quarrées, cubiques, &c., & pour l'approximation des mesmes Racines à l'infini dans toutes sortes d'égalitez. Proposée à examiner aux mathématiciens de l'Europe. Par M. de Lagny. A Paris de l'imprimerie d'Antoine Lambin, rue S. Jacques, au Miroir, MDCXCI. Avec permission. in-4^o, six pages plus le feuillet du titre.

En outre De Lagny publia un essai de sa méthode dans le Journal des Sçavans du 14 May 1691 sous le titre: „Nouvelle méthode de Mr. T. F. de Lagny pour l'approximation des Racines cubiques”.

D'après cet essai la méthode qui avait attiré l'attention de Huygens consistait pour le cas des racines cubiques dans l'application des deux formules approximatives suivantes :

$\sqrt[3]{a^3+b} = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2+b:3a}$; $\sqrt[3]{a^3+b} = a + ab:(3a^3+b)$, et, en effet, les valeurs calculées par ces formules ne diffèrent, en première approximation, des valeurs véritables de la racine cubique que par les valeurs $+b^3:81a^8$ et $-2b^3:81a^8$.

- ¹⁴) Dans le Journal des Sçavans du 18 janvier 1694 Jean Bernoulli mentionne „un petit écrit” de M. Rolle contre M. de Lagny. Cet écrit semble être devenu de nos jours très rare. D'ailleurs, dans le numéro de Janvier 1692 des „Mémoires de Mathématique et de Physique. Tirez des Registres de l'Académie Royale des Sciences” (voir la note 9 de la Lettre N^o. 2748), Rolle, sans mentionner de Lagny, avait donné sous le titre: „Règles pour l'Approximation des racines des cubes irrationnels” des règles analogues mais nullement préférables à la seconde formule de de Lagny.

- ¹⁵) Consultez, sur cet ouvrage de l'abbé de Catelan et sur la polémique dont il est question ici, la note 3 du N^o. 2259, à laquelle nous ajoutons ici :

1^o. que l'ouvrage sortait de l'imprimerie de Lambert Roulland (et non pas de Charles Roberstal) et qu'il était composé de deux morceaux bien distincts, dont le second, sur lequel la critique de de l'Hospital était surtout dirigée, portait le titre: „Principe de la science generale des Lignes courbes ou un des principaux elemens de la geometrie universelle”, à Paris, de l'imprimerie de Lambert Roulland, rue S. Jacques aux armes de la Reyne, MDCXCI.

2^o. que de l'Hospital publia encore, dans le cours de cette polémique, deux lettres publiques, l'une en Janvier, l'autre en Novembre ou Décembre 1692, qui semblent être devenues extrêmement rares.

3^e que Huygens avait attribué le livre à Prestet, comme cela résulte de l'annotation suivante, qu'on trouve vers la fin du Livre H: „Logistique pour la science generale des lignes courbes. 1691. Je le crois de Prestet. Il traite de trouver les Tangentes des Courbes”.

4^o. qu'il est curieux de remarquer comment Catelan à cette occasion se servit d'un procédé analogue à ceux signalés dans la note 1 de la Lettre N^o. 2260, dans les Lettres N^o. 2262, 2264, 2265 et la note 1 de la Lettre N^o. 2280, supprimant, après avoir pris connaissance de la première critique de De l'Hospital, dans les exemplaires qui lui restaient, les pages qui y avaient donné prise et les remplaçant par d'autres sans en avertir le lecteur.

- ¹⁶) Voir, pour la réponse de De l'Hospital sur les deux questions contenues dans cette phrase, sa lettre du 21 octobre 1693.

Item qui est auteur du Traité de la manoeuvre des vaisseaux ¹⁷⁾ dont j'aurai l'honneur de vous parler une autre fois ¹⁸⁾. Je suis avec respect etc.

N^o 2814.

CHRISTIAAN HUYGENS.

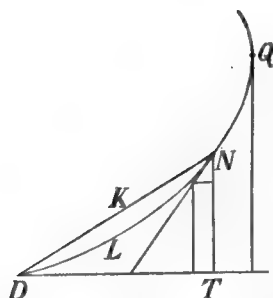
[JUILLET—AOÛT 1693].

Appendice ¹⁾ au No. 2813.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Fig. 1.

§ I²⁾.



$$\begin{aligned} x-y : y &= dx : dy \\ xdy - ydy &= ydx \\ xdy + ydx &= 2ydx + ydy \\ xy - \frac{1}{2}yy &= 2DTNL \text{ } ^3) \\ \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}yy &= DTNL \\ \frac{1}{4}yy &= \text{pat. DLNK} \end{aligned}$$

¹⁷⁾ L'ouvrage anonyme du chevalier Renau, Ingénieur général de la Marine, portait le titre : „De la Theorie de la manoeuvre des vaisseaux. A Paris, chez Estienne Michallet premier imprimeur du Roy, rue S. Jacques, à l'Image S. Paul. M.DC.LXXXIX. De l'exprès commandement de sa Majesté”. in-8°. Sur une des dernières pages du Livre H, Huygens annota à propos de cet ouvrage : „il y a de l'algèbre, et l'auteur parait bon géomètre, mais il se trompe dans les premiers principes, ce qui rend toute sa théorie fausse”.

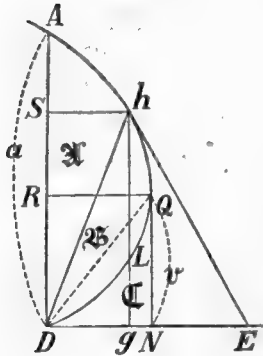
¹⁸⁾ Voir la Lettre à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

¹⁾ Cet appendice, emprunté aux pages 36 et 37 du Livre J, contient la quadrature de la courbe DQAH de la deuxième figure de la Lettre N^o. 2813, pour laquelle on a toujours $DE = HG = y$ et dont la sous tangente s'exprime alternativement pour les différentes parties de la courbe, en valeur absolue, par les expressions $x-y$, $y-x$ et $x+y$. Nous y avons apporté une division en paragraphes et nous nous sommes permis quelques changements dans les notations pour les rendre plus consistantes entre elles et avec celles de la figure citée de la Lettre N^o. 2813.

²⁾ Quadrature de la partie inférieure, jusqu'au point Q, où la sous tangente, pour $DT = x$, $NT = y$, s'exprime par $x-y$.

³⁾ Les sommations ne présentent aucune difficulté pour Huygens, puisqu'elles s'étendent depuis le point D, où $x=0$, $y=0$.

Fig. 2.

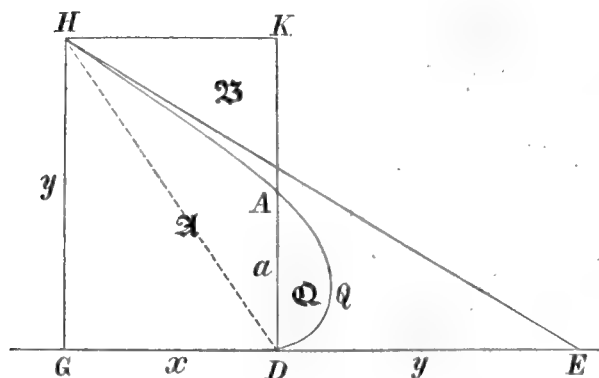


$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} = \frac{1}{4}aa$, $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$ est spatium AQD.

8) *Quadrature partielle de la partie intermédiaire* (depuis A jusqu'à Q, voir la figure du § II), où la soustangente s'exprime par $y - x$.

§ IV⁹⁾.

Fig. 3.

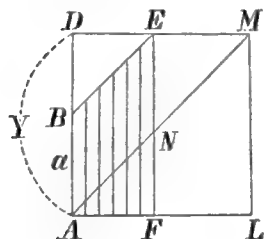


fp. DQAHG = $\frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}yy$; nam spat. Q feu DQA, five pag. praec. A + B est = $\frac{1}{4}aa$. femper ¹¹⁾ spat. DQAH = $\frac{1}{4}yy$.

$y + x : y = dx : dy$
 $ydx = xdy + ydy$
 $ydx - xdy = ydy$
 hinc colligo summas, et video
 $\int ydx$ esse sp. A feu HADG.
 $\int xdy$ esse B feu sp. HKA. $\int ydy$
 esse $\frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}aa$, ut hic ostenditur ¹⁰⁾.

$$\begin{aligned} A - B &= \frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}aa \\ A - \frac{1}{2}yy + \frac{1}{2}aa &= B = xy - A \\ 2A &= xy + \frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}aa \\ \text{fp. DAHG} &= A = \frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}yy - \frac{1}{4}aa \end{aligned}$$

⁹⁾ Quadrature de la partie supérieure (depuis A), où la soustangente, pour DG = x, GH = y, s'exprime par y + x.



¹⁰⁾ On rencontre sur la même page cette démonstration sous la forme suivante: „Si AB minima $\tau\omega r y = a$, AD maxima, seu Y. Erit $\int ydy = \frac{1}{2}YY - \frac{1}{2}aa$, fit enim tunc $\int ydy = \text{trapez. BEFA}$ quod aequale ANED, quod aequale triang. ADM—triang. NEM, hoc est $\frac{1}{2}YY - \frac{1}{2}aa$.

¹¹⁾ C'est-à-dire dans tous les cas divers, traités dans cet appendice.

N^o 2815.

Le Marquis DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

10 AOÛT 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek ¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2810.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2819.**Elle s'est croisée avec le No. 2813.*ce 10^e août A Paris 1693.

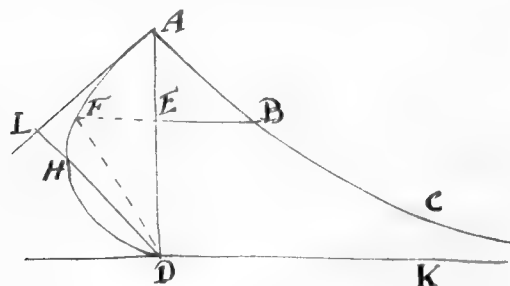
C'est avec bien de la joye Monsieur que j'ai appris par vôtre lettre du 23 juillet le retablissement de vôtre santé. Je repondrai par articles à ce que vous souhaitez de moi, me faisant un vrai plaisir de pouvoir vous satisfaire.

1°. Vous demandez comment l'equation differentielle $mdy = \frac{1}{2} y dm + \frac{1}{2} m dm$ se change en cette autre $dn = \frac{1}{2} m^{-\frac{1}{2}} dm$, en supposant selon la regle $y = nm^{\frac{1}{2}}$. Vous n'ignorez pas que si l'on suppose en general $y = n^a m^b$, on aura en prenant les differences $dy = am^b n^{a-1} dn + bn^a m^{b-1} dm$. Les exposans des puissances, a et b peuvent estre des nombres entiers ou rompus, positifs ou negatifs; d'ou il suit que dans nôtre supposition on trouve $dy = m^{\frac{1}{2}} dn + \frac{1}{2} nm^{-\frac{1}{2}} dm$ et substituant ensuite à la place de y et dy ces valeurs dans la 1^{re} equation, il vient la 2^e.

2°. L'equation à la courbe dont il s'agit de trouver la quadrature est $xx = \frac{aayy \mp 2y^4}{2aa}$. On aura par consequent $x = \frac{y\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$, et multipliant de part et d'autre par dy on trouve $xdy = \frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$. De sorte que la somme des $\frac{ydy\sqrt{aa \mp 2yy}}{a\sqrt{2}}$, qui m'est connuë par des regles particulieres, qu'il seroit trop long d'expliquer ici, me donne la somme des xdy , c'est-à-dire la quadrature de l'espace.

3°. Vous demandez la construction de la courbe dont la soutangente est $x - y$. Solution. Soit une logarithmique quelconque ABC, qui a pour asymptote la ligne DK, et pour une de ses ordonnees la droite AD, et pour soutangente perpetuelle

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. I, p. 277.



la constante a . Soit menée d'un de ses points quelconques B une parallèle BF à DK qui rencontre AD au point E, sur laquelle soit prise la partie $EF = \frac{DE \times EB}{a}$. je dis que le point F est à la courbe cherchée. Il est à remarquer que si l'on mène les lignes AL, DL qui fassent sur

AD des angles demi-droits; AL sera touchante en A, et DL coupera la courbe qui passe par tous les points F en deux portions HA, HD telles que la supérieure HA a toutes ses soutangentes égales à $y - x$, et l'inférieure HD les a égales à $x - y^2$). Le segment DF est égal au quart du carré de DE³⁾, de sorte que l'espace entière AHDA est égal au quart du carré de AD. La distance du centre de gravité du segment DF à la droite DK $= \frac{4}{5} DE$, et à la droite DA $= \frac{4}{5} EF + \frac{4}{5} DE$ ⁴⁾. Je puis aussi déterminer les centres de gravité des solides faits par la révolution de ce segment tant autour de DK que de DA.

4°. Comme je n'ai point vu ce que Mrs. Neuton et Gregori ont trouvé pour les quadratures des lignes courbes, j'ai essayé si je ne pouvois point venir à bout de celles qui sont comprises sous la formule que vous m'avez envoyé $y = b x^r \times (x^n + a)^m$, et j'ai trouvé deux suites différentes qui donnent à ce que je pense tout ce qu'on peut souhaiter la dessus.

1°. Suite :

$$ba^m x^{r+1} \times \frac{1}{r+1} + \frac{m}{r+1+n} a^{-1} x^n + \frac{m \times m - 1}{1 \times 2 \times r+1+2n} a^{-2} x^{2n} +$$

²⁾ Le point H correspond donc au point Q de la deuxième figure de la Lettre N°. 2813.

³⁾ Résultat identique avec celui annoncé par Huygens dans la Lettre N°. 2813, et démontré dans la pièce N°. 2814.

⁴⁾ Les aires des petits triangles qui constituent les accroissements successifs du segment DHF pouvant être exprimées par $d. \frac{1}{4} y^2 = \frac{1}{2} y dy$ et les distances de leurs centres de gravité aux axes DK et AD par $\frac{2}{3} y$ et $\frac{2}{3} x$, il est clair qu'il ne s'agit que de la détermination des intégrales $\frac{1}{3} \int y^2 dy$ et $\frac{1}{3} \int xy dy$ qui représentent les sommes des moments de ces triangles sur les axes indiqués. La première de ces intégrales est connue immédiatement et la seconde se trouve aisément au moyen d'un artifice analogue à celui employé dans les notes 3 et 4 de la Lettre N°. 2787, puisqu'on a : $\int xy dy = \frac{1}{2} xy^2 - \frac{1}{2} \int y^2 dx = \frac{1}{2} xy^2 - \frac{1}{2} \int y (x dy - y dy) = \frac{1}{2} xy^2 - \frac{1}{2} \int xy dy + \frac{1}{6} y^3$.

$$+ \frac{m \times m - 1 \times m - 2}{1 \times 2 \times 3 \times r + 1 + 3^n} a^{-3} x^{3^n} \&c. ^5),$$

il est clair que le nombre des termes de cette suite est infini lorsque m est un nombre rompu, et au contraire que le nombre en est fini c'est-à-dire que la suite est interrompue lorsque m est un nombre entier. Or je dis que dans l'un et l'autre cas la somme de cette suite exprime la quadrature de l'espace, qui a pour abscisse la ligne x que l'on suppose donnée. Soit par exemple $m = 2$, la quadrature fera

$$baax^{r+1} \times \frac{1}{r+1} + \frac{2}{r+1+n} a^{-1} x^n + \frac{2 \times 1}{1 \times 2 \times r+1+2n} a^{-2} x^{2n}.$$

Car tous les autres termes seront chacun égaux à zéro puisqu'ils se trouvent tous multipliés par $m-2 = 0$. On suppose dans cette autre pour abbreger $x^n + a = z$ et $r = cn - 1$

2^e. Suite :

$$\frac{bz^{m+c}}{n} \times \frac{1}{m+c} - \frac{c-1}{m+c-1} az^{-1} + \frac{c-1 \times c-2}{1 \times 2 \times m+c-2} aaz^{-2} - \\ - \frac{c-1 \times c-2 \times c-3}{1 \times 2 \times 3 \times m+c-3} a^3 z^{-3} \&c. ^6).$$

Il est clair que le nombre des termes est infini lorsque c est un nombre rompu, et qu'il est fini lorsque c est un nombre entier. Or je dis que dans l'un et l'autre cas la somme de cette suite exprime la quadrature de l'espace: mais il faut observer d'en retrancher cette autre suite.

3^e. Suite :

$$\frac{ba^{m+c}}{n} \times \frac{1}{m+c} - \frac{c-1}{m+c-1} + \frac{c-1 \times c-2}{1 \times 2 \times m+c-2} \\ - \frac{c-1 \times c-2 \times c-3}{1 \times 2 \times 3 \times m+c-3} \&c.$$

Soit par exemple $c = 2$, on aura pour la quadrature,

5) La suite, dont tous les termes, et non pas seulement le premier, doivent être multipliés par le facteur $ba^m x^{r+1}$, est évidemment obtenue par le développement, avant l'intégration, de l'expression $(a+x^n)^m$.

6) La suite est obtenue évidemment par le développement de l'expression $(z-a)^{c-1}$, puis-

$$\text{qu'on a : } \int_a^x bx^r (x^n + a)^m dx = \int_a^z \frac{b}{n} (z-a)^{c-1} z^m dz.$$

$$\frac{bz^{m+2}}{n} \times \frac{1}{m+2} - \frac{1}{m+1} az^{-1} \text{ moins } \frac{bam+2}{n} \times \frac{1}{m+2} - \frac{1}{m+1}.$$

On peut faire ici une remarque fort curieuse, savoir que la 1^{re} suite^{a)} nous en fournit une infinité, dont le nombre des termes est infini et dont on a la valeur par le moyen de la 2^e suite ce qui est reciproque. Mandez moi je vous prie si je suis tombé dans la règle de Mr. Gregori⁷⁾, ou si cela n'est pas laquelle des deux est la plus simple. On n'a point ici le livre de Wallis de Algebra et ainsi vous me feriez un plaisir singulier si vous vouliez bien m'envoyer par la poste les inventions de Mr. Neuton copiées de ce livre lorsque vous les aurez reçues et que vous en aurez fait faire une copie.

5^e. La courbe de Mr. Bernoulli⁸⁾ est geometrique lorsque la raison de BC à AC⁹⁾ est de nombre à nombre, et elle est transcendente lorsque cette raison n'est pas de nombre à nombre. Ma construction suppose alors la quadrature de l'hyperbole, ce qui me paroît le plus simple dans ce genre. Je vous en ferai part quand vous le souhaiterez comme aussi de la maniere dont j'y suis parvenu ou vous verrez quelque chose d'assez curieux. Je n'avois point vu lorsque je vous ecrivis la dernière fois le journal de Leipzig ou Mr. Bernoulli avoit proposé son prob. Il l'avoit envoyé ici à un de ses amis pour en demander la solution à nos mathématiciens. J'ai reçu depuis ce journal qui est du mois de May et j'ay été surpris d'y trouver certaines choses touchant le probleme de Mr de Beaune¹⁰⁾ qui m'obligent à vous faire ici un petit detail. Lorsque Mr Bernouilli étoit à Paris il me vint voir et m'ayant dit qu'ils avoient fort travaillé son frere et lui sur l'inverse des tangentes, je lui proposai d'abord le probleme de Mr de Beaune, dont il est vrai qu'il m'apporta la solution quelque temps après qui n'étoit pas beaucoup differente de la mienne que je fis inferer depuis dans le 34.^e journal des Sçavans sous le nom de Mr G***, qui est la 1^{re} lettre de mon nom de baptême m'appellant Guillaume et ayant des raisons alors pour cacher mon nom. Il y a apparence que Mr. Bernoulli ayant vu dans votre lettre¹¹⁾ que vous m'attribuez cette invention et voulant avoir part à la gloire qui me paroît très petite, il s'est depeché de faire mettre dans les actes de Leipzig ce que vous y verrez. Mais ce qui m'a encore surpris davantage, ce sont ses paroles : curva autem AI¹²⁾ &c. Car s'il a bonne memoire il doit se ressouvenir que je lui communiquai alors les dimensions de ces deux courbes¹³⁾ en revanche de ce qu'il m'avoit communiqué

7) Voir, sur cette règle, la note 19 de la Lettre N°. 2810 et la pièce N°. 2812. Il est clair que les suites de Gregory et de de l'Hospital ne correspondent pas entre elles terme pour terme.

8) Voir le post-scriptum de la Lettre N°. 2807, à la page 454, et la Lettre N°. 2810 à la page 460.

9) Lisez : comme BD à AD.

10) Voir la note 9 de la Lettre N°. 2813.

11) Voir la pièce N°. 2793 aux pages 416 et 417.

12) Voir la note 10 de la Lettre N°. 2813.

13) Il s'agit probablement des deux courbes logarithmiques.

touchant la funiculaire, la voiliere ¹⁴⁾ &c. Cela me rendra à l'avenir plus circonspéct à l'égard de certaines gens. Je n'ai pourtant pas laissé de lui écrire depuis pour me plaindre de son procédé qui me paroît fort irrégulier, et pour lui envoyer ma solution de son problème afin qu'il la fasse insérer lui même dans les journaux de leipsic ¹⁵⁾, et qu'ainsi il ne s'avise pas d'insinuer qu'il m'en auroit fait part autrefois. En voila plus qu'il n'en faut sur ce sujet et si je n'étois persuadé que vous me faites l'honneur d'être de mes amis je ne vous aurois pas fait tout ce détail qui ne peut être qu'ennuyeux étant sur que ceux qui me connoissent sauront bien démêler la vérité. Je vous suis fort obligé Monsieur de la peine que vous avez prise de mettre par ordre la règle inverse des tangentes de Mr fatio. Je ne l'ai pas encore examinée avec soin: mais à la 1^{re} inspection elle me paroît fort bornée et bien moins étendue que celle dont je vous ai fait part car pour ce qui est de la soutangente de la conchoïde elle est si facile qu'il n'est besoin d'aucune méthode pour la résoudre et d'ailleurs on suppose dans la mienne qu'on ait essayé auparavant si on ne peut point rendre tous les termes purs. Vous ne me parlez point de la règle que vous avez de Mr leibnitz ¹⁶⁾ mandez moi je vous prie si elle est plus générale que la mienne, je serois bien aise aussi de voir de quel artifice vous vous servez pour rendre les soutangentes intraitables par nos méthodes cela me serviroit peut-être à la rendre plus générale. Je suis Monsieur avec toute l'estime imaginable vôtre très humble et très obéissant serviteur

LE M. DE L'HOSPITAL.

J'ai de quoi éclaircir vos difficultés sur la feuille de Mr. Descartes ¹⁷⁾ mais ce fera à la 1^{re} occasion.

*) qui est au commencement de cette page [Christiaan Huygens].

¹⁴⁾ La courbe dont il est question dans la note 33 de la Lettre N°. 2693.

¹⁵⁾ Elle parut dans les „Acta” de septembre 1693 sous le titre: „Problematis, a Joh. Bernoullio in hisce Actis mense Majo pag. 235 propositi, Solutio, a Dn. Marchione Hospitalio in literis ad Dn. Bernoullium d. 27 Junii exhibita”. On la retrouve encore, sous une forme un peu amplifiée, dans les „Mémoires de mathématique et de physique” du 30 juin 1693, sous le titre: „Solution d'un problème de Géométrie que l'on a proposé depuis peu dans le Journal de Leipsic”.

¹⁶⁾ Consultez la pièce N°. 2713. Huygens avait mentionné cette règle dans les Lettres N°. 2768 et 2777 à de l'Hospital, aux pages 328 et 352.

¹⁷⁾ De l'Hospital n'y est pas revenu. Huygens lui avait déclaré, dans les Lettres Nos. 2813 et 2819, avoir surmonté lui-même les principales difficultés, qu'il avait rencontrées d'abord.

N^o 2816.

CHRISTIAAN HUYGENS à PH. DE LA HIRE.

19 AOÛT 1693.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

19 Aug. 1693.

A Monsieur DE LA HIRE.

Cette lettre vous fera rendue Monsieur par Monsieur Heckerus ¹⁾ fils de celui dont on a eu des Ephemerides ²⁾, venant de voyager en Danemarc et en Angleterre, il s'en va maintenant voir la France, et m'ayant prié de luy donner quelque adresse aux personnes illustres que j'ay l'honneur de connoître en ce pais la, je luy fais cette lettre pour vous Mr. que je compte parmy les premiers dans ce nombre. Je prens aussi cette occasion pour vous rendre graces du soin que vous avez voulu prendre en faisant imprimer quelques uns de mes escrits, dans le second recueil des Ouvrages de l'Academie des Sciences ³⁾. Je n'ay pas encore eu le moien de le voir, et dans mon impatience, il me semble que j'ay quelque raison de me plaindre de ce qu'on ne m'en a pas envoié un exemplaire, comme ancien membre de l'Academie, et comme ayant part au contenu. Je n'ay veu que l'Extrait de ce recueil dans les memoires de mathematique et Physique du 30 avril de cette annee ⁴⁾, ou il y a une liste de beaucoup de belles choses, mais j'y trouve a dire [sic] la demonstration de Mr. de Roberval du solide de la Roulette autour de son axe, qui est l'invention pour laquelle je l'ay principalement admiré, et bien plus considerable que celle de l'aire, ni celle du solide autour de la base. Je voudrois vous demander Monsieur quelle est la raison de cette omission ⁵⁾. Mais

¹⁾ Constantin Gabriel Hecker, fils du suivant, né à Danzig le 9 août 1670. Sous les pseudonymes Apogaeus Uranophilus il publia des Ephémérides. Il mourut le 12 novembre 1721.

²⁾ Johann Hecker, neveu de Hevelius, né à Danzig. Il publia : Ephemerides motuum coelestium ab 1660 ad 1680, ex observationibus correctis Tychonis Brahe et Jo. Kepleri hypothesibus physicis, etc. Gedani 1662, in-4°. dont un Supplément parut en 1670.

³⁾ Le recueil des „Divers Ouvrages de Mathématique et Physique” cité dans la note 1 de la Lettre N^o. 2432. Consultez, sur les écrits de Huygens contenus dans cette publication, la note 1 de la Lettre N^o. 2435. Le „premier” recueil était celui publié en 1677. Voir la note 10 de la Lettre N^o. 2192.

⁴⁾ La publication citée dans la note 9 de la Lettre N^o. 2748. L'extrait détaillé, de la main de l'abbé Galloys, occupe les pages 73—95 dans la réimpression d'Amsterdam.

⁵⁾ L'omission n'existait que dans l'extrait cité dans la note précédente. Le Recueil lui-même contient l'article complet : „De Trochoide ejusque spatio”, avec l'appendice. Ils comprennent avec la quadrature de la roulette et la cubature du solide de révolution autour de la base, mentionnées par Galloys, encore la cubature du solide autour de l'axe, ainsi que la rectification de la courbe.

j'aime mieux vous prier de faire en sorte que nous puissions avoir une si belle piece, car j'ay ouy dire, que cette demonstration avoit quelque chose d'excellent et de singulier.

Je finis afin de ne faire pas attendre plus long temps Mr. Heckerus, et demeure avec une parfaite estime &c.

N^o 2817.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

1^{er} SEPTEMBRE 1693.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

La lettre fait suite au No. 2808.

Constantyn Huygens y répondit par le No. 2818.

A Hofwijck ce 1 Sept. 1693.

Il y a longtemps mon Frere que j'attens vostre responce a ma lettre avec laquelle je vous envoiay la minute du memoire touchant la Vie de mon Pere, que Messieurs les auteurs du Dictionnaire Historique m'ont demandé ¹⁾. Ils me font scavoir qu'il est temps qu'ils l'aient. C'est pourquoi je vous prie de m'en mander vostre sentiment, et corrections si vous croiez qu'il en faut, autrement *tacens pro consentiente erit*.

Je vous avois aussi recommandé mes affaires de Zeelhem. Maintenant j'ecris a mon impertinent Receveur Cools, qu'il vous aille trouver, pour rendre raison de son procedé, et pour vous remettre l'argent qu'il me retient depuis si longtemps, et qu'il m'a mandé luy mesme avoir prest. Il n'a point rendu compte depuis l'an 1686. Je le menace dans cette lettre, que s'il manque a faire ce que je luy mande, je l'iray trouver moy-mesme, et que ce ne sera pas sans me ressentir comme je dois du tort qu'il me fait. Il s'est fort loué, en m'escrivant cy devant de la protection dont jouissoient les habitans de Zeelhem par vostre moien. Je ne scay comment cela va a cette heure, mais je luy mande qu'il auroit bien du vous aller trouver, soit pour vous remercier, ou pour demander vostre assistance. Vous pouvez luy parler fortement, et en cela vous m'obligerez. Noubliez pas aussi de prendre l'argent.

J'ay esté en peine de vous pendant quelques jours qu'on n'entendoit point de vos

¹⁾ Voir la pièce N^o. 2809.

nouvelles depuis la bataille de Neer Hefpen ²⁾). Il y avoit sujet de tout craindre dans une deroute comme celle-là. C'est beaucoup de ce qu'on s'est si bien remis, et d'avoir fait en sorte que cette affaire n'a pas eu de plus mauvaise suite. *Illo Virgilium me tempore dulcis alebat, Parthenope*, c'est à dire que pendant vos combats, je passois tranquillement le temps à Hofwijck, où depuis peu de jours j'ay fait construire un bon tuyau quarré d'ais de sapin pour mon verre de 45 pieds, tant pour la satisfaction des personnes de qualité qui me prient de leur montrer la Lune et les Planetes et qui ont trop de peine à se servir du fil sans tuyau que pour moy mesme; parce qu'on observe mieux et plus commodement de cette façon. Car puisque Mr. Cassini assure qu'il voit tous les 5 Satellites de Saturne avec des lunettes de moindre longueur ³⁾, pourquoy ne les verrois je pas aussi? Je regrette de n'avoir pas employé de tuyau il y a 6 ans, car assurément cela vaut mieux, que de la maniere que j'avois inventée ⁴⁾, laquelle il faut pratiquer dans des longueurs au de là de 80 pieds, où les tuyaux ne peuvent aller. J'ay eu assez de peine de venir à bout de celui de 45 pieds, qui pèse plus de 200 livres, et en a autant pour contrepoids de l'autre côté de la poulie. Vous le verrez avec plaisir, comme aussi le pied pres de l'oeil qui est tres commode.

Mijn Heer

Mijn Heer VAN ZUYLICHEM

Secretaris van Zijne Koninklijke Maj.^t van Groot Brittannien

In 't Leger.

²⁾ Voir la note 2 de la Lettre N°. 2818.

³⁾ Même avec des verres de 34 pieds. Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2427. Il y est dit: Nous avons vu tous ces [5] Satellites par celle [c.-à-d. la lunette de Campani] de 34 pieds & continué de les observer aussi avec les verres de Monsieur Borelli de 40 & de 70 pieds".

⁴⁾ Le procédé décrit dans l'„Astroscopia Compendiaria", l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2334, note 1.

N^o 2818.

CONSTANTYN HUYGENS frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

3 SEPTEMBRE 1693.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse aux Nos. 2808 et 2817.*Au Camp de St. Quintyns Linnike le 3.^e de Sept. 1693.

J'ay receu vos deux lettres du 16. juillet et 1. de Sept.

Pour l'article à mettre dans le Dictionnaire j'approuve assez vostre projet.

Pour ce qui est de donner le mesme memoire aux deux auteurs des Dictionnaires, pour le faire inserer dans leurs dictionnaires il me semble qu'il ne seroit pas bien de la mettre dans l'un et l'autre de mesme, mot a mot, par ce que cela seroit connoitre clairement que cela seroit de nostre façon.

Si Cools me vient trouver, comme vous luy avez escrit de faire je luy diray ce que vous me mandez, quand je luy ay parlé aux environs de Dieft, je ne scavois pas bien ou vous en estiez avec luy autrement je luy aurois un peu lavé la teste. S'il ne vient pas je ne laisseray pas de faire agir Féron ¹⁾).

Je me suis tiré assez heureusement du malheur de la Bataille de Needer hespen ou de Landen ²⁾ comme l'appellent les Francois, par ce que je trouvay moyen d'entrer a fort Leeuwen avant que la nouvelle y arrivast à travers d'une furieuse quantité de monde et de bagage qui bouchoit le chemin. Un peu de temps apres le commandant de ce lieu ayant sceu la perte de la bataille et craignant d'estre pris ou du moins investy fit fermer les escluses, et inonda les marais autour de la ville, et comme par la il resta peu de chemin, pour en pouvoir faire le tour, chacun voulant passer le premier quantité de chariots tomberent dans les dits marais et grand' quantité fut pillée entr'autres un des mulets du Roy ou estoit le meilleur de sa garderobbe le fut aussi, et on n'a recouvré que bien peu de ce dont il estoit chargé. Cependant comme j'ay dit j'estois passé avant ce desordre, avec mon bagage que j'avois tout entier avec moy et le fis passer le mesme soir de Leeuwen a Dieft et encor plus avant a un petit village ou je passay la nuit dans ma calesche. Deux jours apres nous trouvâmes le Roy, qui avoit passé Malines, et se trouva a Eppighem. J'en fus quitte a bon marché, car si j'avois esté pillé aussi, la perte auroit esté considerable. On commence a dire icy qu'au bout de quinze jours nous pourrions bien quitter l'armée mais cela depend des evenements.

¹⁾ Féron servit dans l'armée de Willem III.

²⁾ La bataille du 29 juillet 1693, plus connue sous le nom de bataille de Neer-winden et-landen d'après les villages occupés par l'extrême droite et l'extrême gauche de l'armée de Willem III. Le roi s'y signala par son intrépidité et, s'il lui fut impossible d'empêcher la défaite, sa résistance opiniâtre prévint que l'avantage gagné par Luxembourg ne s'étendit en dehors du champ de bataille.

Il me tarde de voir vostre nouveau tuyau de Lunette, mais comme vous en parlez comme s'il estoit tout fait je m'estonne que vous ne me marquez pas l'effet qu'il fait ny ce que vous voyez des 5 satellites.

Ma femme ne m'a point escrit par le courier arrivé ce matin, et par ce que vous ne me mandez rien de la maladie du Cousin de St. Annelandt je croy qu'il n'est pas plus mal.

Mr. l'Electeur³⁾ a une lunette a deux tuyaux, Telefcopium binoculum mais les tuyaux ne sont longs que de deux pieds environ. Cependant ou la prone beaucoup et le Roy m'a dit qu'a la distance de quatre lieues il avoit distingué l'heure a Bruffelles.

Je n'ay pas encore eu occasion de la voir. L'Electeur en a payé 40 pistoles a ce qu'on m'a dit. Elle est faite a Paris, mais on ne dit pas par qui.

Mylord Lexington⁴⁾ m'a conté l'autre jour, qu'il connoit une femme en Angleterre, qui a mis au monde 36 enfants malles tout d'une fuitte et d'un seul pere et puis une fille.

Pour mon frere de ZEELHEM
a la Haye.

N^o 2819.

CHRISTIAAN HUYGENS AU MARQUIS DE L'HOSPITAL.

3 SEPTEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.

La lettre est la réponse au No. 2815.

De l'Hospital y répondit par le No. 2825.

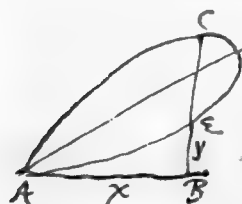
Hofwijck 3 Sept[embre] 1693.

J'ai receu, Monsieur, celle que vous m'avez fait l'honneur de m'escire du 10 aoust. Vous aurez aussi receu la miene du 5 du mesme la quelle, si on vous

- ³⁾ Maximilian Maria Emmanuel, Electeur de Bavière, depuis 1692 gouverneur des Pays-Bas Espagnols, né le 11 juillet 1662. Après s'être signalé dans la guerre contre les Turcs, il prit une part active dans la lutte de Willem III contre Louis XIV. Il mourut le 26 février 1726.
- ⁴⁾ Robert Sutton, second Baron de Lexington, né à Averham Park, Nottinghamshire, en 1661, fils unique du premier Baron. Il fut élu membre de la chambre des Lords en 1685. Partisan de Willem III, il fut envoyé en 1689 par celui-ci en mission auprès de l'Electeur de Brandebourg. Il fut nommé successivement membre du Conseil privé (17 mars 1692), colonel dans un régiment de cavalerie (janvier 1694), envoyé extraordinaire à Vienne (juin 1694), où il resta jusqu'à la conclusion de la paix de Rijswijk. Pendant le règne de la reine Anna il vécut dans la retraite. Il mourut à Averham Park, le 19 septembre 1723.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. I, p. 283.

l'eut apportée un peu plustost, vous auroit epargné la peine de m'expliquer ce qui regarde l'invention de la courbe dont la soutangente est $x-y$, dont je ne laisse pas de vous estre obligé. Pour mes autres doutes, vous verrez dans la mesme lettre que j'ay aussi trouvé par vostre regle, comment faire les sommes dans vostre premiere quadrature de la feuille de des Cartes. Et pour ce qui est de la difficulté touchant la 2^e j'ay trouvé du depuis que lors qu'on prend BE pour y , les sommes



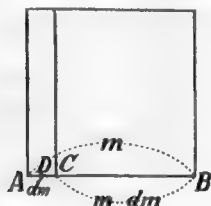
de $\frac{-2a^3dz}{3zz}$ et $+\frac{a^4dz}{z^3}$ dans vos positions, ne sont pas $+\frac{2}{3}\frac{axx}{y}-\frac{1}{2}\frac{x^4}{yy}$, mais $\frac{2}{3}\frac{axx}{y}-\frac{2}{3}aa$ et $-\frac{1}{2}\frac{x^4}{yy}+\frac{1}{2}aa$, qui font $\frac{2}{3}\frac{axx}{y}-\frac{1}{2}\frac{x^4}{yy}-\frac{1}{3}aa$, de sorte que ces sommes ne se prennent pas comme à l'ordinaire, mais demandent qu'on y emploie d'autres moiens et d'autres considerations²⁾, ce

que sans doute vous aurez aussi remarqué, et qu'il faut rectifier de mesme vostre 1.^{re} maniere lors qu'on y veut trouver l'aire de l'espace ACB.

Je m'estois aussi satisfait, devant que de recevoir vostre derniere lettre, sur la difficulté que je trouvois à reduire l'equation differ.^{lle} $mdy \propto \frac{1}{2}ydm + \frac{1}{2}mdm$ à $dn \propto \frac{1}{2}m - \frac{1}{2}dm$, en supposant $y \propto nm^{\frac{1}{2}}$. Ca est en me resouvenant que $\sqrt{mm+mdm}$ est $\propto m + \frac{1}{2}dm$. Car cela m'a aidé à demesler ce changement d'equation³⁾, dans lequel autrement je n'entendrois pas la raison de ce que le

²⁾ On trouve ces considerations à la page 38 du livre J sous la suscription : „Tollitur difficultas de qua pag. sequ. [voir, p. 454, la note 5 de la Lettre N^o. 2807]. Et colliguntur verae summae $\int -\frac{2a^3dz}{zz} + \frac{a^4dz}{z^3}$ ”. On y voit comment Huygens, en comparant la substitution $z=a^2yx^{-2}$, employée par de l'Hospital dans sa „2^e maniere” (voir la Lettre N^o. 2807), avec celle $a=b^2ue^{-2}$ de la pièce N^o. 2782, s'était aperçu de l'identité des z de de l'Hospital avec les a de cette dernière pièce „ubi est e quod hinc x . et u quod hinc y . et b quod hinc a ”. Or, pour la branche $A\Lambda$ de la figure 1 de cette pièce, qui correspond avec la branche AE de la présente figure, les a étaient représentés par les ordonnées de la courbe $\mathcal{N}\zeta$, et il était donc clair que les sommations en question devaient s'exécuter depuis la valeur $z=a$ jusqu'à la valeur arbitraire $z=a^2yx^{-2}$; après quoi Huygens pouvait obtenir aisément les valeurs véritables de ces sommes en réduisant leur détermination à la quadrature bien connue des hyperboloïdes $\varphi=a^3z^{-2}$ et $\theta=a^4z^{-3}$.

³⁾ On rencontre ce „demeslé” à la page 41 du Livre J. Partant de l'équation $n=y:\sqrt{m}$,



Huygens en déduit : „ n diminutum [c'est-à-dire $n-dn$] = $(y-dy):\sqrt{m-dm}=(y\sqrt{m}-\sqrt{m}dy):\sqrt{mm-mdm}$ et il ajoute : „Hic vero sciendum est $\sqrt{mm-mdm}$ censendum aequari $m-\frac{1}{2}dm$, quia dm minima respectu m . Nam inter $AB=m$ et $BC=m-dm$ media proport. BD est quasi arithmetice media. Ideoque $AD=\frac{1}{2}dm$ et $BD=m-\frac{1}{2}dm$ ”. Après cela, il trouve aisé-

calcul différentiel produit. J'avois trouvé en supposant $y \propto nm^b$ que $dy \propto \propto m^b dn + bnm^{b-1} dm$, mais qu'en supposant $y \propto n^a m^b$, il vient $dy \propto \propto am^b n^{a-1} dn + bn^a m^{b-1} dm$, je ne le vois pas encore, apparemment par ce que je ne suis pas assez versé dans le calcul Exponentiel, qui me paroît difficile et fatigant⁴).

Pour ce qui est des suites pour la quadrature, voici celle de Mr. Gregori⁵). Quand l'équation de la courbe est $l \propto bx^r \times (sx^n + a)^m$ l'area est :

$$(sx^n + a)^{m+1} \times \frac{b \times s^{-1} \times x^{r+1-n}}{mn + r + 1} + \frac{(n-r-1) \times ba \times s^{-2} \times x^{r+1-2n}}{(mn + r + 1) \times (mn + r + 1 - n)} \\ + \frac{(n-r-1) \cdot (2n-r-1) \times ba^2 \times s^{-3} \times x^{r+1-3n}}{(mn + r + 1) \times (mn + r + 1 - n) \times (mn + r + 1 - 2n)} \text{ etc.}$$

où il faut sçavoir que comme le premier terme est multiplié par $(sx^n + a)^{m+1}$, ainsi tous les autres le doivent être de même.

Il est évident que cette série est terminée lors que $r + 1 \propto n$ ou $\propto 2n$, ou $\propto 3n$ etc., c'est-à-dire lors que $\frac{r+1}{n}$ est un nombre entier et positif, et qu'alors on a la quadrature parfaite. Ce que je vois être de même dans votre seconde

ment $dn = \frac{y}{\sqrt{m}} - \frac{y \sqrt{m} - \sqrt{m} dy}{m - \frac{1}{2} dm} = \frac{m dy - \frac{1}{2} y dm}{m \sqrt{m - \frac{1}{2} dm} \sqrt{m}} = \frac{m dy - \frac{1}{2} y dm}{m \sqrt{m}}$ ou, enfin, substituant $m dy = \frac{1}{2} y dm + \frac{1}{2} m dm$, $dn = \frac{1}{2} m^{-\frac{1}{2}} dm$.

- ⁴) Voici l'histoire de ces vains efforts, telle qu'on la démêle aisément au moyen des pages 47 et 48 du Livre J. Sous le titre : „Inventio Regulae Hospitalianae ad diminuendos terminos aequationum differentialium” Huygens y commence des recherches sur la substitution $x = my^\theta$, à propos de laquelle il remarque : „ $x = my^\theta$, ut transmutetur aequatio. θ est numerus exponentis potestatis ov y . Intelligendum quasi ponatur $dx = my^\theta$ ut servetur homogenea”. De cette relation $x = my^\theta$, il déduit par la méthode exposée dans la note précédente : $dm = x : y^\theta - (x - dx) : (y^\theta - \theta y^{\theta-1} dy) = (-\theta xy^{\theta-1} dy + y^\theta dx) : y^{2\theta}$, d'où il suit : $dx = y^\theta dm + \theta my^{\theta-1} dy$.

Passant alors au cas plus général $x = n^a y^b$, il trouve : $dn = x^{\frac{1}{a}} : y^{\frac{b}{a}} - \left(x^{\frac{1}{a}} - \frac{1}{a} x^{\frac{1}{a}-1} dx \right) :$

$$\left(y^{\frac{b}{a}} - \frac{b}{a} y^{\frac{b}{a}-1} dy \right) = \left(-\frac{b}{a} x^{\frac{1}{a}} y^{\frac{b}{a}-1} dy + \frac{1}{a} y^{\frac{b}{a}} x^{\frac{1}{a}-1} dx \right) : y^{\frac{2b}{a}} ; \text{ relation dont il va}$$

se servir pour calculer la valeur de dx . Or, à l'endroit marqué par Huygens avec le signe \wedge , il y a une faute de calcul, puisque, au lieu de $x^{\frac{1}{a}-1}$, on doit lire $x^{\frac{1}{a}-1}$, et en conséquence Huygens n'obtient pas le résultat attendu : $dx = an^{a-1} y^b dn + bn^a y^{b-1} dy$. Toutefois la présence même du signe \wedge démontre que Huygens doit s'être aperçu plus tard de sa méprise; mais sans reprendre alors les calculs qui le fatiguaient.

- ⁵) Voir la pièce N°. 2812, vers la fin.

fuite car vostre c est $\frac{r+1}{n}$. Mais d'ailleurs il y a de la difference, comme vous verrez Monsieur en comparant seulement le premier terme de celle de Gregori, qui, en negligeant les s , est $\frac{b \times (x^n + a)^{m+1} \times x^{r+1-n}}{mn + r + 1}$ avec le premier des

vostres, $\frac{z^{m+c}}{n} \times \frac{1}{m+c}$ ou bien $\frac{(x^n + a)^{\frac{mn+r+1}{n}}}{mn + r + 1}$ parce que vous posez

$z \propto x^n + a$ et $c \propto \frac{r+1}{n}$. Je vous laisse à examiner cette difference, et si vostre

fuite est sans faute, ce que vous verrez en essayant quelque quadrature connue, où l'aire embrasse deux ou plusieurs termes. Car lors qu'elle ne consiste que dans le premier, c'est-à-dire quand $r+1 \propto n$, vos quadratures s'accordent. Je suis assuré de celle de Mr. Gregori aussi dans les autres cas⁷⁾, mais la vostre seroit plus simple⁸⁾. Vostre premiere fuite est encore très considerable, pouvant servir, ainsi que vous le remarquez, lors que l'autre est sans effet, pourvu que vostre m soit un nombre entier et positif. Mr. Gregori ne m'a point parlé d'une fuite pareille à celle-là, ni aussi de la 3.e, de la quelle aussi bien il n'a pas besoin. Et je crois qu'elle ne vous est pas necessaire non plus, parce qu'on peut sçavoir d'ailleurs la valeur de ses termes, qui ne constituent qu'une quantité connue⁹⁾.

J'avoue que la Regle de Mr. Fatio est fort bornée, mais elle ne laisse pas d'avoir son usage, et il faudroit voir si elle ne sert pas quelquefois dans de rencontres où la vostre ne succede point. Au reste le deguifement des soutangentes, où ni l'une ni l'autre à ce qu'il semble n'ont lieu, se fait de cette maniere, sçavoir en substituant dans quelque terme d'une soutangente la valeur de x ou y , née d'un terme de l'Equation de la courbe, dont ce mesme terme de la soutangente n'est

point procedé. Par ex. si dans la soutangente $\frac{2yy}{2a - 2x}$ ou $\frac{yy}{a - x}$, qui est tirée

simplement de l'equation du cercle $2ax - yy - xx \propto 0$, on substitue pour $-x$, la

valeur $\frac{-xx - yy}{2a}$ qui est née du terme $2ax$, et non pas du terme $-xx$ d'où estoit

procedé ce $-x$ dans le diviseur, il viendra la soutangente $\frac{2a yy}{2aa - yy - xx}$, et de

⁶⁾ Ajoutez le facteur b .

⁷⁾ Voir la note 19 de la Lettre N°. 2810.

⁸⁾ Ici Huygens nota en marge, en manière de memorandum : „S'il est nécessaire de soustraire l'autre suite, il n'a pas votre suite. Votre remarque est importante”.

⁹⁾ Comparez le commencement de la Lettre de Huygens à de l'Hospital datée du 5 novembre 1693.

là l'équation différentielle intraitable $2aadx - yydx - xx dx - 2aydy \propto 0$ ¹⁰⁾. La même chose arrive par de semblables substitutions heteroclitiques dans des soutangentes déjà déguisées, mais traitables. Et souvent en substituant derechef dans les intraitables, elles redeviennent traitables, comme dans cette intraitable en substituant pour $2a$ dans $2ayy$ la valeur $\frac{yy + xx}{x}$. Je fis ces observations en m'exer-

çant avec Mr. Fatio à faire des essais de sa Règle ¹¹⁾. Je n'en ay pas encore recherché à fond les raisons, qu'il seroit bon de savoir, quoy qu'il semble que presque jamais ces soutangentes intraitables ne s'offrent par quelque propriété de tangente donnée, mais seulement en faisant de ces déguisements extraordinaires tout expres.

La Règle de Mr. Leibnitz ne scauroit vous estre inconnue, qui réduit l'invention des courbes par leur soutangente aux quadratures, dont vous m'avez parlé cy-devant; comme, lors que la soutangente est $\frac{aa}{\sqrt{aa - xx}}$, la construction de la Courbe est réduite aux quadratures du cercle et de l'hyperbole ¹²⁾. Elle est bornée en ce qu'elle n'a lieu que lors que la soutangente est produite par la multiplication ou division de deux quantitez qui ne contiennent que x ou y et non pas les deux à la fois. Elle est utile en plusieurs cas, mais quelque fois elle mene à des quadratures difficiles là où la méthode de Mr. Fatio donne d'abord l'équation de la courbe ¹³⁾.

Vous aurez vu dans ma précédente ¹⁴⁾ que j'ay esté étonné du procédé de Mr. Bernoulli le medecin à vostre égard. Maintenant apres ce que vous m'en dites, j'en suis scandalizé, car s'il a esté fâché de ce qu'ayant donné la solution du Probleme de Mr. de Beaune, vous n'avez pas fait mention de luy, il pouvoit dire ce qui en estoit, sans faire de supercherie.

Le Probleme qu'il a proposé publiquement ¹⁵⁾ a esté résolu par son frere à ce que je vois dans les Acta de Leipzig, du mois de Juin ¹⁶⁾, que je reçus avanthier. Je n'avois pas cru qu'il en scut tant, car jusqu'icy il me semble bien difficile ¹⁷⁾. Il n'explique pas comment il est parvenu à la solution ce que j'attens de vous

¹⁰⁾ Consultez sur le même exemple la note 16 de la Lettre N°. 2735.

¹¹⁾ Consultez entre autres la note 9 de la Lettre N°. 2677.

¹²⁾ Voir la note 18 de la Lettre N°. 2735.

¹³⁾ Voir pour un exemple la note 8 de la Lettre N°. 2726.

¹⁴⁾ La Lettre N°. 2813.

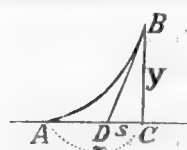
¹⁵⁾ Voir la note 4 de la Lettre N°. 2807.

¹⁶⁾ Voir l'article publié dans les „Acta” de juin 1693 sous le titre : „Jacobi Bernoullii solutio problematis Fraternali ante octiduum Lipsiam transmissi”.

¹⁷⁾ Les recherches de Huygens sur le problème de Bernoulli commencent à la pag. 44 du Livre J. Sur cette page et la suivante il s'est essayé au cas particulier $BD = 2AD$. Posant $AC = x$,

Monfieur, car je ne me pique pas de le trouver moy mesme. Vous vous souviendrez aussi s'il vous plait de me faire part de vostre 3.^e maniere de mesurer la Feuille de Des Cartes¹⁸⁾.

Il paroît assez, et mesme M. Bernouilli l'avoue¹⁹⁾, que cette courbe de son



BC = y, DC = s, on a $BD = \sqrt{y^2 + s^2} = 2AD = 2x - 2s$, d'où Huygens déduit (écrivant par erreur $4xx - 8xs - 4ss$ pour le carré de $2x - 2s$):

$$DC = s = \sqrt{\frac{36}{25}xx - \frac{1}{5}yy - \frac{4}{5}x}, \text{ après quoi la proportion } s : y = dx : dy \text{ mène facilement à l'équation différentielle :}$$

$$\sqrt{\frac{36}{25}xx - \frac{1}{5}yy} dy - \frac{4}{5}x dy = y dx.$$

Sur cette équation Huygens essaie successivement les substitutions $\sqrt{\frac{36}{25}xx - \frac{1}{5}yy} = \sqrt{am}$ et $x = ny - \frac{4}{5}$, dont la dernière le conduit à l'équation simplifiée :

$$\sqrt{\frac{36}{25}mny - \frac{8}{5}} - \frac{1}{5}yy dy = \sqrt{y} dn, \text{ à propos de laquelle il remarque : „hactenus rectè.}$$

Sed jam efficiendum esset ut ab altera parte aequationi tantum essent n et dn ; ab altera tantum y et dy ; quod difficile; alias summae non possunt colligi”.

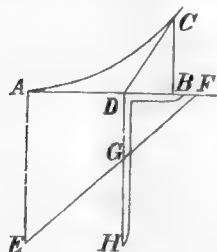
Après avoir échoué ainsi, il attaque à la page 46 le cas plus simple $AD = DB$, qui doit amener le cercle. Alors il arrive, par la voie indiquée, à l'équation différentielle $xxdy - yydy = 2yxdx$, qu'il intègre facilement 1°. par la méthode de Fatio, divisant par y^2 , ce qui donne, en ajoutant une constante : $-x^2y^{-1} - y + a = 0$, ou bien $x^2 + y^2 - ay = 0$; 2°. par la méthode de de l'Hospital, en posant $y = mx^2$, d'où suit $m^{-2} dm = dy$.

Enfin aux pages 47 et 49 Huygens s'occupe de la description mécanique de la courbe et découvre à cette occasion le point de rebroussement qui se présente dans le cas où $DB < AD$ et dont il sera question bientôt dans ses lettres à de l'Hospital du 1^{er} octobre et du 5 novembre 1693.

¹⁸⁾ Consultez les Lettres Nos. 2807, 2810 et 2813.

¹⁹⁾ En effet, l'article de Jacques Bernoulli, cité dans la note 16, débute par la phrase suivante : „Elegans est hoc problema, in quod incidimus [lui et son frère] occasione Hugonianorum quorundam, quae nuperrime in Actis Roterodamensibus comparuere”.

²⁰⁾ Voici cette description telle qu'on la rencontre dans l'article mentionné : „Deinde omnes hae



Curvae describuntur motu continuo fili GDC in alterutra extremitate C pondus annexum habentis hoc pacto : In Triangulo AFE rectangulo ad A, cujus crus AE aequale sit longitudini fili GDC, applicetur norma BDH, ea ratione ut dum crus DB super AB versus A volvitur, alterum HD fili portionem GD ante se pellendo, lateri Trianguli AE perpetuo parallelam manere, ejusque extremitatem G, super hypotenusa FE incedere cogat : sic fiet, ut pondus alteri extremitati C annexum & attractum curvam describat AC ita comparatam, ut AD sit ad portionem fili DC, tangentem scil. Curvae, in ratione data crurum Trianguli AF & AE”.

frere est inventée à l'occasion de ma *Tractoria* qui estoit au Journal de Rotterdam. La description estoit de la mesme nature²⁰⁾, la quelle je puis donner de plus d'une façon²¹⁾ et qui soient meilleures que celle qu'il propose.

Je trouve dans les dits *Acta* de Juin une longue Exercitation du mesme Mr. Bernouilli²²⁾ touchant ces courbes qu'ils appellent *Causticas* et *Dia-causticas*, qui à mon jugement sont fort peu de chose. Et ce n'a esté que parce qu'elles s'offroient d'elles mesmes que j'en ay touché quelque chose dans mon *Traité de la Lumiere*²³⁾ Ce fut plusieurs années devant que Mr. Tschirnhaus donna sa fausse construction de la caustica du miroir concave²⁴⁾ dans le Journal des Sçavants, la quelle demeura sans correction jusques en 1690, lors que ayant envoyé mon dit *Traité* à Messieurs les auteurs des *Acta*, Mr. Tschirnhaus y apprit la veritable construction de cette courbe, et a fin qu'il ne parut pas qu'il l'eust de moy, et pour passer pour l'Inventeur de ces lignes, il fit en sorte qu'on ne parla point dans les *acta* de mon *traité* qu'un an après. Il avoit vu la figure de cette *Caustica* du miroir spherique dans mon manuscrit, m'estant venu voir a Paris et voila M. de ces gens dont vous parlez, a l'occasion de ce qui vous est arrivé.

Mais ma lettre devient trop longue. Je finis apres vous avoir fait une seule demande, sçavoir si vous estes bien persuadé de ce que Mr. Bernouilli a avancé²⁵⁾ que la courbe de la voile est la mesme que la *Funicularia*, touchant quoy je vois que Son frere vous allegue²⁶⁾. Il me semble que j'avois trouvé que cela estoit

²¹⁾ Il s'agit des descriptions mentionnées dans la note 17, qui correspondent avec celles des figures 4, 5 et 6 de la Lettre à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

²²⁾ Elle y parut sous le titre : „Curvae dia-causticae, earum relatio ad evolutas, aliaque nova his affinia. Item : Natura osculorum uberius explicata. Celeritates Navium definitae. Regulae pro Resistentiis, quas Figurae in Fluido motae patiuntur &c. par I. B. [Jacques Bernoulli].

²³⁾ Allusion au passage suivant que l'on rencontre dans l'article cité de Jacques Bernoulli : „Solus Hugenius in Tractatu de Lumine schema nobis sistit integrae Dia-Causticae, sed circularis tantum & per radios incidentes parallelas genitae : Generalein vero Dia-Causticarum considerationem, earumque ad Evolutas relationem, primus, ni fallor, ego aggressus sum, nec irritum spero successu, ut ex sequenti constructione liquebit...”. Les recherches de Huygens sur la diacaustique en question se trouvent aux pages 119—122 de l'édition originale du „*Traité de la lumière*”.

²⁴⁾ Consultez sur cette construction, et sur le passage qui va suivre, la pièce N°. 2626.

²⁵⁾ Dans un article publié dans les „*Acta*” de mai 1692 sous le titre : „Jac. Bernoulli mathematicum professoris Basileensis *Curvatura veli*, in litteris Ejus d. 9 Martii hujus anni Lipsiam perscriptis communicata”.

²⁶⁾ Dans l'article intitulé : „Generalia de natura linearum, anguloque contactus & osculi, pro-volutionibus, aliisque cognatis, & eorum usibus nonnullis”, qui parut dans les „*Acta*” de septembre 1692, Leibniz, sous l'influence sans doute de la remarque de Huygens que l'on rencontre à la page 133 de la Lettre N°. 2693, avait inséré la phrase suivante : „Eximia quaedam inesse videntur illis, quae de figura veli a vento tensi Cl. Bernoullius nuper disseruit; tametsi

autrement, mais vostre autorité fera pour le moins que je repete l'examen ²⁷⁾. Je suis avec respect et devotion entiere &c.

Je suis faché de voir qu'on ait mis dans les Traitez de l'Academie des Sciences ²⁸⁾ une construction du Probleme d'Alhazen, que je ne me souviens point d'avoir donnée ²⁹⁾ et non pas une beaucoup meilleure imprimée autrefois dans le Journal de Londres ³⁰⁾, qui est la même que Mr. Ozanam a du depuis inferée dans son dictionnaire ³¹⁾, mais mon analyse et demonstration estoient beaucoup plus courtes.

N^o 2820.

CHRISTIAAN HUYGENS au Marquis DE L'HOSPITAL.

10 SEPTEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek ¹⁾.

La lettre fait suite au No. 2819.

De l'Hospital y répondit par le No. 2825.

A la Haye ce 10 Sept. 1693.

AU M. DE L'HOSPITAL.

Ce n'est pas sans apprehender de vous estre importun, Monsieur que je vous écris celle-cy 8 jours apres ma precedente. Toutefois je n'ay pas voulu manquer

de tota re (in qua non desunt scrupuli) ob molem aliorum negotiorum non expensa, pronuntiare non ausim". En réponse, Jacques Bernoulli, dans l'article cité dans la note 21, l'invita à exposer les raisons de ses doutes, puisque „nec Frater meus.... nec ipse illustris Hospitalius, quicum ille inventum communicaverat, quicquam in illo fallaciae deprehenderunt".

²⁷⁾ Consultez à ce sujet l'Appendice II de la Lettre de Huygens à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

²⁸⁾ C'est-à-dire dans le Recueil publié par de la Hire et mentionné dans la note 3 de la Lettre N^o. 2816. Voir la page 336 de cet ouvrage.

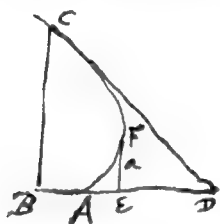
²⁹⁾ Consultez la note 1 de la Lettre N^o. 2435.

³⁰⁾ Voir la pièce N^o. 1891. Dans les deux solutions l'hyperbole qui, par ses intersections avec le cercle donné, fait connaître les points de réflexion, est la même, mais sa construction telle qu'elle est donnée dans la pièce N^o. 1891, est la plus simple et la plus élégante. Ajoutons que la solution antérieure donnée dans la pièce N^o. 1745 diffère également de celle que l'on trouve dans le Recueil publié par de la Hire.

³¹⁾ Voir l'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 2616, note 8, où l'on trouve en effet, à la page 492, cette construction formulée à peu près de la même manière qu'à la page 189 de la pièce N^o. 1891. Toutefois dans l'article, qui occupe les pages 483—495 de l'ouvrage d'Ozanam, Huygens n'est pas nommé, ce qui est d'autant plus remarquable que l'auteur, à propos d'une déduction de l'équation du quatrième degré qui fait connaître les points de réflexion, y cite „M. l'Abbé de Catelan, dont le mérite est connu de tous les Sçavans", ce qui nous semble rendre suspect l'oubli de l'auteur.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 288.

de vous faire scavoir que contre mon dessein j'ay medité sur le Probleme de Mr. Bernouilly, qui estant beau me rouloit par la teste et qu'à la fin j'ay trouvé la maniere de le refoudre ²⁾. C'est non seulement a fin que vous n'aiez pas la peine de me l'expliquer, comme je vous en avois prié, mais aussi pour vous faire voir que je n'ay pas esté sans profiter de l'honneur de vostre correspondance et enseignements. Je vous ay mandé que la solution de Mr. Jac. Bernouilly estoit dans les Acta de Leipfich du mois de Juin, la quelle estant fort courte je la mets icy, parce que peut-estre vous ne l'aurez pas encore vuë. In data positione recta AB assignatum est punctum A, et quaeritur curva AC, in qua sumpto ubivis puncto C, ductaque per illud recta tangente CD, abscissa AD sit ad tangentem DC in constanti ratione n ad 1. Solutio. Abscissa quavis AD centro D radio DC, qui sit ad abscissam AD ut 1 ad n , describatur arcus circuli, fiatque, ut aggregatum unitatis et dicti radij ad potestatem $\pm 2n$ elevati, ad eorundem differentiam, sic ipse radius ad rectam DB auferendam ex positione data AB. Dico si super B erigatur recta BC perpend. ipsi AB, secansque arcum circuli in C, fore punctum C in curva optata AC ³⁾.



tum C in curva optata AC ³⁾.

Je trouve cette même construction, par laquelle si n est $\frac{1}{2}$, a quelque ligne prise à discretion et $AD \propto \frac{1}{2}x$, on a comme $x + a$ à $x - a$ ou $a - x$, ainsi CD à DB . Pour y parvenir j'ay rencontré une equation, où d'un costé estoit Elementum d'un trapeze hyperbolique, de l'autre Elementum d'un espace de la courbe

dont l'equation est $\frac{a^3}{\frac{aa}{nn} - yy} \propto v$, et qui a sa quadrature dependente de celle de

l'hyperbole ⁴⁾. Ensuite je trouve que la solution demande qu'on puisse diviser

²⁾ Consultez l'Appendice à cette lettre, la pièce N°. 2821.

³⁾ Posant $CD = x$, $AD = nx$ et écrivant a pour l'unité, on a donc d'après la solution de Bernoulli :

$$\left(\left(\frac{x}{a} \right)^{+2n} + 1 \right) : \left(\left(\frac{x}{a} \right)^{+2n} - 1 \right) = x : DB, \text{ ou bien } DB = \pm \frac{x^{2n} - a^{2n}}{x^{2n} + a^{2n}} x,$$

où le signe $+$ doit être choisi, pour trouver la valeur absolue, au cas où l'on a $CD > a$, c'est-à-dire $> EF$, et le signe $-$ au cas contraire.

⁴⁾ Consultez les § II, III et V de la pièce N°. 2821. L'équation rencontrée par Huygens est celle du commencement du § V. En y remplaçant, pour nous conformer à la notation du texte de la présente lettre, n par y , θ par n^{-1} , elle exprime en effet l'égalité des „elementa” $a^2 n^2 dx : x$ et $a^3 dy : (a^2 n^{-2} - y^2)$, dont le premier appartient au trapèze hyperbolique OQNM (voir la figure 3 de la pièce N°. 2821), et dont l'autre est dans une proportion donnée à l'espace $\Omega R W Y$, dont la quadrature dépend de celle de l'hyperbole, comme nous l'avons indiqué dans les notes 9 et 10 de la même pièce.

ou augmenter un trapeze hyperbolique en raison donnée ⁵⁾, ce qui se fait geometriquement lors que la raison de CD à DA est de nombre à nombre, mais par la Logarithmique lors que cette raison ne s'exprime que par des lignes ⁶⁾. Apparemment j'auray passé par le même chemin que vous, Monsieur, car je ne pense pas qu'il y en ait icy plusieurs differens. Au reste ce Probleme contient des choses remarquables et me paroît le plus beau, qu'on ait encore proposé pour la methode inverse des Tangentes. Je vois que Mr. Bernouilly raisonne sur l'utilité de ces courbes ⁷⁾, dont je ne scay si vous avez aussi bonne opinion. J'ay trouvé depuis peu une autre courbe d'un usage qui n'est point douteux et bien d'une autre importance, laquelle je suis obligé par des raisons de tenir encore cachée ⁸⁾. En examinant de nouveau la quadrature qu'avoit donné Mr. Leibnitz de la feuille de Des Cartes ⁹⁾, j'ay trouvé qu'elle estoit vraie en prenant y comme dans la vostre seconde ¹⁰⁾, de sorte que je luy fais reparation d'honneur ¹¹⁾.

⁵⁾ Voir le § V de la pièce N°. 2821.

⁶⁾ Voir le § VI de la pièce citée.

⁷⁾ Jacques Bernoulli, dans l'article cité dans la note 16 de la Lettre N°. 2819, commence ce raisonnement par la phrase : „Eximium autem usum habet hoc Problema. Primo enim hinc constat, infinitas esse diversissimorum generum curvas, communi hac proprietate gaudentes, ut rectae AD, DC, constantem rationem habeant; omnes vero illas esse Geometricas (quanquam aliae aliis magis minusve sint compositae) in quibus hae lineae se habent, ut numerus ad numerum, transcendentales vero omnes, ubi illae non sunt, ut numerus ad numerum”, après quoi il fait suivre le passage cité dans la note 20 de la même Lettre, pour finir par les phrases : „Unde patet, si constructiones ejusmodi censendae sunt geometricae & accuratae, aequationes infinitas altissimorum graduum pari cum simplicissimis omnemq; pene fidem excedente facilitate construi posse. Denique nec hoc tacendum, quod solutio hujus problematis abstrusae Methodi Tangentium inversae plurimum perficiendae & promovendae magnum lumen praebere possit”.

⁸⁾ Consultez la dernière note de la pièce „De problemate Bernoulliano”, notre N°. 2823.

⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2797, à la page 429.

¹⁰⁾ Comparez la Lettre N°. 2819, à la page 491.

¹¹⁾ Voir la Lettre N°. 2822, à la page 510.

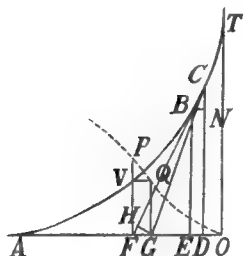
N^o 2821.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[SEPTEMBRE ¹⁾ 1693].*Appendice au No. 2820²⁾.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*§ 1³⁾.

$$AG = x; GC = 2x; AF = x - dx; GD = z = GQ; FP = FE.$$

Fig. 1.



$$(CG) \quad (GD) \quad (FG) \quad (FH)$$

$$2x : z = dx : \frac{zdx}{2x}$$

$$BF = 2x - 2dx$$

$$FH = \frac{zdx}{2x}$$

----- s.

$$2x - 2dx - \frac{zdx}{2x} = [HB =] GB.$$

$$\text{ex } GC = 2x$$

----- s.

$$2dx + \frac{zdx}{2x} = BC$$

$$(CG) \quad (GD) \quad (CB) \quad (BN \text{ vel } ED)$$

$$2x : z = 2dx + \frac{zdx}{2x} : \frac{zdx}{x} + \frac{zzdx}{4xx}$$

$$FP \text{ five } EF = FG + GD - ED = dx + z - \frac{zdx}{x} - \frac{z^2 dx}{4xx}$$

$$DG \text{ five } GQ = z$$

----- s.

¹⁾ La pièce a été composée entre le 3 et le 10 septembre 1693, dates des Lettres Nos. 2819 et 2820.

²⁾ Cet Appendice contient la solution de Huygens du problème de Bernoulli. Il est emprunté aux pages 52—57 du livre J. Nous l'avons divisé en paragraphes.

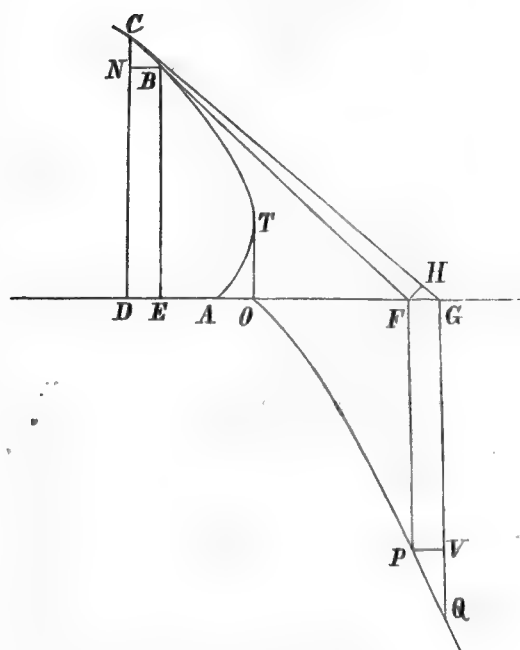
³⁾ Analyse du cas $GC = 2AG$ appliquée à la partie inférieure de la courbe cherchée jusqu'au point T où la tangente devient perpendiculaire à l'axe AO.

$$dz^4) = dx - \frac{zdx}{x} - \frac{z^2dx}{4xx}$$

$$xdz = xdx - zdx - \frac{zzdx^5)}{4x}$$

§ II⁶⁾.

Fig. 2.



GD = z; AG = x; CG = 2x.
Formo curvam QO, per applicatas
GQ = GD et ita ubique. Unde et
GQ = z.

$$\begin{array}{cccc} (CG) & (DG) & (FG) & (GH) \\ 2x & : & z & = & dx & : & \frac{zdx}{2x} \end{array}$$

$$\frac{2x}{2dx} = \frac{GC}{2FG}$$

s.
 $2x - 2dx = FB$ vel HB nam ut
 $CG = 2GA$ ita $BF = 2FA$.

$$\frac{zdx}{2x} = GH$$

ad.

$$2x - 2dx + \frac{zdx}{2x} = GB$$

$$\text{ex } 2x = GC$$

s.

$$2dx - \frac{zdx}{2x} = CB$$

⁴⁾ Ici $dz = PF - QG$ représente évidemment le *décroissement* de z correspondant à l'*accroissement* dx de x . Ainsi l'équation qui va suivre n'est pas correcte suivant la conception moderne de la notation employée. D'ailleurs, dans la déduction de la formule plus générale, où $GC = \theta x$ et dont il sera question dans la note 18 de la présente pièce, Huygens a donné à dz la signification usuelle, s'apercevant, comme sa figure, que nous n'avons pas reproduite, le démontre, qu'en prolongeant la courbe OP elle va s'abaisser au point A et qu'ainsi, à partir de ce point A, les z commencent à s'accroître, pour ne décroître que plus loin.

⁵⁾ Huygens fait suivre encore l'application à cette équation de la substitution $xz = n$, ce qui amène l'équation simplifiée $4dn = 4x dx - n^2 x^{-3} dx$. Ensuite il passe au cas du § II.

⁶⁾ Analyse du cas $GC = 2AG$ appliquée à la partie de la courbe supérieure au point T.

$$\begin{array}{cccc} \text{(CG)} & \text{(GD)} & \text{(CB)} & \text{(BN)} \\ 2x : z & = 2dx - \frac{zdx}{2x} : \frac{zdx}{x} - \frac{zzdx}{4xx} \end{array}$$

$$\text{NB} + \text{FG} = \frac{zdx}{x} - \frac{zzdx}{4xx} + dx = dz = \text{QV}$$

$$4xxdx - zzdx + 4xxdx = 4xxdz^7)$$

$$az = nx$$

$$\frac{az}{x} = n$$

$$\frac{az - adz}{x - dx} = n \text{ dimin.}$$

$$\text{----- s.}$$

$$\frac{-azdx + axdz}{xx} = dn$$

$$-azdx + axdz = xxdn$$

$$xdz = \frac{xxdn + azdx}{a}$$

$$4xxdz = \frac{4x^3dn + 4axzdx}{a}$$

$$4xxdx - zzdx + 4xxdx = \frac{4x^3dn}{a} + \frac{4axzdx^8)}$$

$$-azzdx + 4axxdx = 4x^3dn$$

$$-\frac{annxxdx}{aa} + 4axxdx = 4x^3dn; \text{ pro } zz : \frac{nnxx}{aa}$$

$$-nmdx + 4aadx = 4axdn$$

hinc spatium hyperbolicum $\frac{dx}{4ax} = \frac{dn}{-nn + 4aa}$ hinc spatium curvae quod reducibile ad spatium hyperbolicum.

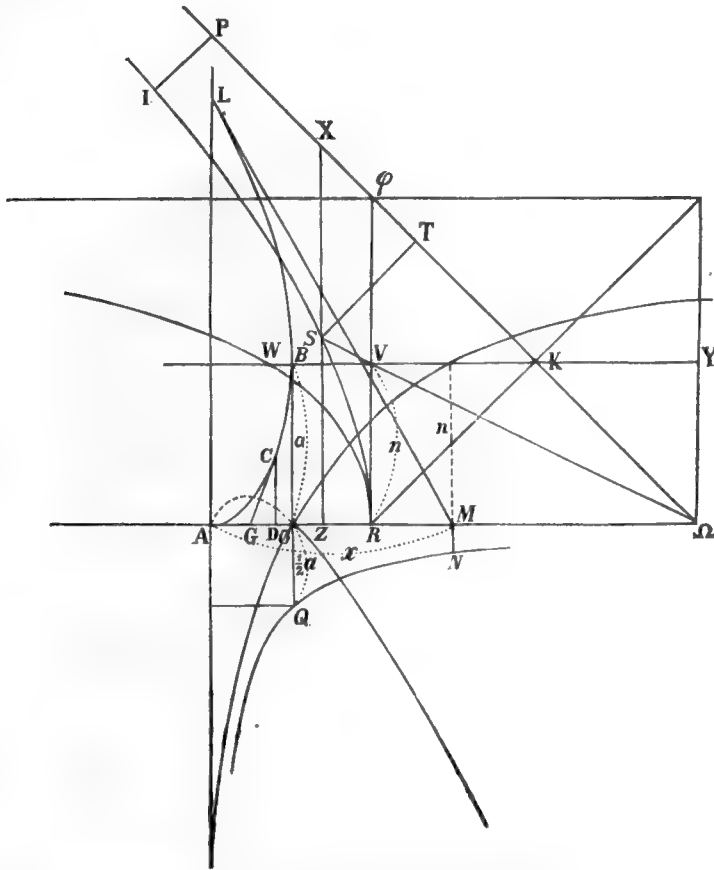
$$\frac{aadx}{4x} = \frac{a^3dn}{4aa - nn}$$

7) L'équation différentielle de la courbe OQ ayant été obtenue ainsi, il va s'agir, dans ce qui suit, de la simplifier par la substitution $az = nx$.

8) L'équation différentielle de la courbe OQ est reprise pour y appliquer la substitution mentionnée.

§ III⁹).

Fig. 3.



Si ut OQ ad MN five ut MA ad AO ita RK ad IP erit spat. hyperbol. RIPK octuplum spat. hyperb. QMNO.

- ⁹) *Intégration géométrique de l'équation différentielle du paragraphe précédent.* Voici le raisonnement que Huygens nous semble avoir suivi pour arriver aux résultats de ce paragraphe. D'après l'équation différentielle du paragraphe précédent on a : $\frac{aadx}{4x} = \frac{1}{8} \frac{8a^3dn}{4aa-nn}$, ou bien (posant $2a=b$) $= \frac{1}{8} \frac{b^3dn}{b^2-n^2}$; ainsi des deux courbes $y = \frac{aa}{4x}$ (l'hyperbole QN de la figure) et $y = \frac{b^3}{b^2-n^2}$ (la courbe RW), l'aire de la première doit être égale à la huitième partie de celle de la seconde entre des valeurs correspondantes de x et n . Pour la première

Sit ST media prop. inter RK, IP. Erit spat. RSTK five sector hyperb. RSΩ quadruplus spat. QNMO.

Ducta SΩ fecet RΦ in V et ducatur YVW parall. ΩR. Erit spat. RWYΩ duplum sectoris dicti hyperb. RSΩ¹⁰⁾, ideoque octuplum spatij QNMO; quod cum fit, est RV five ΩY = n nostrum. Est autem $\frac{nx}{a} = z$ subtangens quaefita.

couple des valeurs correspondantes, que l'on peut choisir à volonté, Huygens a pris les valeurs $x = \frac{1}{2}a$, $n = 0$, qui doivent correspondre, puisqu'on a alors $z = 0$, avec le point B de la courbe ABL pour lequel la soustangente est égale à zéro.

Soient ensuite $AM = x$ et $ΩY = RV = n$ (égale dans la figure à a mais qu'on doit considérer comme variable) deux autres valeurs correspondantes; alors on doit donc avoir : aire

$QNMO = \frac{1}{8}$ aire RWYΩ; mais comme la courbe RW est identique avec la courbe αβ de

la fig. 1, p. 24, de la pièce N°. 2661, dont Huygens avait appris, dans le § III de la pièce citée, à réduire la quadrature à celle de l'hyperbole, cette égalité pouvait se réduire à celle de deux aires hyperboliques. Simplifiant encore un peu le résultat qu'il avait obtenu autrefois, Huygens

pouvait poser en conséquence : aire $QNMO = \frac{1}{8} RWYΩ = \frac{1}{4} RSΩ = \frac{1}{4} RSTK = \frac{1}{8} RIPK$

(pour IP : ST = ST : RK).

Dès ce moment il ne s'agissait plus, pour arriver à la construction cherchée des valeurs correspondantes de x et de n , que de faire en sorte que l'aire RKPI devienne égale à huit fois l'aire OQNM. Or, puisque le carré sur RK = $a\sqrt{2}$, pour $RΩ = b = 2a$, était justement égal à huit fois le carré sur OQ = $\frac{1}{2}a$, il suffisait pour cela de choisir IP de telle sorte que IP : RK = MN : OQ; ensuite on pouvait construire ST, trouver le point S, tirer la droite SΩ et marquer ce point V, où cette droite coupait la tangente RΦ, après quoi la valeur RV de n , correspondant à la valeur donnée AM de x , était connue. De cette valeur on pouvait déduire celle de la soustangente $z = \frac{nx}{a}$ et construire le point L, connaissant le point M où sa tan-

gente coupe l'axe, la longueur $2x$ de la tangente LM et celle z de la soustangente.

Remarquons encore que ce point L, quoique situé dans la figure de Huygens sur la droite AL, perpendiculaire à l'axe AΩ, doit être considéré comme un point arbitraire de la courbe ABL.

¹⁰⁾ Que la réduction de l'aire de la courbe $v = \frac{b^3}{b^2 - n^2}$ à l'aire d'un secteur hyperbolique, em-

ployée ici, est au fond identique avec celle du § III de la pièce N°. 2661, c'est ce qu'on voit immédiatement en remarquant que les angles Yδα (de la fig. 1 de la pièce N°. 2661) et $\frac{1}{2}RΩV$

de la présente figure sont égaux, puisque $\frac{Yα}{αδ} = \frac{n\sqrt{2}}{b\sqrt{2}} = \frac{n}{b} = \frac{RV}{RΩ}$, tandis que le carré

sur $αδ = b\sqrt{2}$ est égal au double du carré sur $RΩ = b$.

§ IV¹¹⁾.

(RK) (ST)

MA ad mediam inter MA, AO = x : $\sqrt{\frac{1}{2}ax} = \sqrt{2aa} : \sqrt{\frac{a^3x}{x}}$ five $\frac{a}{x} \sqrt{ax}$ ¹²⁾.

$$\sqrt{\frac{2a^3}{x}} \text{ five } \frac{a}{x} \sqrt{2ax} = SX.$$

Divido qu. Rφ per SX fit XZ + ZS ex propr. hyperbolae, quia □ ex SX et ZX + ZS = qu. Rφ tangentis in vertice; propter 4aa in aequatione est Rφ et RΩ = 2a.

$$\frac{4aa}{a \sqrt{\frac{2a}{x}}} = \frac{4a}{\sqrt{\frac{2a}{x}}} = \frac{4a \sqrt{x}}{\sqrt{2a}} = XZ + ZS.$$

$$a \sqrt{\frac{2a}{x}} = XS$$

— S.

$$\frac{4a \sqrt{x}}{\sqrt{2a}} - a \sqrt{\frac{2a}{x}} = 2ZS$$

$$\frac{2a \sqrt{x}}{\sqrt{2a}} - \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{2a}{x}} = ZS$$

$$a \sqrt{\frac{2a}{x}} = SX$$

— ad.

$$\frac{2a \sqrt{x}}{\sqrt{2a}} + \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{2a}{x}} = ZX \text{ vel } Z\Omega$$

$$\begin{array}{ccc} \text{(Z}\Omega\text{)} & & \text{(ZS)} \quad \text{(}\Omega\text{R)} \quad \text{[RV]} \\ \frac{2a \sqrt{x}}{\sqrt{2a}} + \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{2a}{x}} : \frac{2a \sqrt{x}}{\sqrt{2a}} - \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{2a}{x}} = 2a : n \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2a \sqrt{x} + \frac{aa}{\sqrt{x}} : 2a \sqrt{x} - \frac{aa}{\sqrt{x}} \\ 2ax + aa : 2ax - aa \end{array}$$

¹¹⁾ Dédution de la construction de Bernoulli, pour le cas $GC = 2AG$. (Voir toujours la figure du § III).

¹²⁾ Huygens, de cette manière, au lieu de commencer par le calcul de IP (voir le commencement du paragraphe précédent) procède directement au calcul de ST, moyenne géométrique entre RK et IP.

$$2x + a : 2x - a = 2a : \frac{4ax - 2aa}{2x + a} [=n]^{13})$$

$$(n) \\ a : \frac{4ax - 2aa}{2x + a} = x : \frac{4xx - 2ax}{2x + a} (=z) \text{ ευρηκα }^{14}) \text{ 8 sept. 1693. Hofw. }^{15})$$

$$\text{Si } x = \frac{3}{2} a \text{ fit } z = x^{16}).$$

§ V¹⁷⁾.

Si tangens ad abscissam ut θ ad 1 fit $\frac{aadx}{\theta^2 x} = \frac{a^3 dn}{\theta^2 aa - nn}^{18})$.

$$\frac{a^2}{\theta^2}^{19}) : \frac{1}{2} \theta \theta aa = 1 : \frac{1}{2} \theta^4 = \text{OQNM} : \text{RIPK}$$

$$2 : \sqrt{2} = \theta a : \frac{\theta a}{\sqrt{2}} (= \text{RK})$$

$$\text{ratio QO ad NM} = \frac{a}{\theta} : \frac{aa}{\theta \theta x} = \theta x : a = \frac{\theta a}{\sqrt{2}}^{(\text{RK})} : \frac{aa}{x \sqrt{2}}^{(\text{IP})}$$

$$\text{ratio RSTK ad OQNM} = \frac{1}{2} \theta^3 : 1$$

$$\text{ratio RIPK ad OQNM} = \frac{1}{2} \theta^4 : 1$$

$$\text{Ergo } \frac{1}{2} \theta^4 : \frac{1}{2} \theta^3 \text{ five } \theta : 1 \text{ ut RIPK ad RSTK.}$$

¹³⁾ On remarquera que l'hyperbole $n = \frac{4ax - 2aa}{2x + a}$ se trouve tracée dans la figure 3.

¹⁴⁾ Le résultat obtenu, où z représente la soustangente DG de la figure 2, x et a les lignes AG et OT de la même figure, est en effet identique, pour le cas considéré $GC = 2AG$, avec celui formulé par Bernoulli. Voir la Lettre N°. 2820.

¹⁵⁾ Lisez Hofwijck; maison de campagne de Christiaan Huygens.

¹⁶⁾ C'est ce qui a lieu pour le point particulier L, situé sur la perpendiculaire érigée au point A sur l'axe AΩ.

¹⁷⁾ Réduction, pour le cas général $GC = \theta$. AG (fig. 1), du problème de Bernoulli à la division en proportion donnée d'une aire hyperbolique.

¹⁸⁾ Nous avons emprunté cette équation différentielle, valable pour un point de la courbe supérieure au point T de la figure 2, à la page 54 du livre J. Plus loin, à la page 58, on rencontre une déduction détaillée de l'équation correspondante, avec changement du signe de n et de dn , valable pour la partie inférieure, pour le même cas $CG = \theta$.AG; mais, puisqu'elle

$$SX = \frac{(\theta x)^{\frac{\theta-1}{\theta}} a^{\frac{1}{\theta}} a}{x} = \varphi$$

$$\frac{\theta\theta aa}{\varphi} = XZ + ZS^{23})$$

$$\varphi = XS$$

s.

$$\frac{\theta\theta aa}{\varphi} - \varphi = 2ZS$$

$$\frac{\theta\theta aa}{2\varphi} - \frac{\varphi}{2} = ZS$$

$$\varphi = SX$$

ad,

$$\frac{\theta\theta aa}{2\varphi} + \frac{\varphi}{2} = ZX \text{ vel } Z\Omega$$

$$\frac{\theta\theta aa}{2\varphi} + \frac{\varphi}{2} : \frac{\theta\theta aa}{2\varphi} - \frac{\varphi}{2} = \theta a : n ; n = \frac{\theta^3 a^3 - \theta a \varphi \varphi}{\theta\theta aa + \varphi \varphi}$$

$$\theta\theta aa' + \varphi \varphi : \theta\theta aa - \varphi \varphi = \theta x : z^{24})$$

$$\text{ut } (\theta x)^{\frac{2}{\theta}} + 1 \text{ ad } (\theta x)^{\frac{2}{\theta}} - 1 \text{ ita } \theta x \text{ ad } z \text{ subtangentem }^{25}).$$

gie avec le commencement du § IV exigeant plutôt pour ces termes x et $x^{\frac{\theta-1}{\theta}} \left(\frac{a}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}}$, mais le résultat, en tout cas, est exact.

En effet, la relation : aire RKPI = θ . aire RKTS amène : $1 \frac{ST}{RK} = \frac{1}{\theta} 1 \frac{IP}{RK} = \frac{1}{\theta} 1 \frac{NM}{OQ} =$
 $= \frac{1}{\theta} 1 \frac{AO}{AM} = \frac{1}{\theta} 1 \frac{a}{\theta x}$; donc $ST = \frac{\theta a}{\sqrt{2}} \frac{a^{\frac{1}{\theta}}}{(\theta x)^{\frac{1}{\theta}}}$.

²³⁾ Puisque $(XZ + ZS) \times ZS = \text{qu. R}\Phi$. Conférez toujours le § IV pour les calculs qui suivent.

²⁴⁾ Puisque $n = az : x$. La page 54, d'où nous avons emprunté les calculs de ce paragraphe, contient encore quelques formules éparses sans liaison apparente, qui se rapportent à la réduction de cette proportion à celle qui va suivre, où Huygens pour se rapprocher de la solution de Bernoulli a remplacé le paramètre a par l'unité.

²⁵⁾ Remplaçant le θ de Huygens par le n^{-1} de Bernoulli, et remarquant que l' x représente la droite AD de la figure de la Lettre N°. 2820, on s'aperçoit facilement de l'identité de ce résultat avec celui de Bernoulli tel qu'il est formulé dans la Lettre N°. 2820.

N^o 2822.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

17 SEPTEMBRE 1693.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾, la lettre par C. I. Gerhardt²⁾.**La lettre est la réponse au No. 2797.**Leibniz y répondit par sa lettre du 11 octobre 1693.*

A la Haye ce 17 Sept. 1693.

MONSIEUR

Je ne dois pas me donner l'honneur de vous écrire après un si long silence, sans alleguer les raisons qui l'ont causé, des quelles la principale est que depuis la correspondance que j'ay avec Mr. le Marquis de l'Hospital, il m'a donné tant d'exercice en matière de Geometrie, que j'ay cru³⁾ devoir éviter celui qui me pouvoit venir d'un autre costé, quoyque sçachant bien qu'il n'y a pas moins à profiter pour moy de vos lettres. Il y a eu de plus cette raison, dont j'ay touché quelque chose dans mes précédentes⁴⁾ que je voiois que nostre dispute en Physique demandoit une nouvelle meditation pour répondre à vostre dernier raisonnement, que j'ay trouvé très sensé et écrit avec soin. Il est vray que j'ay conçu et annoté quelques répliques⁵⁾, que j'ay à y faire, mais vous me permettez s'il vous plait de les différer encore jusqu'à une autre lettre, parce que la matière merite une plus grande attention que je n'y scaurois donner presentement⁶⁾. Celle-cy n'est que pour vous envoyer la Remarque⁷⁾ que je fais à vostre exemple⁸⁾ sur le Probleme de Mr. Bernouilli, par laquelle vous connoîtrez,

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 160. La minute ne diffère pas sensiblement de la lettre.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 160; Briefwechsel, p. 716.

³⁾ La minute a : du.

⁴⁾ La minute a : ma précédente. Consultez les premières phrases des Lettres Nos. 2759 et 2785.

⁵⁾ Voir les notes marginales b—q reproduites à la fin de la Lettre N^o. 2797.

⁶⁾ Huygens n'est revenu sur la question „du vuide et des atomes” que dans sa lettre à Leibniz du 29 mai 1694 et seulement pour en différer de nouveau la discussion.

⁷⁾ Voir l'Appendice I à cette lettre, la pièce N^o. 2823.

⁸⁾ Il s'agit de la brève remarque insérée par Leibniz dans les „Acta” de juillet 1693 sous le titre „G. G. L. Ad problema Majoro nupero in his Actis p. 235 propositum”, où on lit : „Per placet problema Bernoullianum nupero mense Majoro propositum, de inveniendi linea ABC [voir la figure de la Lettre N^o. 2807, p. 454, à laquelle on doit ajouter une perpendiculaire BE abaissée sur l'axe AD] ex data ratione inter tangentem BD & resectam AD ex axe AE,

Monfieur, que j'ay fait quelque progres dans les subtilitez geometriques et dans vostre excellent calcul differentiel, dont je goute de plus en plus l'utilité. J'avois refolu de n'en point chercher la folution, laquelle auffi bien Monfieur le M. de l'Hospital m'avoit offert de me communiquer⁹⁾, mais le probleme me paroiffant beau et fingulier, je n'ay pu empescher qu'il ne me roulast dans la teste, jufqu'à ce que je me fois fatisfait. Et à cette heure que la peine est prise, afin qu'elle ferve à me maintenir dans l'estime de Messieurs les Geometres, je vous prie tres humblement d'envoyer au pluftoft la feuille cy-jointe aux fçavans autheurs des Acta de Leipzig, a fin qu'ils aient la bonté de l'y inferer.

Lors que je reçus¹⁰⁾ vostre quadrature de la Feuille de Mr. des Cartes ou de Roberval¹¹⁾, je crus, apres l'avoir examinée, que vous vous estiez mepris; par ce qu'appellant vostre construction generale, elle n'estoit pas vraye, lorsque, comme dans vostre figure, on prend BC pour y . Mais du depuis j'ay vu qu'elle quadroit à la position de BE pour y ¹²⁾. Ce qui arrive de mesme dans deux manieres differentes, que Monfieur le M. de l'Hospital m'a envoiees pour cette quadrature¹³⁾, et dont j'ay, non fans quelque peine, demessé la raifon¹⁴⁾. Car je ne trouvois pas bon que le calcul differentiel produisist autre chose que ce qu'on luy demande. Vous aurez vu ce que j'ay inferé touchant cette matiere au Journal de Rotterdam¹⁵⁾, auquel temps je n'avois pas encore receu vostre folution; autrement j'en aurois fait mention et ce n'auroit pas esté fans vous reprendre mal à propos, au lieu que je devois admirer ce que vous aviez fait. Je voudrois bien fçavoir vostre jugement touchant ma *Traçtoria* pour la quadrature de l'Hyperbole, que j'y avois jointe. Où il y a cela de remarquable, que fuivant les loix de la Mechanique, supposé le plan horizontal, la description doit estre parfaite, et par consequent cette quadrature par son moien. Je vois que Mr. Bernouilli parle desia douteusement de la geometricité de cette generation de courbes¹⁶⁾, car celles de Monfieur son frere font du mesme genre, et pas tout à fait si simples.

per tangentem; vel ideo, quod etiam illi, qui nostrae Methodi differentialis faciliora tenent, non statim hoc perveniunt. Nec motu tantum, sed & calculo analytico exhiberi potest, si detur ratio inter factum ex his duabus rectis (tangente t resecta r) vel earum potentiis, & inter chordae AB ipsis potentiam facto homogeneam, veluti inter tr & cc , vel trr & c^3 aliterve. Idem locum habet in aliis innumeris, ut si detur ratio dictae resectae AD, ad ordinatam BE".

⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2815 à la page 484.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2797 à la page 429.

¹¹⁾ Comme Descartes, de Roberval aussi s'était occupé du „folium”, qu'il appelait „la Galande” ou „la fleur de Jasmin”. Consultez les pages 274 et 313—317 du Tome II de l'édition d'Adam et Tannery des „Œuvres de Descartes”.

¹²⁾ Voir la note 6 de la Lettre N°. 2797.

¹³⁾ Voir la Lettre N°. 2807.

¹⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2819 à la page 491.

¹⁵⁾ Voir la pièce N°. 2793 à la page 417.

¹⁶⁾ Allusion au passage suivant de l'article de Jacques Bernouilli, cité dans la note 16 de la Lettre

J'ay esté surpris de voir ce que celui-cy a fait mettre dans les Acta du mois de May, touchant la courbe de Mr. de Beaune, comme si c'estoit luy qui en eust donné la construction au Journal des Scavans de 1692 ¹⁷). Sur quoy Monsieur le M. de l'Hospital m'a mandé certain detail ¹⁸) de ce qui s'est passé, pour me faire voir le tort qu'on luy fait, et il semble avoir raison; mais je n'ose rien décider, *inaudita parte altera*.

La construction que vous m'envoies pour cette courbe s'accordoit avec la seconde que me communiqua Mr. le Marquis ¹⁹), qui est plus courte que celle de Mr. Bernoulli du mois de May. J'admire de plus en plus la beauté de la geometrie dans ces nouveaux progres qu'on y fait tous les jours, où vous avez si grande part, Monsieur, quand ce ne seroit que par vostre merveilleux calcul ²⁰). M'y voilà maintenant mediocrement versé, si non que je n'entens encore rien aux *ddx*, et je voudrois bien scavoir si vous avez rencontré des problemes importants ou il faille les employer, afin que cela me donne envie de les etudier.

Je vois que vous avez opinion de pouvoir tousjours trouver les Courbes par la soutangente donnée, lors qu'elles sont geometriques. Cependant il y a un certain deguifement de ces soutangentes que je puis faire tousjours, où Monsieur le M. de l'Hospital se trouve empesché jusqu'icy ²¹), et vous connoissez sa capacité. Les

exemples que je luy ay proposez sont la soutangente $\frac{aay + xyy}{ax - xy - ay}$,

$\frac{x^3y}{3x^3 + 3aay - 2xyy}$, $\frac{2aay}{2aa - yy - xx}$ ²²). Examinez en quelqu'un je vous prie.

Je ne dois pas oublier de vous dire un mot touchant vostre *Codex juris gentium* ²³), dont vous m'avez voulu communiquer le projet. C'est la un grand ouvrage que vous entreprenez, Monsieur, qui fera utile à bien des gens, et je

N°. 2819 qui se rapporte aux courbes obtenues par la résolution du problème de Jean Bernoulli mentionné dans la Lettre N°. 2807, p. 454. „Unde patet, si constructiones ejusmodi censendae sunt geometricae & accuratae, aequationes infinitas altissimorum graduum par cum simplicissimis omnemq; pene fidem excedente facilitate construi posse”.

¹⁷) Consultez, sur cette affaire, la note 9 de la Lettre N°. 2813.

¹⁸) Par la Lettre N°. 2815.

¹⁹) Consultez encore, sur ce passage, la Lettre N°. 2801 à la page 438.

²⁰) A en juger d'après l'imprimé de Gerhardt, ce passage est souligné dans la lettre, qui se trouve à Hannover. C'est très-probablement Leibniz qui a voulu marquer cette phrase.

²¹) Comparez dans le texte de la Lettre N°. 2805 la dernière phrase de la page 449.

²²) Les deux premiers de ces exemples furent proposés à de l'Hospital dans la Lettre N°. 2777; le troisième à Hubertus Huighens dans la Lettre N°. 2735, mais jamais expressément à de l'Hospital. Seulement dans la Lettre N°. 2819 (voir la page 493) Huygens communiqua à ce dernier la manière dont il avait déduit par sa méthodes des „déguisements” cette troisième expression, qui représente la soustangente du cercle : $2ax - y^2 - x^2 = 0$.

²³) Voir, sur cet ouvrage, la note 7 de la Lettre N°. 2797.

voudrois estre plus propre que je ne suis à vous y servir en vous fournissant de la matiere. Mais le peu d'attachement et d'estime que j'ay *per queste canzoni politiche*, comme le P. Paolo ²⁴⁾ les appelloit, me tient hors de commerce pour tout ce qui les regarde, et je souffre mesme avec peine qu'un esprit comme le vostre y emploie du temps. Croiez que c'est un effect de la haute opinion que j'en ay et du zele avec le quel je suis

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
HUGENS de ZULICHEM.

N^o 2823.

CHRISTIAAN HUYGENS AUX EDITEURS des Acta Eruditorum.

[SEPTEMBRE 1693].

Appendice 1 au No. 2822.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La pièce a été imprimée dans les Acta Eruditorum d'octobre 1693¹⁾.

²⁾ C. H. Z. de Problemate BERNOULLIANO in actis
Lipfienfibus hujus anni pag. 235 proposito ³⁾.

Elegans inprimis esse hoc Problema, cum ex iis quae Clarissimus inventor ³⁾
de eo prodidit, tum ex solutione et commentatione fraterna ⁴⁾ manifestum est.

²⁴⁾ Paolo Sarpi, le servite, ami de Galilée, connu sous les noms de Fra Paolo, Paulus Venetus ou Paulus Seruita, né à Venise le 14 août 1552. Dès l'âge de 26 ans il fut créé provincial et, peu d'années plus tard, procureur-général de son ordre. A l'occasion de la lutte entre le Pape Paul V et la République de Venise, celle-ci le chargea de défendre ses droits comme théologien-consultant, ce qui lui attira l'excommunication. Quoique la réconciliation tant de la République que de Sarpi avec le Pape eût eu lieu en 1606, il fut en 1607 victime d'un attentat, dans lequel il fut dangeureusement blessé de 15 coups de poignard. Il mourut le 14 janvier 1623. Ses nombreux écrits, entre autres sur l'histoire ecclésiastique, avec une biographie, ont été réunis dans une édition intitulée „Opere del Padre Paolo”, parue à Venise en 1677 en six volumes in-12.”

¹⁾ Elle y est accompagnée d'un article de Leibniz que nous reproduisons dans le N^o. 2824.

²⁾ Consultez la note 4 de la Lettre N^o. 2807.

³⁾ La minute a : auct^{or}.

⁴⁾ Voir l'article cité dans la note 16 de la Lettre N^o. 2819.

A quo investigando cum propter insignem difficultatem, quae statim sese offerebat, abstinere statuerim⁵⁾, (neq; enim omnibus perquirendis, quae a Viris eruditis exercitii gratia proponuntur, incumbere necesse existimo, aut assequendis parem me profiteor) non desit tamen quasi invitum compellere recurrens identidem quaesiti non vulgaris idea, donec tandem quod desiderabam obtinui⁶⁾. Inventa nimirum *aequatione differentiali* in qua ex altera parte erat elementum trapezii hyperbolici, ab asymptoto perpendicularibus intercepti; ab altera elementum spatii curvilinei, quod itidem ad trapezium hyperbolicum reduci posset⁷⁾. Quod apertius exponerem, nisi relinquendam etiamnum aliis putarum inquirendi voluptatem. Inde eo rem deducebam, ut trapezium ejusmodi hyperbolicum secundum esset aut augendum secundum rationem datam⁸⁾. Quod cum per medias aut continue proportionales fieri possit, ubi ratio tangentis ad abscissam est ea quae numeri ad numerum, hinc apparuit curvam quaesitam tunc iis accensendam quae geometricae vocantur, alias esse ex heterogeneis; ac tamen constructionem dari posita lineae logarithmicae descriptione⁹⁾, quam quidem hic adducerem, nisi viderem haud difficulter ex ipsa Jacobi Bernoullii doctissima simul brevissimaque solutione omnia¹⁰⁾ erui posse; ut jam ab alijs occupatam dubitem¹¹⁾.

Colligitur vero ex his illud animadversione dignum, nempe quandocumque in investigatione curvarum ex tangentibus aut subtangentibus ejus, ad similes ei quam dixi aequationes pervenietur, aut in quibus habeatur utrinque elementum spatii ad trapezium hyperbolicum reductibilis; tunc idem hoc, quod mirabile hic accidit, eventurum, ut curvae geometricae diversorum generum graduumque existant, si hyperbolarum ad quas devenitur rectangula quae in asymptotis, sint commensurabilia. Praeterea observanda venit in hoc problemate inusitata ac singularis analysis via, quae ad alia multa in hac Tangentium doctrina aditum aperit, ut egregie jam animadvertit Vir celeberrimus *calculi differentialis* inventor, sine quo vix esset, ut ad hasce geometriae subtilitates admitteremur. Porro quod ad curvarum, de quibus agitur, designationem in plano attinet, possem, si operae pretium esset, alios modos ac fortasse commodiores indicare¹²⁾ quam qui a Cl. Bernoullio praescri-

⁵⁾ Lisez, conformément à la minute: statuissem, (d'après les „Corrigenda”, communiqués dans les „Acta” de juillet 1694, p. 338), et consultez la Lettre N°. 2819, à la page 494.

⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2820, et la pièce N°. 2821.

⁷⁾ Voir la note 4 de la Lettre N°. 2820.

⁸⁾ Voir le § V de la pièce N°. 2821.

⁹⁾ Voir le § VI de la pièce N°. 2821.

¹⁰⁾ Lisez: eam, comme l'ont aussi la minute et les „Corrigenda”.

¹¹⁾ Huygens, toutefois, est revenu sur cette construction dans l'article des „Acta” de septembre 1694, intitulé: „C. H. Z. Constructio universalis Problematis a Clarissimo Viro, Joh. Bernoullio, superiori anno mense Majo propositi”. Voir la correspondance de 1694.

¹²⁾ Voir, sur ces descriptions mécaniques de la courbe de Bernoulli, la lettre de Huygens à de l'Hospital du 5 novembre 1693.

bitur ¹³⁾, atque etiam docere qua ratione optime peragatur descriptio nostrae quadratricis hyperbolae, quae inter *Tractorias* (ita enim vocari possunt) simplicissima censenda est, cum ad eam filis nihil opus sit, sed bacillo tantum utrimque cuspidem lateri infixam habente, quo fit ut & regressu explorari possit quam recte exarata sit ¹⁴⁾. Sed his supersedendum arbitror, donec insignis usus aliquis harum linearum in lucem proferatur. Interim aliam quandam utilissimam curvam nuper mihi repertam Geometrae sciant, cujus opera horologiis aequalis motus confiliatur, ac ejusmodi ut maris agitatione nequaquam turbari aut imminui ¹⁵⁾ queat ¹⁶⁾; quod

¹³⁾ Consultez, sur cette description de Bernoulli, la note 20 de la Lettre N°. 2819.

¹⁴⁾ Consultez, sur la tractrice et sa description mécanique, la pièce N°. 2793, aux pages 408—413.

¹⁵⁾ La minute a : éteint.

¹⁶⁾ Le succès au premier abord douteux de la nouvelle expérience pour déterminer la longitude sur mer au moyen des horloges à pendule (voir la Lettre N°. 2785, à l'endroit marqué par la note 3) et les vains efforts subséquents pour déduire quelque résultat satisfaisant des données que J. de Graaff avait recueillies dans son voyage du Cap (voir les Nos. 2786, 2789, 2798, 2800, 2802 et 2803) paraissent avoir induit Huygens à rechercher d'autres moyens pour réaliser des mouvements périodiques isochrones, qui seraient à l'abri des perturbations extérieures, telles que celles produites par le roulement et le tangage des vaisseaux de haute mer.

Les essais tentés par Huygens dans cette direction remplissent plusieurs pages des livres H et J des *Adversaria*. Déjà Uylenbroek, dans le deuxième Fascicule des „*Exercitationes Mathematicae*” pp. 160 à 170, en a donné un extrait. C'est même à cette partie des travaux de Huygens qu'il a emprunté la page des *Adversaria* reproduite en facsimilé, qui termine son ouvrage. Nous nous proposons de donner tout ce que les *Adversaria* contiennent de remarquable à ce sujet dans la partie de notre publication qui renfermera les ouvrages inédits de Huygens.

Ici, nous nous bornons à indiquer succinctement comment, dans cette recherche, Huygens a été conduit à la courbe proposée à la fin de la présente pièce N°. 2823.

Pour trouver ce que Huygens appelle „le Balancier marin parfait” il part du principe que le mouvement pendulaire isochrone se produit lorsque le moment de la force directrice est à chaque instant proportionnel à l'écart de l'état d'équilibre.

Huygens essaie donc d'abord la disposition de la figure 1, où le fil sans fin, suspendu dans

Fig. 1.

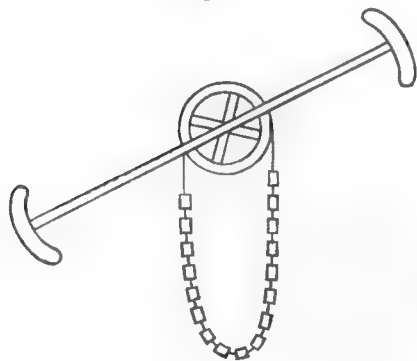


Fig. 2.

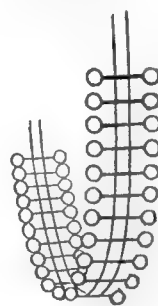


Fig. 3.



in pendulis nostris haecenus usurpatis non satis caveri potuit. Adeo ut nova ac certior spes nunc affulgeat perficiendi Longitudinum inventi.

Curva haec formatur.

a a b b c d e e e e f i i i i l l l l m m m m n o r r s s t t u u x x^{b)}

a) *Missa ad Leibnitium* 17 Sept. 1693.

b) Dans la minute Huygens écrivit :

Flexilis ambitum cum linea deferit orbem en ajoutant en marge : literas confusas mihi hujus verfus.



la gorge d'une poulie fixée au balancier, porte des petits poids égaux et équidistants. L'essai de cet appareil, inventé le 13 janvier 1693, n'a pas été satisfaisant. Les grandes oscillations se montraient plus lentes que les petites, ce que Huygens attribue principalement à deux causes : savoir, que dans les oscillations plus étendues 1°. la résistance de l'air se fait sentir plus fortement, et 2°. le nombre de poids qui doivent se plier est plus grand, en même temps

que l'angle que décrit chaque poids en tournant. C'est pour remédier à ce dernier inconvénient que Huygens imagine les formes de chapelet des figures 2 et 3 ; tandis que pour obvier au premier il emploie la forme de balancier de la figure 4.

Le 6 mars suivant il paraît avoir abandonné ce système pour s'arrêter au suivant. A l'axe d'un balancier (fig. 5) est attachée une languette en métal, de la forme ABDE, dont les bords DB et DE doivent être taillés de manière qu'un poids *p* suspendu par un fil ou ruban au point D, et qui dans le mouvement oscillatoire du

Fig. 4.

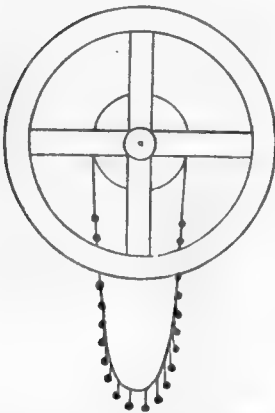
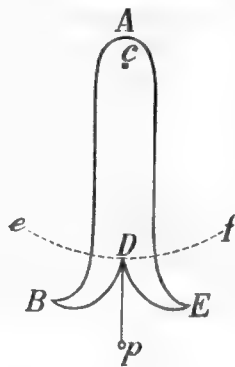


Fig. 5.



balancier s'enroule ou se déroule sur ces bords, produise à chaque instant un moment de force, par rapport à l'axe C, qui soit proportionnel à l'écart angulaire de la position d'équilibre de la languette.

Huygens démontre que la courbe qui satisfait à cette condition est la développante du cercle *eDf* décrit du centre C et que, dans ce cas, le poids *p*, lorsque le fil reste vertical, décrit une parabole.

N^o 2824.

LEIBNIZ AUX EDITEURS des „Acta Eruditorum”.

[SEPTEMBRE 1693].

*Appendice au No. 2823.**La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum d'octobre 1693, p. 476.*Excerptum ex Epistola G. G. L. cui praecedens meditatio¹⁾ fuit inclusa.

Mitto meditationem quae satis indicat autorem suum, tum magnitudine praeclarorum inventorum, tum ipsa magnis viris sueta ingenuitate. Nam & meo qualicumque invento debere aliquid voluit, cum ipse pro sua in his studiis autoritate & meritis, facile omnia a se petiisse videri possit. Caeterum video ipsum, quae est perspicacia, ubi primum animum ad nostrum calculum differentialem appulit, statim animadvertisse, quid in eo sit optimum. Nempe quod ita solutiones generales habeantur, quae sua natura porriguntur ad quantitates transcendentes, in certis autem casibus, ut fieri potest, ad ordinarias ducunt. Mirarer, quod solas illas quae aequationibus certis gradus subjacent, Geometricas vocare adhuc videtur, nisi judicarem, sequi magis vulgi morem ea in re, quam probare, dum de iis ait, *quae Geometricae vocantur*. Ego putem, ut veteres quidam recte reprehensi sunt, quod Geometricum satis esse negarent, quicquid circulo aut regula effici non posset; ita nec illorum hodie errori favendum esse, qui Geometriam solis aequationibus Algebrae gradariis metiuntur; tum Geometricum potius sit, quicquid motu continuo exacte construi potest. Quod si ille non admittit, suis ipse praeclaris inventis injuriam facit, cum ipsemet inprimis auxerit Geometricas construtiones: nam evolutionum inventum²⁾, quod Hugenio debemus, quantivis pretii est, & nunc tractorias construtiones protraxit in publicum primus³⁾. Nam etsi ego prior jam a multis annis idem tacitus versaverim, & ut arbitror longius etiam provexerim, fateor tamen ideam primam hujus motus mihi a Perralto venisse, etsi a me profecta sit resolutio ejus seu applicatio ad Geometriam⁴⁾. At Hugenum

¹⁾ La pièce N^o. 2823.²⁾ Allusion à la Pars Tertia de l'„Horologium Oscillatorium”, intitulée: „De linearum curvarum evolutione & dimensione”.³⁾ Dans la pièce N^o. 2793.⁴⁾ A ce propos on trouve encore, dans l'article cité dans la note 6 de la présente lettre, les renseignements suivants: „Hujus autem Construtionis [la description mécanique des tractorices] excogitandae, talis mihi olim occasio Lutetiae praebita est. Claudius Perraltus, Medicus Parisinus insignis, tum & Mechanicis atque Architectonicis studiis egregius, & Vitruvii

judico utrumque sibi ipsi debere⁵⁾. Quod vero nunc ipem facit motus hujus tractorii reddendi quam accuratissimi, si forte insignis aliquis hujusmodi linearum usus in lucem proferatur, non dubito quin sit libentius impleturus, viso nupero schediastate meo mensis Septembris⁶⁾, ubi ostensum est, omnes quadraturas tali motu,

editione notus, idemque in Regia scientiarum Societate Gallica, dum viveret, non postremus, mihi & aliis ante me multis proposuit hoc problema, cujus nondum sibi occurrisset solutionem ingenue fatebatur [suit le problème de la tractrice ordinaire]. Utebatur autem (intelligentiae causa) horologio portatili suae thecae argenteae incluso K, [voir la figure II de la pièce N° 2793, à laquelle nous avons adapté les notations de l'article], quod catenulae NK ad thecam alligatae principio N, secundam regulam DN ducto, per tabulam trahebat. Ita imum thecae punctum (quod in fundi medio est) in tabula describebat lineam KR. Hanc lineam ego attentius considerans (cum tunc maxime in tangentium contemplatione versarer) statim animadverti, quod res est, filum perpetuo lineam tangere, seu rectam ut KN esse tangentem lineae KR in puncto K". Après quoi Leibniz procède à démontrer que la construction par points de la tractrice dépend de la quadrature d'une certaine courbe (identique avec celle à laquelle Huygens arrive au § I de la pièce N° 2794), qu'il sait réduire à la quadrature de l'hyperbole. (Comparez la note 17 de la Lettre N° 2699). Ensuite il ajoute : „Quibus ulterius explicandis non immoror, cum praesertim arbitrer idem optime praestitisse *Christianum Hugenum*, Virum celeberrimum, qui mihi non ita pridem per literas significaverat incidisse sibi singularem Hyperbolae quadrandae rationem; quam etiam in Historia operum eruditorum publicatam nuperrime, & hanc ipsam esse colligo ex iis [consultez la phrase citée dans la note 19 de la Lettre N° 2819], qui nuper a praestantissimis fratribus Bernoulliis data in *Actis eruditorum*".

- ⁵⁾ Dans les excellentes „Notes de Bibliographie des Courbes géométriques (Partie complémentaire)" par H. Brocard, Bar-le-Duc, 1899, on trouve, à la page 180, l'annotation suivante : „De Sluse, en 1662, dans une lettre à Huygens parle de la courbe dont les tangentes sont égales". Si cette assertion était exacte on devrait attribuer à De Sluse l'invention de la tractrice; mais il n'en est rien. Les lettres de De Sluse à Huygens de l'année indiquée, les Nos. 1042, 1049, 1059 et 1068, ne contiennent rien qui s'y rapporte, et après avoir consulté toutes les lettres de De Sluse, publiées par le Paige au „Bulletino" de B. Boncompagni de 1884, d'où le correspondant de M. Brocard prétendait avoir puisé son information, nous croyons pouvoir assurer qu'elle ne repose sur aucun fondement réel.

D'ailleurs il n'est nullement improbable que Huygens n'ait, lui aussi, entendu discourir Claude Perrault, avec lequel il était très lié, sur sa construction primitive de la tractrice, et la manière dont Huygens parle dans la pièce N° 2793 de la découverte de ses propriétés ne nous semble pas l'exclure nécessairement.

Ajoutons que, comme Zeuthen le remarque dans sa „Geschichte der Mathematik in XVI und XVII Jahrhundert", Leipzig, Teubner, 1903, p. 424, Newton aussi s'est occupé, *proprio motu*, de la tractrice; comme cela résulte de sa lettre d'octobre 1676 à Oldenburg, citée dans la note 21 de la Lettre N° 2810, où on lit (pag. 224) : „Inversum hoc Problema de Tangentibus, quando Tangens inter punctum contactus et axem Figurae est datae longitudinis, non indiget his Methodis; est tamen Curva illa Mechanica, cujus determinatio pendet ab Area Hyperbolae".

- ⁶⁾ Voir, dans les „Acta" de septembre 1693, l'article intitulé : „G. G. L. Supplementum Geometriae Dimensoriae, seu generalissima omnium Tetragonismorum effectio per motum : Similiterque multiplex constructio lineae ex data tangentium conditione".

etfi compositiore construi posse⁷⁾. Ad schediasma dictum adjicere placet, posse *in figura 3* totam tabulam RM, cum appendicibus, nempe cylindris TG, FE, & directrice rigida EE in eodem plano vel aequivalente esse cum ipso plano lineae describendae C(C). Caeterum curvam directricem rigidam saepe commodè vitari posse, & adhibitis pro ea rectis materialibus, quibus potest describi.

N^o 2825.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 SEPTEMBRE 1693.

Le lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.

Elle est la réponse aux Nos. 2819 et 2820.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2828.

A Paris ce 18^e Septembre 1693.

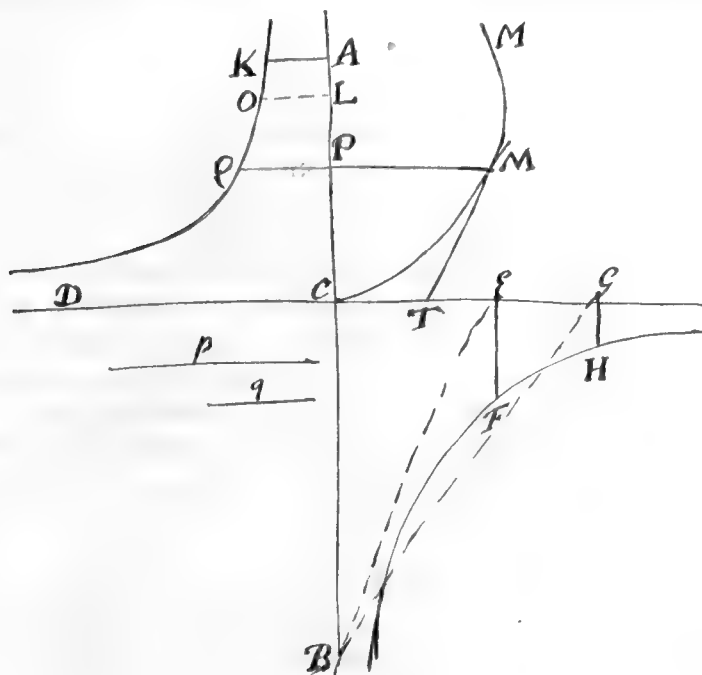
Ce m'est toujours un plaisir sensible Monsieur de recevoir de vos lettres puisqu'elles m'assurent de vôtre souvenir et qu'elles servent en mesme temps a m'instruire. Je vois par vôtre dernière du 10 de ce mois que vous avez trouvé la maniere de refondre le probleme de Mr. Bernoulli et que vous tombez dans la construction de son frere. Cela ne me surprend point, car je sçais assez que vous etes nôtre maître dans tout ce qu'il y a de plus profond dans les mathematiques. La mienne est tres differente, cest pourquoy je crois que vous serez bien aise de la trouver ici, avec les objections que m'a faites Mr. Bernoulli à qui je l'avois envoyée, et ma reponce sur quoi je vous prie de me mander sincerement vostre pensée.

Probleme. La ligne courbe CMM a une propriété telle, que chacune de ses touchantes MT est toujours à la partie CT de l'axe prise entre son origine C et la rencontre T de la touchante, en raison donnée de p à q : On demande la nature de cette ligne, ou la maniere de la décrire.

⁷⁾ Il s'agit d'un instrument ingénieux, mais assez compliqué, permettant de décrire mécaniquement la courbe quadratrice, transcendante en général, de chaque courbe géométrique donnée, si l'on suppose construite auparavant une autre courbe, toujours géométrique, qui dépend de la courbe donnée. Dans cet instrument la courbe quadratrice se décrit, à l'instar de la tractrice ordinaire, par un poids se mouvant sur un plan horizontal dans la direction d'un fil qui le tire.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 290.

tion. Lorsque la raison de p à q est de nombre à nombre, ayant nommé les minées CP, y, PM, x ; on se servira de ces formules générales :



$y = \frac{z^{\frac{q-p}{q}}}{zz + (q+p)^2}$, ou bien $\frac{z^{\frac{q+p}{q}}}{zz + (q-p)^2}$ et $x = \frac{zzy + qqy - ppy}{2pz}$, et ayant fait évanouir l'inconnue z on formera deux équations qui exprimeront chacune la nature d'une ligne courbe CMM qui satisfait à la question²). Supposant par exemple que p soit double de q , on trouvera $y = \frac{a^4}{zz + 9aaz}$ ³) ou $\frac{z^3}{zz + aa}$ et $x = \frac{zzy - 3aay}{4az}$, d'où l'on tire ces deux équations: $432y^4 + 432xxyy +$

²) Il semble utile, pour éclaircir les discussions que l'on va rencontrer dans cette lettre et dans la réponse de Huygens, de remarquer ici dès l'abord que les deux solutions indiquées par de l'Hospital, généralisées, comme il le faut, par l'introduction de la constante de l'intégration, ne sont pas différentes, puisqu'elles mènent aux mêmes courbes. Il n'en pouvait être autrement, et il est facile de le constater après coup en exécutant dans les équations de la première solution: $y = C z^{\frac{q-p}{q}} (z^2 + (q+p)^2)^{-1}$; $x = (z^2 + q^2 - p^2) y : 2pz$, la substitution $z = (q^2 - p^2) : v$ par laquelle elles se transforment dans les équations :

$+ 72axy + 64ax^3 = ayy$ et $16y^4 + 16xxy - 72axy - 64ax^3 = 27aayy^4$), qui expriment chacune la nature d'une ligne courbe CMM, dont les touchantes MT sont doubles des parties CT de l'axe faites par leur rencontres. Il en est ainsi des autres.

Lorsque la raison n'est pas de nombre à nombre; ayant tiré les droites indéfinies AB, DE, qui s'entrecoupent à angles droits au point C, on décrira entre les asymptotes CA, CD, une hyperbole quelconque KOQ, et menant librement AK parallèle à CD qui rencontre l'hyperbole en K, et EF parallèle à CB telle, que le rectangle CEF soit au rectangle CAK, comme la différence des deux lignes p et q est à la ligne q : on décrira par le point F entre les asymptotes CB, CE une autre hyperbole FH; on mena ensuite librement GH parallèle à CB, et prenant CB égale à $p + q$, on fera comme le carré de BG est au carré de BE, de même CA est à CL, par où l'on tirera LO parallèle à CD. On prendra enfin l'espace hyperbolique LPQO (du même côté de l'espace ALOK par rapport à CD, lorsque p surpasse q , et du côté opposé lorsqu'il est moindre) égal à l'espace hyperbolique EGHF⁵⁾ et nommant CP, y , CG, z , on prolongera PQ en M, de sorte que $PM = \frac{zy + qy - py}{2pz}$, je dis que le point M fera à la courbe cherchée CMM.

Ou bien. Ayant tiré les droites indéfinies AB, DE qui s'entre coupent à angles droits au point C, on décrira entre les asymptotes CA, CD une hyperbole quelconque KOQ, et menant librement AK parallèle à CD, qui rencontre l'hyperbole au point K, et EF parallèle à CB telle, que le rectangle CEF soit au rectangle CAK comme $p + q$ est à q : on décrira par le point F entre les asymptotes CB, CE une autre hyperbole FH: On mena ensuite librement GH parallèle à CB, et prenant CB égale à la différence des deux lignes p et q , on fera comme le

$$y = C' y^{\frac{q+p}{q}} (y^2 + (q-p)^2)^{-1}; \quad x = (y^2 + q^2 - p^2) y : 2py,$$

$$\text{où } C' = (q+p)^{-\frac{q+p}{q}} (q-p)^{\frac{q-p}{p}} C.$$

C'est seulement dans le cas particulier $q=p$, où cette substitution est inadmissible, que les deux systèmes d'équations constituent deux solutions différentes. Alors, en effet, le premier système amène le cercle $4p^2(x^2 + y^2) - Cy = 0$ et le second la droite $y = C'$.

³⁾ Lisez, dans le dénominateur: z^3 , au lieu de zz .

⁴⁾ Dans ces équations la constante d'intégration se trouve introduite; elles doivent donc être identiques. En effet, la seconde se déduit de la première en remplaçant la constante arbitraire a par $-27a$. Comparez la réponse de Huygens.

⁵⁾ Posant $CA = a$, $CE = b$, $CG = z$, cette égalité exige pour $p > q$, comme pour $p < q$: $q \mid (CL : y) = (p-q) \mid (z : b)$, où $CL = a[b^2 + (p+q)^2] : [z^2 + (p+q)^2]$. On trouve donc $y = a[b^2 + (p+q)^2] b^{\frac{p-q}{p}} z^{\frac{q-p}{p}} : [z^2 + (p+q)^2] = C z^{\frac{q-p}{p}} [z^2 + (p+q)^2]^{-1}$.

quarré de BG est au quarré de BE, de mesme CA est à CL, par où l'on tirera LO parallele à CD : on prendra enfin l'espace hyperbolique LPQO (du coté opposé à celui de l'espace ALOK par rapport à CD) egal à l'espace hyperbolique EGHF⁵⁾, et nommant CP, y , CG, z , on prolongera PQ en M de sorte que $PM = \frac{zzy + qgy - ppy}{2pz}$. Je dis que le point M fera à une ligne courbe CMM,

qui refout encore le probleme.

Voici ce que me mandoit Mr. Bernoulli. „1°. Je trouve vostre construction „bien prolix et embarrassée; la mienne est bien plus aisée et ne demande pas qu'on „prenne deux espaces hyperboliques égaux. 2°. Je ne scais pas pourquoi vous „trouvez toujours deux courbes qui satisfassent à la question en quelle raison que „soit p à q , Il me semble pouvoir demontrer qu'il n'y en a qu'une qui reponde au „probleme. 3°. Vous dites que si la raison de p à q est comme 2 à 1, les deux courbes „seront $432y^4 + 432xxyy + 72axyy + 64ax^3 = aayy$, et $16y^4 + 16xxyy - 72axyy$ „ $- 64ax^3 = 27aayy$; mais par ma solution generale, je trouve dans ce cas cette „equation $y^4 + xxyy + 18axyy + 16ax^3 = 27aayy$, qui n'est pas semblable ni à l'une „ni l'autre des vôtres; et ce qu'il y a de plus, c'est que si vous cherchez reciproque- „ment la tangente MT et la partie CT de vos deux courbes, vous trouverez que „MT est à CT non comme 2 à 1, ce qui est une preuve invincible qu'il y a ici une „faute. 4°. Vous ne disconvenez pas que la courbe CMM ne soit un cercle lorsque „ p à q ou MT à CT est une raison d'egalité, or au lieu qu'il n'y a que le cercle „(comme il est manifeste au plus petit geometre) qui puisse satisfaire, vous trouvez „deux lignes differentes, dont ni l'une ni l'autre est un cercle; car votre premiere

„formule $y = \frac{z \frac{q-p}{q}}{zz + (q+p)^2}$ donne une ellipse, et la seconde $y = \frac{z \frac{q+p}{q}}{zz + (q-p)^2}$ ne „produit qu'une ligne droite parallele à CD. Ce dernier argument est tout seul „suffisant pour vous donner la peine de repasser le calcul et de chercher la faute, „quand vous l'aurez trouvée, vous me pouvez envoyer la correction, il fera alors „assez temps d'envoyer votre solution a Leipzig⁶⁾, qui fera encore des premieres „apres celle de mon frere⁷⁾ et la mienne⁸⁾.

J'y ai repondu par articles en cette sorte : „1°. Si l'on propoisoit de décrire une

⁵⁾ Ici l'égalité exige : $q1(y:CL) = (p+q)1(z:b)$, ce qui amène les équations de la prétendue seconde solution.

⁶⁾ Elle parut dans les „Acta” du même mois de septembre 1693. (Voir la note 15 de la Lettre N°. 2815). Il est donc clair que Jean Bernoulli s'est laissé convaincre par la réponse de de l'Hospital qui va suivre.

⁷⁾ Voir la note 16 de la Lettre N°. 2819.

⁸⁾ Elle n'a point paru, probablement parce qu'elle était identique, quant au fond, avec celle de De l'Hospital.

„courbe dont la soutangente fust toujours à l'abscisse en raison constante; il est clair
 „ce me semble que la construction la plus simple et la plus generale demanderoit
 „qu'on prît deux espaces hyperboliques egaux, et toutefois cette courbe est bien
 „moins composée que la vôtre. 2°. Je soutiens qu'il y a toujours deux courbes qui
 „satisfont egalemeut qui sont celles que l'on trouve par mes deux constructions et
 „de plus qu'il n'y en peut avoir d'autres. 3°. Votre courbe $y^4 + xxyy + 18axy +$
 „ $+ 16ax^3 = 27aayy$, est la mesme que ma seconde $16y^4$ &c.; car si l'on suppose
 „ $a = 4b$ et qu'on divise par 16, on trouve $y^4 + xxyy - 18bxyy - 16bx^3 = 27bbyy$,
 „qui ne differe de la vôtre qu'en ce que les valeurs des appliquées x sont changées
 „de fausses en vraies et au contraire, ce qui ne change rien dans la courbe que sa
 „position. Mais afin qu'il ne vous reste aucun scrupule sur ma premiere equation,
 „et que vous en puissiez faire aisement le calcul, supposez $a = 12b$, et divisez
 „chaque terme par 48, ce qui vous donnera $9y^4 + 9xxyy + 18bxyy + 16bx^3 =$
 „ $= 27bbyy$, et vous trouverez que cette courbe (si vous en faites le calcul) a ses tan-
 „gentes MT doubles des parties CT de l'axe. D'où il est evident que ma construc-
 „tion est conforme à la vôtre en ce cas, et qu'elle est beaucoup plus generale, puis-
 „qu'elle donne toujours deux lignes courbes ou vous n'en trouvez qu'une. 4°. Ma
 „premiere formule donne $xx + yy = \frac{1}{4pp}$ 9), qui est une equation à un cercle qui

„a pour rayon $\frac{1}{2p}$, et ma seconde donne à la verité une ligne droite parallele à CD



„mais elle satisfait aussi dans ce cas comme il est manifeste au plus
 „petit geometre; car si l'on mene d'un de ses points quelconques M
 „une tangente MT, elle sera la droite mesme et n'ira rencontrer
 „l'axe CD qu'à une distance infinie; d'où il suit que ces deux lignes
 „MT, CT feront egales entr'elles, puis qu'elles ne different que
 „de la quantité PM, qui est finie”.

Vous voyez, Monsieur, que la construction de Mr. Jac. Bernouilli, est moins
 generale que la mienne. Mais il me semble de plus qu'on parvient plus difficile-
 ment à l'equation qui exprime la nature de la courbe; car si l'on nomme AB, x^{10} ;

BC, y ; DC, z ; on trouve selon lui ces formules $y^{11} = \left(\frac{(n+1)z + (n-1)z^{2n+1}}{1 + z^{2n}} \right)$

et $zz = yy + xx - 2nxxz + nzzz$, qui me paroissent moins simples que les miennes.
 Lorsque la raison ne s'exprime que par des lignes, il faut du moins pour avoir la

9) Lisez: $\frac{y}{4pp}$.

10) Voir la figure de la note 20 de la Lettre N°. 2819.

11) Lisez x ; on a, en effet, $AB = x = AD + DB = nz + z(1 - z^{2n}) : (1 + z^{2n})$.

valeur de DB employer la quadrature de l'hyperbole ou les logarithmes, et il ne donne alors aucune construction; de sorte que ce n'est pas merveille s'il ne suppose point qu'on prenne des espaces hyperboliques égaux.

Voici en abrégé mon analysé: $CP = y$, $PM = x$, donc $MT = \frac{y\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}{dy}$
 et $CT = \frac{xdy - ydx}{dy}$ et par la condition du problème $y\sqrt{dx^2 + dy^2} : xdy - ydx :: p : q$,
 d'où je tire, (en supposant pour abréger $pp - qq = mm$) $dx^2 - \frac{2ppxdydx}{mmy} =$
 $= \frac{qqyydy^2 - ppxxdy^2}{mmyy}$ et la résolution de cette égalité, (dont je regarde dx
 comme l'inconnue) me donne $mmydx = ppxdy \mp qdy\sqrt{mmyy + ppxx}$, que je
 change en cette autre equation: $\frac{dy}{y} = \frac{mmdy}{qq \mp q\sqrt{ppuu + mm}}$ ¹²⁾ (en mettant pour
 x, uy ; et pour $dx, udy + ydu$) par le moyen de laquelle je pourrais deia construire
 la courbe. Mais je suppose pour ôter les incommensurables $\sqrt{ppuu + mm} = z -$
 $- pu$, et partant $u = \frac{zz - mm}{2pz}$ et $du = \frac{zdz + mmdz}{2pzz}$. Ces valeurs me donnent
 par la substitution:

$$\frac{dy}{y} = \frac{(q-p)dz}{qz} - \frac{zdz}{zz + (p+q)^2}$$

ou bien $\frac{dy}{y} = \frac{(p+q)dz}{qz} - \frac{zdz}{zz + (p-q)^2}$

qui m'ont servi à former mes deux constructions.

Comme vous avez trouvé l'analyse de Mr. Bernoulli je ne la chercherai point et je l'attens de vous. Au reste ma seconde fuite donne les memes quadratures que celle de Mr. Gregori. Vous le reconnoistrez aisement pour peu que vous vous y appliquiez. Mais il faut dans l'une et l'autre retrancher toujours ma 3°. fuite, ce que Mr. Gregori devoit remarquer, car autrement je puis demontrer que ses quadratures seroient fausses. L'auteur du livre de la manoeuvre de vaisseaux est Mr. Renaud¹³⁾, que je connois particulièrement et qui a la charge d'ingenieur de

¹²⁾ Lisez: $\frac{mmdy}{qq \mp q\sqrt{ppuu + mm}}$.

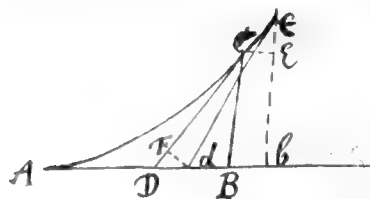
¹³⁾ Bernard Renau, né dans le Béarn en 1652, fut une des illustrations du règne de Louis XIV. Élevé par Colbert du Terron, intendant de Rochefort, il apprit les mathématiques pour entrer dans la marine. En 1679 il obtint une place auprès du comte de Vermandois, amiral de France. Il fut bientôt appelé à prendre part aux conférences instituées par le roi pour reformer la construction des bâtiments de guerre. Ce fut le système de Renau qui prévalut. Ce fut aussi d'après ses projets que l'on construisit les galiotes à mortiers qui, sous sa direction, servirent au bombardement d'Alger. Après la mort de Vermandois il se mit au service de

la marine. Vous me ferez plaisir de me mander ce que vous en pensez. J'acheverai de répondre à ce que vous souhaitez de moi dans ma 1^{re} lettre ¹⁴). Je vous prie de ne pas oublier de m'envoyer les inventions de Mr. Neuton ¹⁵) lorsque vous les aurez reçues et je serois bien aise aussi de favoir les manieres dont vous decrivez la courbe de Mr. Bernoulli, que vous me mandez estre meilleures que la sienne. Je suis Monsieur avec beaucoup de zele vôtre tres humble et tres obeissant serviteur

le M. DE L'HOSPITAL.

Après ma lettre écrite je n'ay pu m'empescher de chercher la maniere dont Mr. Bernoulli pouvoit avoir trouvé sa construction, et j'y suis arrivé par un chemin assez court que voici. Soit $DC = z$, $DB = x$ donc $AD = nz$, $AB = nz + x$, et leur differentielles $Dd = ndz$, Bb ou $CE = dx + ndz$. Or à cause des triangles

semblables DBC , CEe et DFd , ou aura $DB : DC :: CE : Ce = \frac{zdx + ndz}{x}$ et



$DC : DB :: Dd : DF = \frac{nx dz}{z}$ c'est-dire à la dif-

ferentielle Cc de la courbe moins ¹⁶) la differentielle de la touchante DC ; d'où l'on tire $nxxdz + xzdz = zdx + nzzdz$, et faisant $x = uz$ il vient $\frac{dz}{z} = \frac{du}{nu - n}$ qui est apparemment l'equa-

tion, où vous estes arrivé, et dont on déduit facilement le reste. Si vous avez suivi une autre voye vous me ferez plaisir de m'en faire part.

Vauban, qu'il suivit au siège de Philipsbourg. Après avoir pris part, sur l'ordre du roi, au bombardement de Gênes, il assista aux sièges de Mons et de Namur. Parmi ses exploits on cite la délivrance, à St. Malo, des vaisseaux échappés au désastre de Cap la Hogue (voir la note 6 de la Lettre N°. 2753) et le sauvetage de plusieurs millions, qu'il réussit à retirer des galions espagnols réfugiés dans la baie de Vigo où ils furent pris par les Anglais. Renau était alors au service du roi Philippe V d'Espagne. Un gentilhomme espagnol, d'Elisagaray, lui ayant appris qu'ils étaient parents, Renau joignit à son nom celui d'Elisagaray. Il mourut le 30 septembre 1719. En 1699, lors de la réorganisation de l'Académie des Sciences, le roi l'avait créé membre honoraire. Fontenelle a écrit son éloge.

¹⁴) La Lettre du 21 octobre 1693; toutefois, à la question posée par Huygens concernant la courbe de la voile, de l'Hospital n'a répondu que dans sa Lettre du 25 novembre 1693.

¹⁵) Voir la Lettre N°. 2810 à la page 464 et la Lettre N°. 2815 à la page 484.

¹⁶) De l'Hospital avait écrit „plus” ce que Huygens a changé en „moins”.

N^o 2826.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. LE CLERC, rédacteur de la Bibliothèque
Universelle et Historique.

[SEPTEMBRE 1693].

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.
La pièce a été publiée dans la Bibliothèque Universelle et Historique¹⁾ et, en latin,
par W. J. 's Gravesande²⁾.*

Remarque de M. HUGUENS sur le livre de la MANOEUVRE DES
VAISSEAUX imprimé à Paris en 1689, in-8°. Pagg. 117³⁾.

Le Livre, dont l'Auteur est Mr. Renaud, Ingenieur Général de la Marine, est écrit avec beaucoup de foin, de netteté & de méthode, & marque du sçavoir dans la Geometrie & dans l'Analyse. On n'y suppose point de principes que je n'avoue être véritables⁴⁾; & si toute la Théorie étoit tirée de là par des conséquences legitimes, il n'y auroit rien à reprendre. Mais cela n'étant pas, je crois que pour l'utilité du public, il est bon d'avertir d'une erreur considérable que j'y ay reconnue, parce que se répandant dans la plus grande partie des Régles qu'on donne ici aux Pilotes, elles pourroient les mener dans des erreurs tres grandes & dangereuses.

Je commencerai en rapportant le contenu de l'Article I du 2. Chapitre où l'Auteur suppose le vaisseau HBM; dans lequel la ligne droite DC represente la position de la Voile, que l'on conçoit comme une surface plane, élevée perpendi-

¹⁾ Dans la livraison de septembre 1693, page 195. Voir, sur ce journal, la Lettre N^o. 2435, note 19.

²⁾ Chr. Hugonii etc. Opera Varia, Volumen Primum, p. 292 sqq.

³⁾ Voir, pour le titre complet, la note 17 de la Lettre N^o. 2813.

⁴⁾ Il s'agit des principes exposés dans le premier Chapitre, intitulé : „De la force du vent contre les voiles, de la force de l'eau contre le gouvernail, & de sa résistance contre le vaisseau”. Dans ce chapitre Renaud expose, avec beaucoup de clarté, la théorie alors généralement reçue d'après laquelle la pression d'un fluide en mouvement contre une surface résistante, serait causée par les impulsions de ses particules matérielles se mouvant toutes, indépendantes les unes des autres, avec la même vitesse dans la même direction et frappant contre la surface. Par des raisonnements apparents cette théorie conduit à la conclusion, que l'on considérerait comme rigoureusement vraie, que la pression mentionnée, toujours dirigée suivant une ligne perpendiculaire à la surface, devrait être en raison composée de l'aire de la surface, du carré de la vitesse relative du fluide et du carré du sinus de l'angle d'incidence.

Consultez encore, quant aux vues de Huygens sur la pression d'un fluide mouvant, la page 19 de la Lettre N^o. 2660.

ment dans le sens BK par lequel la ligne BK étoit parcourüe en même tems que BG.

Mais il falloit confiderer que bien qu'on puisse imaginer que le mouvement du vaisseau par BG est composé des mouvemens par BK & par KG, il ne s'ensuit pas que si dans l'effet on lui laisse le seul mouvement suivant BK; (soit que la figure & la position du vaisseau en soit cause, soit qu'on le suppose attaché par une corde infiniment longue BR, qui soit perpendiculaire à BM) il ne s'ensuit pas, disje, que le vent qui, en pressant la voile CD, le pousseroit de B en G, le poussera dans un tems égal de B en K. Car pour sçavoir quel espace il parcourra par BK, il faut voir avec quelle force il est poussé dans cette route, & de plus avoir égard à la résistance qu'il souffre de l'eau. Or il est certain, par les regles de Mechanique, que la force avec laquelle la voile DC pousse le vaisseau par BK, est à celle dont la même voile, & dans la même position à l'égard du vent, le pousseroit par BG, comme BK à BG; & l'Auteur en convient dans ce qu'il explique des impressions de l'eau contre le Gouvernail, au 5. Article de ce second Chapitre⁶). Mais les vitesses seroient aussi comme BK à BG, puis que l'on veut que ces deux lignes soient parcourües dans des tems égaux. Donc les forces seroient comme les vitesses; ce qui ne sçauroit être, & repugne à ce que l'Auteur a démontré au 13. Art. du I Chap. où il dit, que *pour faire mouvoir un corps avec différens degrez de vitesse dans une matiere fluide, il faut que les puissances que le font mouvoir soient en raison des quarez des vitesses*. Donc les lignes BK, BG ne sont pas parcourües en des tems égaux. Mais pour sçavoir quel espace le vaisseau doit parcourir dans la route BK, il faut prolonger BK en S, en sorte que BS soit moienne proportionnelle entre BK, BG. Alors BS fera l'espace qu'il parcourra dans le même tems qu'il iroit par BG, s'il fendoit l'eau dans ce sens avec la même facilité. Car icy les quarez des vitesses par BG & BS, & par conséquent aussi les résistances de l'eau, seront comme BG à BK; mais, comme je viens de dire, la proportion des forces est encore comme BG à BK; donc les forces seront comme les résistances & aussi comme les quarez des vitesses. Et par conséquent ce sont ces vitesses, qui sont comme BG à BS, que le vaisseau doit acquérir dans ces deux routes, selon la maxime de l'Auteur que je viens de citer, & qui ne reçoit point de doute.

Ce n'est donc pas, comme il a cru, la circonference du cercle BKG qui determine les espaces que le vaisseau doit parcourir dans les diverses positions de sa quille, avec la même disposition de la voile CD à l'égard de la ligne du vent; mais c'est la courbe BISGT, dont on trouve facilement les points de même qu'on a trouvé S. Et il est à noter que les espaces qu'elle donne, different d'autant plus de

⁶) On y lit en effet: „si BG” [il s'agit de l'hypothénuse d'un triangle rectangle BFG] „représente la force avec laquelle le gouvernail est poussé, BF sera la force avec laquelle il est poussé dans la détermination BF & FG celle dont il est poussé dans la détermination FG”.

ceux que l'Auteur termine par la circonference BKG, que l'angle de la quille avec la ligne du vent devient plus aigu. Ainsi dans la route par BN, le vaisseau ira par BI, qui fera double de BN enfermée dans le cercle, si BN est $\frac{1}{4}$ de BG; & il fera le triple de BN, si BN est $\frac{1}{3}$ de BG.

La même erreur que je viens de remarquer influe dans presque tout le reste du Traité, & empêche de subsister plusieurs Theorèmes qui autrement paroissent fort élégants. Comme entre autres celui qui dit ⁷⁾ que quand l'Angle de la voile avec le vent, OBA, est donné; la plus avantageuse situation de la quille, pour gagner au vent, est celle qui divise également son complement OBE, d'où l'Auteur trouve en suite, en supposant que la derive est nulle, que la plus avantageuse situation de la quille & de la voile ensemble pour cela, seroit lorsque l'angle du vent & de la quille est de 60. degrez, & celui du vent & de la voile de 30. Ce qui n'est point, car par une Regle que je sçai être vraie, quand l'angle du vent & de la quille est de 60. degrez, si on fait l'angle de la voile & du vent de 39. degrez 23. le vaisseau avancera plus dans sa route, & par consequent gagnera plus au vent, que quand la voile avec le vent fait un angle de 30 degr. ⁸⁾. Cette Regle par laquelle je trouve la plus avantageuse situation de la voile quand l'angle de la quille & du vent ⁹⁾ est donné, pour faire le plus de chemin, est telle $x^4 = aaxx + \frac{1}{3} ppxx - \frac{4}{9} aapp$.

⁷⁾ On le rencontre à la page 39 du Chapitre IV, intitulé : „De la maniere de determiner la situation la plus avantageuse de la voile & de la Prouë, pour tenir le vent le plus qu'il est possible”.

⁸⁾ On rencontre aux pages 70 et 71 du livre J, à propos de ce theoreme, qu'on trouve à la page 50 du Chapitre cité dans la note précédente, la remarque suivante, dont nous avons accommodé la notation à celle de la figure du texte : „Supposant qu'il n'y a point de derive, il trouve la situation de la voile la plus avantageuse quand elle fait avec le vent l'angle ABO de 30 degr.; donc divisant le complement OBE par le milieu en F, la situation de la quille seroit BF, qui seroit donc la plus avantageuse ensemble avec celle de la voile, pour gagner au vent, mais par ma Regle, lors que la quille est selon BF, je trouve une situation plus avantageuse pour la voile que celle qui coupe l'angle ABF également pour gagner au vent. Parce qu'elle fera aller le vaisseau plus viste dans cette route; donc il s'est trompé, et c'est d'icy que j'ay commencé a m'en appercevoir. Toute l'erreur vient de celui de pag. 18” (c'est-à-dire de celle signalée par Huygens au commencement de la présente pièce comme se trouvant dans l'Article I du 2 Chapitre),

Il semble donc que Huygens était en possession de la règle qui va suivre avant de commencer la lecture suivie du livre du Renaud, dont il pouvait contrôler les résultats au moyen de cette règle.

Remarquons encore qu'on doit lire un peu plus haut dans le texte $38^{\circ} 23'$ au lieu de $39^{\circ} 23'$. En effet, la règle qui suit donne $x = \sin ABC$ (voir la figure du texte) $= 0,6210$, c'est-à-dire. $\angle ABC = 38^{\circ} 23'$, pour $p = \sin ABC = \sin 60^{\circ}$. Sans doute on a affaire avec une faute d'impression ou de transcription. Dans les manuscrits nous n'avons pas rencontré le calcul en question.

⁹⁾ Voir pour la déduction de cette règle l'Appendice N°. 2827.

sçavoir si x signifie le sinus OQ de l'angle de la voile & du vent, a le Rayon BA, p le sinus FP de l'angle de la quille & du vent. Et elle s'accorde avec celle que Mr. Fatio a trouvée ci-devant, avec beaucoup d'autres belles choses en cette matiere; comme j'ai reconnu par une Table où il avoit marqué le raport de quelques-uns de ces angles ¹⁰). Il y a deux vraies racines à cette Equation ¹¹), qui servent aux deux cas que la quille avec la ligne du vent fait un même angle: sçavoir en allant près du vent, ou vent large ¹²). Au reste Mr. Renaud ne pourra guere douter que nôtre Regle ne soit vraie, puisque par elle on trouve le meilleur angle du Gouvernail avec la quille pour faire tourner le vaisseau le plus promptement, tout à fait tel qu'il l'a déterminé dans le Chapitre 7. En quoi il a fait une découverte fort utile. Car en prenant $p = a$, c'est-à-dire en faisant la ligne du vent perpendiculaire sur la quille, on trouve par cette regle le sinus $x = \sqrt{\frac{2}{3}} aa$,

¹⁰) Nous ne connaissons pas l'ouvrage ou le manuscrit de Fatio de Duillier qui contenait cette table; mais on retrouve la table elle-même sur une des dernières pages du livre II, sous la forme suivante :

	de la vergue avec la quille.	du vent avec la quille.
	1°	3°.0'
de	15°	43°.11 1/2'
mr. Fatio.	40°	109°.12 1/2'
	65°	141°.52 1/2'
	90°	180°.0

A a même page le second exemple de la table est vérifié au moyen de la formule $p = 3x \sqrt{\frac{aa - xx}{4aa - 3xx}}$ qui se déduit aisément de la règle mentionnée et où l'on a dans ce cas, pour $a = 1$, $x = \sin(43^\circ 11 \frac{1}{2}' - 15^\circ) = \sin 28^\circ 11 \frac{1}{2}'$ et $p = \sin 43^\circ 11 \frac{1}{2}'$.

Ajoutons que l'ouvrage en question doit avoir contenu, entre autres, la déduction de la proportion $\sqrt{a^3} : \sqrt{(bxx \sqrt{aa - xx - ax^3})} : c$ qui existe entre la vitesse du vaisseau vent arrière et celle avec laquelle il avance avec une situation donnée de la voile et de la quille, car Huygens a annoté à propos de cette proportion, à la page 190 du livre H : „Fatio celeritatum”. Voir encore la note 3 de la pièce N°. 2827.

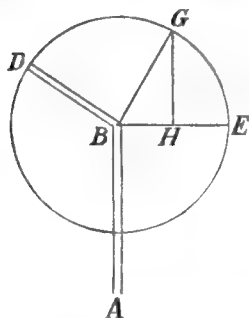
¹¹) Ce qui est vrai en effet tant qu'on a $p < a$, comme le problème l'exige. En réalité, les racines de l'équation, considérée comme une équation quadratique en x^2 , sont imaginaires entre les limites $p^2 = a^2$ et $p^2 = 9a^2$, et réelles et positives au dehors de ces limites pour p^2 .

¹²) A vrai dire les angles sont supplémentaires, mais cela ne change pas la valeur de ϕ . L'interprétation donnée par Huygens aux deux racines, de laquelle nous n'avons pas rencontré dans les manuscrits une justification plus précise, est donc correcte. Plus tard, dans l'ouvrage : „Essay d'une Nouvelle Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux, Avec quelques Lettres sur le même sujet; par Jean Bernoulli, Profess. de Mathem. & Membre des Académies Royale des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse. A Basle, chez Jean George König, MDCCXIV, in-8°, Jean Bernoulli a repris la question, démontrant, pp. 39—41, que la moindre des racines s'applique au cas du vent étroit et la plus grande au cas du vent large.

de même qu'il trouve le Sinus de l'angle que la quille, ou la ligne du mouvement de l'eau, fait avec le gouvernail : ce qui doit être ainsi, comme il est aisé de voir ¹³⁾.

Quoique toute cette Theorie devienne plus difficile, après la reforme que j'ai indiquée, qu'elle n'étoit au Traité de Mr. Renaud, je vois toutefois qu'il y auroit moyen de déterminer par Regle la position du vaisseau & de la voile la plus avantageuse pour gagner au vent, mais la longueur du calcul ne me le permet pas presentement ¹⁴⁾; outre que la consideration de la derive du vaisseau n'y feroit

¹³⁾ En effet, dans ce Chapitre 7, qu'il intitule : „De l'angle que le gouvernail doit faire avec la quille du vaisseau, pour prendre vent devant, ou pour arriver vent arriere le plus promptement possible”, Renaud se propose de déterminer la position DB du gouvernail pour laquelle la composante de la résistance de l'eau dans la direction BE, perpendiculaire à la direction de la quille BA, devient maximale.



Puisque la résistance de l'eau, dirigée suivant BG est proportionnelle, d'après ses principes, au carré du sinus de l'angle d'incidence, qu'on peut représenter par la ligne GH, il est clair, qu'il s'agit de rendre maximale l'expression $GH^2 \times BH$, c'est-à-dire, posant avec Renaud $BH = x$, l'expression $x(aa - xx)$; ce qui

$$\text{amène } x = BH = \sqrt{\frac{1}{3}aa}, GH = \sqrt{\frac{2}{3}aa}.$$

Or, évidemment, ce problème est identique au fond avec celui de trouver la meilleure position de la voile DB dans le cas où AB représente la direction du vent et BE celle de la quille du vaisseau, auquel cas GH s'identifie avec le sinus de l'angle de la voile et du vent, c'est-à-dire, avec le x du texte.

¹⁴⁾ A la page 190 du livre H on rencontre à cet effet quelques calculs préliminaires. Comme on le verra dans la pièce N°. 2827, la composante, dans la direction de la quille, de la pression du vent se trouve être proportionnelle à l'expression $(bxx \sqrt{aa - xx - ax^3} : c)$ (consultez, pour les notations, la note 2 de la pièce N°. 2827). Par conséquent, la vitesse du vaisseau est proportionnelle à la racine carrée de cette expression; mais, puisqu'il s'agit de la vitesse avec laquelle le vaisseau gagne sur le vent, on doit encore multiplier cette racine par le cosinus de l'angle CBA (voir la figure de la pièce N°. 2827), c'est-à-dire par $a : c$. C'est donc en somme l'expression $a \sqrt{bxx \sqrt{aa - xx - ax^3} : c} \sqrt{c}$ qui doit être rendue maximale, ou si l'on veut, puisque a est une constante, l'expression $x \sqrt{ab \sqrt{aa - xx - aax} : c} \sqrt{c} = \frac{x}{c} \sqrt{p \sqrt{aa - xx - \frac{aax}{c}}}$, où $p = SN = ab : c$.

Huygens la représente par le signe Ω , après quoi il poursuit: „invento xx et x ex regula II pag. 188 [voir la pièce N°. 2827, vers la fin], per datas a, b, c , fiat tabula quae, ad singulas c seu secantes anguli quem facit linea venti cum carina, ostendat sinum x , anguli optimi carinae et veli. Et ex his singulis computato spatio ex formula Ω , notetur quodnam

pas comprise, qui apporte beaucoup de difficulté; parce qu'il est nécessaire d'avoir égard non seulement au plus de facilité que le vaisseau a en fendant l'eau avec sa pointe qu'avec le côté, ainsi qu'a fait l'Auteur, mais encore à l'impulsion différente que reçoit le corps du vaisseau par le vent, sur tout par les côtes, ce qui fait qu'une seule expérience ne pourroit pas suffire pour servir de fondement dans le reste, en ce qui est de la dérive ¹⁵).

fiet *maximum*. Sic habebitur et navis et veli positio utilissima, ad insurgendum contra ventum, quod dicunt *gagner au vent*".

„Vel brevius possumus ex singulis hypothesibus sinus veli et venti, invenire sinus venti et carinae, ex regula \S pag. 188 [voir toujours la pièce N°. 2827], ponendo x cognitam, p quaesitam; quae regula ex priore II formata est; tum ut sinus complementi anguli cujus sinus v , qui sin. compl. dicatur n , ad rad. a , ita hic ad secantem $aa : n = c$. Tum ex a, c, b vel p et x computetur longitudo seu spatium Ω . Et fiat tabula, ubi apparebit quanam Ω sit maxima".

Ajoutons que Jean Bernoulli, dans l'ouvrage cité dans la note 12, a démontré (pp. 43—47) que la condition de maximum de Ω exige $p = \frac{1}{3} a \sqrt{6}$, $x = \frac{1}{3} a \sqrt{3}$, c'est-à-dire : $CBA = 54^\circ 44'$, $DBA = 35^\circ 16'$. En effet, si l'on représente ces angles par ψ et par φ , il ne s'agit que de rendre maximale l'expression $\cos \psi \cos \varphi \sqrt{\sin(\psi - \varphi)}$ pour les variables indépendantes φ et ψ ; ce qui ne présente aucune difficulté avec les méthodes modernes. Huygens lui-même avait d'ailleurs essayé sur une feuille séparée que nous possédons, d'appliquer la méthode de la pièce N°. 2827 à l'expression Ω en y substituant pour p la valeur indiquée par la formule \S de cette pièce et pour c celle calculée au moyen de cette formule et de la relation $p^2 = a^2 b^2 : c^2 = a^2 (c^2 - a^2) : c^2$; mais il n'avait pu mener ces calculs à bonne fin. Enfin, une annotation qu'on trouve à la page 79 du Livre J semble indiquer que Huygens a cherché plus tard à déterminer, par voie expérimentale, les positions les plus avantageuses de la voile et de la quille, puisqu'on y lit „trouvé mechaniquement que la plus avantageuse disposition de la quille et de la voile pour gagner au vent, est environ quand l'angle du vent et de la quille est de 60 degr. et l'angle du vent et de la voile de 38 degr."

¹⁵) A propos de ce dernier passage Jean Bernoulli, dans l'écrit cité, fait remarquer, pp. 102—103, que même en faisant abstraction de l'impulsion du vent sur le corps du vaisseau la dérive dans les différentes positions du vaisseau n'est pas déterminée par la proportion seule des résistances de l'eau contre le côté du vaisseau et contre la pointe, mais que la figure du vaisseau doit entrer en considération.

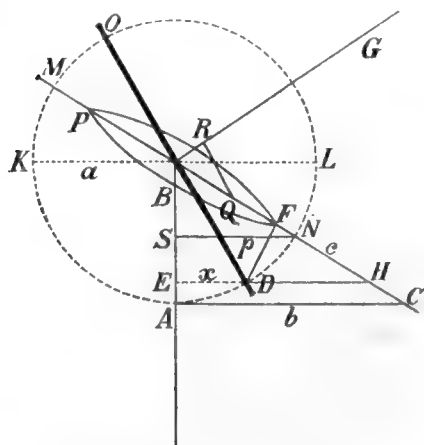
N^o 2827.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[1693].

Appendice¹⁾ au No. 2826.*La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

L'angle du vent et de la quille ABC étant donné, trouver la position de la voile BD, qui fasse le plus avancer le vaisseau dans sa route.



AB ventus; pressio venti in KL ad pressioem venti in velum DO per BG perp. sicut qu. BL ad qu. ED.

Pressio ista in DO est ad pressioem quam inde sentit navis PF ad pergendum per BC ut BD ad DF: quae eadem ut QB ad BR.

Ergo pressio venti in KL ad pressioem qua cogitur navis secundum BC habet rationem comp. ex $aa : xx$ et

$$a : \frac{b\sqrt{aa-xx-ax^2}}{c}; \text{ hoc est}$$

$$a^3 : \frac{bxx\sqrt{aa-xx-ax^2}}{c}.$$

Quodsi ergo celeritatem puppis per datam PBH directionem hoc positu veli velimus maximam esse quae possit, oportet $\frac{bxx\sqrt{aa-xx-ax^2}}{c}$ esse maximum, quia a^3 datum est. Ergo et $bxx\sqrt{aa-xx-ax^2}$ debet esse maximum quia c est data $= \sqrt{aa+bb}$. Sit ergo: $bxx\sqrt{aa-xx-ax^2} = s^4$ R.

¹⁾ La pièce est empruntée à la page 188 du Livre H. Les deux pages précédentes en contiennent d'ailleurs une première ébauche. Remarquons tout de suite que Huygens, dans tous les calculs qui vont suivre, néglige la vitesse acquise du vaisseau par rapport à celle du vent, aussi bien que la dérive.

²⁾ C'est la valeur de DF déduite en marge comme il suit: $a(BA) : b(AC) = \sqrt{aa-xx}(BE) : \frac{b\sqrt{aa-xx}}{a}(EH)$, substr. x , $DH = \frac{b\sqrt{aa-xx}}{a} - x$; $c(BC) : a(BA) = \frac{b\sqrt{aa-xx}}{a} - x(DH) : \frac{b\sqrt{aa-xx-ax^2}}{c}(DF)$.

³⁾ De cette proportion celle trouvée par Fatio (voir la fin de la note 10 de la Lettre N^o 2826) se déduit immédiatement.

$$bbaax^4 - bbbx^6 = s^8 + 2ax^3s^4 + a^2x^6$$

$$ccx^6 - aabbx^4 + 2as^4x^3 + s^8 = 0$$

per Huddenij meth. univers.⁴⁾ $\frac{6. \quad 5. \quad 4. \quad 3. \quad 2. \quad 1. \quad 0}{6ccx^6 - 4aabbx^4 + 6as^4x^3 = 0}$ ⁵⁾

$$\frac{-3ccx^3 + 2aabbx}{3a} = s^4$$

$$bxx \sqrt{aa - xx - ax^3} = \frac{-3ccx^3 + 2aabbx}{3a} \text{ N}^6)$$

$$3abx \sqrt{aa - xx - 3aaxx} = -3ccxx + 2aabb$$

$$3abx \sqrt{aa - xx} = -3bbxx + 2aabb$$

$$9a^4bbxx - 9aabbx^4 = 9b^4x^4 - 12aab^4xx + 4a^4b^4$$

$$\frac{(9a^4 + 12aabb)xx - 4a^4bb}{9bb + 9aa} = x^4; \text{ pro } aa + bb \text{ fit } cc,$$

$$\text{fit } \left(aa + \frac{1}{3} \frac{aabb}{cc} \right) x^2 - \frac{4}{9} \frac{a^4bb}{cc} = x^4; \text{ fit } \frac{aabb}{cc} = pp; p \text{ sinus } \angle ABC$$

$$\left(aa + \frac{1}{3} pp \right) xx - \frac{4}{9} aapp = x^4 \text{ II}^7)$$

$$pp = \frac{9aaxx - 9x^4}{4aa - 3xx} \text{ h}$$

⁴⁾ Nous avons emprunté cette indication à la première ébauche dont il est question dans la note 1. C'est la méthode de Hudde qu'on trouve aux pages 507—515 de l'ouvrage cité dans la Lettre, N°. 592, note 5. Elle est fondée sur la considération qu'au moment où s devient un maximum, deux racines de l'équation en x qui précède doivent être égales.

⁵⁾ Dès ce moment il ne s'agit plus que d'éliminer s entre cette équation, obtenue par l'application de la méthode de Hudde, et l'équation indiquée par le signe N .

⁶⁾ C'est l'équation N qui est reprise, substitution faite de la valeur trouvée pour s^4 .

⁷⁾ C'est la règle cherchée qu'on retrouve à la page 528 du N°. 2826.

N^o 2828.

CHRISTIAAN HUYGENS AU MARQUIS DE L'HOSPITAL.

1^{er} OCTOBRE 1693.*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroeck¹⁾.**La lettre est la réponse au No. 2825.**De l'Hospital y répondit par le No. 2830.*

Sommaire. ²⁾ Sa solution est à admirer à cause du chemin difficile. Bernoulli se trompe en la condamnant comme fautive. puto posse reduci ipsius constructionem ad meam seu Bernoullianam. apparet quando futura sit geometrica curva nempe quando $p-q$ vel $q-p$ ad q ut numerus ad numerum: per logarithm. possunt aequalia trapezia hyp. abscindi. Una tantum datur curva quae satisfaciat, non duae ut putat. Fit enim aequatio ejus prima eadem quae Bernoullij, si ponatur $108b$, pro a , et dividatur per 432 . ma construction. qualis curvae integrae. quomodo in circumferentiam abeunt. et in rectam. ma machine pour la description. Flexilis ambitum ³⁾. an habet quadraturam lineae $y = \frac{aax}{aa + xx}$ ex quadratura hyperbolae ⁴⁾?

A la Haye ce 1 Oct. 1693.

J'ay esté étonné, Monsieur, de voir que par le chemin que vous avez pris on pouvoit aussi parvenir à la solution du Probleme de Mr. Bernoulli, et j'ay admiré vos excellents artifices, qu'il y a falu employer, où il y a bien des choses, qui peuvent servir en d'autres occasions, et sur les quelles j'auray à vous consulter cy-apres quand j'auray le loisir de les examiner à fonds. Mr. Bernoulli se trompe assurément, quand il soutient que vostre solution n'est pas bonne, étant certain, que toutes vos deux equations s'accordent avec la sienne ⁵⁾. Je dis toutes les deux, parce que si dans la 1^{re}, l'on suppose $108b \propto a$, et qu'on divise apres par 432 , on

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, pag. 296.

²⁾ Ce sommaire est emprunté à la page 63 du Livre J.

³⁾ Comparez l'anagramme de la fin de la pièce N^o. 2823 et la fin de la présente pièce.

⁴⁾ Nous n'avons pas trouvé cette quadrature dans les manuscrits de Huygens. On remarquera que la question n'a pas été traitée dans la lettre.

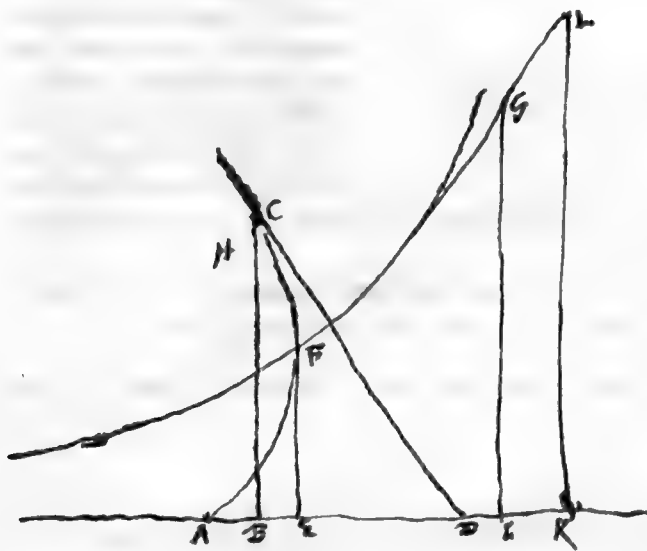
⁵⁾ En outre Huygens s'était assuré, à la page 62 du Livre J, de l'identité des solutions de Bernoulli et de l'Hospital avec celle de Jacques Bernoulli pour le cas particulier $p=2q$. Posant, dans la figure 3 de la pièce N^o. 2821, $AD=x$, $CD=y$, $CG=z$, on trouve facilement (appliquant la formule de l'avant-dernière ligne du § IV de la même pièce où l'on doit remplacer $2x$ par z et où z représente, après changement de signe, la ligne DG) $DG=(az-z^2):$

$$:(a+z), \text{ donc } x=(az-z^2):(a+z)+\frac{1}{2}z, \text{ ou bien } z^2=3az-2ax-2xz.$$

$$\text{D'un autre côté on a } z^2-y^2=GD^2=(x-\frac{1}{2}z)^2, \text{ donc } z^2=-\frac{4}{3}xz+\frac{4}{3}x^2+\frac{4}{3}y^2.$$

En égalant ces deux expressions pour z^2 , Huygens trouve aisément $z=(6ax+4x^2+4y^2):(9a-2x)$; après quoi la substitution dans la seconde expression pour z^2 amène l'équation

trouve justement son equation. Ce que je m'estonne que vous n'avez pas remarqué, Monsr., en luy faisant responce, aussi bien que vous l'aviez decouvert dans la seconde. Il n'y a donc pas deux differentes courbes qui satisfassent au Probleme, comme vous aviez cru, mais vos deux constructions donnent la mesme, quoy que de differentes grandeurs. Je crois mesme qu'on les pourroit reduire à la mesme simplicité de la mienne que vous verrez icy, qui resulte aussi de la solution de Jac. Bernoulli que vous avez vue dans les Acta du mois de Juin. Car pour ce qui est des trapezes Hyperboliques égaux que vostre construction demande qu'on puisse retrancher, cela se fait aisement par le moien de la Logarithmique, et pour venir à ma construction, il a falu y passer de mesme, comme vous pouvez juger par ce que je vous ay escrit dans ma precedente. Cette construction donc ⁶⁾ est comme s'en suit.



Soit donné dans la droite AB, le point A, et qu'il faille trouver la courbe AFC telle que quelque droite qui la touche, comme CD, retranche dans AB la partie AD, qui ait à CD une raison donnée.

Constr. Supposant la Logarithmique quelconque FG, aiant l'asymptote AB, de quelque point qu'on y aura pris, soit appliquée la perpendiculaire FE. Et comme b à c ainsi soit FE à

cherchée : $4y^4 + 4x^2y^2 - 27a^2y^2 + 36axy^2 + 32ax^3 = 0$, qui devient identique avec celle de Bernoulli en supposant $a = 2b$. Remarquons que les deux constantes a et b ont chacune une signification géométrique très simple; celle de Huygens représentant la ligne BO de la figure mentionnée et celle de Bernoulli la ligne AO de la même figure.

⁶⁾ Huygens l'a publiée plus tard dans l'article cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2823.

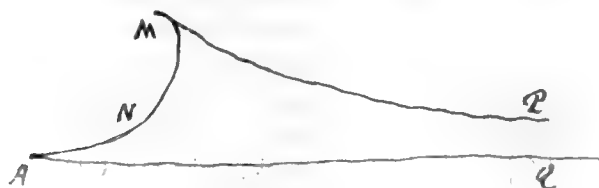
Elle a été déduite probablement à l'aide de la proportion $\left[(\theta x)^{\frac{2}{\theta} + 1} \right]$:

$\left[(\theta x)^{\frac{2}{\theta} - 1} \right] = \theta x : z$ qui se trouve dans le § VII de la pièce N°. 2821, et où l'on a,

l'unité étant représentée par EF, $\theta = b : c$; $x = AD : EF$; $\theta x = CD : EF$; $z = BD : EF$.

EA⁷⁾. Puis aiant pris vers E quelque distance AD, et faisant comme c à b ou AE à EF, ainsi AD à une autre DC, on decrira avec celle-cy comme rayon et du centre D, la circonference CH, et l'on appliquera IG egale à la mesme DC. Puis comme b à deux fois c , ainsi on fera IE à EK, qu'on prendra vers I⁸⁾, et on appliquera derechef à la logar. que la perpend. KL⁹⁾; et comme la somme des lignes KL, EF à leur difference, ainsi on fera DC à DB, qu'il faut prendre vers le point A, si AD est plus grande que AE, ou du costé opposé si elle est moindre. Maintenant la droite BC perpend. à l'asymptote, coupera la circonfer. CH, au point C, qui fera dans la courbe cherchée AFC.

Je crois que vous aurez remarqué que lors que c est plus grande que b , la Ligne n'a pas une courbure simple, mais deux différentes, qui aboutissent à un mesme



point, comme ANM, MP¹⁰⁾, laquelle dernière a l'asymptote AQ, la mesme que la Logarithmique. Lorsque ANM devient une demie circonfer., il semble que cette MP devient une ligne droite

et vous trouverez, comme je crois, que c'est celle que donne vostre construction dans le cas que b et c sont egales.

Le chemin abrégé que vous avez rencontré apres avoir escrit vostre lettre est celuy que j'ay suivi, et sans doute aussi Mr. Bernoulli, mais j'ay

$\frac{au}{n - nuu} = -\frac{dz}{z}$ ¹¹⁾, par ce que n est plus grand que nuu . Et pour ce signe

⁷⁾ De cette manière F représentera le point de la courbe cherchée, pour lequel la tangente FE se trouve perpendiculaire à l'axe AD.

⁸⁾ Comme cela résulte de l'article mentionné dans la note 6, Huygens a vu plus tard qu'on pouvait prendre EK tout aussi bien vers l'autre côté.

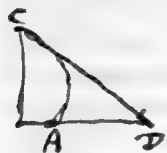
⁹⁾ On a donc par construction : $1(KL : EF) = \frac{EK}{EI} 1(IG : EF) = \frac{2}{\theta} 1(CD : EF) = \frac{2}{\theta} 1(\theta x)$

et ainsi : $KL = (\theta x)^{\frac{2}{\theta}} EF$.

¹⁰⁾ Consultez, sur le point de rebroussement M, dont l'existence avait échappé à de l'Hospital et probablement aussi aux Bernoulli, la Lettre N°. 2833 à de l'Hospital du 5 novembre 1693

¹¹⁾ Comme on le voit, cette formule est identique, même quant au signe, avec celle indiquée par de l'Hospital. Pour la déduire de ses propres calculs, Huygens a pu partir de la formule dont il est question dans la note 18 de la pièce N°. 2821, c'est-à-dire de celle qui ouvre le § V de cette pièce, après changement toutefois du signe du second membre. Ensuite, pour se conformer à la notation de de l'Hospital, il a dû remplacer a par l'unité, θ par n^{-1} , x par nz , $n = az$; x par $x : nz = n^{-1} u$; an par $n^{-1} du$; ce qui amène en effet la formule du texte.

de — devant $\frac{dz}{z}$, il ne doit point faire de peine, qui feroit + dans les cas que la touchante CD est inclinée de l'autre sens que dans votre figure¹²), c'est-à-dire dans celle-ci.

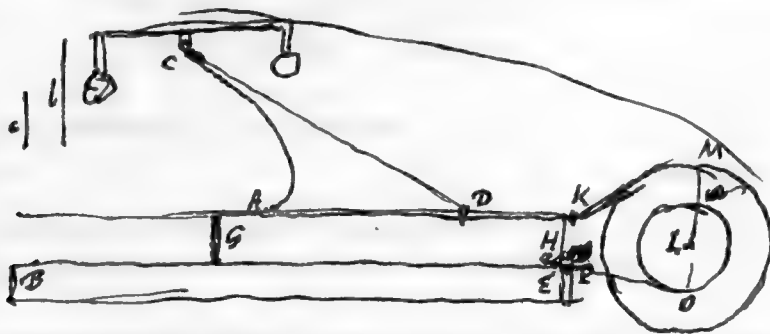


J'avois dessein de vous envoyer la manière que j'avois imaginée pour décrire mécaniquement ces courbes¹³), mais je vois qu'il y a à considérer quelque chose de plus dans les cas que c est plus grande que b ¹⁴), et je n'ay pas maintenant assez de temps

¹²) Ce changement de signe, inévitable dans les formules de Huygens (voir la pièce N°. 2821 et la figure 3 de cette pièce) où le z représente toujours la valeur *absolue* de la soutangente GD et n la valeur, toujours positive, du quotient : $az : x = BO \times z : AG$, est déplacé dans celles de de l'Hospital.

¹³) Dans la minute de la présente Lettre Huygens avait même achevé cette description pour le cas $c < b$. Quoique identique en principe avec celle que l'on rencontrera, pour le même cas, dans la Lettre à de l'Hospital N°. 2833, elle est plus détaillée et un peu différente quant au choix des moyens d'exécution. Nous croyons donc faire bien de la reproduire ici, telle qu'on la trouve dans le passage en question, biffé par Huygens :

„Ma manière de décrire cette courbe est telle. Sur une table exactement horizontale soit fixée la règle BE, contre laquelle glissera une autre règle HG. Proche du bout de la règle EB



il y a deux rouleaux O, M, attachez ensemble et mobiles sur l'axe L fiché dans la table, ayant leurs diamètres en la raison de c à $b - c$. D est un petit œil attaché au costé de la règle mobile, et K un autre œil fichez dans la table, en sorte que le fil DK qui passe par les deux soit couché le long de la dite règle. Ce fil est attaché à la pointe C qui doit décrire la courbe et passant en CDK, est enveloppé et attaché sur la circonférence du rouleau M; et un autre fil EO est attaché en Q au bout de la règle mobile, qui va glissant contre la règle fixe, mais ce fil passe aussi par un petit œil fixé sur la table en P, vis à vis de K. Si on avance maintenant la règle HG vers B, le fil QO fera tourner ensemble les rouleaux O, M, et la règle mobile GH et l'œil D, avanceront la moitié aussi vite vers A que la pointe C, c'est-à-dire dans le cas où $b = 2c$, lorsque les deux rouleaux, ayant le même diamètre, peuvent être remplacés par un seul, comme dans la figure 2 de la Lettre N°. 2833.

¹⁴) Quelle peut avoir été la difficulté qui a frappé Huygens pendant la rédaction de la présente lettre? Quand on consulte la page 49 du Livre J, mentionnée dans la note 17 de la Lettre

de reste. Je differe donc aussi de vous répondre touchant ce que vous dites des quadratures par les series et touchant le livre de Monsieur Renaud.

J'ay envoyé à Mr. Leibnitz une feuille pour estre inserée au Journal de Leip-fich¹⁵⁾, où je fais voir seulement que j'ay resolu le Probleme de Mr. Bernoulli fans en dire d'avantage que ce que je vous en marquay dans ma precedente, a fin de laisser de l'exercice à ceux qui s'y voudront occuper. J'y ay aussi parlé de la courbe que je vous dis que j'avois trouvée, et j'ay adjouté qu'elle sert à regler et rendre egal le mouvement de certains horologes, que j'ay nouvellement inventez, qui est tel que l'agitation de la mer ne scauroit luy nuire ni l'affoiblir, comme il arrive aux pendules, non obstant toutes les precautions. Je suis avec etc.

N^o 2829.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 OCTOBRE 1693.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.

Elle est la réponse au No. 2822.

Chr. Huygens y répondit par sa lettre du 29 mai 1694.

Hannover, ce $\frac{1}{11}$ d'Octobre 1693.

MONSIEUR

Je suis ravi d'apprendre de temps en temps des nouvelles de vostre santé, qui nous doit estre chere. Car le monde se peut encor promettre beaucoup de vos

N^o. 2819, on y rencontre déjà des figures moins détaillées mais analogues aux figures 5 et 6 de la Lettre N^o. 2833, qui représentent dans le cas $c > b$ les deux méthodes de décrire la courbe ANMP, dont l'une est valable pour la partie ANM, et l'autre pour la partie MP. Seulement dans la figure 6 le poids H qui entrave le mouvement trop facile des rouleaux manque encore dans la figure correspondante de la page 49 et la remarque „ut [ED] tensum maneat oportet ut orbiculi renitantur motui”, qu'on y trouve, semble avoir été ajoutée plus tard. Il est donc probable que Huygens s'est aperçu tout à coup qu'il fallait un nouvel artifice pour empêcher que le fil FD ne se relâchât (car c'est bien ce fil et non ED, comme nous le montrerons dans la note 6 de la Lettre N^o. 2833, qui est sujet à se relâcher) la pointe C restant en place.

¹⁵⁾ Voir la pièce N^o. 2823.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 163.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, II, p. 163 et Briefwechsel, p. 719.

decouvertes. Ainsi quand vos lettres ne contiendroient que cela, elles me feroient toujours agreables, Mais il y a toujours beaucoup à apprendre; et de plus vos obligeantes expressions, qui font connoître avec combien de bonté vous voulés bien: meas esse aliquid putare nugas, m'engagent à vous en faire des remerciemens.

Je feray ravi de voir un jour vos repliques sur nostre question physique, car comme vous approfondisséz merveilleusement ces choses, et comme il semble que nous avons pris un nouveau tour pour éclaircir la question des Atomes et du Vuide, j'espère que nous la pourrons enfin terminer. Je souhaiterois de voir ce que vous avés remarqué sur mes animadversions anti-cartesiennes, que vous n'aviés pas trouvées tout à fait mauvaises³⁾.

J'ay aussi reçu quelques lettres de M. le Marquis de l'Hospital, ou j'ay répondu le mieux que j'ay pû⁴⁾. Mais mes distractions ne m'ont point permis de luy donner toute la satisfaction que j'aurois bien désiré pouvoir donner. Je n'ay pas manqué d'envoyer à Messieurs les Collecteurs des Actes de Leipzig ce que vous leur avés destiné sur le probleme de Mons. Bernouilli⁵⁾; il est vray que c'a esté une semaine apres l'arrivée de vostre lettre, que j'ay trouvée à mon retour d'un petit voyage fait pour suspendre mes travaux durant quelques iours, car ie me trouvois peu propre à l'application, apres une fièvre tierce, qui n'a pas esté trop forte, mais qui m'a fait craindre une recheute. Comme j'avois toutes les commodités dans le voyage et avec cela l'esprit libre, je m'en suis bien trouvé.

Tout ce que je m'estois proposé en produisant le nouveau calcul, que vous commencés, Monsieur de trouver commode, a esté d'ouvrir un chemin ou des personnes plus penetrantes que moy pourroient trouver quelque chose d'importance. Et maintenant voti damnatus sum, depuis que vous trouvés bon de vous en servir et c'est me faire beaucoup d'honneur que de le declarer publiquement⁵⁾. Je suis ravi de voir par vostre solution du probleme de M. Bernoulli, que vous avés remarqué ce qu'il y a de plus beau dans nostre calcul differentiel, aussi tost que vous avés voulu prendre la peine d'y entrer, c'est iustement ce que ie marquois autres fois⁶⁾ d'y estimer, sçavoir qu'il nous donne des solutions generales qui menent naturellement aux Transcendentes, mais qui dans certains cas font que la Transcendentalité se perd et qu'on decouvre que la ligne est ordinaire.

Vous faites beaucoup d'honneur à la Geometrie lorsque vous trouvés les plus beaux usages des lignes qu'elle peut fournir. Et cette nouvelle courbe, que vous ne donnés que par enigme⁵⁾, en fera une belle preuve aussi bien que vostre usage

³⁾ Voir la Lettre N°. 2759 à la page 302.

⁴⁾ La correspondance de Leibnitz et de l'Hospital a été publiée par Gerhardt dans „Leibnizens Mathematische Schriften”, Band II, p. 216—343.

⁵⁾ Voir la pièce N°. 2823.

⁶⁾ Comparez la Lettre N°. 2639 à la page 558.

de la cycloïde l'a esté autres fois. La construction des lignes, que vous appellés Tractorias est d'importance. J'appelle ainsi plustost la construction que la ligne, car toute ligne peut estre construite de cette façon, prenant tousjours dans la Tangente un point dont la distance du point de la courbe soit donnée, ce qui fera une nouvelle ligne, le long de la quelle un bout du fil estant mené l'autre decrira la courbe donnée. Vous estes tombé de vous même sur une idée, que j'avois déjà, mais que j'ay apprise d'un autre. C'est de feu Mr. Perraut le Medecin⁷⁾, qui me proposa de trouver quelle ligne se produit en menant une extremité du fil le long d'une regle, pendant que l'autre extremité tire un poids par le plan horizontal dans le quel la regle tombe. Je trouvay bien tost que c'est la quadratrice de la figure des tangentes canoniques du cercle, et par conséquent dependante de la quadrature de l'Hyperbole⁸⁾. Je croyois d'avoir seul cette application de ce mouvement, mais dernièrement j'ay iugé par ce que M. Bernoulli a dit sur le probleme de son frere⁹⁾ que vous deviez avoir publié la même chose dans l'Histoire des ouvrages des sçavans¹⁰⁾, car je n'ay pas encor eu cette Histoire des ouvrages de cette année par la negligence du libraire, à qui j'avois escrit pour m'envoyer et cela et autres choses. Or cela m'a convié à publier encor d'autres pensées que j'avois sur l'usage de ce mouvement¹¹⁾. Et comme il paroist que vous avés medité sur les moyens de le rendre exact en pratique, vous trouverez qu'il y a peut estre pas un en Geometrie qui le merite d'avantage. On pourroit se servir soit d'un poids, soit d'une appression elastique, comme par exemple en mettant un ressort entre deux plans paralleles immobiles, qui le tiendroient pressé. Ce ressort couleroit entre ces deux plans, d'une manière à ne pouvoir changer de situation à leur egard^{a)}, et presseroit un stile contre l'un des plans. Le stile seroit attaché au ressort, et le fil qui tireroit l'un et l'autre, quoyqu'il n'iroit peut estre point jusqu'au stile deueroit pourtant y aboutir en cas de prolongation ou plustost à l'axe prolongé du stile à l'entour du quel le fil, ou bien la regle équivalente au fil, se tourneroit pendant le mouvement. Il seroit meme possible de faire que le ressort

⁷⁾ Comparez, pour ce qui va suivre, la note 4 de la pièce N°. 2824.

⁸⁾ Consultez à ce propos la page 388 de l'article de Leibniz cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824. On y verra que „la figure des tangentes canoniques du cercle” dont la tractrice peut être considérée comme quadratrice, n'est autre que la courbe $\alpha\psi\theta$ de la figure 5 de la pièce N°. 2625, dont les ordonnées sont égales aux tangentes des angles $\sigma\delta\epsilon$. Ainsi, pour connaître l'aire de cette courbe, il ne s'agit que de trouver ce que Leibniz appelle dans sa Lettre N°. 2699 à la page 161 : „la somme des tangentes selon les sinus de complement” qu'il réduit à la page suivante de la même Lettre à la quadrature de l'hyperbole.

⁹⁾ Voir la note 19 de la Lettre N°. 2819.

¹⁰⁾ Voir la pièce N°. 2793.

¹¹⁾ Toujours dans l'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.

(un ou plusieurs) étant pressé entre les deux plans, le stile qui doit tracer, fut dehors, pour qu'on puisse voir ce qu'il trace. On pourroit encor penser à d'autres moyens; le tout consiste dans le soin d'empêcher que l'impulsion du stile même ne se mele avec la traction. Mais vous pourrés mieux choisir que personne. Lorsqu'on demande si cette construction est Geometrique il faut convenir de la definition. Selon mon langage je dirois qu'elle l'est. Aussi crois ie que la description de la cycloïde, ou de vos lignes faites par l'évolution ¹²⁾, est Geometrique. Et je ne vois pas, pourquoy on restreint les lignes Geometriques à celles dont l'équation est Algebrique. Mais entre les constructions Geometriques ie prefere non seulement celles qui sont les plus simples mais aussi celles qui servent à reduire le probleme à un autre probleme plus simple et contribuent à éclairer l'esprit. Par exemple ie souhaiterois de reduire les quadratures ou les dimensions des aires aux dimensions des lignes courbes.

Mons. Bernoulli le ieune s'est plaint à son tour de M. le Marquis de l'Hospital, dans une lettre qu'il a voulu m'estre communiquée ¹³⁾. Mais le sujet de leur contestation ne me paroît gueres considerable. Et la construction de la ligne de M: Beaugne n'est pas de[s] plus difficiles. Aussi crois-ie qu'ils se feront accommodés ¹⁴⁾.

J'ay eu de la peine à me refoudre à chercher une des courbes dont vous me donnés les soutangentes, car ordinairement on s'engage en des calculs un peu longs, et maintenant je n'ose toucher à ceux qui sont tant soit peu prolixes. Neantmoins pour vous satisfaire, puisque vous m'aviés donné le choix, j'ay choisi la plus simple ¹⁵⁾, qui est $2ayy : 2aa - yy - xx$ ¹⁶⁾, et j'ay trouvé que vous aviés raison de l'appeller un déguisement, car c'est le cercle à qui cette soutangente peut appartenir, et son equation est $2ax - xx = yy$. Mais a fin que vous voyiés que j'ay approfondi ce probleme, et que ce n'est pas par quelque hazard que j'ay trouvé ce cercle, ie vous diray que la courbe n'est ordinaire, que dans ce

¹²⁾ Les Développantes. Voir la „Definitio III” de la „Pars Tertia” de l’„Horologium Oscillatorium” où l’on lit, à propos d’une telle courbe : „Vocetur autem ea, Descripta ex evolutione”.

¹³⁾ Probablement par l’intermédiaire de Otto Mencke, l’éditeur des „Acta Eruditorum”, par les mains duquel passa également la première lettre de Jean Bernoulli à Leibniz, du 20 décembre 1693.

¹⁴⁾ Les lettres échangées à ce sujet entre de l’Hospital et Jean Bernoulli se trouvent à Stockholm dans la bibliothèque de l’Académie des Sciences, avec une grande partie de leur autre correspondance réciproque qui, sans doute, sera publiée un jour.

¹⁵⁾ En marge de la lettre, Leibniz nota ici l’expression $\frac{2ayy}{2aa - yy - xx}$.

¹⁶⁾ Comparez la note 22 de la Lettre N°. 2822.

seul cas, mais transcendante dans une infinité d'autres. Je vous en donneray premierement l'exemple le plus simple ¹⁷⁾. Soit $x = \int adv : a - v, (1)$ ou $dx = adv :$

$(a - v), (2)$ il est manifeste que la lettre x signifie une grandeur qui est comme le logarithme, posé qu' $a - v$ soit le nombre. Car cela depend de la quadrature de l'Hyperbole ou de la description de la ligne Logarithmique. Cela posé, je dis que la ligne, dont l'équation est $yy = aa + 2ax - xx - av (3)$ ¹⁸⁾, satisfait au probleme, et il est manifeste que cette ligne se peut construire, supposita Hyperbolae quadratura. Voicy comment ie prouve maintenant le succès par le calcul différentiel. Apres avoir différentié l'équation 3, je trouve $2ydy = 2adx - 2xdx - adv (4)$; dont ôtant dv par l'équation 2 il y aura $2ydy = 2adx - 2xdx - adx + vdx (5)$. Et par cette dernière, jointe à l'équation 3 ôtant v , il y aura enfin $yydx = aadx + 2axdx - xxdx - 2aydy + 2aadx - 2axdx - aadx$, ou bien, apres les destructions dûes : $yydx + xxdx + 2aydy = 2aadx (6)$ ce qu'il falloit faire; car il est manifeste que $dx : dy = 2ay :$, $2aa - yy - xx$ c'est à dire que la sous tangente est $2ayy :$, $2aa - yy - xx$. La même chose reussit dans une infinité d'autres lignes prenant l'arbitraire n , et disant : $yy = na + 2ax - xx - nv$ ¹⁹⁾. Mais n étant égal à rien, il en provient le cercle. Quant aux ddx , j'en ay eu souvent besoin elles sont aux dx , comme les conatus de la pesanteur où les sollicitations centrifuges sont à la vitesse. M. Bernoulli marque dans les Actes de Leipzig de l'année passée p. 202 de les avoir employées pour les lignes des voiles ²⁰⁾. Et ie les avois déjà employées pour le mouvement des astres dans les mêmes actes ²¹⁾. Au reste comme vous avés de la peine à souffrir, Monsieur, que ie pense souvent

¹⁷⁾ Ici Leibniz note en marge : $dx = \frac{adv}{a-v}$.

¹⁸⁾ On trouve à la page 85 du Livre J une construction très simple de cette courbe au moyen de la logarithmique. Ensuite Huygens y vérifie les calculs de Leibniz et il ajoute : „Hic novum est quod in aequatione curvae (3) sunt tres incognitae; quodque huic differentialem aequationem invenit (4). Ex qua deinde egregie eliminat dv , et v . Examinandae aliae curvae hoc modo compositae”.

¹⁹⁾ Nous écrivions : $y^2 = 2ax - x^2 + nae^{-\frac{x}{a}}$, solution correcte et générale de l'équation différentielle : $y \frac{dx}{dy} = 2ay^2 : (2a^2 - y^2 - x^2)$.

²⁰⁾ Dans l'article en question, que nous avons cité dans la note 25 de la Lettre N°. 2819, Jacques Bernoulli exprime comme il suit la propriété fondamentale de la courbe de la voile „Sumtis aequalibus curvae portiunculis, Cubi ex primis differentiis ordinatarum sunt proportionales secundis differentiis abscissarum”.

²¹⁾ Dans ceux de février 1689; comparez la note 10 de la Lettre N°. 2601.

à l'Histoire au Droit et à la Politique, il y a bien des gens qui me font la guerre icy, et ailleurs de ce que ie me mêle des matieres ou vous regnés. En verité je m'accommoderois d'avantage de ce qui est de vótre goust, si j'en avois absolument le choix. Et j'estime plus les verités eternelles qui éclairent l'esprit que les faits ou les verités temporelles. Il faut cependant avouer, qu'encor en matiere de droit, de morale et de Politique on pourroit faire des decouvertes et des raisonnemens exacts. Et souvent on y manque en pratique, parce qu'on a coustume de les traiter superficiellement. Je seray bien aise de voir un jour vótre jugement sur la preface de mon code diplomatique. Je vous avois communiqué mon proiect parce j'ay cru que peut estre quelque un de vos amis en Hollande me pourroit fournir quelque piece curieuse, dont il y en auroit sans doute qui feroient honorables à vótre Republique. Je n'employe que de pieces choisies. C'est pourquoy mon dessein n'est pas des plus vastes. Mais pour finir par nostre Geometrie, j'ose dire qu'on pousseroit peut-estre bien avant la recherche de ces choses, si on avoit à la main quelque ieune homme d'esperance, qui en s'instruisant nous pouvoit soulager dans le calcul. En attendant je fais ce que je puis pour meriter l'honneur que vous me faites de croire que ie suis avec tout le zele et toute la consideration possible,

MONSIEUR

Vostre trefhumble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

*) Cela serait difficile [Christiaan Huygens].

N^o 2830.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

21 OCTOBRE 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2828.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2833.*A Ouques ce 21^e Octobre [1693].

Je vous rends graces, Monsieur, de ce que vous m'avez fait appercevoir que mes deux courbes estoient de mesme espece. Ce qui m'avoit trompé estoit que les formules qui les donnent sont fort differentes, et que dans le cas d'egalité la premiere donne un cercle et la seconde une ligne droite. J'en vois à present la raison qui consiste en ce que l'egalité $zz - \frac{2px}{y}z = pp - qq$ a deux racines telles que l'une estant substituée dans la 1^{re} formule et l'autre dans la 2.^e elles donnent les mesmes valeurs pour y . Le chemin ANMP de la courbe lorsque p est moindre que



q est singulier et je n'en scais pas la raison c'est pourquoi vous me ferez plaisir de me l'apprendre. Il me paroist que la description mechanique de mr Bernouilli ne peut

servir que pour la portion AN²⁾). J'atends avec impatience que vous fassiez part au public de vos nouveaux horloges qui ne craignent point l'agitation de la mer et de la courbe qui sert à en regler le mouvement, et comme vous nous avez donné dans vos pendules une mesure tres exacte du temps pour les gens de terre, il ne restoit plus qu'à en faire de mesme pour les marins, ce qui fera d'un usage merveillex pour les longitudes.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 299.

²⁾ C'est une erreur. La méthode de Bernouilli, sur laquelle on peut consulter la note 20 de la Lettre N^o. 2819, peut servir aussi bien pour la portion NMP; seulement, on doit renverser l'équerre HDB de sorte que le bras DB soit dirigé vers A et partir du point de rebroussement M, ce qui est nécessaire de même pour la partie de la courbe qui s'étend du point de rebroussement jusqu'au point où la tangente est perpendiculaire à l'axe. Et il est clair que Huygens s'en est aperçu plus tard, puisqu'on rencontre à la page 66 du Livre J une figure où l'équerre est dessinée dans les deux situations dans la position même où le renversement doit s'accomplir.

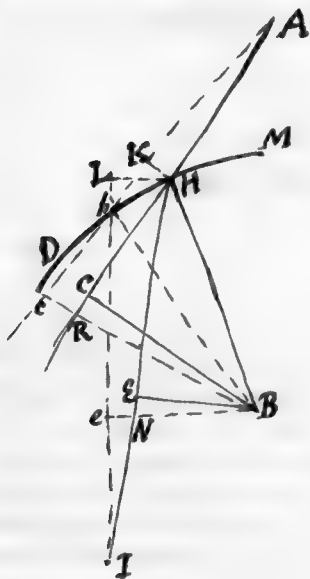
Le nom de l'auteur de la logistique ou de la science generale des lignes courbes³⁾ ne vous est pas inconnu, car c'est Mr. l'abbé Catelan. Son livre est rempli de tant de paralogismes et de fautes grossieres qu'il a esté obligé enfin de le supprimer, quoi qu'il l'eust corrigé auparavant par trois différentes fois. Son procédé à mon égard a esté fort irregulier, il savoit qu'il y avoit plus de deux ans que j'avois travaillé sur ces matieres et que j'avois même communiqué mes écrits à quelques uns de mes amis qui étoient aussi des siens et qui lui en avoient montré quelque chose: cependant sans en rien dire à personne, il s'avisa de faire imprimer à la hâte ce beau livre apparemment afin de me prevenir, et c'est ce qui m'a donné occasion d'en remarquer quelques unes des fautes les plus apparentes sous le nom de Mr. G***.

Mr. de Lagny m'a fait present de son livre⁴⁾, c'est un homme assez habile dans les mathematiques. L'invention qu'il contient me paroît peu de chose, car ce n'est qu'une expression approchée de la racine des cubes imparfaits; or comme vous savez Monsieur on peut exprimer ces racines par des suites dont la somme de quelques uns des termes donne ces sortes d'expressions. Il est vrai que le chemin qu'il a suivi est different, mais il n'en est pas pour cela meilleur.

J'ai trouvé un chemin fort court pour arriver à la construction des caustiques par refraction de laquelle mr. Bernouilli fait un si grand mystere⁵⁾.

Soit une courbe quelconque DHM et un point rayonnant A d'où partent les rayons d'incidence AH, Ah infiniment proches l'un de l'autre: on demande le point de concours I des rayons rompus HI, hI, le rayon HB de la développée étant donné.

Ayant mené les perpendiculaires BC, Bc et BE, Be tant sur les rayons d'incidence AH, Ah que sur les rompus HI, hI, et decrit des centres A, I, et des rayons AH, IH, les petits arcs de cercle HK, HL (que l'on considère comme de petites droites perpendiculaires sur AH, hI) on nommera les données AH, y; HC, t; HE, s; et la raison de BC à BE, $\frac{m}{n}$; et le petit arc HK, dx.



³⁾ Voir la note 15 de la Lettre N°. 2813.

⁴⁾ Voir la note 13 de la Lettre N°. 2813.

⁵⁾ Dans l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2819, Jacques Bernouilli indique, sans démonstration, une construction point par point de la diacaustique d'une courbe quelconque, identique avec celle qui va suivre. Après en avoir montré plusieurs applications, il poursuit

Cela posé on aura, acause des triangles semblables BHC et hHK, BHE et hHL, AHK et ARc, les proportions suivantes $HC : HE :: HK : HL = \frac{sdx}{t}$ et $AH :$

$: AC :: HK : Rc = \frac{ydx + tdx}{y}$. Or par la propriété connue de la refraction $Bc : Be :: BC : BE$, et partant $Bc - BC$, c'est-à-dire $Rc : Be - BE$, c'est-à-dire $Ne :: BC : BE :: m : n$. On trouvera donc $Ne = \frac{nydx + ntdx}{my}$, et acause des tri-

angles semblables HLI, NeI; $HL - Ne : HL :: HE : HI = \frac{mssy}{msy - nty - ntt}$, d'ou

l'on tire la construction qui est dans les actes. On peut remarquer que cette valeur de HI se réduit à $\frac{sy}{2y - s}$ 6), dans les caustiques par reflexion, parce qu'alors $m = n$,

et $t = -s$, le point C tombant de l'autre coté du point H par rapport au point E. Je suis à la campagne pour quelque temps, mais cela ne doit pas vous empêcher de me faire l'honneur de m'écrire parce que j'ai donné ordre qu'on m'envoyast vos lettres. Je suis tres sincerement Monsieur vôtre treshumble et tres obeissant serviteur

LE M.^s DE LHOSPITAL.

Hollande

A Monsieur

Monsieur CHRISTIAAN HUYGENS,

feigneur de Zeelhem in 't noordeinde naaft de Crabre

A la Haye.

en ces termes : „Habet itaque Lector in hac & illa superioris anni lucubrationcula in compendio fere, quicquid de *Evolutis, Causticis & Dia-Causticis* per mutuum ipsarum comparisonem & relationem ad se invicem cognosci potest : cui si artificium (nobis Fratribus, ut credo, peculiare hactenus) adjungere voluissem, quo *Centra circularum osculantium* seu *Evolutae puncta* ex natura *Expositae* [c'est-à-dire de la courbe donnée] unica & simplici proportionem inveniri possunt, agnosceret puto, colophonem quodammodo huic materiae impositum esse, nihilque in ea jure amplius desiderari posse. Spero autem, & in his quae publicavi, nonnulla tam nova tamque singularia contineri, ut si fontem, unde manant, studiosius tegere voluissem, merito omnibus Geometris admirationi esse potuissent”.

- 6) La formule est correcte; mais on ne doit pas oublier que, pour faire arriver le rayon réfracté HI d'une manière continue dans la position qu'il occupe dans le cas de la réflexion, on a dû le faire tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, en passant par la position de la tangente. Ainsi, dans la situation que les points A et H occupent dans la figure, on doit considérer s et HI sur le rayon réfléchi comme des grandeurs négatives. Remplaçant s par t et comptant HI comme positif dans la situation qu'il prend sur le rayon réfléchi dans le cas de la figure, on aura donc $HI = ty : (2y + t)$.

N^o 2831.CHRISTIAAN HUYGENS à J. P. BIGNON ¹⁾.

5 NOVEMBRE 1693.

*La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.*A Monsieur l'Abbé BIGNON.
Rue des Bernardins.

5 Nov. 1693.

Je n'avois pas cru Monsieur qu'une pretension assez mal fondée, que j'avois alleguée en escrivant a Mr. de la Hire ²⁾ auroit eu le succes que j'en ay appris par sa lettre ³⁾; où il me mande, que vous luy aviez fait remettre, pour m'estre envoyez les 3 volumes des Ouvrages nouvellement mis au jour par vos soins, que j'avois tres grande envie de voir. C'est un effet de vostre bonté et generosité Monsieur d'avoir bien voulu, que non obstant nos malheureuses guerres, et mon absence de 13 ans, je participasse encore aux productions de l'Academie Roiale des Sciences, en vertu de ce peu, que j'y ay contribué autrefois. Je n'ay pas voulu manquer de vous en temoigner ma reconnoissance et combien ce present m'est agreable; esperant d'en jouir devant qu'il soit longtemps. Je puis dire avec verité que quoique eloigné de cette scavante Compagnie, je m'interesse tousjours beaucoup en ce qui la touche, et c'est avec bien de la joie que j'ay appris qu'une personne de vostre merite, et de cette illustre famille qui de tout temps affectionne les belles lettres, a presentement la meilleure part dans sa direction. Je luy en augure beaucoup de bien, et j'en vois desja des effets dans la publication que vous venez de procurer de ces pièces qui sont les fruits de ses estudes et de ses travaux. Lors qu'on donnera de pareils recueils si je puis fournir quelque chose qui le merite, je feray tousjours bien aise d'y avoir part comme a cettuicy; comme

¹⁾ Jean-Paul Bignon (quatrième fils de l'avocat-général, conseiller d'Etat et maître de la librairie Jérôme Bignon, et petit-fils de Jérôme Bignon, qui fut précepteur de Louis XIII, avocat-général en 1612, grand-maître de la bibliothèque du roi et est connu par plusieurs productions littéraires), naquit le 19 septembre 1662 à Paris et mourut à l'Isle-Belle, près Melun, le 14 mars 1743. Membre honoraire et puis Directeur de l'Académie des Sciences, ce fut par son influence que l'Académie fut réorganisée en 1699. Voir „L'Académie des Sciences et les Académiciens de 1666 à 1793 par Joseph Bertrand, membre de l'Institut. Paris J. Hetzel, 1869” in-8°. p. 46.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2816.

³⁾ Nous ne la connaissons pas.

aussi de pouvoir contribuer parfois aux memoires que l'Academie fait imprimer tous les mois. Ce sera pour me faire honneur et pour correspondre a celuy que je reçois d'estre compté comme membre de cette celebre Assemblée. Je vous prie tres humblement de me le continuer, et de croire que je suis avec respect et une parfaite estime.

MONSIEUR

Vostre &c.

N^o 2832.

CHRISTIAAN HUYGENS à PH. DE LA HIRE.

5 NOVEMBRE 1693.

*Le sommaire et sa copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

Du mesme a Mr. DE LA HIRE ¹⁾.

Sommaire: Remercement touchant les 3 volumes. Qu'il les donne au porteur de mon billet. Qu'on pourroit donner un beau volume des observations de M. Cassini et des siennes. Que je pourray envoyer la bonne construction du Probleme d'Alhazen ²⁾ si on veut l'inferer aux memoires. que j'envoie a m. l'Abbe Bignon ma Remarque sur la manoeuvre des vaisseaux ³⁾, et demande son sentiment a long.

¹⁾ Le sommaire se trouve sur la même feuille que la minute de la Lettre N^o. 2831.

²⁾ Comparez la Lettre N^o. 2819 à la page 497.

³⁾ Notre pièce N^o. 2826.

N^o 2833.

CHRISTIAAN HUYGENS au Marquis DE L'HOSPITAL.

5 NOVEMBRE 1693.

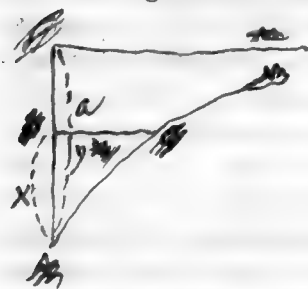
*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.**La lettre est la réponse au No. 2830.**De l'Hospital y répondit par le No. 2838.*

HUYGENS au Marquis DE L'HOSPITAL.

5 Nov. 1693.

Devant que de respondre à celle que je viens de recevoir de vostre part, je suppleeray icy ce que je devois dire sur 2 articles de votre precedente²⁾. L'un estoit touchant la necessité d'une seconde series pour les quadratures, outre celle que vous avez commune avec Mr. Gregori, laquelle equivalence je n'ay pas encore assez examinée. J'avois donc dit que je ne vois pas la necessité de cette seconde series, dont vous jugerez apres avoir consideré ce qui s'ensuit. Vous scavez, Mr. sans doute la maniere de trouver l'equation d'une courbe lors que sa quadrature est donnée³⁾. Par exemple quand l'aire d'une courbe est $a\sqrt{aa-xx}$, x estant l'abscisse, a une ligne donnée⁴⁾. On en trouve l'equation $aaxx \propto aayy - xxyy$, où y est l'appliquée⁵⁾. De mesme quand l'aire est donnée $aa - a\sqrt{aa-xx}$, l'on trouve la mesme equation de courbe $aaxx \propto aayy - xxyy$. Donc si cette equation de courbe est donnée, je trouveray par la seule premiere suite de Mr. Gregori, son aire $a\sqrt{aa-xx}$, sans avoir besoin de la seconde suite qui avec la premiere feroit trouver l'aire $aa - a\sqrt{aa-xx}$. Il y a seulement à remarquer que l'aire $a\sqrt{aa-xx}$ fera l'espace infini des appliquées sur $a-x$, et que l'aire $aa - a\sqrt{aa-xx}$ fera l'espace des appliquees sur x ,

Fig. 1.



¹⁾ Chr. Hugenil etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 301.

²⁾ La Lettre N^o. 2825.

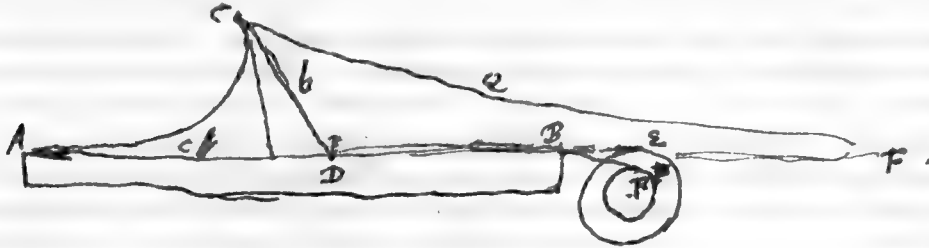
³⁾ Voir, sur la méthode suivie à cet effet par Huygens, le § I de la pièce N^o. 2736.

⁴⁾ Voir la figure 1. A cause des renvois de la Lettre N^o. 2819, note 21, et de la Lettre N^o. 2828, note 14, nous avons numéroté les figures.

⁵⁾ Consultez, sur la quadrature de cette courbe et sur la manière de la retrouver en partant de la quadrature, le § II de la pièce N^o. 2669 et les Lettres N^o. 2672 et 2673. Ajoutons qu'elle est représentée par la figure 1, dessinée par Huygens en marge de la minute, comme on le reconnaît en comparant cette figure avec celle de la Lettre N^o. 2672.

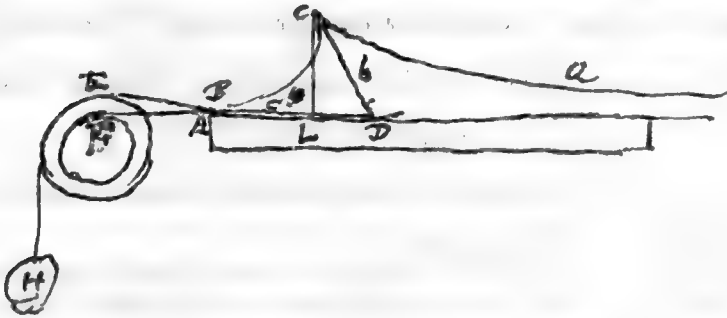
de E à celui de F doit être comme c à $c-b$. Mais pour la partie CQ, il faut placer le rouleau composé de l'autre côté de A, et faire que la corde qui vient du

Fig. 5.



style D enveloppe le moindre rouleau F; et que l'autre corde qui du même sens enveloppe le rouleau E, aille par BDC pour tirer la pointe C, pendant qu'on éloigne le style D de A. Mais il faut pour cela qu'on empêche le mouvement aisé

Fig. 6.



des rouleaux comme par un poids H, autrement la corde EDC se relâcherait⁶⁾.

⁶⁾ Il y a ici une méprise, puisque c'est en réalité la corde FD qui se relâcherait, si la pointe C restait en place, faute d'une tension suffisante de la corde EDC. Pour s'en convaincre, un petit calcul suffira. Supposons à cet effet que le style D soit déplacé vers la droite sur la petite distance Δ . Alors, si la pointe C reste en place, la corde CD s'allongera de la quantité $\Delta \cdot \cos CDB$ et par suite une longueur de corde $\Delta(1 + \cos CDB)$ se déroulera du rouleau E. En conséquence, le rouleau F laissera échapper la longueur $\frac{c}{b+c} \Delta(1 + \cos CDB)$ et le fil FD devra se relâcher aussitôt qu'on aura $\frac{c}{b+c} \Delta(1 + \cos CDB) > \Delta$, c'est-à-dire, $\cos CDB >$

La raison des diametres de E et F doit estre icy comme $b + c$ à c , de forte qu'elle est autre que pour la partie CA et le mesme rouleau composé ne scauroit servir. Si on veut que la tangente CD fasse la moitié de l'abciſſe, les diametres des rouleaux pour AC feront comme 2 à 1, mais pour CQ ils feront comme 3 à 2. Vous trouverez bien aisement les raisons de tout cecy par un petit calcul. Je ne me suis arresté que trop longtemps a ces petites speculations. J'ajouteray seulement que le point C, où commencent les parties CA, CQ est celui du quel estant mené la tangente CD, et la perp. CL a l'asymptote, la raison de CD a DL est comme de c à b , ce qui se peut aussi montrer aisement par le calcul⁷⁾, et je l'avois remarqué sans cette aide et devant que d'avoir resolu le probleme⁸⁾. On peut par la maniere de Mr. Bernouilli descrire toute la partie CA, parce que le fil CD va en s'accourcissant mais rien de l'autre CQ⁹⁾, parce que ce fil devoit s'allonger.

$> \frac{b}{c}$; mais c'est là précisément ce qui a lieu, comme on le verra dans la suite, pour toute la partie CQ de la courbe.

Si, au contraire, le poids H entrave suffisamment le mouvement du rouleau, la corde FD restera tendue, le rouleau E délivrera la longueur de corde $\frac{b+c}{c} \Delta$, dont la portion $\frac{b+c}{c} \Delta - \Delta = \frac{b}{c} \Delta$ servira à allonger le fil CD, et la pointe C, au lieu de rester en place, devra s'avancer vers la direction CD par la distance $\left(\cos CDB - \frac{b}{c} \right) \Delta$.

Ajoutons que l'on rencontre la même méprise dans la remarque de Huygens citée dans la note 14 de la Lettre N°. 2828.

7) Voir l'Appendice N°. 2834 à la présente lettre.

8) On peut consulter, quant aux premières recherches de Huygens sur le problème de Bernoulli, la note 17 de la Lettre N°. 2819. Sans doute Huygens aura dû rencontrer le point de rebroussement à la même occasion qu'il découvrit la nécessité d'employer deux arrangements divers pour les portions CA et CQ de la courbe. En effet, à la même pag. 49 du livre J mentionné déjà dans la note citée, on rencontre l'annotation suivante, qui se rapporte à la détermination du point C comme point limite de la portion de la courbe, dont la description est possible au moyen de l'arrangement de la figure 6. Adaptant les notations à celles de cette figure, l'annotation se lit comme il suit: „Pour tracer CQ infin. Filum affixum stylo in D incedens per DBF trahit orbiculum F. Simulque orbiculum E remittit filum alterum EBDC, quod per foramen stili mobilis D transit, et affigitur stylo describenti C. Quod si velim ut curva CQ sit ejusmodi ut semper tangens CD sit $\infty \frac{1}{2}$ abscissae DA, debet orbiculus E habere diametrum sesquialterum diametri orbiculi F. Sed hoc modo tantum pars curvae CQ infinita describitur, quam Bernoullii machinula non potest describere. Incipit autem haec pars a puncto C cujus tangens CD abscindit DL inter ipsam et perpendicularum CL, ita ut CD ad DL sit dupla, in hac quidem curva; in omnibus vero ut CD ad DL habent rationem abscissarum ad tangentes”.

9) Voir toutefois la note 2 de la Lettre N°. 2830.

Je viens, Mons.^r, à vostre lettre ¹⁰⁾, où je vois que vous avez fort bien demeslé l'origine de la construction des caustiques qui est dans les Acta; mais ces lignes a peine meritent elles que vous prissiez cette peine, quel que beauté ou utilité qu'y veuillent trouver Mons. Tchirnhaus ¹¹⁾ et Ja. Bernoulli.

Mr. l'Abbé Catelan n'a donc pas mieux reussi dans sa science generale des lignes courbes que dans sa critique, qu'il publia cy-devant ¹²⁾ contre ma Theorie du centre d'agitation. Il faut avouer que la geometrie n'est pas faite pour toute sorte d'esprits.

J'avois promis de vous dire mon sentiment touchant le livre de la manoeuvre des vaisseaux ¹³⁾. Vous allez l'apprendre par l'imprimé cy-joint ¹⁴⁾, qui est une feuille de nos Journaux. Celui, qui les compose, m'ayant presté ce livre, m'avoit prié de luy donner par écrit cette Remarque et j'ay bien voulu qu'elle fust publique puis qu'il importoit de refuter une fausse Theorie qu'on propose pour instruire les Pilotes. Je m'estonne que tant de personnes scavantes l'aient pu trouver bonne ¹⁵⁾.

Il y avoit quelques points dans mes lettres precedentes aux quels j'avois sou-haïté vostre reponse, mais ce fera à vostre loisir. Pour à cette heure je demande seulement qu'il vous plaise de me faire response au plus tost sur ce que je vais vous demander touchant la recherche de Mr. Jo. Bernoulli, sur la figure de la voile, car vous m'avez fait scavoir que vous aviez conferé la dessus avec luy. Je voudrois donc scavoir s'il pretend qu'une voile faite de parallelogrammes egaux et inflexibles (que je represente icy par des lignes droites) A, B, C, D, E, F, G, H estant etendue par le vent se tiendrait courbée, de mesme que feroit une telle chaine par son poids, puisqu'il assume que la chaine et la voile font la mesme courbure. Il me semble qu'il doit affirmer cela, parce qu'il me semble impossible autrement de rien penetrer dans cette affaire. Cependant je puis demon-



¹⁰⁾ La Lettre N°. 2830.

¹¹⁾ Voir les articles mentionnés dans la note 4 de la Lettre N°. 2274 et dans la note 15 de la pièce N°. 2626.

¹²⁾ Voyez la pièce N°. 2260 et consultez, pour la polémique qui s'ensuivit, les Tables des Matières des Volumes VIII et IX et du volume présent sous l'article „Polémique avec l'abbé de Catelan”.

¹³⁾ Voir la Lettre N°. 2813 à la page 478 et la Lettre N°. 2828 à la page 538.

¹⁴⁾ Il s'agit de la pièce N°. 2826.

¹⁵⁾ Probablement Huygens fait allusion aux critiques très favorables qui avaient paru dans le „Journal des Scavans” du 12 décembre 1689 et dans les „Acta eruditorum” d'août 1690. De plus, dans l'article mentionné dans la note 25 de la Lettre N°. 2819, Jacques Bernoulli avait cité la fin du traité de Renau dans les termes : „sub finem libelli egregii”, à propos de quoi Huygens avait annoté en marge de l'article : „sed pleni paralogismi”.

Comparez encore la lettre de Huygens à Fatio de Duillier, du 30 novembre 1693.

trer que cela n'est pas ainsi ¹⁶). Le Professeur a avancé de grandes absurdités touchant cette tension de la voile ¹⁷), lesquelles j'ai envie de réfuter en même temps. Je suis avec respect, etc.

¹⁶) Consultez, sur cette démonstration, l'Appendice II à la présente lettre, la pièce N°. 2835.

¹⁷) En consultant les „Notes marginales” (voir la note 1 de la pièce N°. 2540) sur les articles de Jacques Bernoulli, cités dans la note 32 de la Lettre N°. 2693 et la note 25 de la Lettre N°. 2819, on s'aperçoit qu'il s'agit des points suivants : 1°. de l'assertion mentionnée dans la note 33 de la pièce N°. 2693 et répétée dans le second des articles cités, d'après laquelle une partie de la voile se courberait en arc de cercle, 2°. de celle, dont Huygens croyait avoir prouvé l'inexactitude, d'après laquelle l'autre portion de la voilière serait identique avec la chaînette, 3°. de l'importance exagérée attachée par Jacques Bernoulli à la connaissance de la forme exacte de la voile au point de vue nautique, ce qui l'avait séduit à écrire : „adeo ut totius negotii certitudo tandem in cognitione *Figurae veli* terminetur, quae quia hucusque latuit, efficit, ut Nautae nondum optatum in his finem assequi potuerint, & fallacibus plerumque conjecturis deludantur” („Nugae!” annota Huygens), attribuant même à l'erreur de traiter la voile comme une surface plane un „damnum inaestimabile hominum merciumque”, et ajoutant plus loin : „Ego interea pro homine mediterraneo ad negotium maritimum, quo non est aliud e quo rebus humanis major accedit utilitas, plus satis contulisse mihi videor”, à propos de quoi Huygens remarque : „Imo haec nullius usus essent, etiamsi vera”; 4°. du théorème suivant : „Celeritas navium eodem secundo vento velitantium, caeteris paribus, sunt ut velorum subtensae”, sur lequel Huygens annota : „Errat, imo sunt in ratione subdupla velorum subtensorum. Ita enim fiunt resistentiae sicut vires impellentes”.

À propos de cette dernière remarque nous ajoutons encore qu'on trouve dans le même article de Jacques Bernoulli la phrase : „Vis, qua Velum... impellitur, componitur ex celeritate venti, et subtensa veli”, d'où il s'ensuit que l'auteur y considéra en effet la pression du vent sur la voile & la résistance de l'eau contre la proue comme variant dans la raison simple de la vitesse, ce qui est assez étrange, puisque les mêmes principes qui doivent l'avoir guidé, lui et son frère, dans leurs recherches sur la courbe de la voile (voir sur ces principes la Lettre N°. 2838), conduisent à la raison double. Aussi, dans l'article mentionné dans la note 22 de la Lettre N°. 2818, a-t-il rétracté le théorème en question, prétendant qu'il avait eu en vue les vitesses „initiales”; les vitesses stationnaires étant „ut Radices subtensarum veli”.

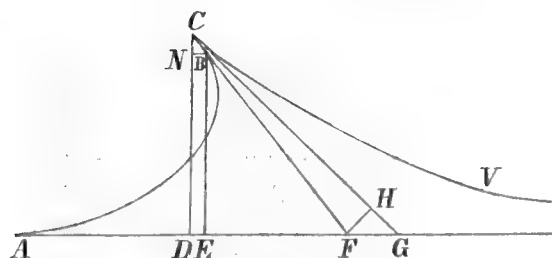
N^o 2834.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[SEPTEMBRE 1693].

Appendice I¹⁾ au No. 2833.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.



$$\begin{aligned} AG &= x ; DG = z. \\ AG : GC &= 1 : \theta^2); \\ \text{Bernoulio}^3) \text{ } AG \text{ est } n. \text{ } GC \text{ est } 1 \\ CG \quad DG \quad FG \quad GH \\ \theta x : z &= dx : \frac{zdx}{\theta x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta x \quad GC}{\theta dx \frac{1}{2} FG^4)} & \text{--- s.} \\ \theta x - \theta dx \text{ FB vel HB.} \\ \frac{zdx}{\theta x} GH & \text{--- a.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta x - \theta dx + \frac{zdx}{\theta x} \text{ GB, ex } \theta x = GC, BC = \theta dx - \frac{zdx}{\theta x} \\ CG \quad GD \quad BC \\ \theta x : z = \theta dx - \frac{zdx}{\theta x} : \frac{\theta zdx}{\theta x} - \frac{zzdx}{\theta \theta xx} \text{ BN} = DE = 0 \end{aligned}$$

$\frac{zdx}{x} = \frac{zzdx}{\theta \theta xx}$; $\theta \theta xx = zx$; $\theta \theta x = z$. Cum hoc ita est, tunc $DE = 0$; hoc est inde tunc retrograditur curva per CV ; quod semper fit cum ratio abscissae AG ad tangentem GC est majoris ad minus. Nunquam si contra.

$$\theta x \text{ tangens} : \theta \theta x \text{ five } z \text{ subtangens} = 1 : \theta^5).$$

¹⁾ Cet appendice, emprunté à une pièce de papier collée sur la page 53 du livre J, contient la détermination du point de rebroussement de la courbe de Bernoulli.

²⁾ C'est la notation du § V de la pièce N^o. 2821. On a donc dans la notation de la Lettre N^o. 2833, $\theta = b : c$.

³⁾ Jacques Bernoulli. Voir la Lettre N^o. 2820.

⁴⁾ Lisez θFG .

⁵⁾ C'est-à-dire $CG : DG = 1 : \theta = c : b$; résultat annoncé dans la Lettre N^o. 2833.

N° 2835.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[AOÛT OU SEPTEMBRE 1693].

*Appendice II¹⁾ au No. 2833.**La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

Quaeritur an eadem sit Catenaria atque ea quae a tenso velo, quod ita esse Bernoulij dicunt, quos decipi video. (Voiez le 16^e Journal des Scavans de 1692, mois d'avril, ou Mr. Bernouli le frère du Prof. assure qu'il a trouvé que la Courbure de la voile est la même que celle de la Chaîne²⁾, sans y apporter ces distinctions que le Prof.^r remarque dans les Acta du mois de may 1692³⁾. Voiez aussi les Acta de 1691, mois de Juin, où Jac. Bernoulli se trompe desia⁴⁾).

Partes veli aequales MG, GH, HT, ponuntur hic eo situ quem haberent ejusmodi partes aequales in Catena pendente; deinde quaeritur an vento velum istud inflante, mansurae sint partes ita positaе. Inveniturque punctum H nonnihil depresso iri, eoque G ascensurum. (Hinc quidem sequitur velum ex rectangulis aequalibus alicujus magnitudinis constans, non mansurum eo positu quo catena ex talibus rectangulis composita: sed posset in infinite parvis, infiniteque multis, evanescere exigua ista diversitas. Nondum etiam clare sequitur, ut quia H punctum in velo deprimitur, ideo obtusior esse debeat velaria in vertice quam Catenaria.

¹⁾ Cet Appendice, emprunté aux pages 72 et 73 du livre J, contient la démonstration „qu'une voile faite de certain nombre de rectangles égaux et inflexibles étant étendue par le vent" ne pourra prendre la même position qu'une telle chaîne le ferait par son poids. On y suppose, conformément aux principes mentionnés dans la note 4 de la Lettre N°. 2826, que la pression du vent dans la direction perpendiculaire aux parallélogrammes MG, GH, HT, etc., est proportionnelle aux carrés de leurs projections sur le plan perpendiculaire à la direction du vent, c'est-à-dire, dans le cas de la figure, proportionnelle aux θG^2 , γH^2 , VT^2 , etc.

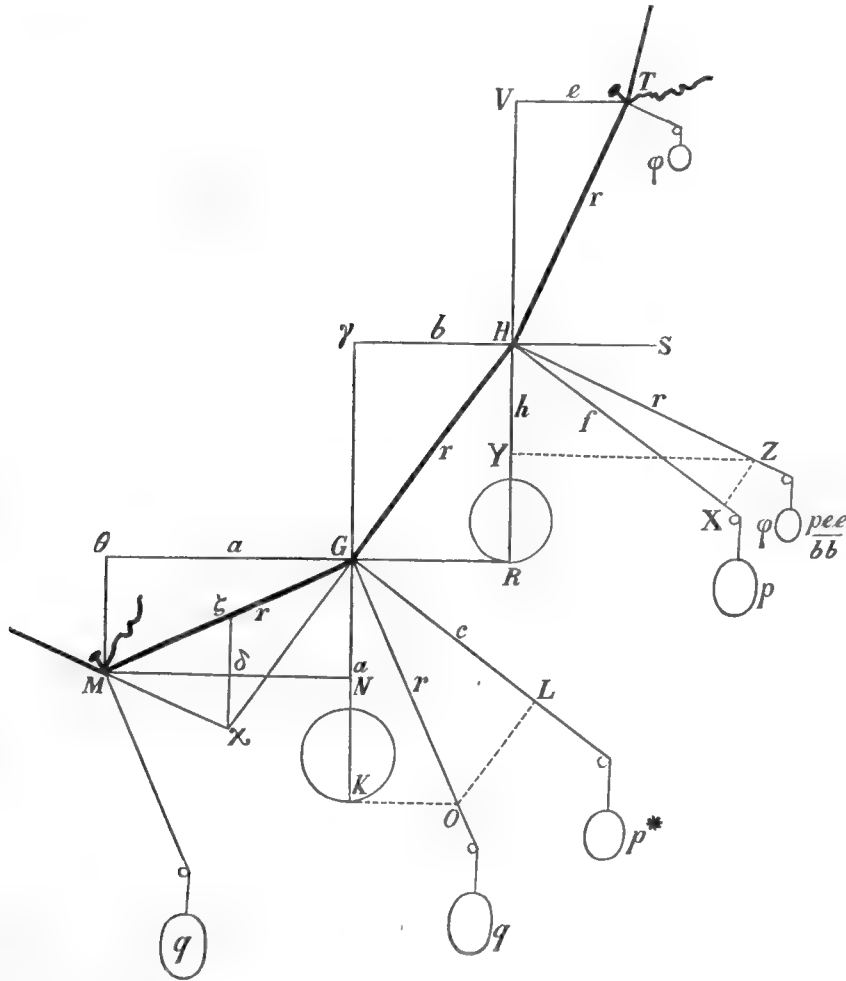
²⁾ Voir l'article cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2801. Dans cet article Jean Bernoulli assure qu'il avait non seulement retrouvé la méthode par laquelle son frère était arrivé à l'équation différentielle $ads ddx = dy^3$ de la voilière (voir la note 20 de la Lettre N°. 2829), mais qu'il avait résolu tout le problème et trouvé „que la courbe de la voile est la même que celle d'une chaîne"; quand on le voudrait il donnerait la manière analytique qui l'avait conduit à la connaissance de cette courbe.

³⁾ Il s'agit de l'article cité dans la Lettre N°. 2819, note 25. Jacques Bernoulli y identifie la courbe de la voile avec celle de la chaînette, sauf la restriction que nous avons indiquée dans la note 33 de la Lettre N°. 2693 et qui regarde la partie BC de la voile représentée dans la figure de la note citée.

⁴⁾ Voir les notes 32 et 33 de la Lettre N°. 2693.

Nam depresso H attolitur G, unde angulus MGH major fit, et angulus quem facit GM cum horizontali, acutior ⁵⁾).

Fig. 1.



Si MG, GH, HT sint partes planae aequales veli ex pluribus aliis compositi et vento inflati; retinantur vero extrema trium partium in M et T, manebit utique earum positus.

⁵⁾ Probablement les phrases que nous avons mises entre parenthèses ont-elles été ajoutées plus tard.

Tangentes angulorum GMN, HGR, THS, sunt ut 1, 3, 5 cum pondera aequalia R et K, et $\zeta\delta = \delta\chi$ ⁶⁾.

Vis venti in aequales MG, GH, HT spirantis secundum θM , est ac si perpendiculariter in medio premerentur viribus quae sunt ut quadrata θG , γH , VT. Pro quibus bina pondera aequalia, singulas MG, GH, HT perpendiculariter trahentia, substituo, qualia sunt p , p trahentia GH; q , q trahentia MG, sed quorum alterum duntaxat quod in G trahit considerandum; $\varphi\varphi$ trahentia HT, quorum alterum duntaxat considerandum quod trahit in H.

Jam pro q et p^* trahentibus in G quaero aequivalentia ⁷⁾ duo quae traherent per GK. Itemque pro p et φ trahentibus in H quaero aequivalentia duo quae traherent per HR; quae si dictis duobus per GK trahentibus aequalem summam efficiunt, sequitur pressionem venti et catenae pondus eandem curvam efficere. Sed hic praevalere invenio trahentia per HR.

a (GK) : c (GL) = $p : \frac{pc}{a}$, pondus trahens per GK aequivalens ponderi trahenti per LG ⁸⁾.

$bb : aa = p : \frac{paa}{bb}$ ($= q$); a (GK) : r (GO) = $\frac{paa}{bb}$ (q) : $\frac{rpaa}{abb}$, pondus trahens per KG aequipollens ponderi $\frac{paa}{bb}$ trahenti per GO.

h [HY] : f [HX] = $p : \frac{pf}{h}$ [pondus trahens per HR aequipollens ponderi p trahenti per HX].

$bb : ee = p : \frac{pee}{bb}$ [$= \varphi$]; h [HY] : r [HZ] = $\frac{pee}{bb}$ [φ] : $\frac{rpee}{hbb}$ [pondus trahens per HR aequipollens ponderi φ trahenti per HZ].

⁶⁾ Consultez, à propos de cette assertion, le § I de la pièce N°. 2625. Pour appliquer à la figure du texte le théorème qu'on y trouve en italiques à la tête de ce paragraphe, on doit remarquer que Huygens suppose que le point M est le point le plus bas de la chaîne, de telle manière que l'interstice qui va suivre à gauche de ce point possède une inclinaison égale (mais contraire) à celle de l'interstice MG. De cette manière la suite des nombres proportionnels aux tangentes des angles que font les interstices avec l'horizon, doit s'écrire (en commençant par l'interstice à gauche de M) : —1, 1, 3, 5, etc.

⁷⁾ C'est-à-dire équivalent quant au travail virtuel pour un petit déplacement compatible avec les liaisons. Voir les calculs qui vont suivre.

⁸⁾ Ces deux forces, en effet, pour produire le même travail virtuel, devront être inversement proportionnelles aux projections du déplacement virtuel sur leurs directions, et ce déplacement, le point M restant fixe, sera dirigé selon GO.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{aa-ae}{af-e} = 50202 \\ \frac{bb}{r} = 55226 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ergo summa ponderum trahentium per GK minor quam} \\ \text{per HR}^{14}). \end{array}$$

Ut nihil contra hanc refutationem per numeros finuum excipi possit, omnes quantitates, cum ad summam inferiorum officiendam adhibentur, pauli majores veris sumantur in numeratoribus, minores in denomin. Cum vero ad summam superiorum ponderum adhibentur sumantur paulo veris minores, id est, minores in numeratoribus, majores in denominatoribus, sed r est verus radius = 100000¹⁵⁾.

¹⁴⁾ Puisque l'inégalité constatée entraîne $\frac{ear-eer}{f-\frac{ec}{a}} < bb$; donc aussi, remontant les calculs de la

page précédente: $\frac{pc}{a} + \frac{rpaa}{abb} < \frac{pf}{h} + \frac{rpee}{hbb}$.

¹⁵⁾ La pièce est suivie dans le livre J par un „alius faciliior calculus” et un „tertius faciliior calculus” qui se distinguent du calcul que nous avons reproduit par une autre situation des trois interstices. Dans le „alius faciliior” les deux premiers interstices ont des inclinaisons égales mais contraires par rapport à l’horizon, dans l’autre le premier interstice est horizontal, à propos duquel Huygens remarque encore: „Hinc facillime ulterius calculum prosequi possem ad ultiores catenae partes”; ce que, toutefois, il n’a pas exécuté.

Tous ces calculs mènent à la conclusion que, pour „équivaler” aux pressions du vent contre les interstices, le poids inférieur devra être moins lourd que le poids supérieur. En étendant cette conclusion à toute la chaîne, on est donc conduit à supposer que la courbe de la voile sera moins pointue que la chaînette correspondante, puisque la partie inférieure, près du sommet M, y est allégée par rapport à la partie supérieure, ou, comme Huygens l’exprime „Ergo rotundior est figura veli quam catenae, magisque a figura parabolica recedit. Falluntur ergo Bernoulij”. En effet, dans le cas de la parabole, comme chaînette, les petits interstices égaux devront être chargés par des poids proportionels à leurs projections horizontales (voir la Propositio 12 de la pièce N°. 21), c’est-à-dire, les poids inférieurs y surpasseront tout au contraire les poids supérieurs.

Reste donc la question de savoir si l’effet constaté par Huygens ne s’amointrira pas de plus en plus avec le nombre croissant des interstices, jusqu’à disparaître quand ce nombre devient infini. C’est, en effet, ce qui a lieu. Et pour le constater il suffira de calculer la différence des deux poids successifs qui équivalent ensemble à la pression du vent dans le cas de trois interstices consécutifs de longueur Δs , faisant des angles α , β et γ avec le plan perpendiculaire à la direction du vent, que nous identifions avec le plan horizontal.

Dans ce calcul nous supposerons d’abord, afin de mieux faire saisir la portée du raisonnement qui va suivre, que la pression du vent soit une fonction arbitraire $f(\alpha)$ de l’angle α de l’interstice avec le plan horizontal. Dans cette supposition on trouve pour le poids inférieur: $\frac{1}{2} f(\alpha) (\cos \alpha)^{-1} + \frac{1}{2} f(\beta) \cos(\beta - \alpha) (\cos \alpha)^{-1}$ et pour le poids supérieur: $\frac{1}{2} f(\gamma) (\cos \gamma)^{-1} +$

N^o 2836.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. P. BIGNON.

12 NOVEMBRE 1693.

*La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre fait suite au No. 2831¹⁾.*

A Monsieur l'Abbé BIGNON.

12 Nov. (1693).

J'avois dessein Monsieur de vous envoyer l'imprimé cy¹⁾ joint lors que la semaine dernière je me donnay l'honneur de vous écrire mais n'ayant pu avoir l'exemplaire assez à temps, il a fallu attendre jusqu'à cette heure. Vous jugerez de ma remarque et verrez la raison, pourquoy j'ay bien voulu qu'elle fust publique, qui m'a paru d'autant plus juste que le nom du Roy du commandement exprès duquel cette Theorie est imprimée et l'apparence de verité qu'on y rencontre pouvoient autoriser l'erreur, et luy donner cours. J'ay esté estonné de voir l'approbation que le Journal de Leipfich²⁾, et Mr. Bernoulli professeur à Basse et autres personnes scavantes ont donné à ce Traité de la manoeuvre, et je ne l'ay esté guere moins, lors que je me suis apperceu par quelque lettre de Mr. le marquis l'Hospital³⁾ que non plus en France, on n'y avoit encore rien trouvé à redire. Mais cela m'a fait croire, qu'il n'a pas esté examiné par Mrs. de nostre Academie,

$+ \frac{1}{2} f(\beta) \cdot \cos(\gamma - \beta) \cdot (\cos \gamma)^{-1}$. Posant alors, comme il est permis en première approximation, $\beta = \alpha + s$, $\gamma = \alpha + 2s$, où $s = \Delta s$, φ^{-1} représente l'angle de contingence de la voilière et ϱ le rayon de courbure, la différence des deux poids sera représentée, toujours en première approximation, par l'expression : $[2 f(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha)^{-2} + f'(\alpha) \cdot (\cos \alpha)^{-1}] \cdot \Delta s \cdot \varrho^{-1}$.

Cette différence est donc, généralement parlant, du premier ordre par rapport à la longueur des interstices; mais dans le cas où l'on suppose (avec Huygens et les Bernoulli) $f(\alpha) = k \cos^2 \alpha$ et dans ce cas seulement, l'expression entre parenthèses s'évanouit et la différence des poids équivalents devient du second ordre par rapport à Δs , c'est-à-dire elle va disparaître tout le long de la courbe au moment que le nombre des interstices devient infini.

De cette manière la méthode de Huygens nous fournit une nouvelle démonstration, assez élégante, de l'identité de la voilière des Bernoulli avec la chaînette ordinaire.

¹⁾ Sur la minute de la Lettre N^o. 2831, on trouve noté, de la main de Chr. Huygens, la remarque suivante :

„Ecrivis au mesme le 12. Novembre 93 en luy envoyant l'imprimé de ma Remarque sur la Theorie de la manoeuvre des vaisseaux de M. Renaud”.

En bas de la même page on lit encore un post-scriptum annonçant l'envoi de l'imprimé en question (notre pièce N^o. 2826), mais biffé avec la note marginale : „je n'eus pas l'exemplaire assez à temps”.

²⁾ Voir la note 15 de la Lettre N^o. 2833.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2825 aux pages 523 et 524.

ou bien qu'ils auront esté prevenus par la bonne opinion qu'ils ont du scavoir de l'auteur. Je le fus de mesme du commencement, et je ne laisse pas d'avoir encore beaucoup d'estime pour luy non obstant cet abus, ou il estoit aisè de tomber. Je suis avec respect

MONSIEUR

Vostre &c.

N^o 2837.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. G. STEIGERTHAL.

19 NOVEMBRE 1693.

*La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**Elle est la réponse à une lettre qui accompagnait la pièce No. 2804¹⁾.*

Clarissimo Eruditissimoque Viro D^o. JO. GERG. STEIGERTHALIO
CHR. HUGENIUS S.

Salvum te Parisios venisse longo itinere emenso, ex animo gaudeo, Vir Humanissime, ac certam jam spem habeo propediem te hic videndi amplectendique, deque rebus multis narrantem audiendi. Non possum interim habendis gratijs non defungi, quod absens in Italiâ ad me literas semel iterumque miseris, quarum postremas Vir Eximius D. Alberti²⁾ mihi tradidit, quodque libros Torricelli et Eschinardi jam ut videtur rariores factos, mihi comparaveris ac perferendi curaveris³⁾. Haec omnia quam accepta mihi fuerint lubens literis meis pridem tibi significassem, sed vix sperandum videbatur ut in itinere continuo vagantem consequi possent. Viros doctos apud Gallos quorum nomina recenseres novi optime, et cum D^o. la Hire, Illustrique Hospitalio literarum mihi commercium intercedit non obstante bellorum tumultu. Ac Hospitalius quidem summe peritus est analytices subtilioris, ac Leibnitiani calculi, à quo multa non vulgaria discere posses, cum satis liberalis sit ijs quae reperit communicandis. Volumina illa, quae ab Academia prodierunt ad me mittenda dedit illustris Bignonius⁴⁾ eaque brevi me accepturum spero, e quibus illud quod Itineraria continet et Tabulas Jovialium Cl. D^o. Cassini nondum vidi.

¹⁾ Voir la note 1 de la pièce citée. Nous ne connaissons ni cette lettre, ni aucune des autres envoyées d'Italie.

²⁾ Sur Alberti, voir la note 1 de la pièce N^o. 2804.

³⁾ La recherche de ces livres avait été recommandée par Huygens dans sa lettre à Steigertal du 9 juin 1692, notre N^o. 2756.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2831.

Mallebranchij Regulas posteriores de corporum impulsu ⁵⁾, jam diu est cum a D^o. Hartfoeker accepi examinavique, sed nec in his omnia recte se habere memini. An autem huc spectent a D^o. Regis objecta an alio, docebis me cum huc adveneris⁶⁾. De Catelani abortivo opere ante intellexeram⁷⁾, quod et vidi, nec quicquam in eo novi ceperi. Dum Rolle aliqua in lucem edidisse scio ad analyfin spectantia, quae cum hactenus non viderim, facies mihi gratissimum si exemplum eorum tecum adferas. Huberti Huyghenij opusculum ⁸⁾ puto cum hoc transires⁹⁾ jam inspexeram, in quo mihi Barovij Theorema, sicut et tibi ostendit in prioribus Exemplis ex datis quadraturis aequationes Curvarum invenirentur. In secundis aliud te secutum video, sed dubito an recte operatus sis¹⁰⁾ propter illam quam notas ipse numerorum quorundam praepositorum discrepantiam, quae mihi non occurrit. Sed de his per literas agere longum esset neque necesse est, cum brevi futurum sit ut coram ea tractare liceat. Vale Vir Amicissime et ad hos festina. Dabam Hagae Com. 19 Nov. 1693.

N^o 2838.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

25 NOVEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.

La lettre est la réponse au No. 2833.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2842.

À Ouques ce 25 9bre 1693.

Comme il y a assez longtemps Monsieur que j'ai conféré avec Mr. Bernoulli sur la courbure de la voile et que je l'ai fait assez legerement et sans approfondir

⁵⁾ Voir, sur Malebranche, la note 4 de la Lettre N^o. 2512. Les règles du mouvement dans le choc des corps, qui doivent se trouver quelque part dans ses nombreux ouvrages de métaphysique, sont complètement oubliées aujourd'hui.

⁶⁾ Pierre Silvain Régis (voir la Lettre N^o. 2616, note 7), avait publié en 1690 à Paris en trois volumes in-4^o un ouvrage intitulé „Système de philosophie”, contenant la logique, la métaphysique, la physique” etc., dans lequel il combattit l'explication que Malebranche, dans son ouvrage „Recherche de la Vérité”, avait proposée pour rendre raison du phénomène que la lune nous paraît agrandie lorsqu'elle se trouve près de l'horizon.

Il semble que Steigerthal, dans sa lettre qui nous manque, a fait quelque allusion à ce différend.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2830 à la page 545.

⁸⁾ Voir la note 1 de la pièce N^o. 2804.

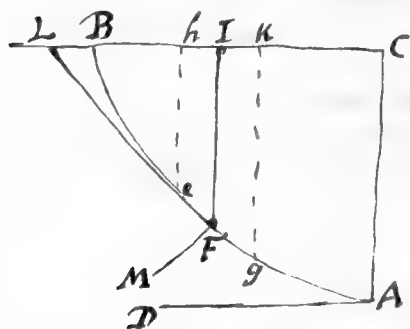
⁹⁾ De mars à juin 1692. Voir les Lettres Nos. 2747, 2755, 2756 et 2757.

¹⁰⁾ Consultez le dernier alinéa de la pièce N^o. 2804 et les notes qui l'accompagnent.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae Fasc. I, p. 305.

cette matiere autant qu'elle le merite, je craignois de ne pouvoir m'en ressouvenir, et c'est ce qui m'avoit empesché jusqu'a present de vous faire reponce sur cet article. Cependant des que j'ay receu vôtre derniere, je me suis appliqué avec soin à rechercher ce qu'il m'avoit communiqué et je trouve que c'est à peu près ce qui suit.

Il pretend que la voile AFB attachée par ses extremités A et B, et enflée par le vent en sorte que la ligne AD perpendiculaire à la direction CA du vent touche



la voile en A, se courbe de la mesme maniere que ferait une chaîne egale par son propre poids en concevant alors que la tangente AD fust horizontale. C'est à dire pour ôster tout equivoque que si l'on conçoit que la voile AFB soit divisée en un nombre infini de petits parallelogrammes gF , Fe égaux, inflexibles et sans pesanteur, ils forment la mesme courbure etant etendus par le vent qu'ils feroient par leur propre poids en faisant partie de la chaîne AFB. Voici les suppositions dont il

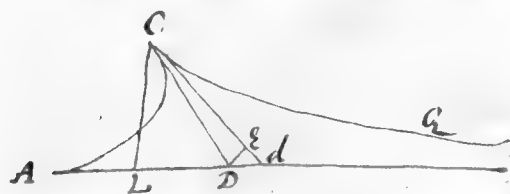
se sert pour demontrer ce theoreme.

1° Que les petites parties qui composent le vent peuvent estre considerées comme de petites globules. 2° Que ces petits globules après avoir heurté contre la voile s'ecartent librement et sans trouver d'obstacle; d'ou il suit que chaque globule comme I heurte la voile en F selon la perpendiculaire FM à la tangente FL qui passe par le point de rencontre F avec une force diminuée qui est à sa force totale comme le sinus LI de l'angle d'incidence IFL est au sinus total FL. 3° Que si l'on prend sur la courbe AFB, les parties gF , Fe égales entr'elles, le nombre des petits globules qui heurtent en mesme temps c'est à dire de compagnie contre la partie eF n'est pas egal à celui des globules qui heurtent aussi en mesme temps ou de compagnie contre la partie Fg , mais que ces nombres sont entr'eux comme hI est à Ik ; les lignes eh , FI , gk sont paralleles à la direction CA du vent. 4° Que si l'on attache la voile en F supposant que la partie FB soit retranchée; la partie restante FA ne changera point de courbure. Ces suppositions etant ainsi faites il me paroît que tout le reste se tire par des consequences legitimes. C'est donc à vous Monsieur de faire voir que quelqu'une de ces hypotheses est fausse puisque vous pouvez demontrer que la conclusion ou elles conduisent n'est pas vraie. Vous me ferez plaisir de me faire part de ce que vous en pensez.

Vôtre remarque sur le livre de la manoeuvre des vaisseaux est tres exacte et ne souffre point de replique, je m'etonne aussi bien que vous que personne ne l'ait encore remarqué. Je n'ai point encore lû ce livre, quoi qu'il soit fort petit et que l'auteur soit beaucoup de mes amis, j'avois toujours remis à le lire lorsque j'aurois achevé certaines speculations qui m'occupent, ce n'est pas que je

n'eusse fort bien pû passer cet endroit car il est facile de se tromper lorsque la geometrie se trouve jointe à la physique, et c'est néanmoins en cela que je fais consister la plus grande utilité.

Je vous suis fort obligé de ce que vous avez bien voulu me faire part de la manière dont vous décrivez les courbes de Mr. Bernoulli qui est sans comparaison meilleure que la sienne. Je n'ai pas eu de peine à comprendre la raison de la longueur des diamètres que vous prescrivez pour les rouleaux car elle saute d'abord aux yeux. J'ai aussi trouvé plusieurs manières de déterminer le point C dont voici



la plus simple et où il n'est pas besoin de calcul. Je remarque que les tangentes CD de la partie AC et Cd de la partie CQ, qui font entr'elles l'angle DCD infiniment petit ont pour différence la petite droite Ed en menant DE perpendiculaire sur

CD, et que si l'on mène CL perpendiculaire sur AD les triangles Dde²⁾, CDL seront semblables. Or par la propriété de la courbe $Ad : dC :: AD : DC :: Ad - AD$ ou $Dd : Cd - CD$ ou $Ed :: DC : DL$; d'où l'on voit que sous le point C les lignes AD, DC, DL sont en proportion continuë, et par conséquent qu'il ne se rencontre que dans les lignes où AD surpasse DC.

Je suis parfaitement d'accord avec vous Monsieur sur ce que vous me mandez touchant la nécessité d'une seconde suite pour les quadratures outre celle de Mr. Gregori ou la mienne qui est équivalente³⁾, car lorsque je vous ai mandé pouvoir démontrer qu'il en falloit une ma raison étoit qu'en supposant $x = 0$ on trouvoit une quantité constante bien que l'on sçust d'ailleurs que l'espace fust alors nulle, d'où je conclusois qu'il falloit retrancher cette quantité de la quadrature trouvée, et il est si vrai, que ç'a toujours été la ma pensée que je n'ai formé ma 3^e suite⁴⁾ qu'en supposant dans la 2^e $x = 0$. Et ainsi tout ce que j'ai prétendu étoit que la suite de Mr. Gregori ne donne pas au juste l'espace compris par l'abscisse x et l'appliquée y , et qu'il en falloit toujours retrancher une certaine quantité que l'on peut trouver en supposant $x = 0$, ou dans la quadrature trouvée, ou dans une autre suite que l'on formera dont il faudra prendre aussi la somme ce qui revient au même. Au reste toutes ces suites ne sont point nécessaires lorsque c est un nombre entier, car je puis toujours prouver alors les quadratures sans en avoir besoin. Je crois que pour répondre à tout ce que vous souhaitez de

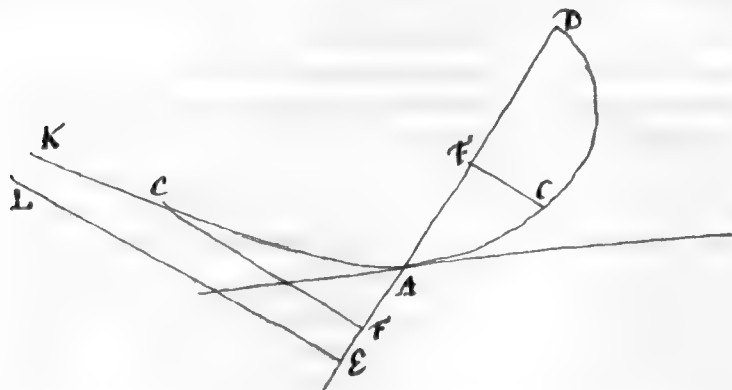
²⁾ Lisez: DdE.

³⁾ Les suites de Gregori et de de l'Hospital sont en effet équivalentes dans ce sens qu'elles mènent, dans les mêmes cas, à un nombre fini de termes; mais, comme Huygens l'avait remarqué à la page 493 de la Lettre N°. 2818, elles ne s'accordent pas terme pour terme.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2815 à la page 483.

moi je n'ai qu'à vous envoyer la 3^e maniere ⁵⁾ dont je quarre la feuille de Descartes, qui est celle-ci.

Soit $AF = u$, $FC = z$, $AD = b$; l'équation $x^3 + y^3 = axy$ (dans laquelle



x , y et a marquent AB , BC ⁶⁾ et $b \sqrt{2}$) je change en cette autre $zz = \frac{buu - u^3}{b + 3u}$ et si l'on change les signes ou u a une dimension impaire, on trouve $zz = \frac{buu + u^3}{b - 3u}$, d'où l'on connoît que la courbe DCA se continuë vers C , K en sorte que, si l'on prend $u = \frac{1}{3}b = AE$ l'appliquée z qui est en ce cas EL devient infinie, c'est-à-dire asymptote. Or l'element de l'espace DCF , savoir $-zdu = -udu \sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$ et celui de l'espace $KCFEL$ infiniment étendu du côté de $KL = -udu \sqrt{\frac{b+u}{b-3u}}$, dont les sommes $\frac{1}{8}(b-u) \sqrt{bb + 2bu - 3uu}$ ⁷⁾ et $\frac{1}{8}(b+u) \sqrt{bb - 2bu - 3uu}$ ⁸⁾ fournissent les valeurs des espaces DCF et $KCFEL$. Si l'on fait $u = 0$, on trouve que ces espaces qui sont alors $DCAD$ et $KCAFEL$ sont égaux chacun à $\frac{1}{8}bb$. Je vous prie de vous ressouvenir de m'envoyer l'inverse des tangentes de Newton ⁹⁾, et de me croire toujours avec verité, Monsieur vôtre tres humble et tres obeissant serviteur

LE M. DE L'HOSPITAL.

⁵⁾ On peut consulter, sur cette 3^e maniere, les Lettres N^o. 2807 et N^o. 2810 à la page 461.

⁶⁾ Le point B , qui manque dans la figure du manuscrit, est celui où la tangente de la courbe en A est rencontrée par une perpendiculaire abaissée du point C .

⁷⁾ C'est-à-dire : $\frac{1}{6}(b-u)^{\frac{3}{2}}(b+3u)^{\frac{1}{2}}$ ⁸⁾ C'est-à-dire $\frac{1}{6}(b+u)^{\frac{3}{2}}(b-3u)^{\frac{1}{2}}$.

⁹⁾ Consultez la Lettre N^o. 2777 à la page 354. Il s'agit encore toujours de ce même exposé de la méthode de Newton publié par Wallis. De l'Hospital en avait demandé l'envoi pour la première fois dans sa Lettre N^o. 2787, du 12 février 1693, pag. 393, et ensuite dans les Lettres N^o. 2815 à la page 484 et N^o. 2825 à la page 524.

Je n'ai reçu votre lettre que depuis trois jours dont la raison est mon éloignement de Paris⁸⁾.

N^o 2839.

CHRISTIAAN HUYGENS À N. FATIO DE DUILLIER.

30 NOVEMBRE 1693.

La lettre se trouve à Genève, Bibliothèque Publique¹⁾.

A la Haie ce 30 Nov. 1693.

J'ay appris parfois de vos nouvelles Monsieur par le moien de Mons.^r du Quesne²⁾, mais puis qu'il n'a point eu de vos lettres il y a longtemps, j'apprehende qu'il ne vous soit arrivé quelque nouvelle indisposition, m'imaginant toujours que l'air de Londres vous est moins sain que celui de la Haye. Ayez donc la bonté de me faire scavoir comment vous vous portez, et a quoy vous vous occupez lors que vostre santé vous permet le travail et la méditation. Si vous avez encore dessein de contribuer a une seconde Edition du livre de Mons.^r Newton³⁾, et si vous avez appris bien de choses dans la conversation de cet Excellent homme, touchant ces subtilitez des quadratures et de la Regle inverse des tangentes, où vous aviez trouvé, à ce que vous m'avez écrit cy-devant⁴⁾, qu'il en scavoit plus que vous et Mr. Leibnitz et tous les autres ensemble. On m'a envoyé une copie de ce que M. Wallis a inferé de luy dans la nouvelle Edition de son Algebre⁵⁾ où il y a assurément de belles choses touchant ces Series abruptes⁶⁾, mais il feroit besoin d'un bon commentaire, pour les bien entendre, et surtout les methodes par où il est parvenu à ces Etranges Regles. Mons.^r Gregori, étant icy, m'en a expliqué une partie⁷⁾, mais dans l'Extrait de Wallis je trouve de nouvelles difficultez.

⁸⁾ Voir la Lettre N^o. 2830 vers la fin.

¹⁾ Nous devons la copie à l'obligeance de M. H. V. Aubert. Voir la Lettre N^o. 2572, note 1.

²⁾ Consultez, sur Abraham du Quesne, seigneur de Monros, et sur ses relations avec Fatio de Duillier et Huygens, la note 7 de la Lettre N^o. 2739 et les Lettres N^o. 2748 et N^o. 2752.

³⁾ Voir, sur cette édition projetée, les Lettres N^o. 2723 et N^o. 2777 à la page 354.

⁴⁾ Voir les Lettres N^o. 2723 et 2739.

⁵⁾ Voir la note 39 de la Lettre N^o. 2777. La copie avait été envoyée par David Gregory, comme il résulte d'une lettre de Huygens à de l'Hospital du 16 juin 1694.

⁶⁾ Voir les pages 390 et 391 du chapitre 95 mentionné dans la note 39 de la Lettre N^o. 2777, où l'on rencontre entre autres la règle communiquée à Huygens par Gregory. Comparez la Lettre N^o. 2810, note 21.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2810 aux pages 462—464 et surtout l'Appendice N^o. 2812.

Cette lettre vous sera rendue par mon frere de Zulichem qui est arresté icy par le vent contraire depuis le voiage du Roy ⁸⁾ il vous donnera aussi ma Remarque sur la theorie de la Manoeuvre des vaisseaux ⁹⁾, inferée dans la Bibliotheque universelle, dont l'auteur m'avoit presté ce livre depuis 2 mois seulement. Je ne scaurais croire Monsieur que vous n'avez remarqué le paralogisme qui ruine toute cette theorie, et mesme devant moy, si pourtant cet ouvrage est tombé entre vos mains. Vous estes trop versé en cette matiere pour ne vous en point appercevoir. Et cependant ni les auteurs des Actes de Leipfich, ni m.^{rs} de l'Academie Roiale de Paris, ni Mr. Bernoulli n'y avoient rien trouvé à dire ¹⁰⁾. Je ne scay si vous aurez vu certaine quadrature de la Feuille de M.^{rs} des Cartes et Hudden, qui a esté inferée il y a quelques mois dans un autre de nos Journaux ¹¹⁾, avec quelques autres choses de ma part, et la dimension de la Ligne Logarithmique de Mr. le marquis de l'Hospital. J'ay continué du depuis la correspondance avec ce marquis, qui est tres habile Geometre, et assez liberal à communiquer ses inventions. Vous aurez pu voir sa solution du Probleme que Mr. Bernoulli le jeune avoit proposé aux Geometres dans les Actes de Leipfich ¹²⁾, où cette solution est aussi rapportée ¹³⁾; qui est trouvée avec beaucoup d'adresse, quoy qu'elle ne soit pas la plus courte. Vous verrez dans les mesmes Actes ce que j'ay écrit touchant ce Probleme ¹⁴⁾.

Vous n'aurez pas encore sçu peut estre que le bon Mons.^r Dierquens ¹⁵⁾ a esté fait President du Conseil de Brabant; car pour ce qui est du mariage de Mad.^{lle} sa fille vous l'aurez appris des le temps que Mr. son frere estoit à Londres. Cependant parmi les bons succes et le bon estat de sa famille, il est malheureux en ce que certaine melancholie et inquietude d'esprit, dont autrefois il avoit eu quelque atteinte, l'ont repris de nouveau, et l'empeschent de dormir. J'en suis bien fâché parce qu'il est bon ami et que je scay qu'il a une estime et affection particuliere pour vous. Pendant que j'escris cecy Mons.^r du Quesne vient me dire qu'il a appris de vos nouvelles par la lettre d'un de ses amis, qui vous avoit rendu quelque paquet de sa part. Il conclut que vous estes en bonne santé, puis qu'on n'escrit

⁸⁾ Malgré une violente tempête Willem III s'était embarqué le 7 novembre; il arriva à Harwich le jour suivant. Retenu par le mauvais temps, Constantyn Huygens ne put partir que le 1^{er} février. Au lieu d'un bâtiment de guerre, il avait dû prendre un paquebot, qui n'arriva que le 8 février.

⁹⁾ La pièce N^o. 2826.

¹⁰⁾ Voir la note 15 de la Lettre N^o. 2833.

¹¹⁾ La pièce N^o. 2793.

¹²⁾ Voir la note 4, p. 454 de la Lettre N^o. 2807.

¹³⁾ Voir l'article cité dans la note 15 de la Lettre N^o. 2815.

¹⁴⁾ Voir la pièce N^o. 2823.

¹⁵⁾ Voir, sur Salomon Dierquens, la note 1 de la Lettre N^o. 2094.

pas le contraire. Il m'a apporté un rouleau pour vous, où il y a des figures de vaisseaux et galeres nouvellement imprimées en France qui sont fort belles. Je m'en vay les recommander à mon frère, qui croioit partir aujourd'huy, mais le vent est redevenu contraire. Je suis avec beaucoup de zele et d'estime

MONSIEUR

vostre trefhumble et tres obeissant serviteur
HUGENS DE ZULICHEM.

¹⁶⁾ Mr. Hugens, la Haye 30 9bre 1693 A. N. F.

Il me demande de mes nouvelles, n'en aiant point depuis longtems. Et si j'ai beaucoup appris de Mr. Newton sur les quadratures et l'Inversion des Tangentes, duquel j'avois écrit que j'avois trouvé qu'il en favoit plus que Mr. Leibnitz, que moi, et tous les autres ensemble.

Il a reçu copie de ce que le Dr. Wallis a imprimé dans son Algebre touchant Mr. Newton. Qu'il faudroit un bon commentaire pour entendre les Méthodes par où Mr. Newton est parvenu a ces Etranges Regles. Mr. Gregory lui en a explique une partie à la Haye.

Il m'envoie sa Remarque imprimée sur la théorie de la Manoeuvre des Vaisseaux et sur le Paralogisme qui ruine cette Théorie. Que je ne saurois manquer de m'en apercevoir, bien que ni les Actes de Leipfic, ni l'Académie de Paris, ni Mr. Bernoulli n'y aient rien trouvé à dire.

Il continue sa correspondance avec le Marquis de l'Hospital, dont il fait l'Eloge.

Je peux voir dans les Actes de Leipfic un Probleme proposé par le Jeune Bernoulli, résolu par le Marquis de l'Hospital; et ce que Mr. Hugens lui même en a écrit.

Nouvelles particulières de Mr. Dierquens et de sa Famille; et de l'Affection que Mr. Dierquens a pour moi.

Mr. Du Quesne lui a remis un Rouleau pour moi de tres belles Tailledouces, de Vaisseaux et Galeres, nouvellement imprimées en France.

¹⁶⁾ Le résumé suivant de la lettre se trouve écrit au dos, sur un pli, de la main de Fatio.

N^o 2840.CHRISTIAAN HUYGENS à [PH. DE LA HIRE]¹⁾.

[NOVEMBRE 1693].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

En envoyant le Probleme d'Alhasen en France à

M'estant souvenu pendant que je trace la 2^e figure de ce Probleme, de ce qu'il est raporté dans les Memoires de l'Academie au mois de Nov. 1692, de l'Echo pres de Rouen dans une cour environnée d'un mur en demicercle²⁾) j'ay pensé qu'on pourroit voir l'effet de ce qui est démontré icy en plaçant celui qui chante ou frappe dans les mains en C³⁾), et celui qui doit ecouter en B; car si le mur estoit uni outre le son



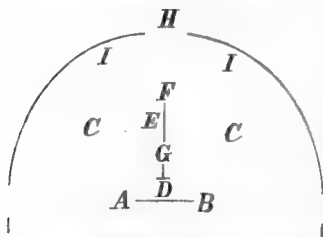
fans reflexion, on l'entendroit comme venant des trois divers endroits, H, h, h, presque en mesme temps, et si le mur achevoit le cercle entier, on l'entendroit un peu apres du quatrieme endroit h*. Mais de plus il y auroit un endroit comme... d'ou le mesme son viendroit apres une double reflexion et encore apres une triple quadruple &c. selon que la voix approcheroit plus du mur, en quoy il y auroit beaucoup a chercher. Que si le mur

estoit uni on pourroit encore faire cette experience de se mettre tout contre et en parlant fort doucement et voir si on seroit entendu par celui qui seroit du costé

Continuons II

¹⁾ La pièce, inscrite dans le Livre J des Adversaria, ne porte ni date ni adresse. Dans la Lettre, dont notre N^o. 2832 reproduit la minute, Huygens offre à de la Hire de lui envoyer, pour être insérée dans les Mémoires de l'Académie, une solution du problème d'Alhazen, meilleure que celle que de la Hire avait publiée dans les „Divers Ouvrages de Mathématique et de Physique”. Nous ignorons si de la Hire a accepté cette proposition. Mais, comme la présente pièce N^o. 2840 a été écrite pour accompagner la solution du problème d'Alhazen, il est probable qu'elle a été destinée pour être envoyée à de la Hire. Ajoutons que ni la solution du problème, ni l'explication ingénieuse de l'expérience d'acoustique, n'ont été publiées dans les Mémoires de l'Académie.

²⁾ Huygens parle de l'„Extrait d'un Ecrit composé par Dom François Quesnet, Religieux Benedictin & envoyé à l'Académie Royale des Sciences, touchant les effets extraordinaires d'un Echo”, par M. l'Abbé Galloys (Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Edition de Paris, Tome X, p. 187), où se trouvent décrits les effets d'écho observés dans une cour à enceinte semi-circulaire de l'abbaye de Saint George près de Rouen, selon que celui qui chante et celui qui écoute se trouvent placés en différents points A, B, D, G, E, F, C.



³⁾ Voir, pour ce qui suit, la figure ci-jointe, que nous copions d'un manuscrit de Huygens, daté

N^o 2841.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

11 DÉCEMBRE 1693.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle fait suite au No. 2829.**Chr. Huygens y répondit par sa lettre du 29 mai 1694.*Hanover ce $\frac{1}{11}$ décembre 1693.

MONSIEUR

Vous aurés reçu la lettre assez ample que je me suis donné l'honneur de vous écrire, il y a plusieurs semaines. Cependant vous aurés reçu aussi les Actes de Leipzig, tant le mois ou mon effecton des quadratures par le mouuement est inferée³⁾, que celui ou vostre solution du probleme de Mr. Bernoulli⁴⁾ se trouue avec mon apostille⁵⁾, dont j'espere que vous ne serés pas mal satisfait. Je souhaitte surtout que vous nous expliquiés bientôt vostre ligne enigmatique.

Quand je vous ecrivois ma dernière, je n'avois pas encor vu l'Histoire des ouvrages des Sçavans de cette année, il est vray que j'avois fait prier M. Desbordes⁶⁾ de me les envoyer, avec d'autres livres, lorsque le libraire, qui a imprimé le premier tome de mon Code diplomatique⁷⁾ lui en envoyoit quelques exemplaires. Mais M. Desbordes n'a pas encor satisfait au libraire⁸⁾, et envoya quelques unes des choses que j'avois demandées à Mons. de la Bergerie, Ministre François de la religion reformée⁹⁾, le quel ne sçachant point que c'estoit à mon occasion, crût que c'estoit pour luy et les garda. Ce ne fut que depuis peu et par hazard que je le sçus. Car c'estoit par l'entremise de Mr. de la Bergerie que mon libraire avoit envoyé les exemplaires à M. Desbordes, et comme je m'estois enfin informé du retardement, il se trouva que Mr. de la Bergerie avoit reçu quelques unes des pieces que j'avois souhaitées et entre autres l'Histoire des ouvrages des Sçavans.

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 169.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 167, et Briefwechsel, p. 723.

³⁾ L'article cité dans la note 6 de la pièce N^o. 2824.

⁴⁾ La pièce N^o. 2823.

⁵⁾ La pièce N^o. 2824.

⁶⁾ Parmi les nombreux réfugiés français de ce nom habitant les Pays-Bas, nous n'avons pu identifier le personnage en question.

⁷⁾ Voir, sur cet ouvrage, la note 7 de la Lettre N^o. 2797.

⁸⁾ Samuel Ammon.

⁹⁾ Claude Guillaume de la Bergerie, chapelain de l'Electrice de Brunswick-Luneburg. Il atteignit l'âge de 84 ans et fut inhumé à Hanover le 6 août 1743.

Je souhaite aussi que vous fassiez part au public de vos nouvelles lumières sur l'attraction électrique¹⁵⁾, et que nous puissions jouir enfin de votre dioptrique¹⁶⁾; ou j'espère que nous trouverons bien des choses considérables touchant les Me-

1°) Comparez la Lettre N°. 2784.

teores emphatiques ¹⁷). J'ay tousjours eu du panchant à croire que les queues des cometes font de ce nombre, quoyque les explications qu'on en a données jusqu'icy ne soyent point satisfaisantes, et que je n'aye pas non plus de quoy me satisfaire la dessus. Enfin je souhaite en mon particulier vos reflexions sur quelques considerations physiques d'une de mes precedentes ¹⁸), que vous m'aviés fait esperer dans vostre derniere ¹⁹).

On me mande de Paris qu'on y a donné au public, à l'imprimerie du Louvre et des MS. de la Bibliotheque du Roy, quelques anciens Mathematiciens Grecs. Entre autres Athenaeum de Machinis, des Extraits poliorcétiques d'Apollodore, et quelques ouvrages de Philon, et de Biton de la construction des machines de guerre, et les Cestes de Julius Africanus. On adjoute qu'un nommé Mons. Boivin, a eu soin de cette edition ²⁰), estant sçavant dans le Grec, mais que Mr. de la Hire en a esté chargé comme Mathematicien. Mais on dit en même temps que l'ouvrage aurait esté plus exempt de fautes, si un seul, qui eut eu l'habileté de ces deux sçavans hommes, eut eu la direction de cette Edition.

Quand Monsieur le Marquis de l'Hospital m'écrivit il y a quelques mois ²¹), il me demanda, si je n'avois pas réglé la ligne isochrone, à l'égard de l'éloignement uniforme d'un point fixe que j'avois proposé ²²). Je me souvenois d'avoir vû

¹⁷) Cette division des phénomènes célestes en phénomènes *emphatiques* (κατ' ἐμφασιν), dus, comme l'arc-en-ciel, à quelque réflexion de la lumière, et en phénomènes *substantiels* (κατ' ἐπόσταςιν), comme les étoiles filantes, est empruntée probablement à l'ouvrage pseudo-aristotélique „De Mundo”, Cap. IV. (Aristot. Ed. Didot. Vol. III, p. 683).

¹⁸) Voir la Lettre N°. 2797.

¹⁹) La Lettre N°. 2822, à la page 509.

²⁰) Veterum Mathematicorum Athenaei, Bitonis, Apollodorii, Heronis, Philonis, et aliorum Opera, Graece et Latina pleraque nunc primum edita. Ex Manuscriptis Codicibus Bibliothecae Regiae. Parisiis, ex Typographia Regia. MDCXCIII. in-f°. L'ouvrage a été commencé par Thevenot et achevé par J. Boivin et Ph. de la Hire.

Jean Boivin de Ville-neuve, né à Montreuil-l'Argilé le 28 mars 1663, obtint en 1692 une place à la Bibliothèque du Roy, où il découvrit et déchiffra un manuscrit palimpseste, contenant la Bible. Il devint professeur de Grec au collège royal et fut membre de l'Académie des inscriptions (1705) et de l'Académie française (1721). Il mourut le 29 octobre 1726.

²¹) Il s'agit de la Lettre du 24 février 1693, publiée par C. I. Gerhardt dans le Tome II de „Leibnizens Mathematische Schriften”, p. 223—227, voir la page 224. Voir encore la note 23.

²²) Leibniz l'avait fait vers la fin de l'article d'avril 1689 cité dans la note 2 de la Lettre N°. 2512, et dans les termes suivants: „invenire lineam, in qua descendens grave recedat uniformiter a puncto dato, vel ad ipsum accedat”, défiant les Cartésiens à en chercher la solution par leur analyse. Et il répéta ce défi dans les articles des Acta de mai et de juillet 1690, cités dans les Lettres N°. 2640, note 5, et N°. 2623, note 10.

La question d'ailleurs était des plus difficiles pour l'époque, puisqu'elle mène, même dans le cas particulier auquel on s'est borné ordinairement, à une intégrale elliptique, qui ne peut être réduite ni à la quadrature de l'hyperbole, c'est-à-dire aux logarithmes,

le moyen d'y arriver, mais je n'avois pas alors le loisir d'y penser, comme je remois dans ma réponse à Monsieur le Marquis²³). Depuis ayant retrouvé un vieux brouillon, j'ay vu que je l'avois réduit à une quadrature, qu'il faudra examiner avec plus d'attention, pour voir s'il n'y a pas la dessus quelque chose de réduisible à la commune Geometrie²⁴). Je ne sçay si le silence que Mr. le Marquis a gardé depuis²⁵), ne marque point que ma lettre ne l'a point satisfait. Comme en

ni à celle du cercle. Aussi, ce ne fut que cinq ans après qu'elle avait été posée que Jacques Bernoulli l'entama dans les Acta de juin 1694 sous le titre : „Jac. B. Solutio problematis Leibnitiani de Curva Accessus & Recessus aequabilis a puncto dato, mediante rectificatione Curvae Elasticæ”. Puis, dans les Acta d'août 1694, Leibniz publia sa propre solution sous le titre : „G. G. L. Constructio propria problematis de Curva Isochrone Paracentrica. Ubi & generaliora quaedam de natura & calculo differentiali osculorum, & de constructione linearum transcendentium, una maxime geometrica, altera mechanica quidem, sed generalissima. Accessit modus reddendi inventiones transcendentium linearum universales, ut quemvis casum comprehendant, & transeant per punctum datum”. Elle fut reprise ensuite par Jacques Bernoulli dans les Acta de septembre 1694 dans l'article : Jac. B. Constructio Curvae Accessus & Recessus aequabilis, ope rectificationis Curvae cujusdam Algebraicae, addenda nuperae Solutioni mensis Junii”. Enfin dans ceux d'octobre, Jean Bernoulli publia sa „Constructio facilis Curvae accessus aequabilis a puncto dato per Rectificationem curvae Algebraicae”.

²³) Dans la première de ses Lettres à Leibniz, celle du 14 décembre 1692, de l'Hospital lui avait écrit qu'il ne savait pas encore trouver le moyen de décrire la courbe, définie par l'équation différentielle $a^2 x dx + 2y^3 dy = 2a^2 x dy - a^2 y dx$; quoiqu'il s'y fût beaucoup appliqué à cause que cette courbe avait des propriétés considérables. Alors Leibniz, dans sa réponse dont la date est inconnue, lui apprit à résoudre une telle équation au moyen de séries infinies dont on pouvait calculer autant de termes qu'on voudrait, comme, par exemple celle en question (posant $a=1$) par la série : $x = y - \frac{2}{5}y^3 - \frac{4}{75}y^5 - \frac{64}{4875}y^7$ (lisez $-\frac{64}{5625}y^7$) etc., ou bien par une plus générale renfermant aussi des „termes pairs”. Ensuite, dans sa lettre du 24 février 1693, citée dans la note 21, de l'Hospital remarque que l'équation différentielle mentionnée exprimait dans un cas particulier la courbe de descente „que vous avez proposée autrefois aux Cartésiens”, montrant comment il était arrivé à cette équation dans ses recherches sur cette courbe. Enfin, dans une lettre de date inconnue, Leibniz lui répondit : „Je suis bien aise de sçavoir que l'équation différentielle que vous m'avez envoyée, Monsieur, sert pour un cas de la ligne ou le poids descendant s'éloigne également d'un certain point. Cela me servira à y mieux penser un jour. Car autres fois songeant à ce problème je croyois voir quelque chemin pour le donner”.

²⁴) D'après la solution de Leibniz mentionnée dans la note 22, il s'agit de la quadrature représentée par l'intégrale : $\int \frac{a^2 dz}{\sqrt{az(a^2 - z^2)}}$, irréductible, comme on le sait maintenant, à la

„commune Géométrie”, puisque c'est une intégrale elliptique.

²⁵) Toutefois de l'Hospital n'avait pas tardé à répondre à la lettre de Leibniz par la sienne du 23 avril 1693, dans laquelle le problème de la courbe isochrone n'est plus mentionné; mais d'après la publication de Gerhardt, il y a eu en effet une interruption dans le commerce de lettres de de l'Hospital avec Leibniz depuis celle du 15 juin 1693 jusqu'à celle du 30 novembre 1694.

effect cela ne sçauroit manquer d'arriver à l'égard de celles d'un homme qui se laisse distraire autant que moy. Cependant je n'en estime pas moins Mons. le Marquis de l'Hospital, et je trouve que vous avés eu raison, Monsieur, de luy rendre justice dans vostre lettre à Mr. de Beauval ²⁶⁾. Je m'étonne qu'il est presque le seul en France qui entre dans la Geometrie profonde. Connoissés vous Mr. Rolle? ²⁷⁾ il semble que c'est luy qui a fait proposer un probleme geometrique avec un prix ²⁸⁾, mais à condition qu'on le doit resoudre par des voyes différentes de celles que Mr. Rolle a publiées ²⁹⁾. Je n'ay jamais vû ces voyes, et je ne m'amuseray pas à ce probleme, qui est trouuer la plus simple courbe, propre à construire l'equation donnée avec une courbe donnée. Mr. Bernoulli le cadet a donné sa Methode la dessus ³⁰⁾. On a temoigné qu'on n'en estoit point content ³¹⁾. Je crois que Mr. Bernoulli y repliquera bientôt ³²⁾. Ce n'est pas une chose si difficile à une personne aussi versée, qu'il l'est, dans cette Analyse. Pour moy j'avois cru

²⁶⁾ Voir la pièce N°. 2793 aux pages 407, 416 et 417.

²⁷⁾ Voir, sur Michel Rolle, la note 5 de la Lettre N°. 2454.

²⁸⁾ Voici l'„Avis aux Geometres” que l'on trouve dans le Journal des Sçavans du 20 juillet 1693 : „On a déposé un prix de soixante pistoles chez M. le Normand Notaire au Châtelet de Paris, pour la premiere personne qui résoudra la question suivante.

„Ayant une partie si petite qu'on voudra d'une courbe Geometrique, on demande une metode pour resoudre une égalité donnée par le moyen de cette partie, & d'une autre ligne courbe dont le lieu soit le plus simple qu'il sera possible.

„L'on demande aussi que cette metode paroisse publiquement avant le premier Janvier prochain, & qu'elle ne suppose aucune des regles qui sont de l'invention particuliere de M. Rolle.

„Mons. Descartes a proposé ce probleme pour une des trois sections coniques seulement, & on n'en avoit jamais proposé un plus beau pour la resolution des egalitez. De plus cette resolution estant absolument necessaire pour perfectionner toutes les parties des Mathematiques, il importe de scavoir s'il n'y a point pour cela de metode qui soit differente de celles que Mr. Rolle a données au public”.

²⁹⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 25 de la Lettre N°. 2709.

³⁰⁾ Dans le Journal des Scavans du 31 août 1693, sous le titre : „Solution d'un Probleme proposé dans le 28. Journal de cette année, page 336. Par Mr. Bernoulli le Medecin”.

³¹⁾ Voir l'article anonyme du Journal des Sçavans du 14 septembre 1693, intitulé : „Reponse à Mr. Bernoulli le Medecin, au sujet d'une metode qui a paru sous son nom dans le Journal du 31. août dernier”.

³²⁾ C'est ce qu'il fit en effet dans le Journal du 18 janvier 1694 sous le titre : „Response de M. Bernoulli le Medecin, à l'objection inserée dans le Journal du 14 Septembre dernier, contre une metode qui a paru de lui dans le Journal du moi d'Août précédent”. L'anonyme (sans doute Rolle lui-même) duplique dans le Journal du 15 février par l'article „Remarques sur la Réponse qui a esté inserée sous le nom de M. Bernoulli dans le 3 Journal de cette année, au sujet d'un problème de Geometrie”, prétendant „que M. Bernoulli n'a point satisfait aux difficultez capitales du problème, & mesme que l'on seroit infiniment éloigné d'y satisfaire par les metodes qu'il a citées pour ce sujet”.

que cette matiere estoit comme epuisee, et qu'il ne s'agissoit que d'en donner les canons pour epargner aux autres la peine du calcul. Je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

N^o 2842.

CHRISTIAAN HUYGENS au MARQUIS DE L'HOSPITAL.

24 DÉCEMBRE 1693.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾.

La lettre est la réponse au No. 2838.

De l'Hospital y répondit par le No. 2843.

Sommaire²⁾: Remercier de ce qui regarde la voile. suis d'accord des principes. Ce qui me reste à savoir.

Bien aisé de nostre accord. Bien aisé de ce qu'on peut se passer des series.

Trouver ces sommes, c'est précisément trouver la quadrature de sorte de ce qu'il dit je ne puis juger s'il a une 3^{me} voie pour cette quadrature.

Je suis à quelque traité philosophique³⁾.

S'il a vu ce que Leibnitz a mis touchant les trajectoria, trop tard et peu de chose.

Content de son approbation de ma remarque. Cela fera que Mr. Renaud ne s'embarrassera pas de quelque réponse.

24 Dec. 1693.

A Mr. le Marquis DE L'HOSPITAL.

Je vous suis fort obligé Monsieur d'avoir rapellé en ma consideration vos idées touchant la courbure de la voile suivant la Theorie de M. Jo. Bernoulli. Je vois par ce que vous m'en expliquez que je suis d'accord avec luy quant aux principes⁴⁾; mais vous ne me repondez point à ce que j'avois souhaité uniquement de savoir⁵⁾, qui estoit s'il veut qu'une voile faite de certain nombre de rectangles egaux, se courbe exactement de mesme par le vent que par leur poids. C'est ce que je puis demontrer estre faux⁶⁾, et il semble que cela doive renverser son Theoreme, parce qu'il feroit assez etrange qu'estant faux dans quelque grand

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 309.

²⁾ Ce sommaire se trouve écrit en marge de la minute de la lettre.

³⁾ Le „Cosmotheoros”; voir la note 6 de la Lettre N^o. 2844.

⁴⁾ Comparez la note 3 de la pièce N^o. 2835.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2833 vers la fin.

⁶⁾ Voir la pièce N^o. 2835.

nombre de rectangles qu'on suppose, il fust pourtant vray dans le nombre infini, quoy que je ne veuille pas dire qu'il soit absolument impossible⁷⁾. J'attendray donc sur ce point encore un mot de réponse.

Je suis bien aise de ce que nous sommes d'accord en ce qui regarde la quadrature par les series. Et encore beaucoup plus de ce que vous m'affurez que sans leur secours vous sçavez venir à bout des quadratures lors que vostre c est un nombre entier. Car la methode par les series me paroît fatigante, sur tout en ce qui est de son origine et demonstration par les divisions exponentielles⁸⁾. J'espère qu'un jour vous publierez celle que vous avez, ou vous voudrez bien m'en faire part.

Pour ce que vous avez pris la peine de m'expliquer de votre 3^{me} maniere de mesurer la Feuille de Des Cartes, je n'ay point eu de peine à vous suivre⁹⁾,

jusques à l'équation $-zdu = udu \sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$. Mais de trouver ici la somme des

$udu \sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$ je vois que c'est precisement la mesme chose pour moy que de

trouver la quadrature de la courbe $zz = \frac{buu - u^3}{b + 3u}$ que l'on cherche. De sorte Monsieur que je demeure aussi peu instruit de cette 3^e maniere de quadrature que je l'estois auparavant. Permettez moi donc de vous demander quelque peu plus d'eclaircissement.

Je n'avois nul doute que ma remarque sur la manoeuvre des vaisseaux ne meritaît vostre approbation après laquelle je n'attens pas que Mr. Renaud songe à defendre son erreur¹⁰⁾, et j'en suis bien aise.

Je ne sçay si vous aurez vu ce que Mr. Leibnitz a fait publier dans le Journal de Leipfich touchant les Tractoriae avec un titre fort pompeux¹¹⁾, comme s'il donnait une methode universelle et meilleure que nulle autre pour les Tangentes. J'en apprendrai volontiers vostre sentiment, car pour moy je ne trouve rien de

⁷⁾ Voir la note 15 de la pièce N°. 2835.

⁸⁾ Comparez les §§ 5—13 et la note 4 de la pièce N°. 2812.

⁹⁾ C'est à la page 90 du Livre J que l'on trouve cet essai de vérification de la 3^e maniere de de l'Hospital. Ensuite Huygens s'y efforce à retrouver la formule de de l'Hospital, obtenue vers la fin de la Lettre N°. 2838 pour l'espace DCF, en partant de sa propre „quadratura universalis brevior” pour l'aire AωBAA de la première figure de la pièce N°. 2782, que l'on trouve à la page 378 de cette même pièce; mais il est arrêté par des éliminations laborieuses qui lui semblent devoir mener à une formule plus compliquée. Toutefois, pour le cas particulier

$u = \frac{2}{3}b; z = \frac{2}{9}b$, il arrive à constater la conformité des résultats.

¹⁰⁾ Il en a été autrement. Consultez la Lettre N°. 2847.

¹¹⁾ Voir l'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.

plus pauvre ni de plus inutile, vu les descriptions embarrassées et tout à fait impraticables qu'il apporte ¹²). Car à peine pourroit on construire avec quelque exactitude cette simple Tractoria, que j'ay donnée ¹³), laquelle il prétend avoir reconnue devant moy, (de quoy on pourroit douter) pour quadratrice de l'Hyperbole ¹⁴).

Je ne scay pas quelle Inverse des Tangentes de Newton vous me demandez. Peut estre vous avez voulu dire celle de Mr. Leibnits ¹⁵), qui est peu de chose et je vous ay desia assuré cy-devant ¹⁶) que vous ne scauriez l'ignorer. Toutefois si c'est celle là, je vous l'expliqueray tres volontiers, estant entierement, etc.

N^o 2843.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 JANVIER 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek ¹).

Elle est la réponse au No. 2842.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2859.

A Paris ce 18^e Janvier 1694.

Je suis si fort occupé Monsieur à cause de la mort de mr. le marquis d'autremonts, lieutenant general des provinces de bresse, bugcy &c. oncle de ma femme et dont elle herite que je n'ai pas un moment de loisir pour songer aux sciences. Il a laissé beaucoup de biens mais bien des affaires et des proces, et c'est ce qui ne me convient gueres, cependant il faut tacher d'en sortir. Je vois par votre lettre du 24 décembre que je n'avois point compris ce que vous me demandiez touchant la courbure de la voile puisque je croyois que vous supposiez le nombre des rectangles egaux infini et c'etoit seulement dans cette supposition que mr Bernoulli pretend que la courbure est la mesme que celle d'une chaisne, comme il n'etoit point question alors d'un nombre déterminé de rectangles je ne scais point positivement sa pensée la dessus, mais autant que j'en puis juger par ses principes la courbure doit estre alors differente; je n'y vois mesme nul inconvenient, car il peut fort bien arriver que plus le nombre des rectangles est grand,

¹²) Voir la note 7 de la pièce N^o. 2824.

¹³) Voir la pièce N^o. 2793, p. 408—412.

¹⁴) Voir la note 4 de la pièce N^o. 2824.

¹⁵) Voir la pièce. N^o. 2713.

¹⁶) Voir la Lettre N^o. 2819, à la page 494.

¹) Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 311.

plus aussi la courbure de la voile approche de celle de la chaîne, et qu'elle devient enfin la même lorsqu'il est infini ²⁾).

J'ai écrit expres à mr Bernoulli ³⁾, pour savoir quelle étoit sa pensée la-dessus, sans vous citer, mais comme de moi, je vous ferai savoir ce qu'il me mandera dans sa réponse.

A l'égard des séries pour parvenir aux quadratures, je vous enverrai au premier jour ma méthode ⁴⁾ par laquelle vous verrez que je n'en ai point de besoin et que j'arrive au but par une manière bien plus naturelle. Mais il ne me sera pas aussi facile de vous satisfaire sur la 3^e manière de mesurer la feuille de Descartes. Pour la démonstration elle est aisée, car si vous prenez la différentielle de la quantité

que je vous ai envoyée ⁵⁾ vous trouverez $-udu \sqrt{\frac{b-u}{b+3u}}$ ce qui fait voir

que cette quantité en est la somme et cela suffit pour la démonstration. Je vois bien que pour vous contenter il faudroit que je vous fisse voir le chemin que j'ai tenu pour parvenir à trouver cette somme, c'est ce que je ne puis faire dans une lettre parce que cela dépend de plusieurs règles particulières qui sont une suite les unes des autres et qui demanderoient un petit traité à part, mon dessein est de le faire quand j'auray le loisir, et je vous le communiquerai alors avec plaisir me trouvant heureux d'avoir quelque chose qui soit de votre goût, et à vous dire le vrai c'est ce qui m'avoit empêché jusqu'à présent de vous envoyer cette 3^e manière me doutant bien de ce qui est arrivé.

Je tâcherai de voir Renaud afin de savoir son sentiment sur votre remarque, et je vous en ferai part, comme il est galant homme je ne doute point qu'il n'avoue sa méprise ⁶⁾.

J'ai lu ce que vous me mandez de mr Leibnitz, et j'ai trouvé qu'il répondoit si peu au titre fastueux, qu'à peine ay-je eu la patience de le lire, car sa machine est si fort composée, et tellement embarrassée qu'elle ne peut être d'aucun usage dans la pratique, et de plus cela ne donne aucune vûe nouvelle pour l'inverse des tangentes, ce sont de ces gens qui veulent tout savoir et qui d'abord que les autres ont fait paroître quelque chose de nouveau s'en veulent attribuer l'invention, ce n'est point du tout son inverse des tangentes que je vous demande, mais c'est celle de Neuton qui est imprimée à la fin du traité de vallis de algebra nouvellement traduite en latin ⁷⁾. Vous m'avez mandé autre fois ⁸⁾ qu'on vous avoit promis de

²⁾ Comparez, à ce propos, la note 15 de la pièce N°. 2835.

³⁾ Consultez, sur la correspondance de de l'Hospital avec Jean Bernoulli, la note 14 de la Lettre N°. 2829.

⁴⁾ Ce qui n'a pas eu lieu.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2838.

⁶⁾ Il n'en fut rien. Voir la réponse de Renau, notre N°. 2848.

⁷⁾ Voir la note 39 de la Lettre N°. 2777.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2810 à la page 464.

vous en envoyer une copie écrite a la main. je suis parfaitement Monsieur votre tres humble et tres obeissant serviteur

Le M. DE L'HOSPITAL.

N^o 2844.

CONSTANTYN HUYGENS à CHRISTIAAN HUYGENS.

5 MARS 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Chr Huygens y répondit par le No. 2846.*

Whitehall ce 5. de mars 1694.

¹⁾ J'ay voulu vous dire, que ce dont vous m'avez chargé pour Fatio¹⁾ luy a esté delivré apres que l'on eust esté longtems a le deterrer dans cette grande ville, ou a la fin selon que j'apprens il a esté obligé d'embrasser la condition d'un Tutor ou Pedagogue des enfans d'un Lord, j'ay oublié son nom, la Fortune ne rendant pas tousjours justice au merite.

J'ay achepté il y a deux jours, le 17. volume des Transfactions de la Societé R.²⁾ que depuis un an on imprime derecher tous les mois³⁾. Waller Secretaire de la Societé⁴⁾ a le soyn de l'impression qui se continue d'ores en avant sans interruption. Vous ferez bien aise de voir ce 17.^e volume ou il y a de jolies choses.

On m'a assuré, que la Description de la Tartarie de Mr. Witzen est imprimée il y a desja quelque temps et se vend: je vous prie de me mander ce qui en est⁵⁾. J'ay bien de l'impatience de la voir, ainsi que tout le monde, dites moy quelle forte de volume c'est.

Les gens icy sont dans une pareille impatience de voir tortir en lumiere vostre livre des Planetes⁶⁾, de quo salivam illis movi, dites moy aussi ce qu'il en faut attendre et en quel temps, a peu près.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2839, à la page 568.

²⁾ Celui qui contient les „Transactions” de 1693.

³⁾ Consultez, sur l'interruption de cette publication, la note 4 de la Lettre N^o. 2552 et la note 2 de la Lettre N^o. 2783.

⁴⁾ Richard Waller fut secrétaire de la Société Royale de 1687 à 1693 et de 1710 à 1713.

⁵⁾ Voir la note 4 de la Lettre N^o. 2846.

⁶⁾ L'ouvrage posthume de Christiaan Huygens intitulé: Christiani Hugenii ΚΟΣΜΟΘΕΩΡΟΣ, sive De Terris cælestibus, earumque ornatu, Conjecturae. Ad Constantinum Hugenum, Fratrem: Gulielmo III. Magnae Britanniae Regi, a Secretis. Hagae-Comitum, Apud Adrianum Moetjens, Bibliopolam. M.DC.XCVIII. in-4^o.

Chr. Huygens avait confié par ses dernières volontés le soin de terminer l'édition de cet

Fatio avoit dit qu'il viendrait me remercier de luy avoir fait tenir vos papiers, mais je ne l'ay point veu.

Voor Broer VAN ZEELHEM.

^a) Répondu le 13^e Mars [Christiaan Huygens].

N^o 2845.

CHRISTIAAN HUYGENS à VAN ASTEN ¹⁾).

18 MARS 1694.

Sommaire 18 Mart 94 geschreven aen Cap. van Aften, dat hij mij volgens afspraak de papieren van Zeelhem in zijn Broeders Cabinet gevonden noch niet gevonden heeft. vrees of den brief vermist waer. of hij met Cools gesproocken heeft. dat ick sal derwaerts moeten gaen of senden van mijnent wegen. dat hij mij zijn adresse senden wil in Bruffel ²⁾).

ouvrage à son frère Constantyn. L'impression traîna en longueur, de sorte que Constantyn, mourut quelques mois avant que l'ouvrage parût en public.

Une réimpression latine in-12° sous le même titre avec l'addition : *Editio Altera* a paru : Francofurti & Lipsiae, Impensis Christiani Liebezeitii. Leoburgi, Literis Christiani Alberti Pfeifferi, Anno MDCCIV.

Diverses traductions ont paru sous les titres suivans :

De Wereldbeschouwer, of Gissingen over de Hemelsche Aardklooten, en derzelver Cieraad, geschreven van Christiaan Hugins, aan zijn Broeder Konstantyn Hugins. Uit het Latijn vertaald door P. Rabus. Te Rotterdam, Bij Barend Bos, Boekverkooper, MDCXCIX.

Une seconde édition de cette traduction parut chez les mêmes éditeurs en 1717.

Nouveau Traité De la Pluralité des Mondes. Par feu Mr. Hugins, cy-devant de l'Académie Royale des Sciences. Traduit du Latin en François. Par M. D*** A Paris. Chez Jean Moreau, rue Saint Jacques, vis-à-vis S. Yves, à la Toison d'or. M.DCCII. Avec Approbation & Privilège du Roy. in-12°.

Herrn Christian Hügens Weltbeschauer, oder vernünftige Muthmassungen, dass die Planeten nicht weniger geschmückt und bewohnt sein als unsere Erde. Aus dem Lateinischen übersetzt. Mit Anmerkungen von verschiedenen und Kupfern. Zürich, bey Orell, Geszner und Comp. 1767. petit in-8°.

The Celestial Words discover'd; or, Conjectures Concerning the Inhabitants, Plants and Productions of the Worlds in the Planets. Written in Latin by Christianus Hvygens, And inscrib'd to his Brother Constantine Hvygens Late Secretary to his Majesty K. William. London: Printed for Timothy Childe at the White Wart at the West-end of St. Paul's Church-yard. MDCXCVIII. in-12°.

Cosmotheoros: or Conjectures concerning the Planetary Worlds, and their inhabitants. Written in latin by Christianus Huygens. Illustrated with plates. This Translation was first published in 1689 [sic]. In the present Edition many places have been corrected. Glasgow, printed and sold by Rob. & And. Foulis. M.DCC.LVII. in-12°.

¹⁾ Frère de celui mentionné dans la Lettre N^o. 1103, note 3.

²⁾ Consultez, sur les embarras financiers à Zeelhem, les Lettres Nos. 2715, 2808 et 2817.

N^o 2846.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS.

19 MARS 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2844.**Const. Huygens y répondit par le No. 2849.*

Sommaire ¹⁾ le 19 mars 94. Fatio s'est fait précepteur pour voyager. Horological instructions qu'il me le cherche. Slydrecht. Graverol contra Burnet ne paroît point. Horloge nouvelle commence à promettre beaucoup. de Planetis moitié françois encore. Je l'adresse à luy. Bien aisé des Trans-actions, qu'il apporte ce 17^e volume. Witsen Tartarie pas encore. Nous avons la satire de Boileau contre les femmes. Item Harlequiniana.

Je vous remercie d'avoir eu soin des lettres et papiers pour Mr. Fatio. Je m'étonne qu'il n'est pas venu de lui mesme les querir, puis qu'il scavoit que vous les deviez apporter. La condition de Tutor qu'il a acceptée, à ce qu'on m'a dit icy, n'est que pour avoir occasion de voyager avec ce fils de Lord. Quand vous le verrez, demandez lui un peu ou il en est avec son invention de vaisseau, qu'il medite depuis longtemps pour aller plus viste que les bastiments ordinaires.

Je suis bien aisé qu'on continue les Philosophical Transactions, et je vous prie de n'oublier pas d'apporter avec vous, lors que vous passerez la mer ce 17^{me} volume.

Je me suis informé de Mr. Berckesteyn ²⁾ et de Mr. Beauval ³⁾, touchant *la Tartarie de Mr. Witsen* qui m'assurent qu'on ne la debite pas encore, quoyque peut estre elle soit achevée d'imprimer ⁴⁾.

Mon Traité des Planetes est achevé, mais il est encore moitié Latin moitié François, de sorte qu'il y reste une grande partie à traduire, et puis des figures à faire, qui pourtant sont peu en nombre. Je despescheray le plus que je pourray, et d'autant plus que par la nouvelle que vous avez donnée de mon dessein, il se pourroit faire que quelqu'un entreprist le mesme sujet, en taschant de me prevenir.

Je crois que vous aurez maintenant le livre de Burnet Archæologiæ &c. ⁵⁾, un

¹⁾ Le sommaire se trouve écrit sur le revers de la Lettre N^o. 2844.

²⁾ Johan van der Does, seigneur de Berckesteyn. ³⁾ Voir la note 11 de la Lettre N^o. 2426.

⁴⁾ La première édition, excessivement rare aujourd'hui, de cet ouvrage célèbre n'a pas été mise dans le commerce. Elle est intitulée:

Noord en Oost-Tartarije, ofte bondigh ontwerp van eenige dier landen en volken, zo als voormaels bekend zijn geweest. Beneffens verscheyde tot noch toe onbekende en meest niet voorheen beschreven Tartersche en nabuerige gewesten, landstreken, steden, rivieren en plaetzen in de Noorder en Oostelijkste gedeelten van Azia en Europa enz. Met derzelver Lantkaerten. Zedert nauwkeurigh onderzoek van veele jaren en eigen ondervindinge beschreven en in 't licht gegeven door N. W. 't Amsterdam, in 't jaer 1692.

L'ouvrage est dédié aux Tsars Joan et Peter Alexewitz. Une seconde édition a paru à Amsterdam chez Fr. Halma en 1705. Elle a été réimprimée en 1785 chez M. Schalekamp, à Amsterdam.

⁵⁾ L'ouvrage cité dans la note 4 de la Lettre N^o. 2808.

imprimeur d'Amsterdam m'a dit il y a plus de 6 semaines qu'il imprimoit le *Moses Vindicatus* du Sr. Graverol⁶⁾ qui devoit estre une refutation de ce livre, mais je n'entens pas qu'il soit encore prest de paroître. Informez vous, je vous prie, s'il n'y a personne que ce Graverol qui ait escrit contre.

L'on m'a dit qu'on a publié un *Traité a Londres* avec le titre de *Horological Instructions*⁷⁾. Il faudra necessairement que je le voie, ou que je sache ce que c'est; c'est pour quoy vous me ferez plaisir de le faire chercher. Tempion⁸⁾ scaura asseurement ce qu'il contient et ou on le trouve. Je suis apres a faire construire ma nouvelle invention d'*Horloge de Mer*⁹⁾, et j'en ay desia vu assez pour en avoir fort bonne opinion. Cela m'occupe un peu beaucoup et est cause que mon *Traité des Planetes* s'est avancé moins viste. J'ay a vous dire encore touchant ce petit ouvrage, que je l'ay escrit comme en m'adressant a vous, et je crois que vous voudrez bien que vostre nom y paroisse; autrement je pourray le deguïser sous quelqu'autre, et l'on scaura pourtant que je parle a vous, parce que je fais mention des observations que nous avons fait ensemble. Mais je ne songe pas que nous aurons assez de temps d'en conferer quand vous ferez revenu.

Nous avons icy depuis peu la nouvelle satire de Boileau contre les femmes¹⁰⁾, qui est bonne, mais non pas tout a fait de la force des precedentes a mon avis. On a aussi imprimé les *Harlequiniana*¹¹⁾, ou il y a quelques plaisanteries qui rejouissent.

Mijn Heer

Mijn Heer van Zuylichem

Secretaris van Zijne Konincklijke Majesteit

Tot Londen.

⁶⁾ Jean Graverol, né à Nîmes le 28 juillet 1647, étudia la théologie à Genève. Après la révocation de l'édit de Nantes, il se réfugia en Hollande et s'établit à Amsterdam. Plus tard il se rendit à Londres où, comme pasteur il desservit les églises françaises. Il mourut à Londres en 1718. Le livre dont parle Huygens, est intitulé *Moses Vindicatus: seu asserta historica creationis mundi, aliarumque quales a Mose narrantur veritas, adversus Clarissimum Virum Th. Burneti archaeologias philosophicas*. Amstelodami 1694. in-12°.

⁷⁾ Voir, sur cet ouvrage anonyme, la Lettre N°. 2851.

⁸⁾ Tempion était un horloger dont Huygens avait fait la connaissance lors de son séjour à Londres en 1889. Il est fréquemment mentionné dans le *Journal* du frère Constantyn.

⁹⁾ Voir la note 16 de la pièce N°. 2823, et consultez la note 32 de la Lettre N°. 2859.

¹⁰⁾ La satire X, qui parut en 1692 :

„Enfin bornant le cours de tes galanteries,
Alcippe, il est donc vrai, dans peu tu te maries” etc.

¹¹⁾ *Arlequiniana* ou les bons mots, les histoires plaisantes et agréables. Recueillies des Conversations d'Arlequin. Suivant la copie. A Paris, chez Florentin et Pierre Delaulne et chez Michel Brunet. M.DC.XCIV. in-12°.

N^o 2847.

Le Marquis DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

22 MARS 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek ¹⁾.**Elle fait suite au No. 2843.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2859.*

A Paris ce 22 Mars 1694.

Je vous envoie, Monsieur, la reponce de Mr Renaud ²⁾; vous me ferez plaisir de m'en mander vôtre sentiment, je n'ai pas encore eu le loisir de l'examiner, car elle ne vient que de paroistre et de plus la mort de Mr d'Autremonts, oncle de ma femme, m'engage dans beaucoup d'affaires qui ne me laissent quasi point de temps. Je vous prie cependant de m'eclaircir une difficulté qui regarde les développées.

Mr Bernoulli dans les actes de Leipzig de l'année 1692, page 116 ³⁾ prétend qu'au point d'inflexion le rayon de la développée, ou du cercle baissant, devient toujours infiniment grand. Mr Leibnitz, dans la page 443, dit aussi la même chose ⁴⁾. Or je trouve qu'il peut estre aussi infiniment petit ou zero, car soit une

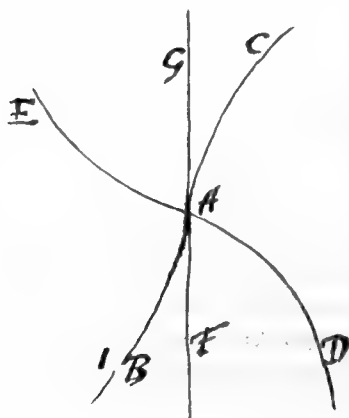
¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 313.

²⁾ Cette réponse nous est inconnue dans sa forme primitive d'ouvrage séparé, sous laquelle elle semble être devenue très rare. Pour cette raison nous la reproduisons, dans l'Appendice N^o. 2848 à la présente lettre, telle qu'elle a été réimprimée plus tard dans les numéros du 16 et du 23 mai 1695 du Journal des Sçavans. Lors de cette publication, la réplique de Huygens, que nous donnons plus loin dans cette correspondance, avait déjà paru dans le numéro d'avril 1694 de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans. Il est donc bien étrange que dans les numéros cités il ne soit fait aucune mention de cette réplique.

³⁾ Il s'agit de l'article de Jacques Bernoulli qui parut dans les „Acta” de mars 1692 sous le titre : „J. B. Additamentum ad Solutionem Curvae Causticae fratris Jo. Bernoulli, una cum Meditatione de Natura Evolutarum, & variis osculationum generibus”, à la fin duquel on trouve le passage qui suit : „In omni enim flexu contrario circulus osculator abit in lineam rectam, fit radii infinite magni; quanquam non vicissim, ubicunque circulus osculator infinite magnus est, ibi requiritur flexus in contrarium. In Paraboloidibus omnibus (excepta Parabola communi) circulus osculator verticis infinite magnus, veruntamen non nisi in illis, quorum potestates a numero impari denominantur, flexus contrarius supervenit, caeterae ubique versus easdem partes cavae manent”.

⁴⁾ Voici le passage en question, tel qu'on le trouve dans l'article cité dans la note 26 de la Lettre N^o. 2819 : „Sed & hoc notandum est, *minimam curvedinem & maximam obtusitatem* esse in puncto flexus contrarii, & recte dixit Dn. Bernoullius, circulum osculantem eo casu degenerare in rectam; radius enim est infinitus, seu centrum cadit in lineae evolutae concursus cum sua asymptoto. Quoniam antequam duae proximae, ad curvam perpendiculares,

ligne courbe BAC, qui ait un point d'inflexion en A, et pour tangente en ce point la droite FAG; il est clair qu'en commençant de développer au point



A, on décrira la courbe AE par le développement de la partie CA et la courbe AD par celui de la partie AB: de sorte que la courbe entière DAE aura aussi un point d'inflexion en A, quoi que dans ce point le rayon de la développée BAC soit zero. Supposons par exemple que la courbe EAD soit la paraboloïde $ax^3 = y^5$, qui a un point d'inflexion en A, je puis démontrer que le rayon de sa développée en ce point sera nul ou zero. La raison qu'apporte Mr Leibnitz dans la même pag. 443 ⁵⁾ ne fait rien contre moi, car avant que deux perpendiculaires à une courbe infiniment proches l'une de l'autre deviennent de convergentes divergentes, il faut

nécessairement ou qu'elles deviennent parallèles, comme à remarqué Mr Leibnitz, ou bien qu'elles deviennent nulles ou zero ce qu'il n'a point remarqué. Le premier cas arrive lorsque les rayons de la développée vont en croissant à mesure qu'ils approchent du point d'inflexion et le second lorsqu'ils vont en diminuant. Mr Bernoulli fait encore ici une faute considérable ⁶⁾ lorsqu'il dit que dans toutes les paraboloïdes (excepté la parabole commune) le cercle baissant du sommet est infiniment grand, car il y a une infinité de ces paraboloïdes ou il est infiniment petit. En voici la règle ⁷⁾. Soit en général m l'exposant des abscisses et n celui des appliquées (je suppose m moindre que n , afin que ces courbes soient convexes par rapport à leurs axes), je dis que si $2m$ surpasse n le rayon de la développée au sommet est nul, et qu'au contraire si $2m$ est moindre que n il sera infiniment grand. Je vous en enverrai la démonstration si vous le souhaitez.

Au reste il me paroît évident que Mr Leibnitz se trompe lorsqu'il prétend que les quatre intersections d'un cercle avec une ligne courbe doivent se réunir en une afin que le cercle devienne le plus proche qu'il est possible de la courbe ce

sibi occurrentes hactenus ad plagam propositam, fiant sibi occurrentes ad plagam oppositam, seu ex convergentibus divergentes, debent fieri parallelæ, quo casu earum concursus infinite abesse debet".

⁵⁾ Consultez la dernière phrase du passage cité dans la note précédente.

⁶⁾ Il s'agit de la dernière phrase du passage cité dans la note 3. Remarquons toutefois qu'il nous semble probable que Jacques Bernoulli n'a eu en vue que les paraboloïdes $y = ax^n$, où n représente un nombre entier.

⁷⁾ Elle est exacte; consultez la réponse de Huygens, notre N°. 2859.

qu'il appelle baissant⁸⁾: au contraire il est clair, ce me semble qu'il n'y en doit avoir que trois et que le cercle doit alors couper la courbe, comme le pretend Mr Bernoulli⁹⁾.

Faites moi, je vous prie, le plaisir de me mander vôtre pensée sur tout cela.

J'ai écrit à Mr Bernoulli, comme je vous l'avois marqué¹⁰⁾ pour favoir quel étoit son sentiment sur la courbure de la voile lorsque l'on suppose le nombre des parallelogrammes, qui la composent fini; mais il ne m'a fait reponce que depuis peu et il me mande qu'il n'a point le loisir de songer à ces matieres parce qu'il est sur le point de se faire passer docteur en medecine pour se marier ensuitte. Il me promet cependant qu'après que cela sera passé il me rendra reponce sur cet article. Je ne manquerai pas de vous la faire savoir aussitost¹¹⁾. Je suis tres parfaitement Monsieur vôtre tres humble et tres obeissant serviteur

LE M. DE L'HOSPITAL.

⁸⁾ On rencontre l'erreur en question pour la première fois dans l'article de Leibniz des „Acta” de juin 1686, cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2699. On y lit : „Ut autem habeatur & modus inveniendi circulum osculantem, sciendum est, quemadmodum *tangentes* inveniuntur per aequationes quae habent duas radices aequales, seu duos occursus coincidentes, & *flexus contrarii* per tres radices aequales; ita circuli vel aliae quaevis lineae datam *osculantes* inveniuntur per quatuor radices aequales, seu per duos contactus in unum coincidentes”. Et qu'il s'agit ici en effet d'une erreur, et non pas d'une conception différente du cercle osculateur, c'est ce qu'on peut voir en consultant soit la définition de ce cercle, telle qu'on la trouve plus haut dans l'article cité, soit les pages 156 et 157 de la Lettre N°. 2699, où la même faute est répétée et où l'on aperçoit encore plus clairement son origine, qui consiste en ce que Leibniz considère à tort l'„osculatio” comme le résultat de la coïncidence de deux contacts. Même après la critique de Bernoulli, que l'on trouve dans l'article cité dans la note 3, Leibniz persistait dans son opinion, prétendant, dans l'article mentionné dans la note 4, que le cas des quatre intersections était le cas général et celui des trois l'exception. Bernoulli répliqua encore dans les „Acta” de juin 1693, aux pages 249—251 de l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2819.

⁹⁾ A la page 112 de l'article cité dans la note 3. Huygens lui-même était d'ailleurs arrivé depuis longtemps à la même conclusion. Consultez là-dessus la Lettre N°. 2709 et surtout l'annotation d'octobre 1654 que l'on trouve mentionnée dans la note 6 de cette lettre.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2843.

¹¹⁾ De l'Hospital n'y est plus revenu.

N^o 2848.

B. RENAU à CHRISTIAAN HUYGENS.

Appendice au No. 2847.

[JANVIER 1694].

La pièce a été reproduite dans les livraisons du 16 et du 23 mai 1695 du Journal des Sçavants pp. 329—337 et 355—363 de l'édition d'Amsterdam¹⁾.

's Gravesande en donna une traduction latine dans les Chr. Hugenii Opera Varia, p. 296.

Elle est la réponse à la pièce No. 2826.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2869.

Réponse de M. RENAU à M. HUGUENS²⁾.

Mr. Huguens dit³⁾ : *Que bien qu'on puisse imaginer que le mouvement au vaisseau par BG est composé des mouvemens par BK & KG, il ne s'ensuit pas que si dans l'efet on lui laisse le seul mouvement suivant BK.... que le vent qui en poussant la voile CD, le pousseroit de B en G, le poussera dans un temps égal de B en K. Et c'est en cela où je trouve d'abord qu'il se trompe. Car afin que le*

¹⁾ Elle y est précédée d'une Introduction intitulée : „Remarque de M. Huguens sur le Livre de la Manœuvre des vaisseaux imprimée à Paris in-8.” (p. 310) et ainsi conçue : „Mr. Renau Capitaine de Vaisseau, & depuis Ingenieur General de la Marine & Chevalier de l'Ordre de Saint Louis, donna au Public en 1689. un traité de la Manoeuvre des Vaisseaux, qui fut merveilleusement bien reçu. M. Huguens qui est le seul qui y a trouvé à redire avoué luy mesme que cet ouvrage est écrit avec beaucoup de soin & de neteté, & qu'on n'y suppose point de principes qui ne soient veritables; en sorte que si toute la theorie estoit tirée de là par des consequences legitimes, il n'y auroit rien à reprendre : mais comme il ne lui paroît pas que cela soit ainsi, il a cru qu'il seroit bon pour l'utilité du public d'avertir d'une erreur considerable qu'il croit avoir reconnu dans ce traité. M. Renau soutient au contraire qu'il n'est pas tombé dans cet erreur, & que s'il s'est trompé en quelque endroit de cet ouvrage, c'est touchant un point que M. Huguens croit tres conforme à la raison”.

„Les preuves des deux parties ayant trop d'étenduë pour trouver place dans un seul Journal, on a cru qu'il seroit à propos de mettre dans celui-ci l'objection de M. Huguens & de réserver la réponse de M. Renau pour le suivant”.

„Voici l'objection de M. Huguens comme elle se trouve inserée dans la Bibliothèque Universelle et Historique du mois de septembre 1693”.

Après ce début, l'article fait suivre la „Remarque de Huguens sur le Livre de la Manoeuvre des Vaisseaux”, elle-même, notre pièce N^o. 2826, à commencer par la phrase : „Je commencerai en raportant le contenu de l'Article I du 2. Chapitre”, etc. (p. 525) jusqu'à la fin.

Consultez d'ailleurs sur la pièce présente la note 2 de la Lettre N^o. 2847.

²⁾ Il est probable que l'écrit primitif contenait une introduction, qui nous manque, puisqu'elle a été remplacée dans la reproduction de 1695 par celle citée dans la note précédente.

³⁾ Consultez la page 527 de la pièce N^o. 2826.

vaisseau puisse aller de B en G dans un mesme temps déterminé, (*voyez la figure du Journal précédent*)⁴⁾ il faut qu'il ait réellement dans la détermination BK une vitesse capable de faire dans un temps égal la quantité BK, & dans la détermination KG la quantité KG. Et afin qu'on ne puisse pas douter de cete verité, imaginons-nous que le vaisseau est poussé dans la détermination BK d'une force capable de le faire aller dans un certain temps déterminé de B en K; & qu'en mesme temps il soit aussi poussé dans le sens KG d'une force capable de lui faire faire dans le mesme temps déterminé la quantité KG : comme ces deux forces n'ont rien d'opposé l'une à l'autre, ni qu'elles ne concourent point ensemble, attendu que BK est perpendiculaire à KG, le vaisseau obeïra entièrement à chacune de ces deux forces, & par consequent la vitesse qu'il aura dans chaque instant dans le sens BK, sera à [la] vitesse qu'il aura dans les mesmes instans dans le sens KG comme BK est à KG. C'est pourquoi le vaisseau satisfaisant à l'efet de ces deux forces, se mouvra le long de BG, & parviendra en G dans le temps déterminé. Et par consequent si dans l'efet on lui laisse le seul mouvement par BK, la force telle qu'elle puisse estre qui le pousseroit de B en G, le poussera dans un temps égal de B en K, puis qu'en rendant inutile l'efet de la partie de la force qui convient pour parcourir en mesme temps KG, on n'augmente ni on ne diminuë, comme nous avons dit, la vitesse selon BK. J'avouë que si l'angle BKG estoit aigu, la force particuliere qui pousseroit le vaisseau selon KG, diminueroit la vitesse qu'il auroit selon BK, comme lui estant opposée : au contraire, si l'angle BKG estoit obtus, elle augmenteroit comme allant du mesme sens; mais comme l'angle BKG est droit, cete force ne diminuë ni n'augmente la vitesse du vaisseau selon BK.

M. Huguens dit après : *Car pour sçavoir quel espace il parcourra par BK, il faut voir avec quelle force il est poussé dans cete route, & de plus avoir égard à la resistance qu'il souffre de l'eau.* Je viens de faire voir que les raports des vitesses dans les diferentes déterminations perpendiculaires l'une à l'autre, suffisoient pour faire voir la route du vaisseau, sans avoir besoin du raport des forces, ni des resistances de l'eau; mais comme ces vitesses dépendent des forces, je puis faire voir la mesme chose par le raport des forces.

J'ai démontré au 13. art. du 1. chap. de la Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux, dont M. Huguens convient, que les forces qui pouffoient le vaisseau estoient entr'elles comme les quarez des vitesses. C'est pourquoi la force qui convient pour faire faire au vaisseau la quantité BK dans le sens BK, dans un temps déterminé, est à la force qui convient pour faire faire au vaisseau la quantité KG

⁴⁾ Elle est identique dans tous les points essentiels avec celle de la pièce N°. 2826, p. 526, à laquelle nous renvoyons; seulement on doit ajouter à cette figure une perpendiculaire AV, abaissée du point A sur la droite DCO.

dans le sens KG, comme le quarré BK est au quarré de KG : d'où il suit que si le vaisseau estoit poussé en même temps dans les deux déterminations que je viens de dire, qui sont perpendiculaires l'une à l'autre, il auroit une force égale à ces deux forces, attendu que l'une n'ajoute ny ne diminue rien à l'autre. Ainsi cette force seroit exprimée par le quarré de BG, parce que le quarré de BG est égal au quarré de BK & de KG. De manière que le vaisseau aura alors une vitesse qui sera produite par cette force, c'est à dire que le vaisseau fera la quantité de BG dans le même temps qu'il a été dit. C'est pourquoi si le vaisseau estoit poussé selon BG avec la force exprimée par le quarré de BG, il ariveroit en G en même temps qu'il ariveroit en K, s'il estoit poussé selon BK avec une force exprimée par le quarré de BK.

M. Huguens continuë de cette sorte : *Or il est certain par les regles de Mécanique, que la force avec laquelle la voile DC pousse le vaisseau par BK, est à celle dont la même voile, & dans la même position a l'égard du vent, la pousseroit par BG comme BK à BG.* Je ne conviens point que cela soit selon les regles de Mécanique, au contraire il est certain que le rapport de ces forces est comme le quarré de BK au quarré de BG, & non pas comme BK à BG; & pour qu'on n'en puisse pas douter, imaginons-nous presentement que l'air se meuve suivant la ligne AB une fois plus vite dans un temps que dans un autre. Lors qu'il se mouvra une fois plus vite, il frappera la voile quatre fois plus fort, attendu que chaque partie frappe une fois plus fort à cause d'une fois plus de vitesse, & à cause d'une fois plus de vitesse il y a aussi une fois autant de parties qui frappent en même temps. C'est pourquoi la vitesse étant double & la masse double, la puissance ou la force est quadruple. Si la vitesse estoit triple, chaque partie frapperoit trois fois aussi fort, parce que la vitesse est triple; & aussi parce que la vitesse est triple il y auroit trois fois autant de parties qui frapperoient en même temps. C'est pourquoi la vitesse étant triple & la masse triple, la puissance ou la force sera neuf fois aussi grande; d'où on voit que la masse augmente en même raison de la vitesse, & chaque partie frappant aussi plus fort à raison de la vitesse, la puissance ou la force du vent contre la voile, est en raison doublée des vitesses du vent; c'est à dire en raison des quarrés des vitesses du vent contre la voile. M. Huguens convient de ce principe: ainsi il ne s'agit plus qu'à en faire l'application.

La première application sera pour faire voir pourquoi la force du vent contre la voile, lors que le vent est perpendiculaire à la voile, est à la force du même vent contre la voile lors qu'elle est inclinée au vent, comme le quarré du rayon est au quarré du sinus de l'angle d'incidence, ou, ce qui est la même chose, pourquoi les forces d'un même vent contre des voiles diversement inclinées au vent, sont entr'elles en raison des quarrés des sinus des angles d'incidence; ce que j'ai démontré dans les articles 7. 8. & 9. du chap. 1. & que je prouve encore de cette manière. J'ai fait voir dans la Théorie de la Manœuvre des vaisseaux au 6. art. du chap. 1. qu'un corps qui se mouvoit de A en B, ne rencontroit la superficie

CD qu'avec sa détermination AT ⁵⁾, suposant AT ⁵⁾ perpendiculaire sur DC prolongée, & ne faisoit d'impression sur cete superficie que suivant cete détermination, & M. Huguens en convient. Cela estant, le vent AB n'agit contre cete voile que suivant cete détermination, c'est à dire avec la vitesse AT ⁵⁾. Et si la voile CD estoit perpendiculaire au vent AB, ce vent agiroit contre la voile avec la vitesse AB. Et par conséquent par le principe que je viens d'établir ci-devant, la force avec laquelle le vent agiroit contre cete voile si elle estoit perpendiculaire au vent, est à la force du vent contre la voile CD qui est inclinée au vent, comme le quarré de AB est au quarré de AT ⁵⁾, c'est à dire comme le quarré du rayon est au quarré du sinus de l'angle d'incidence.

La seconde application est celle qui sert à résoudre la question dont M. Huguens & moi ne sommes pas d'accord, c'est à dire pour faire voir que lors que la voile est dans la situation CD, & le vaisseau dans celle de BK, la force avec laquelle le vaisseau est poussé par le vent suivant BG, par le moyen de la voile, est à la force avec laquelle il est poussé par le même vent, & par le moyen de la même voile suivant BK, comme le quarré de BG est au quarré de BK, & non pas comme BG est à BK, comme M. Huguens le prétend.

Pour le faire voir, imaginons-nous que le vent frappe la voile avec la vitesse BG. Comme il ne la frappe qu'avec un mouvement suivant BG, il faut regarder le vent comme allant de B en G avec la vitesse de BG. Mais lors qu'il va de B en G avec cete vitesse, il va dans la détermination de BK avec la vitesse de BK, & dans le sens de KG avec la vitesse de KG. C'est pourquoi par ce que j'ai dit ci devant, la force avec laquelle le vaisseau est poussé suivant BG, est à celle avec laquelle il est poussé suivant BK, comme le quarré de BG est au quarré de BK : & à celle avec laquelle il est poussé suivant KG, comme le quarré de BG est au quarré de KG ; & on remarquera que la même force du vent contre la voile, c'est à dire la force totale suivant BG, qui est exprimée par le quarré de BG, est divisée suivant BK & suivant KG en deux parties, dont la somme est égale à la totale, & en cela la force, la puissance ou le mouvement, qui sont trois mots pour signifier la même chose, ne reçoit ni augmentation ni diminution par nos manières d'envisager le mouvement, qui ne consiste pas dans la vitesse seule des corps, il y faut encore comprendre les masses. Ainsi la puissance, la force ou le mouvement, est le produit de la vitesse par le masse. C'est pourquoi une même puissance qui a été produite par deux puissances, est égale à ces deux puissances, pourvu que la détermination de l'une soit perpendiculaire à la détermination de l'autre, parce qu'en ce cas là ces deux puissances ne peuvent rien ajouter l'une à l'autre, ni rien ôter l'une de l'autre, les deux déterminations n'ayant rien l'une contre l'autre ni

⁵⁾ Lisez „AV” et consultez la note précédente.

l'une pour l'autre, comme nous avons dit. C'est ce qui fait qu'une puissance suivant BK peut demeurer la même, & par conséquent son effet toujours le même, quoi qu'on augmente ou diminue à l'infini la puissance suivant KG. En ce cas-là il n'ariveroit de changement qu'à la puissance totale BG qui sera toujours égale à la somme des deux puissances qui l'auront produite.

Il s'ensuit de tout ce que je viens de dire, que le vaisseau HBM étant poussé selon BG par le moyen de la voile DC, la vitesse avec laquelle le vaisseau se meut de côté, étant à celle avec laquelle il se meut de pointe, comme GK à LK⁶⁾; il s'ensuit, dis-je que le vaisseau ira le long de BL, & arivera en L dans le même temps qu'il feroit arrivé en G, s'il fendoit l'eau de tous côtés avec la même facilité qu'il la fend de pointe, & si le vaisseau étoit attaché, comme dit M. Huguens, avec une corde BR infiniment longue & perpendiculaire à BK : c'est à dire pour empêcher que le vaisseau ne se muât aucunement selon la détermination KG, il s'ensuivroit que le vaisseau ariveroit encore au point K, au même temps qu'il feroit arrivé au point G, ce qui étoit en question, & ce qu'il falloit prouver.

Si la règle de Mécanique dont parle M. Huguens, sçavoir que la force avec laquelle DC pousse le vaisseau selon BK, est à celle avec laquelle la même voile pousse le vaisseau selon BG, comme BK est à BG [étoit véritable]; non seulement le vaisseau n'iroit point en K en même temps qu'il auroit été en G dans les circonstances dont on a parlé, mais même le vaisseau fendant également l'eau de tous côtés, & la voile DC le poussant selon BG qui lui est perpendiculaire, n'iroit pas selon la ligne BG : Car par la même règle de Mécanique la force avec laquelle le vaisseau feroit poussé selon BK par le moyen de la voile, feroit à celle avec laquelle il feroit poussé selon KG, comme BK est à KG, & les vitesses du vaisseau seroient entr'elles comme les racines des forces. Donc les vitesses qui resulteroient de ces forces, sçavoir la vitesse que le vaisseau auroit pris dans chaque instant selon BK, feroit à celle qu'il auroit dans les mêmes instans selon KG, comme la racine de BK est à la racine de KG. Mais pour se mouvoir selon BG, il faut que ces vitesses, lors qu'elles sont inégales, comme nous supposons ici, soient entr'elles dans chaque instant, comme BK est à KG, & non pas comme leurs racines. Donc le vaisseau n'iroit pas selon BG; ce qui est absurde. Car la force totale qui pousse le vaisseau étant selon BG, en supposant que le vaisseau fend l'eau également de tous côtés, il faut qu'il aille nécessairement selon cette ligne.

Mr. Huguens dit plus bas⁷⁾ : *La même erreur que je viens de remarquer influe dans presque tout le traité, & empêche de subsister plusieurs théorèmes qui autre-*

⁶⁾ Lisez : comme LK à GK.

⁷⁾ Voir la page 528 de la pièce N°. 2826.

ment paroissent fort elegans, comme entre autres celuy qui dit, que quãd l'angle de la voile avec le vent OBA est donné, la plus avantageuse situation de la quille pour gagner au vent est celle qui divise également son complement OBE, dont l'auteur prouve ensuite, &c.

Puis que je viens de faire voir que ce que M. Huguens croyoit une erreur n'en est pas une, tous les theorèmes du traité demeurent entiers.

Ensuite il dit⁸⁾ : *Au reste M. Renau ne pourra gueres douter que notre regle ne soit vraye puis que par elle on trouve le meilleur angle du gouvernail avec la quille, pour faire tourner le vaisseau le plus promptement, tout à fait tel qu'il l'a déterminé dans le chap. 7. En quoy il a fait une découverte fort utile. Car en prenant⁹⁾ $x \propto \sqrt{\frac{2}{3}aa}$; de mesme qu'il trouve le sinus de l'angle que la quille ou la ligne du mouvement de l'eau fait avec le gouvernail, ce qui doit estre ainsi. Je ne puis estre encore ici du sentiment de M. Huguens ni par consequent de celui de mon livre, où il y a une erreur tres considerable, comme je vas le faire voir. Mais auparavant j'avouerai ingenuement la cause de cete erreur. J'avois premierement fait mon livre en suposant pour vrai un principe faux que le P. Pardies a donné dans la science des forces mouvantes art. 118. quoi que tout son ouvrage sur le mouvement d'un vaisseau¹⁰⁾ ne consiste qu'en ce seul principe, qu'il n'a appliqué à rien, ni donné aucun moyen de résoudre aucune des propositions de la theorie de la manoeuvre des vaisseaux¹¹⁾. Comme je m'apperçus de la fausseté de ce principe à peu près à la fin de l'impression du 1. livre, je le supprimai entièrement, parce que ce principe faux estoit répandu dans toutes les propositions du livre, qui en rendoit toutes les résolutions fausses. Je les résolus toutes de nouveau*

⁸⁾ Voir la page 529 de la pièce N°. 2826.

⁹⁾ Intercalez ici : „ $p=a$, c'est-à-dire en faisant la ligne du vent perpendiculaire sur la quille, on trouve par cette règle le sinus”.

¹⁰⁾ Les articles 115—119 de l'ouvrage de Pardies, cité dans la note 4 de la Lettre N°. 1946, contiennent ce qu'il appelle l'„Application des règles de Méchanique au mouvement d'un Vaisseau”. Après avoir traité de la dérive dans le cas d'un „Vaisseau poussé par un vent de côté”, il examine, dans l'article 118 en question, l'influence de la situation de la voile sur la vitesse du vaisseau au cas que la direction de la quille reste invariablement perpendiculaire à celle du vent. De même que Renau et Huygens, il suppose la pression du vent sur la voile comme étant proportionnelle au carré du sinus de l'angle d'incidence du vent; quant à la résistance de l'eau contre le mouvement du vaisseau, il ne dit pas expressément de quelle manière il la fait dépendre de la vitesse du vaisseau, mais la construction qu'il donne exige, pour être correcte (laissant de côté la question de la dérive), que cette résistance soit dans la raison simple de la vitesse et non pas, comme Renau et Huygens l'admettaient, dans celle du carré.

¹¹⁾ En effet, dans l'article 119 Pardies n'avait fait que poser un certain nombre de ces propositions, ajoutant seulement que „Tout cela se peut résoudre par ces règles de Méchanique; mais” dit-il „je croy que ce qui a été expliqué peut suffire pour le dessein que je m'étois proposé”.

BG, parce que BG est égale & parallèle à AV. Mais lors que le vaisseau est poussé selon BG avec la vitesse BG, il est poussé selon BE avec la vitesse BH. Si le gouvernail estoit dans une autre situation Bd, on verroit par les mêmes raisonnemens que le vaisseau seroit poussé selon BE avec la vitesse Bh. Mais lors que le vaisseau est poussé avec plus de vitesse selon BE, il tourne avec plus de promptitude. C'est pourquoy si BG qui est perpendiculaire à la situation du gouvernail, coupe le demi cercle BGR en deux parties égales, c'est à dire que l'Angle GBE égal à l'angle d'incidence ABC soit de 45. degrez, alors GH perpendiculaire sur BE, fera tangente d'un demi cercle. Ainsi BH qui exprime la vitesse avec laquelle le vaisseau est poussé selon BE, est la plus grande qu'il est possible : car si on met le Gouvernail dans une autre situation comme en Bd, alors Bg qui lui est perpendiculaire, coupera le demi cercle en g, d'où laissant tomber une perpendiculaire en h qui sera plus près du point B que n'est GH, & le vaisseau sera poussé selon BE avec la vitesse Bh qui sera plus petite que BH. Il en sera de même de toutes les autres situations. C'est pourquoy il faut que la barre du Gouvernail BC fasse un angle de 45. degrez avec la quille du vaisseau, pour que le vaisseau tourne le plus promptement qu'il est possible, & non pas comme il est dit dans le VII. Chapitre de la Theorie de la Manoeuvre des vaisseaux, un angle à peu près de 55. degrez.

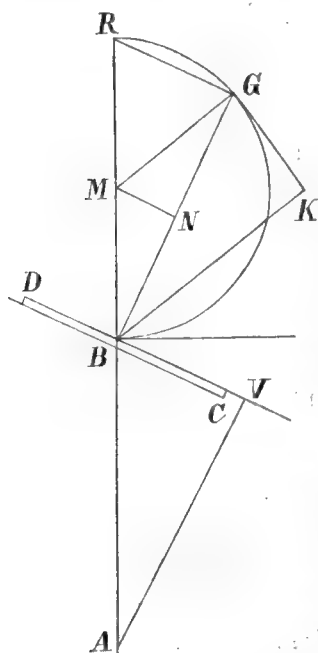
M. Huguens finit en disant; *Quoyque cette theorie devienne plus difficile après la reforme que j'ay indiquée, qu'elle n'estoit dans le traité de M. Renau, je vois toutefois qu'il y auroit moyen de determiner par regle la position du vaisseau & de la voile la plus avantageuse pour gagner au vent, mais la longueur du calcul ne me le permet pas presentement. Outre que la consideration de la derive du vaisseau n'y seroit pas comprise.*

Dans mon traité il n'y auroit rien de si simple que de prouver ¹⁴⁾ la position la plus avantageuse de la voile & du vaisseau, non seulement pour gagner au vent, mais même pour faire quelque route que ce puisse estre, si la dérive du vaisseau n'y estoit pas comprise. Pour le faire voir, soit la ligne du vent AB ¹⁵⁾, & soit donnée une route BK, faisant avec le vent quelque angle que ce puisse estre ABK pour trouver la situation la plus avantageuse de la voile pour que le vaisseau aille le plus viste qu'il est possible dans cete route, supposé qu'il n'eût point de dérive. Prenant BR pour diametre du centre M, soit décrit le demi cercle BGR, & du point M soit tirée MG parallèle à la route BK, & du point B au point G soit tiré BG, & soit ensuite tiré DBC perpendiculaire à BG. Je dis que DC est la situation la plus avantageuse de la voile pour aller dans la route BK le plus viste qu'il est possible. Pour le prouver, soit tiré GK perpendiculaire à BK. Par tout ce qui est dit ci-devant, le vent AB pousse le vaisseau par le moyen de la voile DC selon BG avec la vitesse BG, il le pousse selon BK avec la vitesse BK. Et parce que GK

¹⁴⁾ Lisez: trouver.

¹⁵⁾ Voir la figure de la page suivante.

est perpendiculaire sur BK, GK sera aussi perpendiculaire à MG. Ainsi GK est tangente au demi cercle. C'est pourquoi toutes les perpendiculaires qu'on menera



de tous les autres points de la circonférence de ce demi cercle sur BK tomberont entre B & K. Donc le vaisseau aura plus de vitesse lors que la voile est dans la situation DC que dans toute autre. Et je dis de plus, que la voile DC coupe l'angle ABK, qui est l'angle du vent & de la route en deux parties égales. Pour le démontrer, soit menée MN perpendiculaire sur BG. Cete ligne coupe l'angle BMG qui est égal à l'angle ABK en deux parties égales, & parce que MN est parallèle à DC, l'angle BMN qui est la moitié de l'angle BMG égal à l'angle ABK, est égal à l'angle ABC. Donc ce dernier est égal à la moitié de l'angle ABK. D'où il suit qu'il faudroit toujours que la situation de la voile coupast l'angle du vent & de la route en deux parties égales, & que lors que ce seroit pour aller le plus au vent qu'il est possible, il faudroit que le vent fût avec la voile 30. degrez, & la prouë avec la voile aussi 30. d. parce qu'on a démontré dans la theorie de la Manoeuvre ¹⁶⁾, que dans quelque situation qu'on mete la voile par raport au vent, il faut que la prouë coupe son complement en deux parties éga-

les; & par cete proposition on voit qu'en quelque situation qu'on mist la prouë, qui est la mesme chose que la route, parce qu'on suppose que le vaisseau n'a point de dérive; il faut que la voile coupe l'angle que la prouë fait avec le vent en 2 parties égales. D'où il suit qu'il faudroit que la prouë & la voile coupassent un angle droit en 3. parties égales, c'est a dire que le vent fût avec la voile 30. degrez, la prouë aussi avec la voile 30. degrez, & avec le vent 60.

¹⁶⁾ Voir la note 7 de la pièce N°. 2826.

N^o 2849.

CONSTANTYN HUYGENS frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

30 MARS 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2846.**Elle s'est croisée avec le No. 2850.*Kenfington ce 30^e Mars 1694.

Après la recepte de vostre dernière j'ay esté chez Mr. Smith l'Imprimeur des Transfactions, pour achepter ces Horological Instructions dont vous parlez dans vostre lettre que j'ay trouvées et voudrois avoir occasion pour vous les envoyer. Je verray si je pourray le faire, par Jannetje Jagers si elle n'est pas encore partie. Je ne puis pas vous rien dire touchant ce qu'elles contiennent n'ayant pas eu le temps de les lire.

J'ay demandé auct. Smith si l'on avoit imprimé des livres pour combattre les sentiments de Burnet dans son Archeologia ¹⁾ il m'a dit qu'il y avoit des personnes, qui y travailloyent mais que rien n'avoit encore paru.

Ce Smith passera avec le Roy en Hollande et souhaitte fort de vous connoitre, j'ay promis de le vous amener alors, il est assez honneste homme pour un homme de sa profession.

Hier commença icy au Commingarden une vente publique de desseins et de Tailedouces, que fait vendre mylord ²⁾ ou parmy le grand nombre qu'il y en a il s'en trouve quelques bonnes pieces; mais depuis quelque temps le goust pour cette sorte de choses est icy tellement accru que ces jeunes virtuosi achèptent les choses trois fois plus qu'elles ne valent et je vis vendre hier une seule figure dessignée de crayon rouge par Rafael et qui fait partie de son massacre des petits enfants, pour 11 livres Sterl. et encore n'estoit elle pas fort finie. Si je voulois vendre ma collection j'en ferois bien de l'argent. Mais je n'en ay point d'envie.

Voor Broer van Zeelhem.

¹⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 4 de la Lettre N^o. 2808.

²⁾ Le nom (Yarmouth, voir la Lettre N^o 2851) a été laissé en blanc.

N^o 2850.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

2 AVRIL 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre fait suite au No. 2846, et s'est croisée avec le No. 2849.**Constantyn Huygens y répondit par le No. 2851.*

A la Haie ce 2 avr. 1694.

Je suis surpris de ce que Mad.^e de Zuylichem m'envoie dire que vous me demandez réponse a la lettre que vous m'avez escrite du 5^{me} mars ¹⁾. Car je vous ay fait cette réponse dès le 19 du mesme mois ²⁾, et il faut que chez Williet ³⁾ on n'ait pas eu soin de ma lettre comme il falloit. Le contenu estoit a peu pres, que je vous remerciois d'avoir fait tenir a mr. Fatio tout ce que je vous avois donné pour luy, sur quoy je m'etonne qu'il ne m'ait encore rien escrit. qu'on m'avoit dit qu'il s'estoit engagé avec les jeunes milords pour voyager avec eux. que j'estois bien aise de ce qu'on continuoit les Philosophical Transactions, vous priant de ne pas oublier d'apporter avec vous cette 17^e et autres que vous auriez pu avoir. Je vous priois aussi de faire chercher pour moy un traité publié depuis peu, dont le titre est *Horological instructions*, ce que je vous prie derechef. Je vous mandois que le livre de mr. Witsen ne paroissoit pas encore en public, quoyque il y en a qui disent qu'il est achevé d'imprimer. Que mon Traité de Planeticolis estoit achevé, mais comme il estoit moitié en Latin moitié en Francois, il me restoit a mettre tout en Latin. que j'estois occupé a cela, mais que la construction de ma nouvelle Horloge pour les Longitudes me causoit beaucoup d'interruption. que nous avions icy la nouvelle satire de Boileau contre les femmes, et Harlequiniana où il y a quelques bons mots. que le Moses Vindicatus du Sr. Grauerol contre les Archaeologiae de Burnet ne paroissoit pas encore, quoy qu'il y ait longtemps qu'on ait commencé a l'imprimer a Amsterdam. Voila tout ce qui estoit dans ma lettre, a quoy je n'ay pas beaucoup a ajouter maintenant si ce n'est de vous prier de faire chercher *un Traité de Harmonia*, je crois qu'il est en Anglois, écrit depuis peu ⁴⁾. *Les oeuvres de Wallis* ⁵⁾ doivent desia se vendre comme je crois, mais je n'en veux point parce qu'elles seront trop cheres, et que j'en ay une grande partie separement. Si vous n'avez pas son Traité d'Algebre en Anglois in fol. ⁶⁾ vous feriez bien d'acheter cette nouvelle Edition de ses ouvrages, où elle est traduite en Latin, avec quelque chose de Newton qu'on estime beaucoup ⁷⁾.

¹⁾ La Lettre N^o. 2844.²⁾ La Lettre N^o. 2846.³⁾ Sur Williet, consultez la note 1 de la Lettre N^o. 2507.⁴⁾ Sans doute l'ouvrage: A Treatise of the Natural Grounds and Principles of Harmony. By Will. Holder, D. D. &c. London, 1694. in-8^o.⁵⁾ Voir la note 2 de la pièce N^o. 2606. ⁶⁾ L'ouvrage cité dans la note 3 de la Lettre N^o. 2660.⁷⁾ Voir la note 39 de la Lettre N^o. 2777.

Je scay qu'en partant d'icy je vous ay recommandé la requeste du Sr. van Asten ⁸⁾ Capitaine dans le Regiment du Brigadier l'Ecluse. Je vous recommande derechef sa personne et ses interets, parce qu'il me rend de bons services a Bruxelles en ce qui regarde mon cocquin de Receveur Cools ⁹⁾. Car sans luy je ne scay comment faire pour le mettre a la raison, ou pour tirer quelque chose du revenu de Zeelhem dont j'ay si fort besoin. Vous ne scauriez me faire plus grand plaisir que de dire ou faire quelque chose en sa faveur quand il y aura occasion pour cela. Il paroît fort honneste homme et son frere a esté fidelle serviteur de sa Majesté et de ses ancestres. J'espere que nous vous verrons dans peu, et vous souhaite un heureux passage.

Mijn Heer

Mijn Heer VAN ZUYLICHER

Secretaris van Zijne Koninckijcke Maj.^t van Engelandt
Tot Londen.

N^o 2851.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

13 AVRIL 1694.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

La lettre est la réponse aux Nos. 2846 et 2850.

Whitehall ce 13. d'Avril 1694.

Je viens de recevoir la vostre du 2.^e de ce mois, qui a esté bien long temps en chemin. J'ay aussi reçu celle du 19. mars, qui est venue bien tard aussi. Les vents de West, qui continuent depuis si long temps sont cause de tout cela. Je vous ay mandé ¹⁾ que j'allois vous envoyer les Horological Instructions par Jannetje Jagers, mais cette femme là n'est pas encore partie, et voudra apparemment attendre le convoy que l'on croit devoir partir d'icy, demain en huit jours. Or je croy que le Roy partira vers le mesme temps et qu'il n'y aura point de temps perdu si je les apporte moi mesme. Apres tout je ne croy pas que vous y trouviez de fort grandes decouvertes, l'auteur n'estant qu'un Horologier et un virtuoso du 3.^{me} rang. Dans son Traité il ne met pas son nom, et dit luy mesme qu'il escrit pour instruire les ouvriers.

Je n'ay pas encore veû Fatio, depuis que je suis icy. Il a dit (je croy que c'est à Wiljet) qu'il viendrait me voir mais il n'en a encore rien fait.

Je chercheray ces oeuvres de Wallis dont vous parlez et ce traité de Harmonia.

⁸⁾ Voir la Lettre N^o. 2845, note 1.

⁹⁾ Voir la Lettre N^o. 2845, note 2.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2849.

Il y a eu icy ces jours passés une vente d'un grand nombre de desseins et de Tailledouces du Lord Yarmouth²⁾. Je vous en feray voir quelques uns a mon retour. On avoit fait accroire au pauvre Lord, qui vend ses desseins pour avoir de l'argent, qu'il en avoit pour 22000 livres, et il se trouve qu'ils ont esté vendus pour environ 7000. Encore ont ils esté vendus assez bien.

Ce Pacquetboate qui a esté pris est le mesme avec lequel je suis venu icy. Le Capitaine s'appelle Stevens. Le pauvre Marot³⁾ mandé par la Reine pour venir icy y a esté fait prisonnier aussi.

Voor Broer van Zeelhem.

N^o 2852.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

26 AVRIL 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.

Elle fait suite au No. 2841.

Chr. Huygens y répondit par les Nos. 2854 et 2856.

A Hanover ce 26d' Avril 1694.

MONSIEUR

Je me consoleray de toutes les raisons de vostre silence, pourveu que ces deux n'en foyent point, une indisposition de vostre part, ou quelque refroidissement à mon égard, que je m'imagine de ne pouvoir meriter, vous honorant comme je fais, et dont je donne des témoignages publics³⁾.

J'attendois vostre sentiment sur deux choses principalement. 1. Sur mes reflexions physiques touchant le vuide, les Atomes, et quelques autres choses de cette nature⁴⁾; 2. Sur quelques points de Geometrie, comme sur ma solution

²⁾ William Paston, second et dernier earl of Yarmouth, né en 1652. Il fut membre de la Société royale et mourut, criblé de dettes, le 25 décembre 1732.

³⁾ Probablement Daniel Marot, fils de l'architecte et graveur français Jean Marot. Il naquit à Paris en 1660 et vint se fixer à la Haye où, comme architecte, il travailla pour Willem III. On a de lui plusieurs taille-douces et gravures et des ouvrages d'architecture décorative.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 172.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 170, Briefwechsel, p. 726.

³⁾ En effet, Huygens est mentionné très fréquemment et d'une manière louangeuse dans les articles de Leibniz; la dernière fois dans celui qui constitue notre pièce N^o. 2824.

⁴⁾ Comparez le second alinéa de la Lettre N^o. 2829.

generale de toutes les quadratures per constructionem tractoriam⁵⁾ que vous aurez remarquée dans les Actes de Leipzig⁶⁾, et sur la solution d'un probleme de soultangentielle, que vous m'aviés proposé, et que je vous avois donnée dans ma lettre⁷⁾. Je vous supplie donc de me faire sçavoir vostre sentiment sur ces choses là, d'autant que vous me fites esperer vos reflexions sur les miennes qui se rapportent à la physique⁸⁾.

Voicy un discours de la Refraction⁹⁾ d'un sçavant professeur à Witenberg¹⁰⁾, qui s'est attaché à expliquer dans ses theses vostre doctrine publiée dans le liure de la lumiere. Il me cite aussi¹¹⁾ comme reformateur de l'hypothese de Mr. Des

⁵⁾ Comparez la Lettre N°. 2829, aux pages 540 et 541.

⁶⁾ Ceux de septembre 1693, qui contiennent l'article cité dans la note 6 de la pièce N°. 2824.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2829 aux pages 541 et 542. ⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2822 à la page 509.

⁹⁾ Il s'agit de l'ouvrage suivant : „Dissertatio dioptrica de refractione luminis, quam praeside Martin Knorre, Mathem. Infer. Prof. Publ. publice defendet, In Auditoriò Majori, M. Joannes Jacobus Hartman, Norimbergensis, d. XX Decembr. A. M. DC.XCIII. horis matutinis. Wittenbergae, Typis Christiani Schrödter, Acad. Typ.” in-4°. 22 p.

¹⁰⁾ Martin Knorre, le véritable auteur de l'ouvrage mentionné était professeur à Wittenberg depuis 1689. Il mourut à Leipzig le 23 mars 1699. On connaît encore de lui : „Q. D. B. V. J! Dissertationem Astronomicam De Crepusculis praeside Martino Knorre, Mathem. Infer. Professore Publico, respondendo tuebitur M. Frieder. David Stubnerus, Heilsbronna-Francus, St. B. B. Ad D. April. A. C. MDCHC. H. L. Q. C. Wittenbergae, Typis Christiani Kreusigii, Acad. Typogr.” in-4°. 26 p.

¹¹⁾ Voici le passage en question dans lequel l'auteur expose à sa manière l'histoire des hypothèses diverses sur la cause de la réfraction „Quamvis autem varia celebrentur Physicorum placita de natura luminis & diaphanorum, & Cartesii sententia, praesertim ut emendata est a Viro summi ingenii exquisitaeque doctrinae, G. G. Leibnüzio in Act. Erud. A. 1682, p. 189. aut interpolata à doctissimo Fr. Bayle in Dissertat. physic. edit. Hagae 1678, p. 160 ss. probabilitate omni non destituatur, aequè ac illa quam acutissimus Geometra Isaacus Newton proposuit in Scholio prop. 96. lib. 1. Princip. Mathem. Philosoph. natur. p. 232, eam tamen in praesentia hypothesin assumemus, quam Illustris Hugenius non ita pridem explicavit in tractatu de lumine Lugd. Batav. A. 1690. excuso, quamque, rem ipsam si spectes, non vero exponendi modum, olim quoque tradiderunt celeberrimi viri R. Hooke in Micrographia p. 54 ss. P. Pardies in praefat. in Staticam ed. Paris, 1674. P. Ango in Optica edit. Paris, 1682: Lumen scilicet propagari per undas aethereas DCF, quae quovis instanti ab impulsu particularum lucidarum A, quae undarum illarum centra sunt, procreantur; & diaphana illa esse corpora, per quae undulatio illa aetheris continuari potest”.

Voyez d'ailleurs les remarques de Huygens sur ce passage dans sa réponse à Leibniz du 29 mai 1694, notre N°. 2854.

Cartes, et j'auois dit quelque chose en effect dans les Actes de Leipzig ¹²⁾ d'autres-fois qui s'y rapporte, mais vostre hypothese me paroist bien plus plausible. J'ay appris de Mons. Fatio par un de ses amis ¹³⁾, que M. Neuton et luy, sont plus portés encor à croire que la lumiere consiste en des corps qui viennent actuellement du soleil jusqu'à nous, et que c'est par là qu'ils expliquent la differente refrangibilité des rayons, et les couleurs, comme s'il y auoit des corps primitifs, qui gardoient toujours leur couleur, et qui venoient materiellement du soleil jusqu'à nous. La chose n'est pas impossible, cependant il me paroist difficile que, par le seul moien de ces petites fleches, que le soleil decoche selon eux, on puisse rendre raison des loix de la refraction. Outre que Mr. Mariotte pretendoit faire voir par des experiences mises dans son essay des couleurs ¹⁴⁾, qu'il n'y a point de ces rayons colorés primitifs et que la couleur d'un rayon est changeable; c'est ce que je n'ay pas encor assez examiné. Mais comme vous l'auiez fait sans doute, je vous supplie de m'en faire sçavoir vostre sentiment.

On me fait sçavoir encor ¹⁵⁾ que Mons. Fatio pretend d'auoir donné une raison Mecanique de la pesanteur differente de la force centrifuge. En effect je m'étois imaginé déjà autres fois ¹⁶⁾, qu'il y pourroit auoir une espece d'explosion ou

¹²⁾ L'article de Leibniz cité par Knorre (voir la note précédente) parut dans les „Acta” de juin 1682 sous le titre : „Unicum Opticae, Catoptricae & Dioptricae Principium. Autore G. G. L.” Comme Fermat (voir les pièces Nos. 990, 991 et 992) et d'une manière tout à fait analogue, Leibniz, pour déduire les lois de la réflexion et de la réfraction, y applique le principe „que la nature agit toujours par les voies les plus faciles”. Reconnaisant que de cette façon il s'est servi d'une „cause finale”, il défend l'emploi de ces causes dans la physique. Ensuite il critique l'explication de Descartes de la loi de la réfraction, telle qu'on la trouve dans sa „Dioptrique”, ne croyant pas, toutefois, qu'il soit nécessaire de la rejeter, mais seulement de la modifier de la manière qu'il indique.

¹³⁾ La lettre en question, que nous reproduisons comme Appendice à la présente lettre, du 30 mars 1694 S. V., fut adressée, d'après Dutens qui la publia dans *Leibnitii Opera Omnia*, T. 3, p. 658—660, par Fatio de Duillier à De Beyrie, Résident à Londres pour les Ducs de Zell & Hanovre, pour être envoyée à Leibniz. Elle se trouve maintenant à Hannover dans la Bibliothèque royale.

¹⁴⁾ Dans les „Œuvres de Mariotte”, citées dans la Lettre N°. 1621, note 2, le quatrième des „Essais de Physique, ou Mémoires pour servir à la Science des choses naturelles”, traite de la nature des couleurs. A la page 227 Mariotte cite une expérience qui ne peut convenir à l'„hypothèse” de Newton. Ayant reçu le spectre d'un faisceau de rayons sur un écran placé à une distance de 25 à 30 pieds, il fait passer la lumière violette par une fente de deux lignes pour l'analyser au moyen d'un second prisme. Il trouve que la lumière contient encore du rouge et du jaune. Il est évident que le premier spectre n'a pas été assez pur.

¹⁵⁾ Voir toujours l'Appendice N°. 2853.

¹⁶⁾ Consultez l'article des *Acta* de mai 1690, cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2640, où on lit : „Alia ejusdem [i. e. gravitatis] assignari posset causa...., concipiendo dispositionem materiae cujusdam ex globo telluris aut alterius sideris in omnes partes propulsae, quae radiationem

recessus, rejection d'une matiere tres menue et par consequent plus solide, ou si vous voules, plus dense, qui obligeroit par consequent celle qui est plus rare et plus grossiere de s'approcher. Et pour entretenir ce mouvement je m'imaginois que la matiere menue estant eloignée du centre entroit dans la nourriture des corps grossiers; et que la matiere grossiere arrivée vers le centre de l'attraction estoit brisée en échange, et par consequent rendue menue, à peu pres comme le feu se nourrit par l'attraction de la matiere et particulièrement de l'air. Mais cependant vostre explication par la force centrifuge me paroissant aussi tres plausible, je me trouve comme suspendu entre ces deux sentimens. La proportion reciproque des quarrés des distances vient naturellement et aisement de l'emission rectilineaire à l'imitation des rayons de lumiere; j'auois pourtant pensé encor à quelque explication par la force centrifuge. Et peutestre que la nature, qui est abondante dans ses moyens, pour obtenir ses fins, joint ces deux causes ensemble, comme j'ay quelque penchant de croire à l'égard du mouvement des planetes, ou peutestre la trajection propre et la circulation d'un ether deferant, sont conciliables, et conciliés effectivement¹⁷⁾, tout s'accommodant dans la nature. Le consentement des planetes d'un meme systeme & l'analogie du magnetisme rendant tres probable qu'il y a quelque chose de plus que la simple trajection de Mons. Neuton. On me mande aussi¹⁵⁾ que vous aviez fait une objection tres forte a Mons. Facio touchant son explication de la pesanteur, mais qu'il auoit trouvé moyen de la refoudre & de vous faire convenir qu'elle estoit resolue. Et que Mons. Facio ne met que tres peu de matiere dans tout l'univers avec du vuide entremelé incomparablement plus grand. Mais que ce peu de matiere estant extremement repandu, comme les filets et comme l'or en feuilles, il suffit pour remplir ou plus tost pour embarrasser l'espace. Je conviens qu'on se peut imaginer cela quand on peut admettre le vuide & les atomes. Mais je croy que cela n'est pas assez convenable à l'ordre de la nature, & bien des raisons me dissuadent d'admettre le vuide & les atomes, c'est à dire des corps infrangibles, comme je crois pourtant que sont encor ceux de Mons. Facio. Cependant comme M. Facio a bien de la penetration, j'attends de luy des belles choses quand il viendra au detail; et ayant profité de vos lumieres et de celles de Mons. Neuton, il ne manquera pas de donner des productions qui s'en ressentiront.

quandam producat, radiationi lucis analogam; ita enim habebimus recessum a centro materiae aetherae, quae corpora crassiora eandem (ut alibi explicabo) vim recedendi non habentia versus centrum depellet seu gravia reddet”.

¹⁷⁾ On peut consulter, sur cette opinion de Leibniz, la note 8 de la Lettre N°. 2561 et les Lettres Nos. 2628 (pp. 523—526); 2751 (p. 284); 2759 (p. 297); 2766 (p. 317—319); 2785 (pp. 384—385) et N°. 2797 (p. 426).

du lieu qui est intelligent aura fait encor demander ailleurs et choisira. Mais je pourray contribuer à son choix. Je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
LEIBNIZ.

N^o 2853.

N. FATIO DE DUILLIER à [DE BEYRIE] ¹⁾.

9 AVRIL 1694.

Appendice au N^o. 2852.

*Le lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.
Elle a été imprimée par L. Dutens²⁾.*

Je suis extremement obligé, Monsieur, à Monsieur Leibnitz de toutes ses honnetez. Vous savez, dans quels engagements je suis entré depuis peu ³⁾. Ils sont d'une telle nature, qu'ils ne me laissent pas en liberté, d'écouter les propositions qui me peuvent être faites d'ailleurs. Mais ils n'empêchent pas, que ie ne ressentie les offres de Monsieur Leibnitz avec toute la reconnoissance que j'en dois avoir. Il me fait plusieurs questions dans la lettre qu'il vous a écrite ⁴⁾. Voici, Monsieur, à peu pres ce que j'y dois répondre.

¹⁾ De Beyrie était conseiller et Résident de Brunsvic à Londres.

²⁾ Leibniz Opera Omnia, T. III, p. 658—660.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2846.

⁴⁾ Le Post-scriptum de la Lettre en question a été reproduit également par Dutens. On y lit e. a. „Je serois bien ayse d'apprendre ce que dit M. Newton sur quelques objections de M. Huygens dans son traité de la lumière, & ce qu'il juge de ses ondes de lumière, qui me paraissent heureusement trouvées. Il n'y a rien de si beau que l'explication de la route des planètes, que M. Newton nous a donnée par la seule Trajection, jointe à la Pesanteur. Je m'imagine néanmoins qu'il y faudra joindre quelque mouvement de la matière fluide. Si la pesanteur est l'effet d'une force centrifuge, suivant Kepler, Descartes & Mr. Huygens, elle viendra d'une manière de tourbillon. Il me paroît aussi très probable que les queues des Comètes soient des émissions réelles. M. Huygens m'a mandé que M. Fatio avoit fait des progrès très considé-

Monfieur Newton perfifte à croire, que toutes les parties des corps terreftres s'attirent les unes les autres, non obftant ce que Monfieur Hugen dit à la page 159^e de fon traité ⁵⁾ de la Pefanteur. Je fuis, Monfieur, du même fentiment que Monfieur Newton et j'ai fait voir à l'un et à l'autre de ces illuftres Philofophes qu'il y pouvoit avoir une caufe mechanique de la Pefanteur ⁶⁾, qui rende raifon non feulement de cette attraction mutuelle, mais encore de la diminution de la Pefanteur dans la proportion reciproque du Quarré de la diftance. Et cette caufe eft univerfelle pour le Soleil, la Lune, la Terre et tous les Aftres, et la longueur du tems ne peut la détruire ni le mouvement des corps celeftes n'en peut empêcher l'effet.

Nous convenons Monfieur Newton et moi, que la quantité de matière, qui eft dans l'Univers, ne remplit qu'une partie extrêmement petite de l'efpace, de forte qu'il demeure non feulement plus de vuide que de plein, mais encore incomparablement davantage. Il eft vrai que l'explication de la Lumière telle que Monfieur Hugen la donne, ne s'y accorde pas tout à fait, à moins d'y faire une petite correction ⁷⁾. Mais quoique cette Theorie foit parfaitement belle et digne de fon Auteur, il y a des raifons tres fortes, tirées des propriétés de la Lumière et des couleurs, qui nous perfuadent que les raions de Lumière font des corpuscules qui viennent actuellement du Soleil et des Etoiles jufques à nous.

La rareté que Monfieur Hugen paroît avoir de la peine d'admettre ⁸⁾ dans le monde, eft abfolument neceffaire. Car fi toutes les parties, qui compofent l'Ether, fe repofoient, il eft evident qu'elles feroient une extreme refiftence aux mouvemens des corps celeftes et que cette refiftence feroit plus grande plus on fuppoferoit l'efpace rempli des corpuscules. Or j'ai une demonftration exacte que fi on fait cefler le repos de ces parties de l'Ether et qu'on leur donne des mouvemens entremêlés, tels que l'on concoit ceux des fluides, la refiftence augmentera et cela d'autant plus qu'on donnera plus de rapidité à ces mouvemens. La viteffe de la Lumière et des autres corps peut être auffi grande que l'on veut dans un efpace que l'on fuppofe être prefque abfolument vuide.

rables sur la converse des Tangentes, mais qu'en ayant communiqué avec M. Newton il avoit trouvé que celui-ci étoit allé bien au delà. Ce que je voudrois favoir est, si M. Newton peut toujours reduire cette converse aux quadratures. Pardonnez moi, Monsieur, d'insérer dans votre lettre ce qui ne peut convenir qu'à M. Fatio".

⁵⁾ Consultez, sur ce passage, la note 6 de la Lettre N°. 2558.

⁶⁾ Voir, sur cette théorie de la cause de la pesanteur de Fatio, les Lettres Nos. 2570 et 2582.

⁷⁾ Nous n'avons rien trouvé dans la correspondance de Huygens et Fatio qui puisse expliquer en quoi cette correction consisterait.

⁸⁾ Voir p. e. les pages 161—163 de l'édition originale du „Discours de la cause de la pesanteur".

Pag. 163 du Traitté de Mr. Hugens⁹⁾. Monsr. Newton est encore indéterminé entre ces deux sentimens. Le premier que la cause de la Pesanteur soit inherente dans la matière par une Loi immédiate du Createur de l'Univers : et l'autre que la Pesanteur soit produite par la cause Mechanique que j'en ai trouvée, qui fait que toutes les parties de la matière s'attirent mutuellement, excepté celles qui produisent la Pesanteur même, et les autres qui pourroient être moins grossieres que celles ci.

Pag. 164. Mr. Newton se rend à ce raisonnement de Mr. Hugens¹⁰⁾.

Pag. 166. Mr. Newton est persuadé que la Pesanteur vers la Terre est moindre sous l'Equateur, non seulement à cause du mouvement journalier de la Terre, mais encore à cause de la distance de l'Equateur au Centre, qui est plus grande que celle du Pole au Centre¹¹⁾.

Il n'est pas necessaire de joindre à la Pesanteur vers le Soleil un mouvement de la matière qui l'environne, pour faciliter celui des Planetes et la Pesanteur n'est pas l'effet d'une force centrifuge. Il est indubitable que les queues des Cometes sont des émissions reelles, et il ne faut que construire quelques uns de leurs Orbes, pour voir que ces émissions sont toujours situées dans le plan du mouvement des Cometes.

Il est vrai que Mr. Newton a fait des progres extraordinaires sur la converfion des Tangentes, mais je ne pense pas qu'il la puisse toujours reduire aux Quadratures.

Dans ma Theorie de la Pesanteur je suppose la rareté des corps terrestres presque immense. Mais les dernieres parties, dont ils sont composés doivent être d'une même grosseur. Si par exemple on donnoit aux dernieres particules d'un certain corps terrestre la figure d'un Dodecahedre je n'en voudrois conserver que les arrêtes, qui auroient la figure d'un filé, et vuidier tout le reste de la figure. Et ces arrêtes ou fibres seroient formées par des Cylindres presque infiniment déliés, mais de la même grosseur, c'est à dire du même diametre que toutes les autres fibres qui composent les autres corps terrestres.

Je suppose encore une matière presque infiniment rare et extremement déliée, dispersée par tout l'Univers, et dont les parties soient mues chacune avec une vitesse immense en ligne droite, mais l'une en un sens et l'autre en un autre. Et je demontre que ces seules suppositions suffisent pour expliquer exactement tous les Phénomènes de la Pesanteur.

Je scai, Monsieur, que je ne dis rien que je ne puisse prouver. Mr. Newton

⁹⁾ Voir encore la note 6 de la Lettre N°. 2558.

¹⁰⁾ Il s'agit de la réponse de Huygens à l'objection, soulevée par Newton contre la théorie ondulatoire de Huygens, qu'elle ne sauroit expliquer la propagation rectiligne de la lumière.

¹¹⁾ On peut consulter, sur ce point, la Lettre N°. 2617 à la page 483.

convient de l'exactitude de mes demonstrations : mais il m'a fallu beaucoup de tems pour en convaincre Monsieur Hugens. Il avoit dans l'esprit une objection¹²⁾ qui m'a arrêté moi même dans mes recherches pendant trois ans. Car il semble que dans ma Theorie la matière se doit épaissir autour de la Terre, parce que la Pesanteur resulte de ce qu'une partie de la matière qui vient de toutes parts à la Terre s'en éloigne aprez avoir perdu tant soit peu de son mouvement. Mais cette objection s'évanouit entierement quand on l'examine avec exactitude : et c'est de quoi Mr. Hugens est à present persuadé¹³⁾. Il se passe en ceci quelque chose d'admirable qu'il faut avoir remarqué avant qu'on ne puisse voir que l'objection n'a rien de solide, quoiqu'elle paroisse d'abord avoir une force invincible. Pour produire toutes les Pesanteurs que nous connoissons dans le systéme du Soleil et des Planetes il suffit de si peu de matière que l'on voudra, pourvu qu'elle soit suffisamment divisée et qu'elle se meuve avec une assez grande rapidité¹⁴⁾. Ainsi il y a dans un seul grain de sable plus de matière qu'il n'en faut pour produire toutes ces Pesanteurs, et à proportion il n'en faut pas davantage pour les autres parties du monde.

Je ne scai, Monsieur, si cette reponse satisfera Monsieur Leibnitz¹⁵⁾, qui auroit peut être demandé un plus grand detail, mais il me semble que ce que j'ai dit suffira. Adieu, Monsieur. Je suis tout à vous

N. FATIO DE DUILLIER.

A Londres ce 30 mars 1694. S. V.

¹²⁾ Consultez encore, sur cette objection, la Lettre de Fatio à Huygens du 6 mars 1690, notre N°. 2570, à la page 387 et l'annotation *d* de Huygens à la page suivante. Huygens l'avait maintenue sans doute dans sa réponse, la Lettre N°. 2572, dans le dernier des passages supprimés par Prévost (voir le sommaire en tête de cette lettre), et Fatio y répondit en quelques lignes dans la Lettre N°. 2582, à commencer par le bas de la page 409.

¹³⁾ Voir toutefois la Lettre N°. 2854.

¹⁴⁾ Comparez la page 408 de la Lettre N°. 2582.

¹⁵⁾ La réponse de Leibniz a encore été publiée par Dutens à la suite de la présente lettre.

N^o 2854.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

29 MAI 1694.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse aux Nos. 2829, 2841 et 2852.**G. W. Leibniz y répondit par le No. 2863.*

*Sommaire*³⁾: Pensée de Fatio et Newton pour la lumière sujette à des grandes difficultez. ténuité, vuide, vitesse comment. Hypothèse de Fatio pour la Pesanteur impossible: perdu son traité⁴⁾: Idem parce que.

1) Livre de Newton a reimprimer par Gregorius.

2) Mouvement tantum relatives: en quoy il s'abusoit.

3) Teiller pour Utrecht. je doute s'il avoit son fait: Invention peu d'importance.

29 May 1694.

Je vous prie de croire, Mons., que ce n'est aucun refroidissement de mon coûté qui ait causé ce long silence⁵⁾. Car au contraire j'ay tout sujet d'estre tres satisfait de vous, et vous suis trop obligé de la maniere que vous avez parlé de moy encore dans les Actes du mois d'Octobre⁶⁾ de la dernière année. J'ay attendu longtemps pour voir cette Apostille dont vous m'aviez parlé dans une de vos lettres⁷⁾, et ne l'ay point eue que vers la fin du mois de Mars, par la faute de nos libraires, ou plus tost de ceux de Leipfic, que l'on dit qu'ils tardent tousjours à envoyer ces livres de peur qu'en ce pais on n'en fasse d'autre edition à leur prejudice. Cependant cela m'incommode et parfois me fait tort; c'est pourquoy je vous supplieray icy, puisque je suis sur cette matiere, d'avoir la bonté, quand vous verrez paroître quelque chose dans ces Nouvelles qui me regarde, ou quelque curiosité de mathematique, de me la faire copier, quand il ne sera pas long.

Cette attente m'a donc fait differer longtemps de vous escrire. Apres cela sont venu des etudes nouvelles un petit traité en matiere Philosophique⁸⁾, et une application assez longue à faire executer et mettre en perfection mon invention de

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 176.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 173, Briefwechsel, p. 728. La minute, publiée par Uylenbroek, ne diffère sensiblement de la Lettre elle-même que dans quelques endroits que nous indiquerons dans les notes.

³⁾ Le sommaire se trouve écrit en marge de la minute.

⁴⁾ Comparez les Lettres Nos. 2739 et 2745.

⁵⁾ La dernière lettre de Huygens, notre N^o. 2822, datait du 17 septembre de l'année précédente.

⁶⁾ Voir la pièce N^o. 2824.

⁷⁾ Voir le premier alinéa de la Lettre N^o. 2841.

⁸⁾ Le Cosmotheoros. Voir la Lettre N^o. 2844, note 6.

l'horloge, dont j'ay cy devant fait mention⁹⁾; et puis des indispositions de plus d'une maniere, mais dont la derniere me deplait le plus, estant une intermission et battement irregulier du poulx, que je n'avois jamais senti auparavant, et que je ne crois pouvoir mieux guerir qu'en me donnant de longues vacances. Pour ce qui est de cette horloge, je vous diray en passant qu'elle reussit à souhait, et qu'elle fera de grande utilité, parce qu'estant aussi juste qu'une à pendule de 3 pieds, avec laquelle elle s'accorde 5 ou 6 jours sans differer d'une seconde, elle pourra souffrir le mouvement du vaisseau sans peine et aura encore d'autres avantages considerables.

Je trouve tant de matiere dans vos 3 dernieres lettres, que vous me pardonnerez si je ne repons à tout que succinctement.

Ce que vous dites pour justifier l'usage de la Chainette¹⁰⁾ et qu'on peut trouver son parametre est vray, je n'avois pas assuré aussi que cela estait impossible¹¹⁾, et j'en sçavois une maniere sans etendre et mesurer la longueur de la chaine¹²⁾, que je voulois voir si vous l'aviez rencontrée de mesme. Mais je ne m'estois point avisé de la vostre qui est bonne.

Lors que je reçus vostre lettre¹³⁾ où est la solution de ce que je vous avois proposé, de trouver la courbe pour la toutangente $\frac{2a yy}{2aa - yy - xx}$, je l'examinay et construisis la courbe¹⁴⁾ et vis que vous aviez resolu fort elegamment ce Probleme par une voie peu commune et que je serois bien aise d'apprendre un jour¹⁵⁾. Ce sont des coups de maitre que vous vous estes reservé, Monsieur, quoyque par modestie vous disiez, à l'égard de l'usage que moy et d'autres faisons de vostre nouveau calcul, que *jam voti damnatus es*¹⁶⁾. Vous pourriez faire un excellent Traité des usages divers de ce calcul, et je vous y exhorte comme à un ouvrage tres beau et utile, et qui doit plustost venir de vous que de tout autre. Mr. Wallis m'a envoié sa nouvelle edition Latine de son grand ouvrage de *Algebra*, augmenté de quelque chose de nouveau des series de Mr. Newton, où il y a des equations differentielles, qui ressemblent tout à fait aux vôtres, hormis les caracteres¹⁷⁾. Au reste ce calcul des series me paroît bien fatigant, et jay esté bien

⁹⁾ Voir la pièce N°. 2823 à la page 514 et la Lettre N°. 2846 à la page 584.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N°. 2841 à la page 573.

¹¹⁾ Comparez la pièce N°. 2793 en haut de la page 413.

¹²⁾ Nous ne la connaissons pas.

¹³⁾ Il s'agit de la Lettre N°. 2829. Voir les pages 541 et 542.

¹⁴⁾ Voir la note 18 de la Lettre N°. 2829.

¹⁵⁾ La minute supprime „un jour” et remplace la phrase qui suit, par celle-ci : „Je jugeay que ce que vous dites à l'égard de l'usage qu'on fait de vostre nouveau calcul, *voti damnatus sum*, n'estoit que par modestie, car je vois en effet, par des solutions comme celle-cy et d'autres, que vous en sçavez des secrets que les autres ignorent”.

¹⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2829 à la page 539.

¹⁷⁾ Consultez la note 39 de la Lettre N°. 2777 et sur les séries que Huygens a en vue la Lettre N°. 2810, p. 462—464.

aîné de ce que Mr. le M. de l'Hospital m'a mandé ¹⁸⁾, qu'il sçait faire sans les series tout ce qu'on fait avec elles.

Touchant l'application que vous avez faite des *Traçtoriae* à la quadratures des Courbes ¹⁹⁾, j'avoue que je n'y puis trouver cet avantage que vous promettez, car ces descriptions sont très embarrassées, et incapables d'aucune exactitude ²⁰⁾. A peine peut on tracer avec quelque justesse cette première et plus simple que j'ay proposée ²¹⁾, celles de Mr. Bernouilli étant desjà beaucoup plus difficiles, desquelles j'ay envoyé la manière, par des rouleaux et des cordes, à Mr. le Marquis ²²⁾, comme aussi l'équation que j'avois trouvée pour ces lignes et la construction universelle du problème ²³⁾. Il est vray, comme vous dites, que toute courbe est *Traçtoria*, mais je n'en vois point qu'il vaille la peine de considérer que celles dont je viens de parler. Je ne sçay si vous aurez vu ma réfutation ²⁴⁾ de la Théorie de la manoeuvre des vaisseaux, dont l'auteur est Mr. Renaud, Ingenieur-General de la Marine en France. Je voudrois que vous eussiez aussi vu sa réponse imprimée ²⁵⁾, mais sans elle vous pouvez fort bien juger par ma remarque seule, si j'ay eu raison à le reprendre, et je serois bien aîné d'avoir ce jugement pour l'alleguer dans la réplique que je vay y faire ²⁶⁾. Mr. de l'Hospital m'a mandé que ce que j'avois objecté estoit sans réplique ²⁷⁾.

Je vous rends grâces de la Thèse du Professeur de Wittenberg ²⁸⁾, et suis bien aîné de voir ma Théorie approuvée, quoiqu'il me fasse un peu tort de dire ²⁹⁾ que mon explication de la réfraction est dans le fond la même que celle de Hooke ³⁰⁾

¹⁸⁾ Consultez la Lettre N°. 2843 à la page 580.

¹⁹⁾ Comparez la Lettre N°. 2829 aux pages 540 et 541.

²⁰⁾ La minute a „perfection”.

²¹⁾ Dans la pièce N°. 2793 aux pages 408—411.

²²⁾ Voir la Lettre N°. 2833.

²³⁾ Voir les Lettres Nos. 2820 et 2828.

²⁴⁾ Voir la pièce N°. 2826.

²⁵⁾ Voir la pièce N°. 2848.

²⁶⁾ Voir la pièce N°. 2869.

²⁷⁾ Voir sa Lettre N°. 2838 à la page 564.

²⁸⁾ Voir la note 9 de la Lettre N°. 2852.

²⁹⁾ Voir le passage cité dans la note 11 de la Lettre N°. 2852.

³⁰⁾ Il suffira de dire que, contrairement à la théorie de Huygens, Hooke admet avec Des Cartes que dans le milieu le plus réfringent la vitesse de la lumière est la plus grande. D'ailleurs il aurait pu partir tout aussi bien du point de vue opposé, parce que, dans la prétendue explication, il n'explique rien quant à la réfraction même. Il imagine que la lumière consiste en une *pulsation orbiculaire* dans un plan qui doit être perpendiculaire au rayon, et tâche de prouver ensuite que par l'effet de la réfraction ce plan doit tourner d'autant plus que la réfraction est plus forte, de manière que l'angle qu'il fait avec le rayon devient aigu. C'est à cette cause que, plus loin, Hooke attribue les couleurs qui accompagnent la réfraction. D'après cette théorie, la couleur, même de la lumière homogène, devrait donc changer après chaque nouvelle réfraction. Remarquons que sa figure de la réfraction a quelque vague ressemblance avec celle du rayon réfracté de Huygens lorsqu'on a supprimé dans celle-ci les arcs de cercle représentant les ondes élémentaires. Hooke, en formulant la règle de la réfraction, parle du *sign* de l'inclinaison et du *sign* de la réfraction au lieu de *sine* (sinus), ce qui ferait presque croire qu'il ne connaît la règle de Des Cartes que par ouï-dire.

et de Pardies ³¹), et n'en diffère qu'en la manière d'expliquer. Car tout consiste dans cette manière, et ces auteurs auroient esté bien empêchez à rendre raison des bizarreries du cristal d'Islande, outre que Hooke a fait des bevue honteuses que j'aurois bien pu relever si j'eusse voulu ³²).

Quant à l'hypothèse pour la lumière que Mr. Newton et Fatio croient possible, je remarque que si la lumière consiste en des corpuscules, qui viennent actuellement du soleil jusqu'à nous, et de même de toutes les étoiles et objets que nous voyons, il faut de nécessité que cette matière soit extrêmement rare, et que le vuide occupe incomparablement plus de place qu'elle, à fin qu'elle ne soit pas empêchée dans son cours en venant à l'oeil d'une infinité de costez différents. Mais étant si rare, c'est-à-dire composée de particules si fort séparées, comment est ce qu'on peut

³¹) Dans la préface de l'ouvrage de Pardies, cité dans la note 4 de la Lettre N°. 1946, l'auteur annonce son „dessein de faire une Mécanique entière, & de réduire en ordre toute la science du Mouvement” en six „Discours”, dont le premier n'était autre que l'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 1800 et le second celui qu'il venait de publier. Le sixième, qui ne parut jamais, mais des manuscrits duquel le père Ango a puisé dans son „Optique” (consultez la Lettre N°. 2628 aux pages 522 et 523), traitait d'après la description de l'auteur dans la préface mentionnée : „du mouvement d'Ondulation, sur l'exemple de ces cercles qui se font dans la surface de l'eau quand on y jette une pierre. On considère quelques semblables cercles qui peuvent se former dans l'air, & même dans quelques autres substances plus subtiles, que de très manifestes expériences nous convainquent être répandues partout. Et c'est ce mouvement que nous appellons *Mouvement d'Ondulation*, qui servant de jeu & de divertissement aux enfans, peut servir de sujet d'une très profonde méditation aux plus habiles Philosophes. On examine donc comment ces cercles se peuvent former, comment ensuite leur mouvement se communique, quelles sont les lignes de leur direction, avec quelle force ils pourroient agir près ou loin, comment ils se réfléchiroient, & comment ils se romproient, & puis suposant avec tous les Philosophes, que le son a pour véhicule cette sorte de mouvement dans l'air, on explique tout ce qui concerne les sons, & faisant une conjecture sur la propagation de la lumière, on examine si l'on ne pourroit pas aussi suposer, que la lumière eût pour véhicule quelque semblable mouvement dans un air plus subtil; & l'on fait voir qu'en effet dans cette hypothèse on expliqueroit d'une manière très naturelle toutes les propriétés de la lumière & des couleurs, qu'on a bien de la peine à expliquer sans cela; & j'espère qu'on aura quelque satisfaction de voir la manière dont on y démontre la mesure des refractions”. Voir encore sur ce dernier point la Lettre N°. 2628 à la page 523.

³²) Comparez le passage qui suit, p. 18 du Traité de la lumière, où il est question du principe de Huygens bien connu : „C'est ce qui n'a point esté connu à ceux qui cy-devant ont commencé à considérer les ondes de lumière, parmy lesquels sont Mr. Hook dans sa *Micrographie*, & le P. Pardies. qui dans un traité dont il me fit voir une partie, & qu'il ne pût achever étant mort peu de temps après, avoit entrepris de prouver par ces ondes les effets de la réflexion & de la refraction. Mais le principal fondement, qui consiste dans la remarque que je viens de faire, manquoit à ses démonstrations, & il avait dans le reste des opinions bien différentes des miennes, comme peut estre l'on verra quelque jour si son écrit s'est conservé”.

expliquer l'extrême vitesse de la lumière, qui est prouvée par la démonstration de Mr. Romer ? ³³⁾ Mr. Fatio me respondoit qu'il concevoit ce passage si rapide des corpuscules depuis le Soleil ou Jupiter jusqu'à nous, estre possible ³⁴⁾, en quoy je ne scaurois consentir. Et outre cela je ne vois pas, non plus que vous, que dans leur hypothese ils puissent expliquer les loix de la refraction ³⁵⁾ et encore moins celle du cristal d'Islande, qui me sert d'*Experimentum Crucis*, comme l'appelle Verulamius. Les Experiences qu'a fait Mr. Newton de la differente refraction des rayons colorez ³⁶⁾ sont belles et curieuses ³⁷⁾, mais il n'explique pas ce que c'est que la couleur dans ces rayons, et c'est en quoy je ne me suis pas pleinement satisfait non plus jusqu'à present.

La raison mechanique ³⁸⁾ de la Pesanteur que s'estoit imaginé Mr. Facio me paroissoit encore plus chimerique que celle de la lumière. Elle estoit presque la mesme que celle de Mr. Varignon ³⁹⁾, que vous aurez pu voir puis qu'elle est imprimée. Ils veulent que ce qui pousse les corps pesants vers la terre, c'est que la matiere etherée aiant du mouvement de tous costez, elle en doit avoir plus qui tende vers la terre, que qui vient de son costé, à cause de la masse de ce globe, et qu'ainsi les corps sont poussez vers sa surface.

J'objectois à Mr. Fatio ⁴⁰⁾ que par ce moien il se devoit continuellement accumuler de la matiere etherée aupres de la terre, à quoy il respondoit qu'il concevoit si peu de corps ou de solidité dans cette matiere, qu'en s'accumulant aussi longtemps qu'on vouloit, elle ne faisoit point de masse considerable. Vous semble-t-il qu'il y a là de la raison ou de la vraisemblance ? ⁴¹⁾ Il y auroit plus d'apparence dans vostre pensée de l'immutation des corpuscules ⁴²⁾, et dans la comparaison de l'attraction de l'air par le feu, si ce n'estoit pas en supposant la pesanteur qu'on explique cette attraction.

³³⁾ Voir la note 2 de la Lettre N°. 2103.

³⁴⁾ Nous n'avons pas rencontré cette réponse dans la correspondance de Fatio et Huygens, mais peut-être s'agit-il d'une communication orale.

³⁵⁾ Voyez toutefois la „Sectio XIV” du „Livre Primus” des „Principia”, où Newton déduit la loi de la réfraction au moyen de la théorie corpusculaire de la lumière.

³⁶⁾ Voir, entre autres, la note 2 de la Lettre N°. 1873.

³⁷⁾ La minute a seulement : „sont fort belles”.

³⁸⁾ La minute fait suivre „de Mr. Fatio pour la pesanteur me paroissoit”.

³⁹⁾ Consultez la note 11 de la Lettre N°. 2677.

⁴⁰⁾ Voir la note 12 de la Lettre N°. 2853.

⁴¹⁾ La phrase qui va suivre se lit dans la minute : „Vostre pensée de l'immutation des corpuscules et la comparaison de l'attraction de l'air par le feu resoudroit mieux cette difficulté, si ce n'estoit pas en supposant la pesanteur qu'on explique cette attraction. Car l'air plus dense et pesant est poussé à la place de l'air estendu par la chaleur, qui en devient plus leger et pour cela monte en haut”.

⁴²⁾ Voir la Lettre N°. 2852, à la page 603.

Je ne toucheray pas encore cette fois nostre question du vuide et des atomes⁴³⁾, n'ayant esté desia que trop long, contre mon intention. Je vous diray seulement, que dans vos notes sur des Cartes⁴⁴⁾ j'ay remarqué que vous croiez *absonum esse nullum dari motum realem, sed tantum relativum*⁴⁵⁾. Ce que pourtant je tiens pour tres constant, sans m'arrester au raisonnement et experiences de Newton dans ses Principes de Philosophie⁴⁶⁾, que je scay estre dans l'erreur⁴⁷⁾, et j'ay envie de voir s'il ne se retractera pas dans la nouvelle edition⁴⁸⁾ de ce livre, que doit procurer David Gregorius⁴⁹⁾. Des Cartes n'a pas assez entendu certe matiere.

⁴³⁾ Consultez la Lettre N°. 2822 à la page 509 et surtout la note 6 de cette lettre.

⁴⁴⁾ Voir sur cet écrit de Leibniz la note 23 de la Lettre N°. 2759.

⁴⁵⁾ Il s'agit de l'annotation suivante de Leibniz, que l'on trouve à la page 369 de la publication de Gerhardt mentionnée dans la note précédente: „Si motus nihil aliud est quam mutatio contactus seu viciniae immediatae, sequitur nunquam posse definiri, quatenam res moveatur. Ut enim in Astronomicis eadem phaenomena diversis hypothesebus praestantur, ita semper licebit, motum realem vel uni vel alteri eorum tribuere quae viciniam aut situm inter se mutant; adeo ut uno ex ipsis pro arbitrio electo, tanquam quiescente, aut data ratione in data linea moto geometricae definiri queat, quid motus quietisve reliquis tribuendum sit, ut data phaenomena prodeant. Unde si nihil aliud inest in motu quam haec respectiva mutatio, sequitur nullam in natura rationem dari cur uni rei potius quam aliis ascribi motum oporteat. Cujus consequens erit, motum realem esse nullum. Itaque ad hoc, ut moveri aliquid dicatur, requiremus non tantum ut mutet situ respectu aliorum, sed etiam ut causa mutationis, vis, actio, sit in ipso”.

Cette annotation se rapporte à l'article 25 de la seconde partie des „Principes” de Descartes où on lit: „Mais si, au lieu de nous arrêter à ce qui n'a point d'autre fondement que l'usage ordinaire [d'après le quel le mouvement „n'est autre chose que l'action par laquelle un corps passe d'un lieu en un autre”] nous désirons savoir ce que c'est que le mouvement selon la vérité, nous dirons, afin de lui attribuer une nature qui soit déterminée: qu'il est le transport d'une partie de la matière ou d'un corps du voisinage de ceux qui le touchent immédiatement, et que nous considérons comme en repos, dans le voisinage de quelques autres”.

⁴⁶⁾ Voir le premier „Scholium” des „Principia” p. 5—11 de l'édition originale de 1687, où Newton expose sa théorie de l'espace et du mouvement absolu, d'après laquelle on peut reconnaître la rotation absolue aux „vires recedendi ab axe motus circularis”, et où l'on trouve la célèbre expérience du seau d'eau suspendu à un long fil tordu par laquelle Newton démontre que l'ascension du liquide contre les parois du seau ne dépend pas du mouvement relatif de l'eau par rapport à ces parois, mais du mouvement de rotation „vrai et absolu” qui se propage peu à peu dans le liquide, à partir des parois, dès que le seau commence à tourner.

⁴⁷⁾ Malheureusement nous n'avons pu rien rencontrer, ni dans les manuscrits de Huygens ni dans sa correspondance, qui puisse servir à préciser la portée de cette assertion remarquable.

⁴⁸⁾ Il n'en fut rien, puisque le „Scholium” en question se retrouve sans modification sensible dans les éditions postérieures.

⁴⁹⁾ D'après Rouse Ball, p. 132 de l'ouvrage cité dans la note 2 de la pièce N°. 1956, il est incertain si, oui ou non, il fut jamais question de confier à Gregory la nouvelle édition qui, en effet, ne parut qu'en 1713 par les soins de R. Cotes. Remarquons toutefois que l'assertion de

J'ay parlé au Sr. Teiller touchant ce que vous m'aviez mandé, mais il semble qu'il aspire à estre professeur de Mathematique à Utrecht, et je le vois avec cela encore occupé dans sa manufacture de toiles imprimées. Je doute aussi s'il feroit bien vostre fait, n'ayant rien vu de ce qu'il scait en cette science que sa maniere de Fortification, où il y a une application d'Algebre bien mince ⁵⁰), à ce que je me souviens. Je m'informeray à Leyde de Mr. de Volder s'il ne connoit personne pour l'employ que vous marquez. Je suis etc.

N^o 2855.

CHRISTIAAN HUYGENS, à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

6 JUIN 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 2851.*

A Hofwijk ce 6 juin 1694.

Je vous ay prié cy devant de vous souvenir du Capitaine van Aften ¹⁾ lors que l'occasion s'offriroit de le recommander au Roy. Il me mande qu'il est mort dans son Regiment, sçavoir celui du Brigadier l'Ecluse, un Capitaine nommé Fumal, et souhaiteroit bien de pouvoir avoir sa compagnie vacante, au lieu de celle qu'il a, qui est chargée d'une pension incommode. Je ne puis luy refuser mon intercession auprès de vous, puis que je luy suis obligé de ce qu'il a soin de mes affaires de Zeelhem, comme cydevant son frere, et qu'il m'en a fait depuis peu toucher de l'argent, et une somme assez considerable, que sans luy je ne sçay comment j'aurois pu avoir de mon impertinent receveur ²⁾. Il ne manquera pas de vous recomman-

Huygens a d'autant plus d'importance qu'il était en correspondance avec Gregory lequel lui avait fait parvenir, après leur entrevue personnelle de 1693 (voir la Lettre N^o. 2810), la copie d'une partie de l'„Algebra” de Wallis, comme cela résulte de la Lettre N^o. 2859.

⁵⁰) En effet, l'algèbre et la géométrie appliquées dans l'ouvrage en question (voir la note 21 de la Lettre N^o. 2852) sont des plus élémentaires, quoique présentées avec une certaine prétention.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2850.

²⁾ Cools, voir la Lettre N^o. 2850.

der sa propre affaire, dans la quelle si vous le pouvez faire reussir vous me ferez un fort grand et singulier plaisir.

J'ay appris ces jours passé une chose que je m'estonne, que vous n'avez sçeu estant a Londres, qui est que le celebre Mr. Newton a eu une atteinte de phrenesie, qui luy a duré 18 mois. Je le tiens d'un Ecoffois, venu depuis peu d'Angleterre, qui m'en a mesme raconté des circonstances. Il me dit aussi que ses bons amis l'avoient tenu enfermè quelque temps, et tant fait a force de remedes, qu'il estoit a la fin guéri de ce mal, et qu'il commençoit a entendre derechef son livre *Principia Philosophiae Mathematica*³). Voila pourtant un homme confisqué et comme mort pour les Estudes, comme je crois, ce qui est grand dommage. M.^{rs} les Anglois, a ce qu'il semble, avoient tasché de cacher cet accident mais en vain. Outre ses estudes trop vehementes, on croit qu'un malheur qu'il a eu d'une incendie, qui a emporté son Laboratoire et quelques escripts, aura contribué a luy troubler ainsi l'esprit, qui est bien le pire de tous les maux, qui peuvent arriver a un homme.

Je ne suis pas encore delivré de ces interruptions et battemens inordonnez du poul, mais les ressens de temps en temps. Je suis bien fasché de n'y trouver point d'autre remede que l'abstinence des estudes, que je compte pour autant de temps perdu. Ma Traduction de *Verisimilia de Planetis* s'avance pourtant⁴).

³) Voici ce qu'on trouve noté par Christiaan Huygens au livre J des *Adversaria*, page 112 29 Maj. 1694. Narravit mihi D. Colm, Scotus, virum celeberrimum ac summum geometram, Is. Neutonum in phrenesin incidisse ab hinc anno et 6 mensibus. an ex nimia studij assiduitate, an dolore infortunij quod incendio Laboratorium chymicum et scripta quaedam amiserat? Cum ad Archiepiscopum Cantabrigiensem venisset, ea locutum quae alienationem mentis indicarent. Deinde ab amicis curam ejus susceptam domoque clauso remedia volenti nolenti adhibita, quibus jam sanitatem recuperavit, ut jam rursus librum suum *Principiorum Philosophiae Mathematicorum* intelligere incipiat.

⁴) Comparez la Lettre N^o. 2846.

N^o 2856.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

8 JUIN 1694.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Le sommaire a été publié par P. J. Uytlenbroek¹⁾, la lettre par C. I. Gerhardt²⁾.**La lettre fait suite au No. 2854.**G. W. Leibniz y répondit par le No. 2863.*

Sommaire: ³⁾ 8 juin 1694. Écrit pour informer d'avantage Mr. Leibnitz touchant la personne du Sr. Teiler, que j'en ay parlé à Mr. de Volder, qui m'en a dit du bien, et qu'il le croit fort propre pour remplir la charge à laquelle on le vouloit appeller en Allemagne. Que j'avois parlé aussi derechef à Teiler, qui me dit que d'autres personnes luy avoient parlé touchant ce mesme employ; que c'estoit chez Mr. le Prince de Wolfenbuttel, et que je le trouvois assez disposé à l'accepter. Que je n'ay pas voulu manquer de luy faire sçavoir ces choses, puisqu'il m'a fait l'honneur de m'en consulter, et que je n'estois pas assez informé en écrivant ma precedente lettre.

Que j'avois oublié dans la mesme de luy marquer deux vilaines fautes, qu'on avoit faites en imprimant dans le journal de Leipfich ce que j'avois donné touchant le problema Bernoulium sçavoir en mettant *abstinere statuerim* au lieu de *statuisssem*, et *omnia erui posse* au lieu de *eam*. Que je le prie d'en avertir par occasion l'Editeur de ce Journal, à qui je ne sçay si je dois imputer cette faute ou à vostre copiste.

Que je ne sçay s'il aura sçu l'accident arrivé au bon Mr. Newton; sçavoir qu'il a eu un atteinte de phrenesie qui a duré 18 mois et dont on dit que ses amis, à force de remèdes et e le tenant enfermé, l'ont guéri maintenant.

A la Haye ce 8 juin 1694.

J'espere que ma lettre du 29 du mois dernier vous aura esté rendue. J'ay parlé du depuis à Mr. de Volder pour m'informer touchant ce que je vous avois mandé, qui m'a nommé quelques personnes qu'on pourroit proposer pour l'employ dans l'Academie inconnue, mais m'assuré en meme temps qu'il n'en connoissoit pas de plus capable que le Sr. Teiller dont vous m'aviez écrit. Il m'en a dit aussi touchant ses bonnes qualitez des choses que je ne sçavois pas, et entre autres qu'il avoit voiaagé en Italie, en Sicile, et jusqu'au Cairo, et qu'il avoit deffiné en tous ces pais une infinité d'antiquitez et de belles vues. Au reste que sa sollicitation ou celle de ses amis pour la profession de Mathématique à Utrecht n'avoit pas reussi, seulement par ce qu'il avoit esté le disciple de Mr. Cranen ⁴⁾, car ces partialitez du Carte-

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 181.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 177. Briefwechsel, p. 732.

³⁾ Le sommaire se trouve écrit à la suite de la minute de la Lettre N^o. 2854.

⁴⁾ Sur Theodorus Craanen, voir la Lettre N^o. 346, note 1.

fianisme et du Voetianisme s'étendent jusques mesme les professions, où il n'est pas question de Theologie. J'ay aussi vu apres cela Mr. Teiler et toute sa boutique de la Manufacture des toiles imprimées, estant logé à une demie lieux d'icy dans une maison de campagne qui est grande et belle. Il me dit que d'autres personnes luy avoient encore parlé touchant cet employ en Allemagne, que c'estoit chez Mr. le Prince de Wolfenbuttel, et me paroissoit assez bien disposé maintenant à l'accepter. Mr. de Volder m'a dit qu'il a esté cy-devant professeur à Nimwegen. Je n'ay pas voulu manquer, Monsieur, à vous faire scavoir toutes ces choses, puis que vous m'avez fait l'honneur de demander mon avis, et que je n'estois pas assez informé en vous escrivant ma precedente lettre.

J'oubliai de vous marquer dans la mesme deux vilaines fautes qu'on a faites dans le Journal de Leipfich en donnant ce que j'ay escrit de *Problemate Bernouliano*, scavoir *abstinere statuerim* au lieu de *statuissim*. Et *omnia erui posse* au lieu de *eam* ⁵⁾. Vous me ferez grand plaisir d'en avertir par occasion l'Editeur de ces Journaux, à qui je ne scay si je dois imputer cet Erratum ou à vostre copiste, car je suis bien assuré d'avoir escrit autrement.

Je ne scay si vous aurez sceu l'accident arrivé au bon Mr. Newton ⁶⁾, scavoir qu'il a eu une atteinte de phrenesie, qui a duré 18 mois, et dont on dit que ses amis à force de remedes et de le tenir enfermé, l'ont à peu pres guéri maintenant. Voila un grand malheur, et le plus facheux qui puisse arriver à un homme. J'avois encore d'autres choses à vous mander, mais je suis pressé d'envoier cette lettre, c'est pourquoy je finis en vous assurant que je suis etc.

⁵⁾ Voir la pièce N°. 2823, notes 5 et 10.

⁶⁾ Consultez à ce sujet, la Lettre N°. 2855, note 3.

N^o 2857.

CHRISTIAAN HUYGENS à [GEELVINCK?].

15 JUIN 1694.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Mijn Heer en Neef.

Ick hebbe met leetwefen verstaen uyt UEd. brief van den 30 der voorlede maendt het schielijck overlijden van mevrouw UEd. moeder, mijn waerde Nichte Jacoba Becker ¹⁾). Nae mijn rekeningh soo had haer Ed. maer weijnighe jaeren meer als ick. ende was soo ick meene de oudste van mijn nae vrienden overgebleven, waer uijt wel te concluderen is dat het al haest mede ons beurt sal werden om te vertrecken. Ondertusschen moet Godt gelooft sijn die mij tot goeden ouderdom en in redelijcke gesondheijdt heeft laeten leven. Het is hij die mevrouw UEd. moeder nu gelieft heeft tot sich te nemen, wiens wille wij ons moeten onderwerpen, en in wiens protectie UEd. en mejoffrouw UEd. suster bevelend ick blijve

Mijn Heer ende Neef

UEd. beide ootmoedighe dienaer
CHR. H.Hofwijck den 15 Jun.
1694.

¹⁾ Jacoba Becker, fille de Petronella van Baerle et son second époux Everard Becker, veuve Geelvinck (voir la Lettre N^o. 2356).

N^o 2858.CHRISTIAAN HUYGENS à W. WICHERS ¹⁾.

15 JUIN 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

Den WelEd. Gestrenghe Heere Mijn Heer W. WICHERS,
Gedeputeerde ter Vergaderinghe van Haer Hoogmoghende
tegenwoordigh tot Groningen.

WelEd : Gestrenghe Heer

Ick hebbe met UEd. feer aengenaeme ontfangen de gepretendeerde quadratura Circuli in twee gedruckte bladeren, die schijnen de laetste te sijn van een Tractaet, waer in den auther oock de Duplicatio Cubi meent gevonden te hebben. Sijn naem blijft mij onbekent. Sijn wetenschap in de Geometrie moet niet veel wesen, dewijl hij eijndelijck besluyt dat de Circumferentie des Circels is tot den Diameter als 16 tot 5. 't welck al waere het een Engel uyt den Hemel die het seyde, geenfins bij mij foude aengenomen werden, soo seecker weet ick het contrarie door veeler andere ende oock mijn eygene demonstratie. Soo dat het niet de pijn weerdt is nae te foecken, wat misflagh hij begaen heeft in de sijne, 't welck anders licht te vinden waere. Sijnde over eenighe daegen bij de Heer Professor de Volder, seijde hij mij, dat de vacerende plaets tot Groeninghen van den Professor matheseos tot noch toe niet en was geremplisseert, 't welck mij heeft doen dencken of het door UEd. toedoen mochte geschiet sijn, om dat misschien noch gedachten hadde om den broeder van den Professor Bernoulli daertoe te beroepen, die ick om sijne sonderlinghe capaciteyt aen UWEd. gerecommandeert hebbe, en soo het tijdt is, nochmaels recommandeere, sijnde mij andersfins onbekent. Het is mij leet dat de toestandt der saecken van de Provintie UWEd. niet eerder als seeckeren tijdt toe en laet wederom hier te komen resideren, welcke ick met verlanghen

¹⁾ Wicher Wichers, fils unique d'Abraham Wichers et de Wibbina van Drews, né en 1651 à Groningen, se distingua au siège de Groningen en 1672 (voir la note 1 de la Lettre N^o. 1910). Il devint secrétaire de la chambre de justice, puis bourgmestre de Groningen. Comme député aux Etats-Généraux des Provinces-Unies, il prit part à plusieurs négociations diplomatiques importantes. Il épousa Beerta Tammen et mourut en 1715.

te gemoet fiende, sal mij gelukkig achten indien ondertuffchen occasie mocht hebben om door UWEd. te werden geemployeert als sijnde

Mijn Heer

UWEd. feer oodtmoedigen Dienaer

CHR. HUYGENS.

Haghe den 15.^e Jun. 1694.

N^o 2859.

CHRISTIAAN HUYGENS au Marquis DE L'HOSPITAL.

16 JUIN 1694.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek ¹⁾.

La lettre est la réponse aux Nos. 2843 et 2847.

De l'Hospital y répondit le 4 octobre 1694.

Sommaire ²⁾: Affaires, les siennes valent mieux la peine.

Je m'étonne que Bernoulli n'ait pas répondu à sa demande puis qu'il le pouvoit faire en 2 mots. Cela me fait douter s'il est bien feur de son invention. Je doute si c'est pas la Parabole.

Que la methode de Newton est tres longue a copier. Semblable a celle de Leibnitz et Gregorius. Ce que conclud Wallis. Passage qui me paroît considerable. Seray bien aisé de voir comment il supplee par sa maniere ce qui autrement demande ces series.

De Volder quadre la Feuille.

Ne voit on pas les grandes erreurs de M. Renaud dans sa reponce? il renverse toutes les loix des mechan. Je repondray par un imprimé. Sans replique difiez-vous.

J'avois receu de Mr. Bignon.

Horologe succede bien, consume du temps.

Sur la question du flexus contrarius, qu'il a raison, et n'avoit pas besoin de me demander mon sentiment. Bernoulli se trompe 2 fois.

Bien aisé de ce qu'il est de mon sentiment touchant le probl. de Leibnitz.

Dispute de Regis et Mallebr. de la grandeur app[aren]te de la lune. une chose si aisée a decider, ils s'embrouillent ³⁾.

A la Haye ce 16 juin 1694.

Il y a trop longtemps, Monsieur, que je dois réponse aux lettres que vous m'avez fait l'honneur de m'escire du 18 janv. et 12 mars ⁴⁾. Plusieurs affaires que j'ay eues, non pas si bonnes que les vostres, font cause de ce retardement, et avec cela certaine indisposition nouvelle d'une intermission et un battement

¹⁾ Chr. Hugenli etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 315.

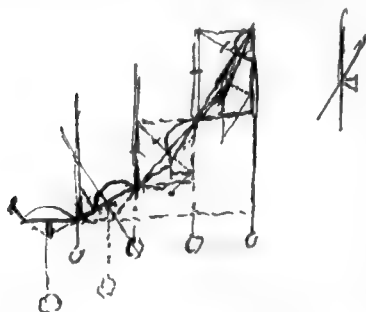
²⁾ Le sommaire se trouve écrit en marge de la minute.

³⁾ Ce dernier alinéa a été biffé par Huygens. Consultez d'ailleurs, sur la dispute en question, la note 6 de la Lettre N^o. 2837. Le Journal des Sçavans de 1694 contient, dans ses numéros du 18 janvier et du 1, 8 et 15 mars plusieurs articles qui s'y rapportent.

⁴⁾ Lisez: 22 Mars. Il s'agit des Lettres Nos. 2843 et 2847.

inordonné du poul, qui m'a contraint de moderer les etudes geometriques.

Je m'étonne que Mr. Bernoulli ait différé de répondre ⁵⁾ à ce que vous aviez demandé touchant son Theoreme de la voiliere, puis qu'il pouvoit le faire en 2 mots. Cela me fait douter s'il est bien sur de ce qu'il a avancé.



(Et par une petite figure, que je viens de tracer en écrivant cecy, il me semble que cette courbe est plutôt celle de la parabole que celle de la chaîne ⁶⁾). Des le temps du P. Merfenne j'étois pour la Parabole ⁷⁾, mais la démonstration que j'entrevois maintenant ⁸⁾ est meilleure que celle que je lui envoiay alors ⁹⁾).

Toutefois je ne veux encore rien assurer par ce que j'ay trouvé cy-devant ¹⁰⁾ que lors que les parties de la voile sont des rectangles égaux, la courbure est moins pointée, en bas que celle de la chaîne.

Mr. Wallis m'a envoyé son livre de Algebra ¹¹⁾, où sont les séries et méthodes de Mr. Newton. Peut-être l'aurez-vous aussi à Paris, autrement je pourrai vous envoyer, si vous le souhaitez, une copie de cet endroit, que j'avois reçu auparavant de Mr. Gregori ¹²⁾, mais il y a une grande feuille d'écriture. Il me paraît au reste, qu'il n'y aura rien de nouveau pour vous, Monsieur, puisque vous sçavez et le calcul différentiel de Mr. Leibnitz et les séries de Mr. Gregori ¹³⁾. Wallis dit à la fin des inventions de Mr. Newton ¹⁴⁾ : *Huius methodo affinis est tum methodus*

⁵⁾ Comparez la Lettre N°. 2847 à la page 587.

⁶⁾ Voir l'Appendice N°. 2860 où l'on rencontrera une figure analogue à celle du texte et où l'on voit de quelle manière Huygens est arrivé à cette conclusion erronée.

⁷⁾ Huygens veut dire probablement que déjà dans ce temps là, c'est-à-dire en 1646, il savait quelle devrait être la distribution de la gravité sur une corde pour la faire prendre la forme de la parabole. Comparez la pièce N°. 2724 à la page 217.

⁸⁾ Nous ne la connaissons pas.

⁹⁾ En marge de la minute Huygens écrivit plus tard : je m'étois abusé ici.

¹⁰⁾ Consultez la note 15 de la pièce N°. 2835, surtout le deuxième alinéa de cette note. La réserve faite ici était en effet très fondée.

¹¹⁾ Voir la Lettre N°. 2843 vers la fin.

¹²⁾ Après et par suite de leur entrevue personnelle de 1693, voir la Lettre N°. 2810 à la page 464 et la Lettre N°. 2839 à la page 567.

¹³⁾ Elles lui avaient été communiquées par Huygens dans sa Lettre N°. 2819 à la page 492.

¹⁴⁾ Voir la page 396 de l'„Algebra” de Wallis, où le passage qui va suivre est précédé par les phrases suivantes qui en font connaître la portée. „Methodi autem hae omnes, tam particulares quam generales collectim sumptae, solutionem exhibent secundae partis problematis, quod Newtonus sub initio istius Epistolae [la Lettre du 24 octobre 1676, mentionnée dans la note 21 de la Lettre N°. 2810] his verbis proposuit : *Data aequatione quocunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire, & vice versa. Nam tota fluxionum Methodus in huius directa et & inversa solutione consistit*”.

differentialis Leibnitij tum utraque antiquior illa, quam D. Js. Barrow in Lectionibus Geometricis ¹⁵⁾ exposuit; quod agnitum est in actis Lipsientibus (anno 1691 mense Jan.) a quodam, qui methodum adhibet Leibnitij similem ¹⁶⁾. Quodque ab his duobus est superadditum, est formularum analyseos brevium et commodarum adaptatio illius theorijs. En quoy pourtant il fait tort à ces Messieurs.

L'on m'a donné depuis peu une solution du probleme de la quadrature de la Feuille de Des Cartes par les appliquées à l'axe, qui pourtant sera differente, comme je crois, de celle que vous m'aviez promise ¹⁷⁾, par ce qu'elle va par de grands détours et par la comparaisn des termes des equations à la maniere de Des Cartes ¹⁸⁾. Ces solutions se trouvent, lors qu'on en a desia d'autres, mais je ne laisse pas de l'estimer. J'ay vu que Mr. de Volder, Professeur à Leyde, en est l'auteur ¹⁹⁾.

¹⁵⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 14 de la Lettre N°. 1767.

¹⁶⁾ Il s'agit de Jacques Bernoulli qui dans l'article cité, intitulé : „Specimen calculi differentialis in dimensione Parabolae helicoidis, ubi de flexuris curvarum in genere, earundem evolutionibus, aliisque”, s'était exprimé comme il suit : „Cum ex Actis nuperis” [voir l'article cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2623] „conjecerim, Celeb. Dn. L. Analysin problematis a se propositi” [il s'agit du problème de la courbe isochrone, résolu par Jacques Bernoulli dans l'article cité dans la note 2 de la pièce N°. 2491] „calculo suo differentiali institutam minime displicuisse, credidi nec aegre laturum sequens illius specimen, quod in gratiam Lectorum nostrorum, quibus calculum hunc agitare volupe fuerit, in lucem emitto; ut si forte mentem Viri Acutissimi, ex iis quae in Actis 1684 de Invento isthoc suo edidit, ob summam brevitatem non satis assecuti sint, vel hinc ejus applicandi methodum discere possint. Quanquam, ut verum fatear, qui calculum *Barrovianum* (quem decennio ante in Lectionibus suis Geometricis adumbravit Auctor, cujusque specimina sunt tota illa propositionum inibi contentarum farrago) intellexerit, alterum a Dn. L. inventum ignorare vix poterit; utpote qui in priori illo fundatus est, & nisi forte in differentialium notatione, & operationis aliquo compendio ab eo non differt”.

¹⁷⁾ Il s'agit de la „troisième manière” dont il est question pour la première fois dans la Lettre N°. 2807 et ensuite dans les Lettres Nos. 2810 (p. 461), 2838 (p. 566), 2842 (p. 578) et 2843 (p. 580).

¹⁸⁾ Allusion à la „Façon generale pour trouver des lignes droites qui coupent les courbes données, ou leurs contingentes, a angles droits” que l'on trouve dans le Livre second de la „Géométrie” (pp. 413—423 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery) et où Descartes emploie une telle méthode (voir surtout les pp. 419—422).

¹⁹⁾ Nous possédons dans la collection Huygens deux solutions du problème de la quadrature du folium de Descartes auxquelles les qualifications du texte sont plus ou moins applicables. Toutes deux ont passé sous les yeux de Huygens puisque sur chacune d'elle on trouve une petite annotation de sa main. L'une d'elle, notre pièce N°. 2861, qui va par de plus „grands détours” que l'autre, est rédigée en langue hollandaise. Elle n'est certainement pas de l'écriture de de Volder, écriture que nous croyons reconnaître avec sûreté dans la seconde, notre N°. 2862, qui est rédigée en Latin. Elles se distinguent l'une de l'autre principalement parce que dans la première la methode de différentiation de de Sluse et dans la seconde celle de Leibniz a été suivie. Nous sommes inclinés à supposer qu'elles sont toutes deux de de

J'avois defia receu 8 jours auparavant la Responſe de Mr. Renaud ²⁰⁾ de la part de Mr. l'Abbè Bignon, ce qui n'empêche pas que je ne vous ſois obligé du ſoin de me l'avoir envoieé. Je vois que pour maintenir ſa Theorie, Mr. Renaud renverſe toutes les loix de la mechanique, et qu'il condamne meſme ce qu'il avoit trouvé de bon touchant la poſition du Gouvernail. Après avoir receu voſtre approbation ²¹⁾ je ne croiſ pas devoir attendre de reſponſe à ma censure. Car M. Renaud vous eſtant partic[ulieremen]t connu, comment ne vous communiquerait-il pas? Maintenant je ne puis m'étonner aſſez de ce que Mr. de la Hire me mande ²²⁾, que depuis qu'on avoit vu mon eſcrit, il s'eſtoit repandu quelque bruit que je n'avois pas aſſez conſideré ce qu'avance Mr. Renaud, et il ſemble, dit il, que quelques uns de nos mathematiciens n'en ſont pas contents. Il arrive que par megarde on ne remarque pas un paralogiſme, mais après que je l'ay indiqué, comment ſe peut-il qu'on ne le reconnoit pas encore? Mr. de la Hire dit qu'il a fait des objections contre cette Theorie devant qu'elle fuſt imprimée, mais que l'auteur n'y a pas eu egard, ce qui me fait croire qu'il aura de la peine à revenir de ſon erreur. Je ne laiſſeray pas de faire imprimer une courte confirmation de ma Remarque ²³⁾ a fin d'eclaircir d'avantage ce que je vois que quelques uns ne comprennent pas aſſez.

Pour ce qui eſt de la difficulté touchant les courbes developpées, vous avez raiſon, Monſieur, de dire que Mrs. Leibnitz et Bernoulli ſe ſont trompez. J'avois annoté l'erreur groſſiere de ce dernier dans le journal de Leipſich là où il dit que dans toutes les paraboloides, excepté la parabole, le cercle baiſant au ſommet eſt infiniment grand ²⁴⁾, car je voiois qu'il eſtoit faux pour la paraboloide $ax^3 \propto y^4$. Je n'avois pas examiné ſ'il y avoit de ces paraboloides, qui paſſant de l'autre coſté de l'axe, euſſent le rayon de la developpée infini, au point de l'inflexion contraire, ce que vous avez fort bien remarqué eſtre ainſi. Et voſtre regle eſt bonne. La demonſtration paroît de ce que dans toutes ces paraboloides, dont l'equation eſt $ax^m \propto y^n$, la ſubnormalis BD, qui devient le raion de la developpée pour le

Volder qui aurait fait copier la première par un de ſes diſciples. Dans ce cas la ſeconde conſtitue une rédaction améliorée de la première, moins ſoignée dans la forme toutefois, ce qui expliquerait la différence, d'ailleurs aſſez minime, des notations, c'eſt-à-dire l'emploi du „M.” dans la première pour indiquer une multiplication et l'emploi de la virgule dans la ſeconde pour le même but.

²⁰⁾ Voir la pièce N°. 2848.

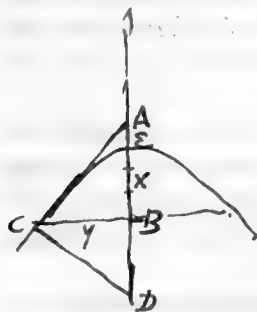
²¹⁾ Voir la Lettre N°. 2838 à la page 564.

²²⁾ Nous ne connoiſſons pas cette lettre, à laquelle Huygens répondit par la ſienne du 15 juillet, notre N°. 2870.

²³⁾ Voir l'Appendice N°. 2869 à la lettre de Huygens à Bignon du 15 juillet 1694, N°. 2868.

²⁴⁾ Voir la note 3 de la Lettre N°. 2847. D'après la copie des notes marginales dont il eſt queſtion dans la note 1 de la Lettre N°. 2540, Huygens n'avait annoté que le ſeul mot „Fallitur”.

point de l'axe E, est $\propto \frac{m}{n} \sqrt[n]{(a^{2d} \times x^{2m-n})}$ ²⁵⁾, que l'on voit facilement devenir infiniment petite en augmentant x , lorsque $2m$ est plus grand que n , et au contraire



infiniment longue, quand $2m$ est plus petit que n . Ces courbes ont un sommet lors que l'exposant m est impair et n pair, mais un point d'inflexion contraire lors que m et n sont impairs²⁶⁾. Je crois que votre démonstration ne différera point de celle-ci.

Je suis bien aise de ce que vous jugez comme moy du titre trop fastueux du Probleme de Mr. Leibnitz, qui regarde les Tractoriae²⁷⁾. Je luy ay mandé²⁸⁾, que je ne trouve point qu'il ait avancé par là la quadrature des courbes, parce qu'on ne scauroit parvenir à aucune exactitude en decrivant les courbes par sa maniere embarrassante. J'estime bien plus²⁹⁾ la solution qu'il m'envoia il y a quelque temps³⁰⁾ touchant la courbe qui convient à la soustangente déguisée

$\frac{2ayy}{aa-yy-xx}$, qui est l'une des trois que je vous ay proposée cy-devant³¹⁾. Il

²⁵⁾ Nous n'avons pas rencontré la déduction de cette formule dans les manuscrits de Huygens, mais de quelques petits calculs qui se trouvent à la page 66 du Livre J il résulte que Huygens a dû commencer par établir l'expression $nx:m$ pour la soustangente BA, ce qui lui a été facile puisque sa règle, mentionnée dans la note 3 de la pièce N°. 2612, amenait immédiatement l'expression $ny^n : ma^d x^{m-1}$, où $y^n = a^d x^m$. Ensuite la proportion : $AB : BC = BC : BD$ lui donnait $BD = my^2 : nx$, d'où l'on tire facilement l'expression du texte.

En effet, à cette page 66 la sousnormale est calculée dans les cas particuliers $ax^3 = y^4$, $aa x = y^3$ et $aa x^3 = y^5$ de la manière décrite, c'est-à-dire, en partant de l'expression $nx:m$ comme d'une formule connue. A propos du premier cas, où $BD = \frac{1}{2} \sqrt{ax}$, Huygens ajoute encore : „non habet circuli circumferentiam in vertice intus tangentem, etsi ex utraque diametri parte aequaliter jaceat”; à propos du second, où $BD = \frac{1}{2} \sqrt[3]{a^4 x^{-1}}$, „BD fit infi-

nite longa”; et à propos du troisième, où $BD = \frac{1}{2} \sqrt[3]{a^4 x}$, „BD fit infinite parva. quamvis „CEH” [voir la figure du texte en ajoutant la lettre H à l'autre extrémité de la courbe] „habeat flexus contrarios”.

²⁶⁾ A la page 66, mentionnée dans la note précédente, Huygens dessine les paraboloïdes $ax^3 = y^4$, $aa x = y^3$, $a^3 x x = y^5$, $aa x = y^3$, $aa x^3 = y^5$, $ax^3 = y^4$, $ax^3 = y^4$, $a^4 x = y^5$, et $ax^4 = y^5$ pour observer leurs sommets et leurs points d'inflexion ou de rebroussement.

²⁷⁾ Consultez, sur le titre de cet ouvrage, la note 6 de la pièce N°. 2824, et comparez la Lettre N°. 2842 à la page 578.

²⁸⁾ Dans la Lettre N°. 2854 à la page 611.

²⁹⁾ Comparez la même Lettre N°. 2854 à la page 610.

³⁰⁾ Dans la Lettre N°. 2829 aux pages 541 et 542.

³¹⁾ Consultez la note 22 de la Lettre N°. 2822. Il s'agit, comme on le voit, du troisième exemple qu'on y trouve mentionné.

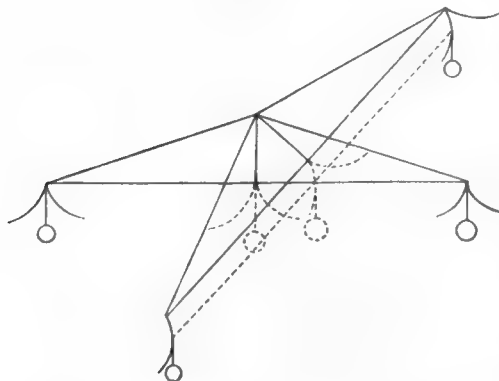
trouve que cette courbe est non seulement le Cercle, mais qu'une certaine transcendante y convient encore, ce que je n'avois point sçu.

J'ay fait construire l'horloge de ma nouvelle invention³²⁾, qui succede tres bien, de sorte que je pretens maintenant pouvoir porter sur mer des horloges aussi justes que le sont les Pendules de 3 pieds, dont on se sert à l'observatoire. Les divers essais et experiences³³⁾ m'ont cousté du temps et de la peine, comme cela arrive dans toutes les nouvelles entreprises de machines.

Je ne scay si vous aurez appris le fascheux accident arrivé au celebre Mr. Newton³⁴⁾, qui, à ce qu'on m'a dit, a eu la cervelle troublée pendant 18 mois, mais par les soins de ses amis et à force de remedes se porte mieux maintenant. Je ne scay ce que deviendra avec cela la nouvelle edition de son livre³⁵⁾, que j'avois grande envie de voir.

Après une si longue cessation des lettres, quoy qu'arrivée par ma faute³⁶⁾, j'espere que vous voudrez bien au plustost me donner de vos nouvelles, estant comme je suis avec beaucoup d'affection et de respect etc.

- ^{a)} Il y a flexion contraire quand les exposants m et n sont impairs. Et le raion de la developpée dans ce point d'inflexion alors est infiniment petit si n est plus petit que $2m$. [Christiaan Huygens].



- ³²⁾ Voir la note 16 de la pièce N°. 2823. Ajoutons toutefois que Huygens avait inventé le 15 mars 1694 une modification nouvelle du système de la Fig. 5 de la note citée, modification à laquelle il attachait beaucoup d'importance. On la trouve mentionnée aux pages 165 et 166 de l'ouvrage d'Uylenbroek cité dans cette note. Elle consistait en ce que, au lieu de la seule languette attachée au balancier au-dessous de l'axe, Huygens en employait deux attachées plus près de ses extrémités, comme le montre la figure ci-jointe où l'on voit de même pourquoi les deux poids avec leurs deux languettes étaient considérés comme équivalents à un seul poids de la double valeur appliqué au-dessous de l'axe.

- ³³⁾ On trouve aux pages 108—111 du Livre J un compte-rendu de ces „essais et expériences”, reproduit par Uylenbroek aux pages 167—170 de l'ouvrage mentionné dans la note précédente. Ils furent exécutés depuis le 16 avril jusqu'au 21 mai 1694.

- ³⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2855.

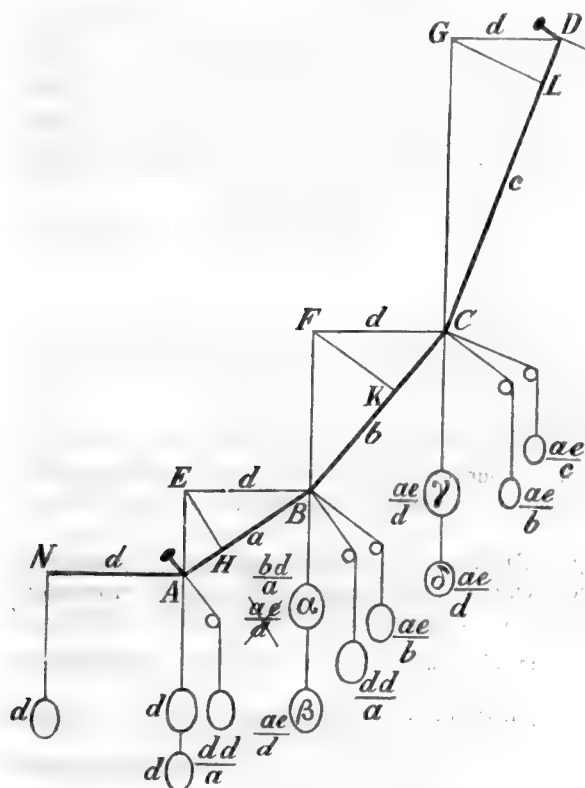
- ³⁵⁾ Comparez la Lettre N°. 2854 à la page 614.

- ³⁶⁾ La dernière lettre de Huygens à de l'Hospital, N°. 2842, datait du 24 décembre 1693.

N^o 2860.

CHRISTIAAN HUYGENS.

[16 JUIN 1694].

Appendice I¹⁾ au No. 2859.

$$AB = a \quad EB = d$$

$$HB \quad CK \quad BC \quad BA$$

$$\frac{dd}{a} : \frac{dd}{b} = b : a$$

$$HB : KC = b : a = e : \frac{ae}{b}$$

$$CK : LD = c : b = \frac{ae}{b} : \frac{ae}{c}$$

$$HB : BE = \frac{dd}{a} : d =$$

$$= d : a = e : \frac{ae}{d} (= \alpha)$$

$$d : b = \frac{ae}{b} : \frac{ae}{d} (= \beta)$$

$$d : b = \frac{ae}{b} : \frac{ae}{d} (= \gamma)$$

$$d : c = \frac{ae}{c} : \frac{ae}{d} (= \delta)$$

¹⁾ Cet Appendice est emprunté à la page 120 du Livre J. On y trouve une figure analogue à la „petite figure”, dont il est question dans la Lettre N^o. 2859, à la page 622, et les calculs et considérations qui ont mené Huygens à la conclusion erronée que la voilière des Bernoulli serait une parabole. Sans doute Huygens, après avoir tracé la figure, a débuté par les calculs que nous avons reproduits à côté d'elle; ensuite ayant acquis, en conséquence de ces calculs, la conviction que les forces verticales qui, appliquées aux nœuds A, B, C, D des interstices AB, BC, CD à projections horizontales égales, pourraient remplacer la pression du vent sur ces interstices, que ces forces, disons nous, devraient être égales entre elles, il en a conclu, profitant d'un théorème qui lui était connu depuis longtemps, que la véritable courbe de la voile était la parabole. Alors il a commencé une démonstration en règle de ce résultat. C'est cette démonstration, d'ailleurs inachevée, qui constitue le texte de cet Appendice et que l'on fera bien de lire avant de s'occuper des calculs mentionnés, qui se trouvent à côté de la figure et sur lesquels nous reviendrons dans la dernière note de cette pièce.

Sint NABCD²⁾ in parabola. Ventus vero secundum axem ejus, hoc est parallelè ad EA, FB, GC impellat rectas NA, AB, BC, CD. dico manfuras eo quo sunt positu.

Manebunt enim si, inflante sic vento, nodi C, B, A, ita impellantur ac si ab aequalibus ponderibus rectà deorsum traherentur, quia hoc scimus in parabola dispositis nodis proprium esse³⁾.

Ita vero impelluntur. nam vires quibus a vento premuntur singulae DC, CB, BA, AN, sunt ejusmodi, ac si singulae secundum sibi normales premantur viribus quae sint ut rectae DL, CK, BH, AN. quia vis venti in DG ad vim qua premit DC secundum sibi normalem, hoc est parallelam GL, est ut GC ad GL, ita enim sunt celeritates particularum aeris in ipsas DG, DC agentes, suntque in utramque aequali numero incidentes. ut autem GC ad GL ita GD ad DL.

Itaque si GD referat vim venti in ipsam GD, referat DL vim venti in DC qua

²⁾ On remarquera que les projections horizontales NA, EB, FC, GD des interstices NA, AB, BC, CD sont supposées égales entre elles et à la ligne d .

³⁾ Voir, sur ce théorème, la Propositio 12 de la pièce N°. 21.

⁴⁾ Voici maintenant comment nous croyons que Huygens, d'après les calculs inscrits à côté de la figure, est arrivé à la conclusion erronée, dont tout dépend, que la pression du vent sur les interstices est équivalente à une suite de forces verticales, égales entre elles, appliquées aux nœuds.

Pour commencer il savait donc que, d'après les principes admis par lui et par les Bernoulli, les pressions respectives perpendiculaires aux interstices devaient être proportionnelles aux lignes NA, HB, KC, LD, c'est-à-dire, en posant $NA = d, AB = a, BC = b, CD = c$, aux expressions $d, \frac{dd}{a}, \frac{dd}{b}, \frac{dd}{c}$. Remplaçant alors la pression sur l'interstice AB par les deux poids $\frac{dd}{a}$, appliqués aux nœuds A et B, qui tirent selon la direction perpendiculaire à l'interstice AB et qu'on retrouve facilement dans la figure, il s'ensuivait que les forces analogues, à appliquer aux nœuds des interstices BC et CD, pouvaient, en posant $\frac{dd}{a} = e$, être représentées par les quatre poids $\frac{ae}{b}$ et $\frac{ae}{c}$ de la figure. (Comparez la première partie des calculs à côté de la figure).

Or, dès ce moment, il ne s'agissait plus que de remplacer ces forces par d'autres appliquées aux mêmes nœuds, mais tirant dans le sens vertical. Pour y réussir Huygens part du principe qu'il a déjà appliqué dans la pièce N°. 2835, et d'après lequel des systèmes de forces équivalentes doivent accomplir le même travail pour tout déplacement virtuel compatible avec les liaisons.

Sans doute, puisque les clous qui figurent aux points A et D le prouvent, Huygens a alors considéré le mouvement virtuel bien défini qui reste possible après la fixation des nœuds A et D et il a commencé par calculer, dans cette supposition, la force verticale α capable de remplacer la force $\frac{dd}{a}$, ou e , tirant le nœud B. Pour cette force α il

normaliter impellitur. Eodemque modo vires venti in CB, BA, NA, normaliter interpellentis referent rectae CK, BH, AN, quae ultima horizonti parallela ponitur⁴⁾.



trouve facilement (voir la seconde partie des calculs mentionnés) l'expression $\frac{ae}{d} = \alpha$, et il procède ensuite au calcul du poids β qui doit remplacer le poids $\frac{ae}{b}$ tirant le même nœud B dans la direction perpendiculaire à l'interstice BC. Mais alors, dans un moment d'inadvertance, au lieu de recourir au même mouvement virtuel qui avait fourni l'expression pour α , comme cela était absolument nécessaire pour rester dans la vérité, il emploie pour ce nouveau calcul le mouvement virtuel qu'on obtient en fixant le nœud C. En effet il est clair que cette supposition devait mener à l'expression $\frac{ae}{d} = \beta$ que l'on trouve dans le calcul à côté de la figure.

De même, le poids γ , destiné à remplacer la force $\frac{ae}{b}$ qui tire le nœud C, est calculé dans la supposition que le nœud B a été fixé, et le poids δ dans celle de la fixation du nœud D. Trouvant de cette manière $\alpha = \beta = \gamma = \delta = \frac{ae}{d}$, donc $\alpha + \beta = \gamma + \delta$, Huygens en conclut à l'égalité de toutes les forces verticales, destinées à remplacer les pressions du vent sur les interstices sans intervenir dans l'équilibre de la chaîne formée par eux.

Remarquons encore que plus tard, comme nous l'avons reproduit dans la figure, Huygens a biffé l'expression $\frac{ae}{d}$, écrite d'abord à côté du poids α , et l'a remplacé par $\frac{bd}{a}$; mais cette correction est le résultat d'un nouveau malentendu, puisqu'on ne peut obtenir cette valeur qu'en supposant que la force $\frac{dd}{a}$, qui doit être remplacée par α , soit perpendiculaire sur BC (et non sur AB comme elle l'est en réalité) et que c'est le nœud C qui a été fixé.

Ajoutons que la pièce N°. 2835, où le même principe est appliqué en toute rigueur, nous prouve, si cela était nécessaire, que la bévue commise ici par Huygens, n'est qu'accidentelle, étant la conséquence d'une première pensée sur laquelle il est revenu d'ailleurs, comme il résulte de la phrase ajoutée en marge de la Lettre N°. 2859 et reproduite dans la note 9 de cette pièce.

$$\begin{aligned} \text{AQ} &\propto z, \quad \frac{z+t}{\sqrt{2}} \propto x, \quad \frac{2z}{\sqrt{2}} \propto x+y, \quad \frac{2t}{\sqrt{2}} \propto x-y. \\ \text{BQ} &\propto t, \end{aligned}$$

$$\frac{z-t}{\sqrt{2}} \propto y, \quad t^2 \propto z^2 M. \frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}, \quad t \propto \pm z \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}.$$

Laet beschreven worden de kromme CORF, wiens diameter is CF, ende de ordinatim applicata NO; de natuure van deze kromme is foodanigh dat de intercepta tusschen de ordinatim applicata NO en de perpendicularaer op de kromme OG, naementlijck NG, zoo groot is als de ordinatim applicata van de kromme CHA te weten NH Qu. [aeritur] de aequatie, die de natuur van de kromme CORF denoteert, te vinden.

NG is dan volgens het gefupponeerde $\propto z \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$. de regel

calculer ensuite les valeurs qu'on doit leur donner pour obtenir l'expression prescrite de la sousnormale. A cet effet l'auteur détermine d'abord la soustangente NP par la règle de de Sluse (voir la note 5 de la présente pièce) dont l'application exige la réduction préalable de l'équation de la courbe à sa forme rationnelle. Après l'achèvement de ces calculs l'expression obtenue pour NP est égale à celle qu'on obtient par la division de $\text{NG} = \text{NH} = z \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ sur $\text{ON}^2 = u^2$. Substituant ensuite dans cette égalité la valeur supposée de u^2 on trouve, par la comparaison des coefficients des puissances de z , qu'elle se réduit à une identité, pourvu qu'on suppose: $a = -1$, $b = \frac{1}{3} n \sqrt{2}$, $c = \frac{1}{6} n^2$; mais alors on a : aire $\text{CHN} = \frac{1}{2} u^2 =$
 $= \frac{1}{2} (-z^2 + \frac{1}{3} nz \sqrt{2} + \frac{1}{6} nn) \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$; donc, pour $z=0$,
 $\text{CHA} = \frac{1}{12} n^2$, et $\text{ANHYA} = \frac{1}{12} n^2 + \left(\frac{1}{2} z^2 - \frac{1}{6} nz \sqrt{2} - \frac{1}{12} nn \right) \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$:
 $\sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$. Retranchant de cette dernière expression l'aire $\frac{1}{2} zt$ du $\triangle \text{ANH}$ on trouve
le segment $\text{AHYA} = \frac{1}{12} n^2 - \left(\frac{1}{6} nz \sqrt{2} + \frac{1}{12} nn \right) \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}} =$
 $= \frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{6} nt \sqrt{2} - \frac{1}{12} nn \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$. Enfin, remplaçant z par $\frac{1}{2} x \sqrt{2} + \frac{1}{2} y \sqrt{2}$ et t par $\frac{1}{2} y \sqrt{2} - \frac{1}{2} x \sqrt{2}$, l'auteur arrive, après quelques réductions fondées sur l'emploi de l'égalité $n = (x^3 + y^3) : xy$, aux formules
 $\text{AHYA} = \frac{1}{6} nx^2 : y$, $\text{ABZA} = \frac{1}{6} ny^2 : x$, qu'on retrouve dans la pièce N°. 2793 au bas de la page 417.

²⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 184.

³⁾ A l'exemple d'Uylenbroek nous avons changé en t^2 , z^2 , a^2 etc. les notations tt , zz , aa etc. du manuscrit.

⁴⁾ La lettre M., ici et dans la suite, remplace le signe de la multiplication.

van Slufius⁵⁾ leert nu dat om van deze kromme te foeken de linie NP ofte 't welk het selfde is de linie NG. (OP zijnde gestelt te wezen de raeklijn) men in deffels aequatie de quantiteijten waar in z gevonden worden een dimensie moet vermin-

deren; zal dienfvolgens dan de quantiteijt $z \sqrt{\frac{-2z+n}{6z+n}} \sqrt{\frac{2}{2}}$ met z wederom

moeten werden gemultipliceert, om z te brengen tot dezelfde dimensien, die in

de aequatie van de kromme gevonden worden; komt $z^2 \sqrt{\frac{-2z+n}{6z+n}} \sqrt{\frac{2}{2}}$

maer om deze quantiteijt te brengen tot een andere, waarin geen termen ten respecte van z zullen ontbreecken, zoo laet in plaats van zz gestelt worden a^2) $az^2 + bz + c$ (a, b en c zijn quantiteijten, waermede ider term zal geafficieert

moeten worden), $(az^2 + bz + c) \sqrt{\frac{-2z+n}{6z+n}} \sqrt{\frac{2}{2}}$ kan nu gelijk gesuppo-

neert worden aen u^2 ; NO gestelt zijnde $= u$, want $(az^2 + bz + c)$

$\sqrt{\frac{-2z+n}{6z+n}} \sqrt{\frac{2}{2}}$ moet geconfidereerd worden als te zijn maer van 2 dimensien,

en CF is gesteld geweest te zijn de diameter van de kromme CORF; zoo is dan

$(az^2 + bz + c) \sqrt{\frac{-2z+n}{6z+n}} \sqrt{\frac{2}{2}} \propto uu$. En van het furdise getal gelibereert,

en de termen aan eene zijde gebraght zijnde :

$$\left. \begin{array}{l} -2a^2z^5 - 4abz^4 - 4ac \\ + a^2n\sqrt{2} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} z^3 - 4bc \\ + 2acn\sqrt{2} \\ + 2abn\sqrt{2} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} z^2 - 2c^2 \\ + 2bcn\sqrt{2} \\ - 6u^4 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} z + c^2n\sqrt{2} \\ - u^4n\sqrt{2} \end{array} \right\} \propto 0.$$

hiernijt wort door den regel van Slufius⁵⁾ gevonden

$$NP \propto \frac{24u^4z + 4u^4n\sqrt{2}}{-10a^2z^4 - 16ab \left\{ \begin{array}{l} z^3 - 12ac \\ - 6b^2 \\ + 6abn\sqrt{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z^2 - 8bc \\ + 4acn\sqrt{2} \\ + 2b^2n\sqrt{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z - 2c^2 \\ + 2bcn\sqrt{2} \\ - 6u^4 \end{array} \right\}}$$

NP is mede $\propto \frac{u^2}{-z \sqrt{\frac{-2z+n}{6z+n}} \sqrt{\frac{2}{2}}}$; want gelijk GN tot NO, also NO tot

⁵⁾ On peut consulter, sur cette règle de de Sluse, l'article cité dans la note 1 de la Lettre N°. 1924. Ajoutons toutefois qu'elle ne diffère pas essentiellement de celle de Huygens expliquée dans la Lettre N°. 1101 et publiée dans l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 1912, note 7.

NP; en dienvolgens $2u^2$ M. $\sqrt{6z+n\sqrt{2}}$ M. $-z\sqrt{-2z+n\sqrt{2}}$ \propto

$$\propto \begin{array}{l} -5a^2z^4 - 8ab \\ + 2a^2n\sqrt{2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} z^3 - 6ac \\ - 3b^2 \\ + 3abn\sqrt{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z^2 - 4bc \\ + 2acn\sqrt{2} \\ + b^2n\sqrt{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z - c^2 \\ + bcn\sqrt{2} \\ - 3u^4 \end{array} \right.$$

en in plaats van u^2 en u^4 haere valeuren gestelt.

$$\frac{2az^2 + 2bz + 2c}{2z^2 - z\sqrt{2}} \text{ M. } \frac{2z^2 - z\sqrt{2}}{2} \propto$$

$$\propto \begin{array}{l} -5a^2z^4 - 8ab \\ + 2a^2n\sqrt{2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} z^3 - 6ac \\ - 3b^2 \\ + 3abn\sqrt{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z^2 - 4bc \\ + 2acn\sqrt{2} \\ + b^2n\sqrt{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z - c^2 \\ + bcn\sqrt{2} \end{array} \right. \div$$

$$\div \frac{3 \square az^2 + bz + c}{6z + n\sqrt{2}} \text{ M. } \frac{-2z + n\sqrt{2}}{2}$$

ende door de multiplicatie komt.

$$\begin{array}{l} + (24b - 8an\sqrt{2})z^4 \\ + (24c - 8bn\sqrt{2} - 4an^2)z^3 \\ - (4bn^2 + 8cn\sqrt{2})z^2 \\ - 4cn^2z \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -24a^2z^5 \\ -(36ab - 4a^2n\sqrt{2})z^4 \\ -(24ac + 12b^2 - 4abn\sqrt{2} - 4a^2n^2)z^3 \\ -(12bc - 6abn^2)z^2 \\ -(4bcn\sqrt{2} - 4acn^2 - 2b^2n^2)z \\ -4c^2n\sqrt{2} + 4^6)bcn^2 \end{array} \right. \propto$$

de termen van de aequatie met malkanderen vergelijkende is

$$24az^5 \propto -24a^2z^5 \text{ en } a \propto -1$$

$$\text{verders is } (24b - 8an\sqrt{2})z^4 \propto (-36ab + 4a^2n\sqrt{2})z^4,$$

en in plaats van a gestelt -1 komt $b \propto +\frac{1}{3}n\sqrt{2}$ en $+4c^2n\sqrt{2} \propto +4^6)bcn^2$,

en in plaats van b gestelt $\frac{1}{3}n\sqrt{2}$ komt $c \propto \frac{1}{8}n^2$ deze valeuren van a, b, c dan ge-

stelt in d'aequatie $\frac{az^2 + bz + c}{6z + n\sqrt{2}} \sqrt{\frac{-2z + n\sqrt{2}}{2}} \propto u^2$ komt

$$\frac{-z^2 + \frac{1}{3}nz\sqrt{2} + \frac{1}{8}n^2}{6z + n\sqrt{2}} \sqrt{\frac{-2z + n\sqrt{2}}{2}} \propto u^2 \text{ voor de aequatie van de kromme}$$

CORF, z zijnde = AN en NO = u , uyt welke aequatie de natuur van deze kromme openbaer genoeg is, want de ordinatim applicata NO ofte u wordende gestelt $\propto 0$, komt $z \propto \frac{1}{2}n\sqrt{2}$ en $z \propto -\frac{1}{8}n\sqrt{2}$ tot een teecken dat de kromme de linie CF zal snijden in C en F want AC is $\propto \frac{1}{2}n\sqrt{2}$ en AF = $-\frac{1}{8}n\sqrt{2}$ met het signum $-$ omdat F aen d'andre zijde contrary als C wort genomen, zoo dat AF dan $\frac{1}{3}$ is van AC door welk punt F oock loopt d'asymptotos van het blatie AHCBAL. dewijle nu de linie NG \propto NH is zoo zal volgens het theorema

⁶⁾ Lisez: 2.

Barrovii de area die begrepen is tusschen de linien CN, NH en de kromme CH zoo groot zijn als een $\frac{1}{2}$ quadraat NO; om nu te vinden de groote van het geheele blaetie, behoeve z maer te stellen $\infty 0$, en is $u^2 \infty \frac{1}{8} n^2$ hier van de helft komt $\frac{1}{12} n^2 \infty$ de area tusschen CA en de kromme CHA begrepen; voor het geheele blaetie

dan $\frac{1}{8} n^2$. CHNC is $\infty -\frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{8} n z \sqrt{2} + \frac{1}{12} n^2$ M. met $\sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$.

Dit getrocken van $\frac{1}{12} n^2$ komt voor ANHYA

$$\frac{1}{12} n^2 + \frac{1}{2} z^2 - \frac{1}{8} n z \sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}; \text{ en het triangel}$$

ANH = $\frac{1}{2} z^2 \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$ hier van getrocken, voor het spatium AHYA,

$$\frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n z \sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}} \infty \frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n t \sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 \sqrt{\frac{-2z+n\sqrt{2}}{6z+n\sqrt{2}}}$$

in de plaats van z nu gestelt zijnde $\frac{1}{2} x \sqrt{2} + \frac{1}{2} y \sqrt{2}$ (gelijk z gevonden is)

komt $\frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n t \sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 \sqrt{\frac{-x-y+n}{3x+3y+n}}$ en voor, n , genomen $\frac{x^3+y^3}{xy}$

$$\frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n t \sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 \sqrt{\frac{-x^2y-xy^2+x^3+y^3}{3x^2y+3xy^2+x^3+y^3}} \infty \frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n t \sqrt{2} - \frac{1}{12} n^2 M \frac{\pm x \mp y}{x+y}$$

y genomen zijnde grooter als x , 't welk geschiet wanneer wij $AN \infty z$ stellen, komt voor het spatium AHYA

$$\frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n t \sqrt{2} + \frac{\frac{1}{12} n^2 x - \frac{1}{12} n^2 y}{x+y} \infty \frac{\frac{1}{8} n^2 x}{x+y} - \frac{1}{8} n t \sqrt{2},$$

en in plaats van t gestelt sijne valeur $\frac{1}{2} y \sqrt{2} - \frac{1}{2} x \sqrt{2}$,

$$AHYA \infty \frac{\frac{1}{8} n^2 x}{x+y} - \frac{1}{8} n y + \frac{1}{8} n x \infty \frac{\frac{1}{8} n^2 x - \frac{1}{8} n y^2 + \frac{1}{8} n x^3}{x+y}$$

en, n , zijnde $\infty \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$, AHYA $\infty \frac{\frac{nx^3}{y} + \frac{1}{8} n y^2 - \frac{1}{8} n y^2 + \frac{1}{8} n x^2}{x+y} \infty \frac{1}{8} \frac{nx^2}{y}$

maer x grooter zijnde als y , naementlijk wanneer $AQ \infty z$ gestelt is zoo zal het

$$\text{spatium ABZA} \infty \text{ zijn } \frac{1}{12} n^2 - \frac{1}{8} n t \sqrt{2} - \frac{\frac{1}{12} n^2 x + \frac{1}{12} n^2 y}{x+y} \infty \frac{\frac{1}{8} n^2 y}{x+y} - \frac{1}{8} n t \sqrt{2}$$

en in plaats van t gestelt sijne valeur $\frac{1}{2} x \sqrt{2} - \frac{1}{2} y \sqrt{2}$

$$ABZA \propto \frac{\frac{1}{8}n^2y}{x+y} \rightarrow \frac{1}{8}nx + \frac{1}{8}ny \propto \frac{\frac{1}{8}n^2y - \frac{1}{8}nx^2 + \frac{1}{8}ny^2}{x+y} \text{ en, } n, \text{ zijnde } \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x},$$

$$ABZA \propto \frac{\frac{1}{8}nx^2 + \frac{1}{8}\frac{ny^3}{x} - \frac{1}{8}nx^2 + \frac{1}{8}ny}{x+y} \propto \frac{\frac{1}{8}ny^2}{x}.$$

a) Method. Craigii [Christiaan Huygens] ⁷⁾.

⁷⁾ On rencontre cette méthode de Craig, sous la forme précise dans laquelle elle a été appliquée ici, pour la première fois dans le „Tractatus Mathematicus” de 1693, ouvrage mentionné dans la note 5 de la Lettre N°. 2748. Pour le montrer il suffira de citer le passage suivant emprunté à l’Exemplum 1, page 4 de cet ouvrage, où on lit, en adaptant les notations à celles de la figure et du texte de la présente pièce : „Inveniendā sit Quadratura Figuræ CNH cujus Natura exprimitur hac æquatione..... $t [= NH] = v \sqrt{vv + aa}$ [$v = CN$] : Ut habeatur hujus Figuræ Quadratura, inveniendā est alia Curva COR in qua intercepta NG sit $v \sqrt{vv + aa}$; ideo juxta Regulam.... præscriptam, multiplicandus est valor datus lineæ NG (seu NH) per v , unde productum erit $vv \sqrt{vv + aa}$: Jam quia maxima dignitas extra vinculum est v^2 , ideo apponendi sunt omnes termini inferiores scil. $v^2, v^1, v^0 (= 1)$ ipso semper maximo termino incluso, qui coefficientibus incognitis affecti æquari debent Quadrato quantitatis $u [= ON]$, unde æquatio quaesitam eminenter continens erit $(bv^2 + cav + ea^2) \sqrt{v^2 + a^2} = uu$. Ex hac æquatione investigetur valor Analyticus Lineæ NG per Leibnitii Methodum hoc modo”; après quoi Craig égale la valeur de NG, obtenue par la méthode de Leibniz, à celle de $v \sqrt{vv + aa}$, pour calculer ensuite les coefficients indéterminés de la manière indiquée dans la note 1 de la présente pièce.

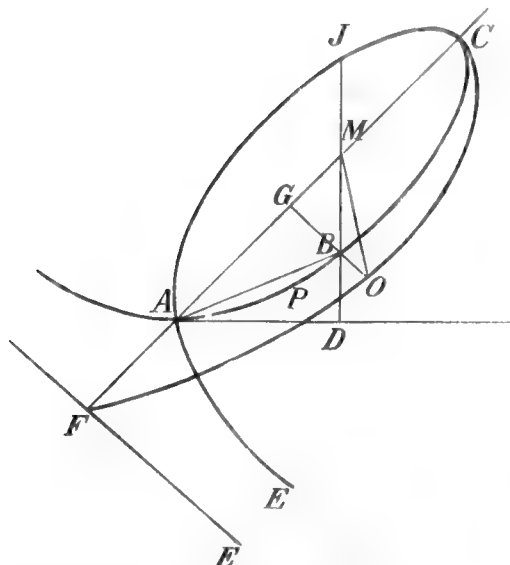
On remarquera l’analogie de cette méthode, qui peut être considérée comme une extension au cas des expressions irrationnelles de celle employée par Craig dans l’ouvrage de 1685, cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2725, avec le „compendium”, décrit dans la note 3 de la N°. 2738, dont Huygens se servit en 1692.

D’ailleurs déjà dans l’article „Additio ad Methodum Figurarum Quadraturas Determinandi”, qui parut dans les Philosophical Transactions, N°. 183, pour les mois juillet—septembre 1686, Craig avait exposé une méthode analogue, laquelle, appliquée par lui au même „Exemplum”, consistait à poser $a^2u^4 = na^6 + ma^5v + la^4v^2 + ha^3v^3 + ka^2v^4 + gav^5 + fv^6$, dans la prévision que l’expression rationnelle pour u^4 en v devrait être du sixième degré.

N^o 2862.

[B. DE VOLDER] à CHRISTIAAN HUYGENS.

[1694].

Appendice III¹⁾ au No. 2859.

Sit $AD \propto x$ $DB \propto y$ $AG \propto z$
 $GB \propto t$ et $x^3 + y^3 \propto nxy$
 erit $z\sqrt{2} \propto x + y$ $t\sqrt{2} \propto x - y$

$$t \propto z \sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}}$$

Sit curva COF, talis, ut ducta ex M recta ad punctum O, in quo GB fecat curvam COF, sit in curvam normalis, posita $GO = v$, ponatur pro illa curva

$$azz + bz + c \sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}} \propto vv^2$$

Ex qua aequatione ut inveniatur GM, secundum methodum

Leibn.³⁾ fiat $azz + bz + c \propto p$ et $\sqrt{\frac{n - z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2} + n}} \propto q$, erit ^{a)} $2az + b, dz$ ⁴⁾ $\propto dp$ et $\frac{-2n\sqrt{2}, dz}{n + 3z\sqrt{2}\sqrt{n - z\sqrt{2}}, 3z\sqrt{2} + n} \propto dq$ ⁵⁾ et $pdq + qdp \propto 2v dv$, sive

¹⁾ Cet Appendice, comme celui qui précède, contient une solution du problème de la quadrature du folium de Descartes. Consultez d'ailleurs la note 19 de la Lettre N^o. 2859.

²⁾ Comme dans la solution précédente, c'est encore ici la méthode de Craig, décrite dans la note 7 de la pièce N^o. 2861, qui va être appliquée, en combinaison, comme chez Craig lui-même, avec le théorème de Barrow (voir la note 8 de la Lettre N^o. 2721), d'après lequel on a ici : aire CBG = $\frac{1}{2} OG^2 = \frac{1}{2} v^2$, puisque, par construction, la sousnormale GM de la courbe COF égale BG l'ordonnée de la courbe CBPA.

³⁾ Celle publiée par Leibniz dans l'article cité dans la note 5 de la Lettre N^o. 2205.

⁴⁾ Ici et dans la suite la virgule figure comme signe de multiplication. D'ailleurs la notation employée est un peu singulière et pas toujours conséquente. Toutefois nous n'y avons rien changé, puisqu'en refaisant les calculs on trouvera facilement la vraie signification des formules.

$$\frac{-2an\sqrt{2}, zz-2bn\sqrt{2}, z-2cn\sqrt{2}, dz}{n+3z\sqrt{2}\sqrt{n-z\sqrt{2}}, 3z\sqrt{2}+n} + \frac{2az+b, dz, n-z\sqrt{2}}{\sqrt{3z\sqrt{2}+n}, n-z\sqrt{2}} \propto 2vdy.$$

adeoque dz ad dy ut $2v$ ad $-2an\sqrt{2}, zz$ etc., five OG ad GM.

$$\text{Erit itaque GM} = \frac{-na\sqrt{2}, zz-bn\sqrt{2}, z-cn\sqrt{2}}{n+3z\sqrt{2}\sqrt{n-z\sqrt{2}}, 3z\sqrt{2}+n} +$$

$$+ \frac{az+\frac{1}{2}b, n-z\sqrt{2}}{\sqrt{3z\sqrt{2}+n}, n-z\sqrt{2}} \propto z \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}$$

$$\text{adeoque } -6az^3 - 3bzz + annz + \frac{1}{2}bnn \propto -6z^3 + 2nzz\sqrt{2} + nnz + na\sqrt{2}, -cn\sqrt{2}$$

Unde $a \propto 1$ $b \propto -\frac{1}{3}n\sqrt{2}$ $c \propto -\frac{1}{8}nn$. adeoque cum $z\sqrt{2}$ nequeat esse

major, quam n^6), erit mutatis signis⁷⁾ $-zz+\frac{1}{3}n\sqrt{2}, z, +\frac{1}{8}nn \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}} \propto vv$

five $+\frac{1}{8}n-\frac{1}{8}z\sqrt{2}$, in $3z\sqrt{2}+n \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}} \propto vv$. Hinc si $v \propto 0$, po-

natur, erit $z \propto n\sqrt{\frac{1}{2}}$, aut $z \propto -\frac{1}{3}n\sqrt{2}$. Ex quo patet curvam COF rectam CF fecturam in punctis C et F. Hinc erit spatium GCB $\propto -\frac{1}{2}zz + \frac{1}{6}n\sqrt{2}, z +$

5) Ici on lit encore en marge: „Verum hoc esse patet ex seq. calculo :

$$\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n} \propto qq \quad -dz\sqrt{2} \propto 3qq\sqrt{2}, dz+6zq\sqrt{2}, dq+2nq, dq$$

$$-dz\sqrt{2}-3n\sqrt{2}, dz+6zdz \propto 6zq\sqrt{2}, dq+2nq, dq$$

$$\frac{-4n\sqrt{2}, dz}{3z\sqrt{2}+n} \propto dq$$

$$\frac{3z\sqrt{2}+n, \text{ in } 6z\sqrt{2}+2n \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2}+n}}}{3z\sqrt{2}+n} \propto dq$$

$$\frac{-2n\sqrt{2}dz}{3z\sqrt{2}+n \sqrt{n-z\sqrt{2}}, 3z\sqrt{2}+n} \propto dq$$

6) Puisque alors l'expression pour $t=GB$, qui se trouve en tête de cette pièce, deviendrait imaginaire.

7) En effet, sans ce changement de signe l'expression pour vv , qui va suivre, aurait, pour $z\sqrt{2}$ positif et $< n$, une valeur toujours négative, puisqu'on a $z^2 - \frac{1}{3}nz\sqrt{2} - \frac{1}{6}n^2 =$
 $= \frac{1}{6}(z\sqrt{2}-n)(3z\sqrt{2}+n).$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{12} mn \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2+n}}}^8) \text{ et posito } z \propto 0, \text{ erit spatium ABC, ut et AFE } \propto \\
& \propto \frac{1}{12} mn, \text{ et ABG } \propto \frac{1}{12} mn + \frac{1}{2} zz \div \frac{1}{8} n \sqrt{2}, z \div \frac{1}{12} mn \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2+n}}}, \\
& \text{demtoque triangulo ABG } \propto \frac{1}{2} tz, \propto \frac{1}{2} zz \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2+n}}} \text{ erit spatium ABP } \propto \\
& \propto \frac{1}{12} mn - \frac{1}{8} n \sqrt{2}, z - \frac{1}{12} mn \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2+n}}} \text{ Est autem } \sqrt{\frac{n-z\sqrt{2}}{3z\sqrt{2+n}}} \propto \\
& \propto \frac{t}{z} \propto \frac{x-y}{x+y} \text{ Hinc ABP } \propto \frac{1}{12} mn, - \frac{1}{8} nx - \frac{1}{8} ny - \frac{1}{12} mn, \frac{x-y}{x+y} \\
& \text{ABP } \propto \frac{\frac{1}{8} nmy - \frac{1}{8} nxx + \frac{1}{8} nyy}{x+y} \propto \frac{nmyx - nx^3 + ny^2x}{6x, x+y}. \\
& \text{Est autem } nyx \propto x^3 + y^3 \text{ Hinc ABP } \propto \frac{ny^3 + nyyx}{6x, x+y} \propto \frac{nyy^9}{6x}.
\end{aligned}$$

Nec diffimili ritu res se habet in caeteris casibus.

^{a)} aequ.° diff.^{lis} [Christiaan Huygens].

⁸⁾ D'après le théorème de Barrow; voir la note 2.

⁹⁾ C'est un des résultats annoncés par Huygens vers la fin de la pièce N°. 2793.

N^o 2863.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

22 JUIN 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse aux Nos. 2854 et 2856.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2873.*Hanover, ce $\frac{12}{22}$ juin 1694.

MONSIEUR

J'ay esté bien aise de recevoir l'honneur de vostre lettre³⁾, apres un affés long filence⁴⁾, dont pourtant je n'ay garde de me plaindre scachant bien combien vostre temps est pretieux, et d'ailleurs je seray tousjours des plus ardens à vous exhorter de ménager vostre fanté, d'autant plus que j'apprends par vostre lettre même, qu'elle a esté un peu chancelante. Plût à Dieu que nos études servissent à nous faire avancer considerablement dans la medecine. Mais jusqu'icy cette science est presqu'entierement empirique. Il est vrai que l'Empirie même seroit de grand usage, si on s'attachoit à bien observer, et même à bien employer tant d'observations déjà faites, mais comme la Medecine est devenue un Mestier, ceux qui en font profession ne la font que par maniere d'acquit, et autant qu'il faut pour sauver les apparences; scachant bien que peu de gens sont capables de juger de ce qu'ils font. Je voudrois que quelque ordre religieux, tel que celui des Capucins par exemple, se fût attaché à la Medecine par un principe de charité. Un tel ordre bien réglé la pourroit porter bien loin. Mais laissons là ces souhaits inutiles et venons aux points de vostre lettre.

Je souhaite que le public apprenne bien tost des particularités de vostre horloge, qui ne sçaurait manquer d'estre de grande consequence. Pour ce qui est du traité d'une Matiere philosophique que vous avés fait; je serois bien aise d'apprendre un jour ce que ce pourra estre. Vous estes trop reservé jusqu'icy, ne voulant donner au public que des demonstrations; au lieu que des personnes de vostre force ne doivent pas luy envier jusqu'à leur conjectures. C'est pourquoy,

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 182.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 179, Briefwechsel p. 733.

³⁾ Il s'agit de celle du 29 mai 1694, notre N^o. 2854. Celle du 8 juin, notre N^o. 2856, à laquelle Leibniz va répondre vers la fin de la présente lettre, ne lui était évidemment pas encore parvenue lorsqu'il commença à écrire.

⁴⁾ La lettre de Huygens, qui précéda celle du 29 mai, datait du 17 septembre de l'année antérieure. Voir notre N^o. 2822.

quand vous vous ouuririés sur toute fortes de matieres encor que philosophiques et problematiques, vous ne feriés que bien. Vostre exhortation me confirme dans le dessein que j'ay de donner quelque Traité⁵⁾ qui explique les fondemens et les usages du Calcul des sommes et des differences; et quelques matieres connexes. J'y ajouteray par maniere d'appendice les belles pensées et découuertes de quelques Geometres, qui ont bien voulu s'en servir, s'ils veulent avoir la bonté de me les envoyer. J'espère que M. le Marquis de l'Hospital voudra bien nous faire cette faveur si vous jugés à propos de le luy proposer. Messieurs Bernoulli freres en pourront faire autant. Si je trouue quelque chose dans les productions de Mr. Neuton inferées dans l'Algebra de Mr. Wallis, qui nous donne moyen d'avancer, j'en profiteray en luy rendant justice. Mais oserois-je bien vous supplier vous même de me favoriser de ce que vous jugerés à propos, comme par exemple de vostre analyse du probleme de Mons. Bernoulli⁶⁾ donnée par cette maniere de calcul?

J'expliqueray entre autres ces Equations exponentiellement Transcendentes dont je vous ay parlé autres fois⁷⁾, lors que dans l'Equation de la courbe l'inconnue entre dans l'exponent. Par exemple si l'Equation de la courbe estoit $x^z = y$

ou pour garder la loy des homogenes $(x : a)^{\frac{z : a}{(1)}} = y : a^8$ et si z estoit une grandeur explicable par le moyen des interdéterminées x et y et de la déterminée a ; cette equation pourra estre delivrée de son exponentialité et reduite au calcul des differences; car en vertu de nostre equation, supposant le logarithme de la

grandeur a estre 0, ou $\log. a = 0$, il y aura $z : a$ multipliée par $\log. x = \log. y$,

ou bien $z \log. x = a \log. y$. Mais $\log. x = \int (dx : x)$ et $\log. y = \int (dy : y)$

donc $z \int (dx : x) = a \int (dy : y)$ et differentiant $z dx : x + dz \int (dx : x) = a dy : y$. Et c'est par là qu'on peut avoir $dy : dx$, c'est-à-dire la raison de l'ordonnée à la soustangente, en expliquant dz par la valeur de z que je suppose estre connue.

Car si par exemple z estoit $= xy : a$; en sorte que l'equation 1. signiferoit

$(x : a)^{\frac{xy : aa}{(9)}} = y : a$, dz seroit $= x dy + y dx : a$, et de l'equation (7) pro-

⁵⁾ Un tel traité n'a jamais paru.

⁶⁾ Celle annoncée dans la pièce N°. 2823 et qu'on retrouve dans la pièce N°. 2821.

⁷⁾ En 1690 et 1691; consultez les Lettres N°. 2627 (pp. 517 et 518); N°. 2632 (pp. 532 et 533); N°. 2636 (pp. 548 et 549); N°. 2639 (pp. 557 et 558) et N°. 2659 (pp. 13 et 14).

⁸⁾ En marge Leibniz écrit : $z : a$ m'est autant que $\frac{z}{a}$.

(11)

viendrait $ydx : a + xdy \int (dx : x) : a + ydx \int (dx : x) : a = ady : y$ et par cette equation on aura $dy : dx$ (ou $\frac{dy}{dx}$) c'est-à-dire on construira la tangente de la courbe en employant, x et y et le logarithme d' x . Mais pour delivrer icy l'equation ab omni vinculo summatorio il faudroit descendre aux differentio-differentielles. Souvent il suffit de venir aux Equations differentielles du premier degré, et alors ces Equations differentielles (qui sont des problemes de la converse des tangentes) se peuvent construire par Logarithmes, et se peuvent exprimer par des Equations Exponentiellement transcendentes, comme je fis un jour dans un Exemple que vous m'aviés proposé, ou poutant à cause d'un mesentendu nous n'avions pas visé à une même ligne⁹⁾. Je souhaitterois de pouvoir tousjours reduire les autres transcendentes aux Exponentielles, car cette maniere d'exprimer me paroist la plus parfaite et bien meilleure que celle qui se fait par les differences, et par les series infinies. puisque elle n'employe que des grandeurs communes, quoyque elle les employe extraordinairement. Cependant j'estime fort les series, car elles expriment veritablement ce qu'on cherche et donnent le moyen de le construire aussi prochainement qu'on desire, et achevent par consequent la Geometrie ou analyse quant à la pratique. Et ce qui est le plus important, quand les autres voyes se trouvent courtes, les series viennent au secours. Car il peut arriver qu'un probleme descende aux differentielles du 2, 3^{me} ou 4^{me} degré, c'est-à-dire qu'il y aie non seulement x et y et dx , dy , mais encor ddx , ddy et même d^3x , d^3y ; alors par les series la courbe ou la construction se trouve quelquefois aussi aisement, que si ce n'estoit qu'une Equation ordinaire, selon la maniere generale que j'ay donnée dans les Actes¹⁰⁾, et que je n'ay encor vue chez personne. car la methode que Messieurs Mercator et Neufon [sic] auoient publiée¹¹⁾ en estoit toute

⁹⁾ Voir la note 6 de la Lettre N°. 2627.

¹⁰⁾ Dans l'article intitulé „G. G. L. Supplementum Geometriae Practicae sese ad problemata transcendentia extendens, ope novae Methodi generalissimae per series infinitas” qui parut dans les „Acta” d'avril 1693.

¹¹⁾ Dans l'article cité dans la note précédente, Leibniz spécifie comme il suit la méthode qu'il a en vue : „Cum antea Series infinitae fuerint quaesitae cum primo inventore Nicolao Mercatore Holsato per divisiones, & cum summo Geometra Isaaco Newtono per extractiones; visum mihi fuit, posse ad eas perveniri commodius & universalius per suppositionem ipsius seriei quaesitae, tanquam inventae, ita ut terminorum coëfficientes ex successu definirentur”. Il s'agit donc de l'emploi par Mercator de la série pour $1 : (1 + x)$ dans sa „Logarithmotechnia” (voir l'ouvrage cité dans la note 5 de la Lettre N°. 1669) et de l'application de la formule du binôme de Newton, dans le cas d'une valeur fractionnaire de l'exposant, à la quadrature du cercle et de l'hyperbole, dont il est question dans la note 6 de la Lettre N°. 2723.

différente. Ainsi je ne sçaurois demeurer d'accord de ce que M le Marquis de l'Hospital vous a écrit, qu'on peut faire sans les séries tout ce qui se peut faire par elles. quant à ma construction Generale des Quadratures par la Traction, il me suffit pour la science qu'elle est exacte en theorie quand elle ne seroit pas propre à estre executée en pratique. La plus part des constructions les plus Geometriques, quand elles sont composées, sont de cette nature. Comme par exemple les regles du Mesolabe organique de M des Cartes ¹²⁾ ne sçauroient operer exactement, lors qu'elles doivent estre un peu multipliées. Et quoyque M des Cartes ait proposé de construire les Equations du 5.^{me} ou 6.^{me} degré par un mouvement de la parabole materielle ¹³⁾, je crois qu'on auroit bien de la peine à faire une telle construction avec exactitude pour ne rien dire des degrés plus hauts. Cependant la construction generale de toutes les quadratures est infiniment plus difficile, et neantmoins je crois que les difficultés pourroient estre assez diminuées en pratique en se servant d'une bonne appression. Car non obstant tous les embarras apparens, l'appression faisant son devoir, la ligne de la traction ne sçauroit manquer de toucher la courbe. Monsieur Bernoulli le cadet, ayant considéré attentivement ma description, en a reconnu et admiré la verité, quoyqu'il croye aussi qu'il seroit difficile de la bien executer ¹⁴⁾. Je voudrois avoir des moyens semblables bien generaux pour construire les autres equations differentielles, ou les courbes ex tangencium natura.

Je n'ay point vû encor vostre refutation de la Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux. Apparemment elle fera dans l'Histoire des ouvrages des Sçavans ¹⁵⁾ que nos libraires n'ont pas encor receus par leur negligence ordinaire. il faudra que je mette ordre pour me les faire tousjours envoyer par la poste. Lors que je considerois autres fois cette theorie, elle me paroissoit un peu superficielle, et je n'achevay pas de la parcourir. Mais j'y penseray un de ces jours. je me souviens maintenant, qu'il negligeoit entre autres choses le centre de gravité du vaisseau, le quel ne deuroit pas estre negligé, ce me semble, sur tout pour la derive, puisque les impressions du choc des corps opèrent diversément selon la situation de ce centre. Il y avoit bien d'autres choses qui m'arrestoient. Le meilleur y est ce qu'il

¹²⁾ L'instrument décrit au début du „Livre second” de sa „Géométrie”.

¹³⁾ Consultez le dernier article de la „Géométrie”, intitulé en marge: „Façon generale pour construire tous les problemes reduits à une Equation qui n'a point plus de six dimensions”.

¹⁴⁾ On peut consulter à ce propos, dans le T. III de „Leibnizens mathematische Schriften” par Gerhardt, la lettre de Jean Bernoulli à Mencke du 18 févr. 1693 (p. 134—135) et celle à Leibniz du 9 mai 1694 (v. s.) à la page 138.

¹⁵⁾ Elle avait paru dans la „Bibliothèque Universelle et Historique”. Voir la pièce N°. 2826.

y a de la pratique et je voudrois avoir vu le liure de la manoeuvre de Mr. de Tourville ¹⁶⁾ qu'il cite ¹⁷⁾.

Affeurement Mr. Hook et le p. Pardies n'avoient garde d'arriver à l'explication des loix de la refraction par les pensées qu'ils avoient sur les ondulations. Tout consiste dans la maniere dont vous vous estes avisé de confiderer chaque point du rayon, comme rayonnant, et de composer une onde generale de toutes ces ondes auxiliaires. Si Mr. Knorr m'avoit consulté je luy aurois dit mon sentiment la dessus. Le p. Ango qui ne scauoit de cela que ce qu'il avoit pû trouuer dans les papiers du p. Pardies, apres avoir bien suë inutilement pour rendre raison de la loy des sinus, a enfin fabriqué un pur paralogisme habillé en demonstration, pour se tirer d'affaire ¹⁸⁾. Ne pouvant pas rendre raison de la refraction ordinaire, comment auroient ils osé penser à expliquer celle du cristal d'Islande. Il me semble qu'il y auoit encor quelques phenomenes de ce cristal, qui vous arres-toient ¹⁹⁾ et je voudrois scauoir si vous avés fait depuis des progres la dessus. N'avés vous pas trouue que ce cristal fournit quelques phenomenes extraordinaires à l'égard des couleurs.

Je ne scay si je vous ay mandé ²⁰⁾, que Mons. Facio m'a communiqué quelque chose des pensées qu'il a pour expliquer mecaniquement les sentimens de M. Newton, il est vray que ce n'est qu'avec reserve et en enigme. Il croit que la matiere ne remplit qu'une partie tres petite de l'espace; il croit les corps percés à jour comme les squelettes, pour donner aisement passage. Il croit aussi que si

¹⁶⁾ Anne Hilarion de Cotentin, comte de Tourville, né à Tourville en 1642. A l'âge de 14 ans il fut reçu chevalier de Malte. Après avoir servi sur la flotte de la République de Venise, il fut nommé capitaine de vaisseau par Louis XIV en 1667, et se distingua dans presque toutes les actions navales de la marine de guerre française. Après la paix de Rijswijk, en 1697, il quitta le service et se fixa à Paris, où il mourut le 28 mai 1701. D'après ses ordres et sous ses auspices le père P. l'Hoste, aumônier sur les vaisseaux commandés par de Tourville, écrivit un *Traité de la tactique navale*, longtemps en usage dans la marine française. .

¹⁷⁾ Voir la préface de l'ouvrage de Renau (mentionné dans la note 17 du N°. 2813) où il s'excuse de n'avoir traité „que de ce qui doit servir de Principe à la science de profiter des vents le plus qu'il est possible; Ce qui consiste uniquement, à déterminer la situation la plus avantageuse des voiles & de la Proüe du vaisseau, par rapport au vent & à la route qu'il est à propos de faire. sans s'arrêter mesme à expliquer l'usage particulier de chaque Manoeuvre parce qu'il sera facile après cette connaissance de s'en bien servir, & que ceux qui auront besoin de ce détail, pourront s'en instruire dans l'exercice de la Manoeuvre, de Monsieur le Chevalier de Tourville”.

¹⁸⁾ Comparez la Lettre N°. 2628 aux pages 522 et 523.

¹⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2751, note 3.

²⁰⁾ Comparez la Lettre N°. 2852 à la page 603. En effet, dans ce qui va suivre, il s'agit toujours de la Lettre de Fatio à de Beyrie que nous avons reproduite au N°. 2853.

l'espace estoit asses rempli d'une matiere fluide muë en tout sens, cette matiere empecheroit extremement le mouuement des corps. Il parle de l'objection que vous luy aviés faite qui est que la matiere se deuroit epaissir autour de la terre, et que cela l'a arresté mais qu'enfin cette objection s'est evanouie quand on l'a examinée avec exactitude, c'est de quoy (dit-il) Mons. Hugens est à present persuadé. Il se passe en cecy (ajouter-il) quelque chose d'admirable, qu'il faut avoir remarqué, avant qu'on puisse voir, que l'objection n'a rien de solide.

Il y a de l'apparence qu'il se fait une circulation ou reciprocation dans la nature en sorte qu'une matiere subtile mais dense ou ferrée, s'eloignant des corps qui attirent les autres, force la matiere grossiere de s'y approcher, mais cette matiere grossiere, quand elle y est arriüée est broyée et rendue subtile, pour estre renvoyée derechef à la circumference ou estant dispersée de nouveau elle sert d'aliment à d'autres corps grossiers. il y peut avoir plusieurs raisons de l'attraction; comme la force centrifuge, née d'un mouuement circulaire, que vous avés employée ²¹⁾; item le mouuement droit des corpuscules en tout sens, que j'ay vü déjà employé autres fois d'une maniere semblable par un auteur qui tachoit par là de rendre raison de la fermeté des corps et des phenomenes qu'on attribue communement à la pesanteur de l'air, mais que vous aviés pourtant observés dans le vuide ²²⁾. Et comme il semble que la masse de la terre doit faire en sorte que plus de corpuscules y tendent, qu'il n'en viennent; on pourra dire que cela poussera les corps vers la terre selon le sentiment de quelques uns que vous marqués. On peut encor ajouter l'explosion comme seroit celle d'une infinité d'arquebuses à vent. Car ne pourroit on point dire que les corps qui font la lumiere, la pesanteur et le magnetisme, sont encor grossiers en comparaison de ceux qui feroient leur propre ressort, et qu'ainsi ils enferment une matiere comprimée; mais quand ils arrivent au soleil, ou vers le centre des autres corps, qui font émission (dont l'interieur pourroit repondre au soleil) le grand mouuement qui s'y exerce les brisant et les défaisant, deliureroit la matiere qui y estoit comprimée. Il semble effectivement que c'est de cette maniere que le feu agit. Peut estre aussi que plusieurs moyens se trouuent joints ensemble, pour causer la pesanteur, puisque la nature fait en sorte que tout s'accorde le plus qu'il est possible. quoy qu'il en soit, il nous fera tousjours difficile de bien determiner ces choses. Si quelqu'un y peut reussir de nostre temps, vous le ferés. il est vray que toute matiere etheree qui tend vers la terre ou vers quelque autre corps sans percer n'en sçauroit revenir. Car celle qui ne perce point, rejallissant, rencontrera d'autre matiere qui y arrive apres elle. Ainsi ces matieres se doivent brouiller ensemble,

²¹⁾ Dans le „Discours de la cause de la pesanteur”, cité dans la note 8 de la pièce N°. 2519.

²²⁾ Consultez la pièce N°. 1899, qui avait paru dans le Journal des Sçavans du 25 juillet 1672.

et s'amasser à l'entour du corps, mais peut estre que la masse qui s'en forme est dissipée derechef à peu pres comme les taches du soleil.

Quant à la difference entre le mouuement absolu et relatif, je croy que si le mouuement ou plus tost la force mouuante des corps est quelque chose de reel comme il semble qu'on doit reconnoître, il faudra bien qu'elle ait un subjectum. Car *a* et *b* allant l'un contre l'autre, j'avoue que tous les phenomenes arriveront tout de meme, quel que soit celui dans le quel on posera le mouuement ou le repos; et quand il y auroit 1000 corps, je demeure d'accord que les phenomenes ne nous scauroient fournir (ny même aux anges) une raison infallible pour determiner le sujet du mouuement ou de son degré; et que chacun pourroit estre concû à part comme estant en repos, et c'est aussi tout ce que je crois que vous demandés; mais vous ne nierés pas je crois que veritablement chacun a un certain degré de mouuement ou, si vous voulés de la force; non-obstant l'equivalence des Hijpotheses. Il est vray que j'en tire cette consequence qu'il y a dans la nature quelque autre chose que ce que la Geometrie y peut determiner. Et parmy plusieurs raisons dont je me sers²³⁾ pour prouver qu'outre l'etendue et ses variations, qui sont des choses purement Geometriques, il faut reconnoître quelque chose de superieur, qui est la force; celle-cy n'est pas des moindres. Monsieur Newton reconnoît l'equivalence des Hypotheses en cas des mouuemens rectilineaires²⁴⁾; mais à l'egard des Circulaires, il croit que l'effort que font les corps circulans de s'eloigner du centre ou de l'axe de la circulation fait connoître leur mouuement absolu. Mais j'ay des raisons qui me font croire que rien ne rompt la loy generale de l'Equivalence²⁵⁾. Il me semble cependant que vous même, Monsieur, estiés

²³⁾ Voir, entre autres, l'article de Leibniz cité dans la Lettre N°. 2759, note 16.

²⁴⁾ Leibniz fait allusion ici au Corollarium V (p. 19 de l'édition originale): „Corporum dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium illud quiescat, sive moveatur idem uniformiter in directum absq; motu circulari”. Voir encore l'explication de ce „Corollarium” et le Corollarium VI „Si corpora moveantur quomodocunq; inter se & a viribus acceleratricibus aequalibus secundam lineas parallelas urgeantur; pergent omnia eodem modo moveri inter se ac si viribus illis non essent incitata”.

²⁵⁾ Cette question de l'équivalence du mouvement absolu et relatif avait été traitée amplement par Leibniz dans le grand ouvrage manuscrit „Dynamica de Potentia et Legibus Naturae corporeae” qu'il écrivit à Rome en 1689 et qui fut publié par Gerhardt dans le Tome VI de „Leibnizens mathematische Schriften” (voir les pages 15 et 501—507 du Tome mentionné). Il y est revenu encore dans la seconde partie du „Specimen Dynamicum pro admirandis Naturae Legibus circa corporum vires et mutuas actiones detegendis et ad suas causas revocandis” publié par Gerhardt au même Tome p. 246—254, et dont la première partie avait paru dans les „Acta” d'avril 1695. On y trouve à la page 253 les phrases suivantes qui se rapportent aux idées de Newton: „Ex his quoque intelligi potest, cur magnorum quorundam Mathematicorum sententiis quibusdam philosophicis hac in re stare non possim, qui praeterquam quod vacuum spatium admittunt et ab attractione non abhorreere videntur, etiam motum habent pro re absoluta, idque ex circulatione indeque nata vi centrifuga probare con-

autres fois du sentiment de M. Neuton à l'égard du mouvement circulaire ²⁶⁾.

Je crois ²⁷⁾ que M. Teiler fera bien tost à Wolfenbuttel. Je vous suis bien obligé de la bonté que vous avés eue de vous en informer. J'auray soin d'écrire qu'on marque les errata, dans les Actes de Leipzig, dont je ne scaurois concevoir la raison, il faut que vostre écriture ait esté un peu obscure en ces endroits.

Je suis bien aise d'apprendre la guerison de Mons. Newton aussi tost que la maladie, qui estoit sans doute des plus facheuses. C'est à des gens comme vous, Monsieur, et luy, que je souhaitte une longue vie, et beaucoup de santé, preferablement à d'autres, dont la perte ne feroit gueres considerable en parlant comparativement. si je remarqueray quelque chose dans les Actes de Leipzig, ou vous puissiez avoir interest, je vous en donneray part. Je n'ay pas encor celles du mois de May. Au reste je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

P. S. Je ne scay quand je verray l'ouvrage que Mons. Wallis vient de publier ²⁸⁾. Voudriés vous bien me faire la grace; Monsieur, d'en faire copier des endroits où Mr. Newton donne des nouvelles decouvertes. Je ne demande pas proprement sa maniere de trouuer des series, mais s'il donne des moyens pour la converse des tangentes ou pour quelque chose de semblable. Car en m'écrivant autres fois il couurit sa maniere sous des lettres transposées ²⁹⁾. Il marquoit d'avoir deux façons, l'une plus generale, l'autre plus elegante. Je ne scay s'il en aura parlé.

tendent. Sed quoniam circulatio quoque non nisi a rectilineorum motuum compositione nascitur, sequitur si salva est aequipollentia Hypothesium in motibus rectilineis suppositis utcunque, etiam in curvilineis salvam fore".

²⁶⁾ Comparez encore à ce sujet la réponse de Huygens du 24 août 1694, et la Lettre de Leibniz à Huygens du 14 septembre 1694.

²⁷⁾ Ici commence la réponse à la Lettre N°. 2856.

²⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2854 au bas de la page 610.

²⁹⁾ Comparez la Lettre de Newton à Oldenburg du 24 octobre 1676, dont la copie fut envoyée à Leibniz par l'intermédiaire d'Oldenburg. Elle se trouve publiée e. a. dans le „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz" par C. I. Gerhardt, où l'on rencontre à la page 224 l'anagramme en question avec l'explication que Wallis en a publiée à la page 393 de l'ouvrage mentionné dans ce post-scriptum.

N^o 2864.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS.

6 JUILLET 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Constantyn Huygens y répondit par le No. 2865.*

A Hofwijck ce 6 Jul. 94.

Mon Receveur de Zeelhem Cools m'ayant mandé qu'il attendoit mon ordre pour vous remettre la somme de 200 fl pour mon compte, je luy envoie cet ordre presentement et je n'ay pas voulu manquer de vous en avertir, afin que non seulement vous vouliez bien accepter cet argent pour moy, mais que mesme vous l'en fassiez souvenir, lors qu'il vous viendra supplier et recommander la protection du village, car je scay par experience qu'il est sujet à ne se pas souvenir de ce qu'il promet, lors qu'il s'agit de donner de l'argent ¹⁾. Les pauvres habitants de Zeelhem au reste souffrent beaucoup cette annee par les troupes qui y logent et fouragent, et je n'ose pas me promettre que vous puissiez beaucoup les soulager. Est enim vis major.

Il semble de ce que vous aviez mandé dernièrement a Mad.^e vostre femme, qu'on parle plus de paix dans vostre armée qu'icy, quoy que tout le monde la souhaite pour le moins autant icy que là. Je suis bien aise toutes les fois que les nouvelles m'apprennent qu'on demeure sans se battre, parce que je crois que nostre Roy ne scauroit mieux faire presentement que de suivre l'Exemple du general Romain qui avoit a faire à Hannibal, qui cunctando restituit rem. Mon mal ²⁾ ne veut pas encore me quitter et me contraint de m'abstenir du travail, de peur de pis.

Mijn Heer
Mijn Heer van Zuylichem
Secretaris van Sijne koninklijke majt van groot Brittannien
Int
Leger.

¹⁾ Consultez les Lettres Nos. 2845 et 2850.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2859, page 622.

N^o 2865.

CONSTANTYN HUYGENS à CHRISTIAAN HUYGENS.

8 JUILLET 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre est la réponse au No. 2864.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2872.*

Au Camp de Roofbeec ce 8de Juillet 1694.

J'ay receu ce matin la vostre du 6. de ce mois et cy devant une autre du 8. de Juin ¹⁾).

Pour Zeelhem j'ay une fauve garde preste et j'attends que Cools vienne pour la prendre, mais depuis deux trois jours je n'entends plus parler de luy, en mesme temps je prendray de luy les 200 ^{fl} dont vous me parlez. Je suis fort fasché de ce qu'apparemment la Terre de Zeelhem aura souffert par ces Cantonnements icy, mais c'est une chose sans remede. J'espere que v[ost]re Intermission de poulx ne fera pas de mesme. Mais comment se font ces Cessations du mouement du coeur, font-elles accompagnées de quelques foibleffes et maux de coeur? et durent-elles quelque temps? C'est estrange comme l'estude et l'application les font venir. Je suis veritablement bien marry de vous scavoir incommodé de ce mal; je croy que le traitte des Planetes ²⁾ en souffrira aussi et ne verra pas le jour si tost, qu'il auroit fait autrement qu'est ce que les medecins vous disent? ne vous precrivent ils point d'autres remedes que l'abstinence des estudes?

On ne parle pas encore de decamper d'icy mais le manque de fourage nous y obligera bientost. Toute l'herbe est mangée par icy, et depuis hier on a commencé a fourager le seigle qui n'est pas en grande quantité et qui estant mangé nous obligera de tourner du costé de la Flandre, ou il y a encore du fourage.

Ma femme me manda l'autre jour qu'on auoit adresse un gros paquet ³⁾ de Livres qui estoit pour vous, s'il y a quelque chose de curieux, je seray bien aise de le scauoir.

Voor de Heer van Zeelhem.

¹⁾ Constantyn, évidemment, veut parler de la lettre du 6 juin, notre N^o. 2855.

²⁾ Voir la note 6 de la Lettre N^o. 2844.

³⁾ Il s'agit probablement des livres envoyés par l'abbé Bignon; voir la Lettre N^o. 2868.

N^o 2866.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

9 JUILLET 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**La lettre fait suite au No. 2863.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2873.*

MONSIEUR

Vous aures reçu ma dernière. Cependant suivant votre ordre³⁾ je vous mande que dans les Actes de Leipzig du mois de May, on a inferé la solution du probleme de Mons. Bernoulli, donnée par M. le Marquis de l'Hospital⁴⁾ qui avoit esté inferée dans les memoires dans l'Academie royale des Sciences [16]93, 30 juin. On y adjoute l'objection d'un anonyme inferée dans le Journal des Scavans⁵⁾ qui pretend que cette solution n'est point satisfaisante, en ayant fait l'effay dans le cas

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 190.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 186, Briefwechsel, p. 739.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2854 à la page 609.

⁴⁾ Elle avait déjà paru sous une forme abrégée dans les „Acta” de septembre 1693 (voir la note 15 de la Lettre N^o. 2815); mais il s'agit maintenant d'une traduction de l'article des „Mémoires” (voir la même note) insérée dans les „Acta” de mai 1694 sous le titre: „Dn. Marchionis Hospitalii solutio problematis Geometrici nuper in Actis Eruditorum, (Anno 1693, p. 235) quae Lipsiae eduntur, propositi”. Cette publication répétée fut motivée par la phrase introductive que voici: „Quamvis Illustrissimi Marchionis Hospitalii solutio stric- tim jam proposita fuerit in Actis Anno 1693. non tamen possumus quin eam, prout in Com- mentariis extat Mathematico—physicis Parisiensibus fusius exposita, denuo afferamus, ut vis objectionum, quas anonymus Analysta contra eam direxit, eo melius possit percipi”. Ajoutons que l'„anonymus Analysta” n'était autre que l'abbé de Catelan, comme cela résulte de l'„Index Autorum” qu'on trouve vers la fin du volume des „Acta” de 1694. Même sans cela on aurait reconnu facilement l'auteur de l'objection, au procédé que nous allons mentionner dans la note suivante.

⁵⁾ Dans celui du 29 mars 1694, sous le titre: „Difficulté sur la solution d'un Probleme de Mr. Bernoulli, inserée dans les Memoires de Matematique & de Phisique du 30 Juin 1693”. Toutefois la pièce publiée dans les „Acta” de Mai 1694, quoique portant le titre: „Difficultas super solutione Problematis Bernoulliani, quae habetur in Commentariis Mathematico-physicis Parisiensibus Anno 1693, d. 30. Junii, ab Analysta anonymo proposita, & ex Gallico in Latinum idioma conversa”, n'était pas une simple traduction de l'article des Mémoires, puisqu'on y avait ajouté subrepticement quelques phrases constituant une réplique indirecte, complètement manquée d'ailleurs, à la réponse de de l'Hospital qui avait paru dans le Journal des Scavants du 26 Avril 1694 (voir la note suivante).

N^o 2867.

CONSTANTYN HUYGENS à CHRISTIAAN HUYGENS

12 JUILLET 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**La lettre fait suite au No. 2865.*

Au Camp de Roofbeeck le 12. Juill. 1694.

Vostre Receveur Cools est icy au Camp depuis un jour ou deux, je l'ay assisté en ce que j'ay pû et lui ai fait auoir des Sauvegardes, sans qu'il luy en a cousté. Je luy ay parle de l'argent qu'il a pour vous et il m'a dit qu'il me le fera auoir dans un jour ou deux, adjoutant qu'il y a trois cent francs au lieu des 200 dont vous parlez. Je voudrois ensuitte vous le pouvoir faire tenir en Hollande sans l'exposer au danger des larrons des batailles etc., mais je n'en scay pas encore le moyen.

Cependant nous pourrions bien marcher d'icy dans un jour ou deux. Les ennemis ont fait une petite marche et sont presentement campés entre Boschloon et Tongres a 3. lieues de Mastricht, qu'ils menacent de bombarder, et ainsi il se pourroit qu'on en viendroit aux coups, dans peu de temps.

Adieu il fait icy depuis hier au matin le plus vilain temps du monde.

Mijn Heer

Mijn Heer CHRISTIAAN HUYGENS,
Heer van Zeelhem.

N^o 2868.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. P. BIGNON.

15 JUILLET 1694.

*La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

A Mr. l'Abbé BIGNON.

du 15 Juill. 94.

La lettre par la quelle vous me fistes l'honneur Monsieur de respondre a mes deux premieres ¹⁾, estoit pleine d'expressions si obligeantes et me dit des choses si au dessus de ce que je merite, que j'eus de la confusion en la lisant. Je differay de vous en remercier, croiant dans peu vous pouvoir donner des nouvelles de l'arrivée des trois volumes que vous m'aviez fait la grace de me procurer ²⁾. Mais par je ne scai quels accidents, il s'est écoulé bien du temps depuis, et il n'y a que peu de jours que je les ai reçus, non sans de nouveaux sentiments de la reconnaissance que j'ay tasché de vous en tesmoigner cy devant. Je trouve dans ces livres bien de la matiere soit pour m'exercer, soit pour contenter ma curiosité, et sur tout pour admirer la diligence et le sçavoir de ceux qui ont le plus contribué a ce qu'ils contiennent, et encore de ceux qui ont travaillé, a les mettre en l'estat ou ils sont. J'espere que vous continuerez Monsieur de tenir la main a ce que nous en puissions voir encore d'autres que l'on promet dans ceux cy. Vous ne scauriez rien faire de mieux pour l'honneur de l'Academie ni qui perpetue plus avantageusement la gloire du Roy dans les siècles a venir. L'on m'a envoié il y a quelques mois, de vostre part la Reponse de Mr. Renau a ma Remarque sur son Livre ³⁾, a la quelle j'aurois repliqué plustost, sans une interruption a ma santé, qui m'a fait pour quelque temps quitter les études, et qui m'oblige encore de les moderer. J'ay eu de la peine, a rendre courte cette Replique, en m'abstenant d'examiner tout du long les raisonnements de mon antagoniste, parce que je voiois que nostre dispute en seroit devenue trop embarrassée, et difficile a juger. J'ay cru que c'estoit assez de bien prouver et esclarcir le fondement de mon objection, afin d'en faciliter l'intelligence a ceux qui voudront prendre connoissance de nostre different, la matiere estant assez obscure. Je ne m'estonne point, que Mr. Renau, parmi beaucoup d'occupations, n'ait pas pu examiner avec l'attention necessaire les

¹⁾ Les Lettres Nos. 2831 et 2836.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2831.

³⁾ Voir la pièce N^o. 2848.

difficultez que j'avois proposées. Je souhaite qu'il puisse avec plus de loisir considérer le contenu de ces trois feuillets, dont je vous supplie Monsieur, de vouloir luy faire part²⁾, et je ne doute presque point, avec l'esprit et la science qu'il a, qu'il ne reconnoisse de luy mesme, ce qui est de la verité. Je vous demande la continuation de vos bonnes graces, et demeure avec respect.

MONSIEUR

Vostre &c.

N^o 2869.

CHRISTIAAN HUYGENS à H. BASNAGE DE BEAUVAL,
rédacteur de l'Histoire des Ouvrages des Scavans.

[JUN 1694]¹⁾.

Appendice au No. 2868.

Une partie de la minute²⁾ et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

La pièce a été publiée dans l'Histoire des Ouvrages des Scavans pour les mois de Mars, Avril & Mai 1694, sous le mois d'Avril, p. 355.

Une traduction latine a paru dans les Opera Varia, p. 305.

La pièce est la réponse au No. 2848.

Renau y répondit par le No. 2881.

Replique de Mr. HUGUENS à la Reponse de Mr. RENAU,
Ingenieur General de la Marine en France.

Ce que j'avois avancé dans ma Remarque, inserée dans la Bibliotheque Universelle du mois de Sept. 1693.³⁾ touchant l'erreur capitale qui est dans le Traité de la Manoeuvre des Vaisseaux de M. Renau, me sembloit assez clair; & des per-

²⁾ Voir l'Appendice à cette lettre, notre N^o. 2869.

¹⁾ Quoique la pièce parût dans l'Histoire des Ouvrages des Scavans, sous le mois d'avril 1694, il est certain qu'elle n'était pas encore achevée le 29 mai 1694, puisque sous cette date Huygens demanda l'opinion de Leibniz sur le sujet de sa polémique avec Renau „pour l'alleguer dans la replique que je vay y faire” c'est-à-dire à la „Réponse” de Renau (voir la Lettre N^o. 2854 à la page 611). La pièce a donc été antidatée par le Rédacteur de l'„Histoire”.

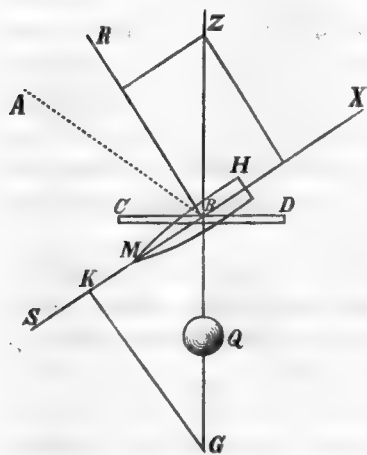
²⁾ Elle occupe la page 107 du Livre J. Elle a quelques variantes de peu d'importance, dont nous indiquerons toutefois quelques-unes dans les notes.

³⁾ Voir la pièce N^o. 2826.

fonnes tres-vertées⁴⁾ dans les Mathematiques, avoient jugé qu'il étoit sans replique. C'est pourquoy je n'avois pas cru qu'il y voudroit faire reponse pour soutenir sa Theorie. Cependant il paroît par ce qu'il a publié⁵⁾, qu'il ne s'est pas tenu pour convaincu. Et comme il se sert de raisonnemens qui pourroient donner quelque peine à démêler à ceux qui n'ont pas assez pénétré ces matieres, je me trouve obligé de montrer encore avec plus d'evidence que je n'ai fait, que sa Theorie ne peut être soutenue qu'en renversant les principes de la Mechanique établis dès long tems, & dont il n'oseroit ni ne voudroit nier la verité.

Pour ne pas allonger inutilement nôtre dispute, en m'arrêtant à plusieurs raisons que Mr. Renau m'oppose, je montrerai seulement que comme j'avois remarqué, il s'est mepris dans la proposition sur laquelle roule toute sa Theorie; après quoi j'indiqueray en peu de mots ce qui a pu donner occasion à son erreur.

Pour faire voir de quoi il est question, je repete ici les mêmes choses pour la plupart qui étoient supposées dans nos figures⁶⁾, savoir que HM est la quille d'un vaisseau, la vergue ou voile CD, AB la ligne du vent qui pousse la voile. BG est perpendiculaire sur CD, GK perpendiculaire sur BK, qui est la quille prolongée. Je prolonge aussi GB en Z, & MH en X.



Mr. Renau dit dans sa Theorie, chap. II art. 1.⁷⁾ que si on suppose que le vaisseau fend l'eau de tous côtes avec la même facilité qu'avec sa pointe, il sera poussé par le vent en sorte qu'il avancera selon la droite BG, ce qui est vrai. Mais si la position de sa quille ne lui permet que d'avancer dans la droite BK; ou bien si une corde BR, perpendiculaire sur BK, & dont la

longueur est censée infinie, l'oblige de tenir cette route de BK; il soutient que la voile & le vent demeurant comme auparavant, le vaisseau parcourra l'espace BK, dans le même tems qu'il auroit parcouru BG; & moi je dis qu'il parcourra l'espace BS, moyen proportionnel entre BK & BG. Voilà le grand point⁸⁾ de nôtre dispute.

⁴⁾ De l'Hospital étoit du nombre (voir la Lettre N°. 2838 au bas de la page 564), de la Hire aussi (voir la Lettre N°. 2859 à la page 624). La réponse de Leibniz à la question mentionnée dans la note 1 de la présente pièce étoit moins décisive; voir la Lettre N°. 2863, à la page 642.

⁵⁾ La pièce N°. 2848.

⁶⁾ Voir la figure de la page 526 et consultez, sur la figure de Renau, la note 4 de la pièce N°. 2848.

⁷⁾ Voir, sur le contenu de cet article, les pages 525 et 526 de la pièce N°. 2826.

⁸⁾ La minute a „le point essentiel”.

Dans la preuve qu'il apporte dans sa Reponse⁹⁾, au lieu du vent AB, qui tombe obliquement sur la voile CD, il substitue¹⁰⁾ le vent ZB, qui la frappe perpendiculairement; ce qui est permis, & il n'en arrive aucun changement à notre question; étant certain que de quelque sens que le vent tombe sur cette voile CD, il fait effort pour faire aller le vaisseau par la route BG, perpendiculaire à CD. Et il ne sert de rien du tout de considérer, comme fait Mr. Renau, les différentes déterminations dans le mouvement du vent¹¹⁾. Il trouve en suite par son raisonnement, que la force avec laquelle le vaisseau est poussé par le vent suivant BG par le moyen de la voile, est à la force avec laquelle il est poussé par le même vent, & par le moyen de la même voile, suivant BK, comme le carré de BG au carré de BK; et non pas comme BG à BK, ainsi que je pretens; & c'est de quoy tout depend¹²⁾.

Pour savoir qui de nous deux a raison, imaginons nous que le plan où est notre figure soit dressé sur l'horison, en sorte que la ligne BG lui soit perpendiculaire, & que RBX soit une corde attachée en R, à laquelle en B est noué & suspendu le poids Q. Concevons de plus que la partie BX, perpendiculaire à RB, soit retenue par la main en X. Il est clair que ceci représente exactement le cas du vaisseau dont il est question. Car au lieu du vent, qui en donnant contre la voile CD, le pousse selon BG, nous avons le poids Q, qui tire le point B selon BG: & la corde, censée infiniment longue, BR, qui faisoit que le vaisseau ne pouvoit avancer que selon BK, fait ici le même effet à l'égard du noeud B.

Donc comme la force avec laquelle le vent pousse le vaisseau selon BG, est à la force dont il le pousse selon BK, ainsi est le poids Q à la pesanteur que sent la main en X, en empêchant le noeud B de se mouvoir selon BK. Car cette pesanteur est égale à la force dont ce noeud est tiré selon BK. Or GK étant parallèle à BR, il est certain par les règles très-connues de la Mécanique, que le poids Q est à celui qui retient la corde BX, ou bien à la pesanteur que sent la main en X, comme BG à BK. Donc aussi la force avec laquelle le vent pousse le vaisseau selon BG, est à la force dont il est poussé selon BK, comme BG à BK; & non pas comme les quarrés de ces lignes, comme veut Mr. Renau¹³⁾.

Supposons maintenant que le vaisseau HM, fendant l'eau avec égale facilité de tous cotés, & étant poussé par le vent ZB ou AB, (car il n'importe) aille dans un certain tems par BG, la voile étant en CD; & qu'on veuille savoir combien il

⁹⁾ Aux pages 591 et 592 de la pièce N°. 2848.

¹⁰⁾ La minute a „il emploie”.

¹¹⁾ La minute ajoute la phrase suivante, biffée depuis: „Cela ne sert qu'à l'embrouiller et à le faire tomber d'une erreur en l'autre lesquelles je ne prendray pas la peine de détailler, mais je montreray que ce qu'il en conclut est faux”.

¹²⁾ Ici finit la minute mentionnée dans la note 2.

¹³⁾ Comparez le second alinéa de la page 591 de la pièce N°. 2848.

avancera selon BK, dans un tems égal avec le même vent, & la même position de la voile. Je dis que puis que les vitesses du vaisseau dans ces deux routes, doivent être telles, que les résistances que lui fait l'eau soient comme les forces dont il est poussé, (car ce n'est qu'alors qu'il avance avec un mouvement égal) & que ces résistances sont comme les quarrés des vitesses; il faut donc que les quarrés des vitesses soient comme les forces, c'est à dire comme GB à BK. Et par conséquent que les vitesses soient comme GB à BS; puis que les quarrés de GB, BS, sont comme les lignes GB à BK par la construction. J'ai donc prouvé par les principes ordinaires de la Mécanique, que ce que j'avois avancé dans ma Remarque est véritable.

Il seroit superflu d'examiner les autres argumens de Mr. Renau, par lesquels il veut confirmer cette même proposition que je viens de réfuter. Je diray seulement que l'origine de l'erreur qui se trouve dans tout cela, vient principalement de ce que dans l'art. 7 du I. chap. ¹⁴) de sa Théorie, il conclut *que les forces relatives d'une matière fluide à des superficies diversement inclinées, sont entre elles comme les quarrés des sinus de leurs angles d'incidence*, sans se souvenir qu'il devoit dire, *à des superficies égales diversement inclinées*: lequel mots d'égal il a encore oublié un peu devant dans le même article pag. 7. Si on le supplée, alors la démonstration, & ce qu'elle conclut sont comme il faut, & dans les mêmes principes du P. Pardies dans l'art. 118 de ses *Forces mouvantes* ¹⁵), qui sont véritables. Seulement ce Pere s'est trompé dans ce même article, parce qu'il n'a pas su, où qu'il ne s'est pas souvenu, que les résistances de l'eau contre un corps sont comme les quarrés des vitesses de ce corps; car c'est pour cela que pag. 225. il fait *af à au en raison doublée de bo à mp*, au lieu qu'il devoit faire simplement *af à au* comme *bo à mp*.

Pour ce qui est de la plus avantageuse position du Gouvernail, je dis que Mr. Renau se condamne à tort soi-même, & que voulant corriger sa première recherche, il raisonne mal pag. 24. de sa Réponse ¹⁶); parce qu'il s'agit uniquement de savoir dans quelle situation du Gouvernail l'eau le poussera avec le plus de force, selon la perpendiculaire à la quille; car de là s'ensuivra nécessairement le

¹⁴) Voici l'article en question : „S'il y avoit donc un mesme nombre de petits corps d'une matière fluide, qui frappassent des superficies diversement inclinées; les forces relatives de cette matière, à ces superficies, seroient entr'elles, dans la mesme proportion que celles d'un seul corps, c'est à dire, comme les sinus de leurs Angles d'incidence. Mais il y a un plus grand nombre de ces corps qui frappent les superficies qui sont moins inclinées, que les superficies que le sont plus, & cela encore dans la proportion des sinus des Angles d'incidence; Donc ces forces relatives seront entr'elles, en raison doublée des sinus de leurs Angles d'incidence, ou, ce qui est la même chose, comme les quarrés de ces sinus sont entr'eux". Après quoi Renau fait suivre la „Démonstration” qui conclut par la phrase, citée par Huygens.

¹⁵) Consultez, sur cet article 118, la note 10 de la pièce N°. 2848.

¹⁶) Voir les pages 594 et 595 de la pièce N°. 2848.

plus de vitesse du derriere du vaisseau dans cette perpendiculaire. Il verra aussi qu'il se trompe quand il veut que pag. 25. de sa Theorie de la Manoeuvre des vaisseaux, on lise *vitesse* au lieu de *force* ¹⁷⁾.

Je remarque au reste que toute cette Theorie, comme il l'avoit donnée, seroit vraie, si les resistances de l'eau estoient comme les vitesses du vaisseau, au lieu qu'elles sont comme les quarez de ces vitesses.

N° 2870.

CHRISTIAAN HUYGENS à PH. DE LA HIRE.

15 JUILLET 1694.

*Le sommaire et sa copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse à deux lettres que nous ne connaissons pas¹⁾.*

Sommaire: du mesme 15 Juill. 94. A Mon.^r de la Hire que je dois response a ses 2 lettres, l'une qu'a apporte Mr. Steigerthal ²⁾, l'autre qui m'est venu par Mons.^r Posuël le libraire. Touchant ma controverse avec M. Renau. qu'il veuille bien l'examiner et particul.^r ma Replique ³⁾ que j'envoie cy jointe, que si j'avois scu, qu'il avoit examiné le livre de la manoeuvre tout expres et avec ordre, je luy aurois communiqué mon objection devant que de la faire imprimer. Que j'ay la satisfaction que M. le marquis de l'Hospital a approuvé ma Remarque ⁴⁾ et que je ne crois pas qu'il change de sentiment. Que j'ay receu les 3 volumes de l'Academie. que j'en remercie derechef Mons. l'Abbe Bignon ⁵⁾ en luy envoyant un Exemplaire de ma Replique. que j'admire la diligence et le travail sur tout de Mr. Cassini dans ce Recueil ⁶⁾, et ne scay pas comment il peut suffire et pour les observations et pour les meditations que j'y trouve de luy. que j'admirois de mesme la 1.^e partie de vos Tables Astronom.^{es} ⁷⁾ que je fouhaite de voir suivies par la 2.^e. qu'il me semble que Mr. l'Abbè Epagnol m'a escrit ⁸⁾ qu'il luy avoit remis les 2 livres de Relations physiques et mathematiques des P. P. Jesuites envoyées de la Chine ⁹⁾, que j'ay donne commission a Leers de me les acheter. que si ces nouvelles observations envoyées de mesme pais s'impriment, il veuille dire a Leers qu'il me les apporte aussi. que je n'ay garde de luy envoyer mon observ.^{on} de l'Eclipse derniere du Soleil ¹⁰⁾. que je n'en observay jamais qu'en assistant a d'autres. que je n'ay pas seulement d'instrument pour observer des hauteurs, ni que je ne m'en servirois pas a cause de ma santé peu ferme. qu'il demande au marquis de l'Hospital s'il a receu ma lettre du 16.^e Juin. Je suis veritablement, et avec une par faite estime &c.

¹⁷⁾ Comparez la page 594 de la pièce N°. 2848.

¹⁾ Consultez, sur l'une d'elles, la Lettre N°. 2859 à la page 624.

²⁾ Voir la Lettre N°. 2837 vers la fin.

³⁾ La pièce N°. 2869.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2838, à la page 564.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2868.

⁶⁾ Celui cité dans la Lettre N°. 2432, note 1.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2658, note 13.

⁸⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre.

⁹⁾ Probablement l'ouvrage cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2455.

¹⁰⁾ Celle du 22 juin.

N^o 2871.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

27 JUILLET 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.**Elle fait suite au No. 2864.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2873.*

MONSIEUR

Voicy un fragment des Actes de Leipzig du mois de juin³⁾, que vous ne ferez peut estre point fâché de voir de bonne heure. Et j'en souhaite vostre jugement, aussi bien que sur les points de mes lettres precedentes. Comme je suis comme invité de dire quelque chose sur ce discours de Mons. le professeur jacques Bernoulli⁴⁾ je ne scaurois me dispenser d'envoyer quelque chose au plustost à Leipzig⁵⁾. Je croy qu'il est tousjours vray que les tensions sont proportionelles aux forces⁶⁾, mais qu'il ne faut pas tousjours prendre les [sic] tensions dans le change-

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 192.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 187, et Briefwechsel, p. 741.

³⁾ Le fragment contenait sans doute les deux articles de Jacques Bernoulli qui se suivent dans ce numéro et dont nous avons cité le second dans la note 22 de la Lettre N^o. 2841, tandis que le premier porte le titre : „Jac. B. Curvatura laminae elasticae. Ejus Identitas cum Curvatura Lintei a pondere inclusi fluidi expansi. Radii Circulorum Osculantium in terminis simplicissimis exhibiti, una cum novis quibusdam Theorematis huc pertinentibus, &c.”

⁴⁾ Allusion au début du second article de Jacques Bernoulli, où on lit : „Felicitatem inventi praecedentis” [c'est-à-dire de la construction de la courbe élastique dont la rectification va servir à la solution du problème dont il va traiter] „commendare potest solutio elegantissimi Problematis Leibnitiani, de invenienda Linea, per quam descendens grave aequaliter aequalibus temporibus a dato puncto recedat, vel ad illud accedat : quod laudatissimo suo Auctori ita placuit, ut non tantum ad ejus tentamen Amicos pariter & Adversarios aliquoties in Actis provocarit (vid. Anno 1689, Apr. p. 198, & 1690. Maj. p. 229, & Jul. p. 360) sed & ipse quoque strenue in illo desudarit, testibus nonnullis Curvae proprietatibus, quas Gallorum Diario inseri curavit, ut ex relatione Fratris habes, qui tamen illas nominare mihi non potuit”. Ajoutons que ce renseignement fourni par Jean Bernoulli était erroné. Leibniz n'avait rien écrit sur la courbe paracentrique en dehors des articles cités que nous avons déjà mentionnés au début de la note 22 de la Lettre N^o. 2841.

⁵⁾ Voir dans les „Acta” d'août 1694, l'article de Leibniz sur la courbe isochrone paracentrique, que nous avons cité dans la note 22 de la Lettre N^o. 2841 et qui commence par la phrase : „A celeberrimo Viro Jac. Bernoullio, Matheseos apud Basileensis Professore, in Actis mensis Junii nuperi velut invitatus; praesertim circa problema a me olim, cum nondum nostra calculandi methodus frequentari coepisset, propositum; responsionem defugere nolui; tametsi & valetudo vacillans & aliae multiplices causae, excusare me fortasse possent”.

⁶⁾ Leibniz ici fait allusion au passage suivant, qu'on trouve dans le premier des deux articles de

ment de la longueur du corps, puisqu'elles dependent plus tost des changemens du contenu solide; ainsi la figure d'une lame elastique ne me paroissant pas assez arrestée, j'avois esté d'autant moins porté à l'examiner. Les theoremes sur les cercles osculateurs (dont les centres sont dans vos courbes generatrices par evolution) que M. le professeur Bernoulli considere comme des clefs⁷⁾, ne me paroissent point difficiles à trouver et sans aucune inspection de la figure, par le seul calcul des differences on en trouve, et des plus generaux; non seulement pour la grandeur du rayon de ce cercle, mais encor pour la position du centre car lors qu'on veut chercher la generatrice evolutive d'une ligne qui n'est donnée que differentiellement, le calcul meme ordonne qu'on passe aux differentio-differentielles, et quand on n'auroit pas ces theoremes on les employe virtuellement et sans y penser. je remarque un peu d'emulation entre les deux freres, mais elle est louable et leur sert d'eguiillon. Je n'entrerais point dans l'examen des Elastiques et de leur proprietés. Car je n'ose gueres m'enfoncer dans des nouveaux travaux qui demandent trop d'attachement, surtout quand la chose a esté faite; car de pouvoir dire et nos hoc poteramus, ce n'est pas une raison suffisante pour moy qui dois menager mon temps. Je n'ay pu m'empescher de sourire un peu, quand il dit que pour me faire honneur, il veut appeler les courbes ou grandeurs ordinaires, Algebraiques⁸⁾. Car je ne voy pas quel honneur m'en revienne. Je voudrois plus tost qu'il n'appellât pas les autres Mecaniques.

Jacques Bernoulli mentionnés dans la note 3 : „Vulgaris (ut modo dixi) est hypothesis, *extensiones viribus tendentibus proportionales esse*: qua & usus olim Celeberrimus Dn. *Leibnitius* in acutissima sua lucubratione de *Resistentia solidorum*; & ipsemet ego in praesente materia, prius quam generalem Problematis constructionem adinvenissem. Quapropter operae praetium existimo, naturam & proprietates Curvae nostrae in hac hypothesis paulo specialius exponere: quanquam pro ipsa hypotheseos hujus, sicut & pro cujusvis alterius, veritate multum militare nolim, persuasum potius habens, nullam constantem tensionum legem in natura observari, sed eam pro diversa corporum textura diversam existere; id quod experimenta tum nostra tum aliorum abunde confirmare videntur, quorum plurima prae laudatur *Author industrius*” [Franciscus Tertius de Lanis] „*Magisterii naturae & artis, loco cit.*” [Tom. 2. lib. 7] „recenset”.

L'article mentionné de Leibniz était celui qui parut dans les „Acta” de juillet 1684 sous le titre : „*Demonstrationes novae de resistentia Solidorum, autore G. G. L.*”

⁷⁾ Il s'agit de diverses expressions analytiques très élégantes pour le rayon de courbure en coordonnées cartésiennes et polaires au moyen des différentielles du second ordre. On les rencontre aux pages 264 et 265 de l'article cité.

⁸⁾ A la page 269 de l'article cité, où Bernoulli, après avoir mentionné le cas qu'une courbe serait „ex numero Geometrarum”, ajoute encore : „h. e. Algebraicarum (sic enim illas posthac appellabo in honorem *Viri celeberrimi*, qui hoc nomine designatas cupit”. Comme on le sait, l'expression „courbe algébrique” s'est maintenue avec le sens précis, que l'on y trouve attaché par Jacques Bernoulli.

Il dit p. 271, que la maniere de refoudre la Catenaire par des points (qui ne demandent qu'une seule grandeur constante transcendente, la quelle donnée, on n'a plus besoin des quadratures) est veritablement la plus parfaite qu'on puisse employer pour les transcendentes⁹⁾, mais, que le mal est qu'elle n'est pas universelle, et n'a lieu qu'à l'égard de celles qui dependent de la quadrature de l'Hyperbole, et ne pouvant estre employée à son avis pour ce qui depend de la quadrature du cercle, ny pour des quadratures plus composées. Mais je ne suis pas en cela de son sentiment, car la meme maniere reussit aussi pour la quadrature du cercle; se servant de la section des angles, comme pour l'hyperbole on se sert de la section des raisons. Et il y a une infinité d'autres constructions semblables qui pourront servir pour d'autres lignes transcendentes.

Il donne aussi p. 271. 272. un indice qui doit servir pour connoître si une quadrature se peut reduire à celle de l'Hyperbole, mais cet indice n'est point universel, et on peut donner une infinité d'instances, ou la reduction reussit, sans que cet indice ait lieu¹⁰⁾.

Il prend les series de pag. 274 pour nouvelles, mais Mons. Newton et moy, nous les avons employées il y a long temps¹¹⁾.

Enfin je viens à la construction que M. Bernoulli donne de mon probleme de la ligne isochrone paracentrique, comme je l'appelle, ou le mobile pesant s'approche ou s'éloigne également d'un même point. Cela m'oblige de reprendre mes vieilles meditations la dessus, que j'auois presque oubliées ou perdues. Il a trouué cette solution par un heureux hazard. Je donneray cependant ma Methode¹²⁾ qui

⁹⁾ En consultant la page citée on voit qu'il s'agit de la méthode de Leibniz „construendi Catenariam ope solius Logarithmicæ absque suppositione quadraturæ”. Comparez la Lettre N°. 2688 aux pages 110 et 111.

¹⁰⁾ En effet, cet indice dont Jacques Bernoulli voudrait qu'on se serve pour découvrir si une courbe „mécanique”, donnée par son équation différentielle, peut être construite, ou non, au moyen des logarithmes, n'était applicable qu'au cas où cette équation se laissait réduire à la forme $dy = f(x) dx$, et même alors il ne consistait, exprimé en langage moderne, que dans la recherche d'une fonction algébrique $\varphi(x)$, choisie de telle manière qu'on aurait $\varphi'(x) : \varphi(x) = f(x)$; et pour trouver cette fonction Bernoulli n'indique d'autre moyen que celui de chercher une courbe $y = \varphi(x)$ dont la soustangente serait égale à $f(x)^{-1}$.

¹¹⁾ Les séries en question ne représentent en effet que le développement, au moyen de la formule

$$\text{du binôme, des intégrales } \int_0^1 x^2 (1-x^4)^{-\frac{1}{2}} dx \text{ et } \int_0^1 (1-x^4)^{-\frac{1}{2}} dx, \text{ méthode connue depuis}$$

longtemps par Leibniz et par Newton, qui la publia par l'intermédiaire de Wallis dans les Chapitres 85 et 91 de l'ouvrage de 1685 cité dans la note 3 de la Lettre N°. 2660. Consultez encore la note 6 de la Lettre N°. 2723.

¹²⁾ Voir l'article cité dans la note 5.

paroîtra peut estre plus analytique, et moins dependante d'un secours extérieur. Je l'avois reduite autresfois ¹³⁾ à la quadrature d'une figure, dont l'abscisse estant x , l'ordonnée est $\frac{a^3}{\sqrt{a^3x - ax^3}}$. Mais Mons. Bernoulli ayant taché avec raison de construire la courbe demandée non pas tant par une quadrature, que par l'extension ou evolution d'une autre courbe, je l'ay aussi voulu faire à son exemple. La difference qu'il y a entre nous la dessus est qu'il se sert de la rectification d'une courbe qui est elle même déjà transcendente, sçavoir de son Elastique, et qu'ainfi sa construction est transcendente du second genre, au lieu que me je fers seulement de la rectification d'une courbe ordinaire dont je donne la construction par la Geometrie commune. Au reste je me rapporte à mes precedentes, sur les quelles je vous supplie de repasser et de me donner les lumieres que j'y souhaite à l'égard de plusieurs points qui ont esté touchés entre nous. En vous souhaitant une parfaite santé je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
LEIBNIZ.

Hanover ce $\frac{7}{27}$ Juillet 1694.

N^o 2872.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

27 JUILLET 1694.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse aux Nos. 2865 et 2867.*

A la Hofwyck ce 27 Jul. 1694.

Jay receu vos lettres du 8^e et 12^e de ce mois. Je vous rends graces de la Sauvegarde pour Zeelhem. Pour ces 300 fl que Cools avoit promis de vous apporter, je souhaite qu'il l'aura fait, mais j'en doute, par ce que je connois le personnage. En cas qu'il y ait manqué, je vous prie de luy tesmoigner que vous

¹³⁾ Voir la Lettre N^o. 2841, à la page 575.

en estes mal fatisfait lors qu'il s'adressera encore à vous. Je viens aussi de luy en escrire.

Je me trouve mieux depuis quelque temps pour ce qui est de la cessation du pouls ¹⁾, et j'ay beaucoup avancé dans 3 ou 4 jours mon Traité des Planetes. Quand ce mal me venoit je ne sentoie qu'une petite pression à l'endroit du coeur, et tastant alors le pouls, je trouvois qu'il manquoit par fois d'un coup, et puis reprenoit d'un mouvement fort irregulier. Il falloit alors me lever et promener et quitter toute meditation. Le medecin Lieberghe ²⁾ me dit, que cela venoit de quelque pression vers l'orifice de l'estomac, et en effet je trouvay qu'il en montoit des vents, et que cela me soulageoit. Pour remede il me conseilloit d'abstenir ab alimentis crudioribus et leguminibus. mais je crois pourtant que le rafraichissement du sang qui vient de manger des cerifes et des groseilles rouges m'a fait du bien.

Depuis que vous estes decampé avec l'armée, on est icy dans une grande attente d'une bataille. Pour moy je souhaite qu'il n'en arrive rien, et je suis bien aise que les Enemis, à ce qu'il semble, ont assez grande opinion des nos forces pour ne point chercher le combat. On parle aussi de paix, et on veut que le voiage que Mr. de Dyckvelt ³⁾ est venu faire signifie quelque chose à cet esgard.

La perte qu'a fait Mr. Citters est terrible ⁴⁾, et ce n'est pas sans fraieur que je pense que deux fois l'an vous estes obligé de passer cette mesme mer et le Roy aussi.

Le paquet de livres dont Mad.e vostre femme vous a escrit estoient ceux que j'attendois il y a longtemps de Paris, et dont on m'a bien voulu faire present comme aiant esté de l'Academie des Sciences, et ayant contribué quelques traitez que ces livres comprennent ⁵⁾.

Vous en achetastes 2 Volumes de Van Bulderen ⁶⁾ peu devant nostre depart pour Angleterre, et le 3^{me} qui vous manque, si je ne me trompe, est celui, qui contient quelques Autheurs grecs des Tactiques et Hydrauliques ⁷⁾, que l'on m'a envoyé avec les 2 autres.

En recompence je defabuse M.^{rs} les Francois pour la seconde fois de leur fausse Theorie de la manoeuvre des vaisseaux, par une Replique ⁸⁾ que j'ay inserée dans l'Histoire des Ouvrages des Scavans pour confirmer la Remarque que

¹⁾ Comparez la Lettre N°. 2855, vers la fin.

²⁾ Voir la Lettre N°. 955, note 2.

³⁾ Everard van Weede, seigneur de Dijkveld; voir la Lettre N°. 2138, note 14.

⁴⁾ D'après le Journal de Constantyn, frère, 15 juillet 1694, Citters perdit un fils et deux filles dans un naufrage, où périrent 300 personnes. Voir, sur Aernout van Citters, la Lettre N°. 2215, note 6.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2435, note 1.

⁶⁾ Henry van Bulderen, libraire-éditeur à la Haye.

⁷⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2841, note 20.

⁸⁾ La pièce N°. 2869.

j'avois publiée auparavant sur le livre du Sr. Renau, Ingenieur General de la Marine, qui m'avoit envoié une Réponse imprimée.

Mijn Heer
Mijn Heer van Zuylichem
Secretaris van Sijn Koninglijcke Matj.^t van Engelandt
In 't Legher.

N^o 2873.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

24 AOÛT 1694.

La minute¹⁾ se trouve à Leiden, coll. Huygens.

La minute a été publiée par P. J. Uytlenbroek²⁾, la lettre par C. I. Gerhardt³⁾.

La lettre est la réponse aux Nos. 2863, 2866 et 2871.

G. W. Leibniz y répondit par le No. 2876.

Sommaire: ⁴⁾ Que j'avois le mois de Juin. Je voudrois un exemple des differentiodifferentieles. de la valeur je doute. les 2 fautes aux Acta. Extrait de Wallis. Ma replique a Renau. Comment il s'est souvenu de mon ancien sentiment sur le mouvt. circulaire, que je l'ay corrigé. De longtemps rien du Marquis. Bernoulli triomphe et vous brave. vous vous avez attiré [mots illisibles] mais de peu d'utilité. Peut estre on peut construire plus simplement. Vous le surpassez pour la construction. il y a tant d'autres cas. Je crois qu'il emploie bien le principe du ressort, en considerant la courbure en raison contraire de la force, quoyque cela se fasse par condensation en partie. Resteroit a vous propre dictus et ces autres cas. Je veux croire qu'il demontre bien sa paracentrique, ce que je ne scay comment il a pu rencontrer. Je seray fâché d'employer tant de temps à ces choses. La forme du fac est tres subtilement trouvée, et il est admirable que cette identité de courbes se rencontre. J'aurois cru n'avoir rien a moins sans reduire aux quadratures du cercle ou de l'hyperbole. toutefois on ne laisse pas de trouver des proprietes considerables de ces courbes. Vous pouvez faire mention de mes pensées dans ce que vous enverrez pour les Acta. ferez bien de le reprendre sur l'indice des constructions par l'hyperbole que je suis autant pour le cercle en cecy.

A la Haye ce 24 Aoust 1694.

MONSIEUR

J'avois reçu les Acta de Leipfich jusqu'au mois de Juin, il y avoit 8 jours, lorsqu'arriva l'Extrait que vous m'avez fait la faveur de m'envoier ⁵⁾, dont je ne

¹⁾ Elle ne diffère pas sensiblement de la lettre qui se trouve à Hannover.

²⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 195.

³⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 189, Briefwechsel, p. 743.

Une traduction latine fragmentaire de la lettre parut dans les „Acta Eruditorum” de septembre. Comme elle est incomplète et assez libre, nous la reproduisons, avec les remarques que Leibniz y a ajoutées, comme Appendice à cette lettre.

⁴⁾ Ce sommaire, biffé par Huygens, probablement à mesure qu'il avait traité dans sa lettre le sujet indiqué, est à peine lisible. Nous en reproduisons ce que nous avons pu déchiffrer.

⁵⁾ Avec la Lettre N^o. 2871.

laisse pas de vous estre obligé. Il semble que mesme chez vous ces nouvelles ne se debitent que bien tard. Je trouve le travail triennal de Mr. Bernoulli bien considerable, pourvu que tout ce qu'il avance soit vray; aussi s'en glorifie-t-il beaucoup⁶⁾. Pour le principe du ressort, je crois qu'il l'a bien employé, et qu'il est vray que les raions qui mesurent la courbure sont en raison contraire des forces qui font plier⁷⁾ le ressort, quoyque, selon moy, ce ne soit pas seulement la surface exterieure qui s'etend mais l'interieure en mesme temps s'accourcit⁸⁾, l'acier ou matiere pliante se condensant d'un costé et comme rentrant en elle mesme, pendant que de l'autre elle se dilate. Si ce principe n'estoit pas le veritable et l'unique mais que la ligne AFC⁹⁾ fust une courbe dependante d'infinies experiences, je trouverois toute sa recherche fort vague et peu digne qu'on s'y amusast. Et mesme à cette heure tout ce qu'il a trouvé ne me paroît d'aucune utilité, mais seulement des exercices fort belles et subtiles, lors qu'on ne trouve pas de quoy employer les mathematiques avec plus de fruit.

C'est une estrange supposition de prendre les quadratures de toute courbe

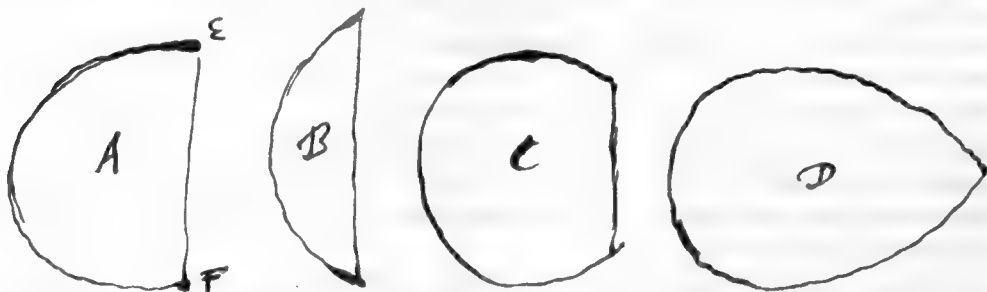
6) Allusion au début du premier des articles mentionnés dans la note 3 de la Lettre N°. 2871, où il dit: „Post triennale silentium promissi tandem fidem libero, sed ita, ut moram quam Lector alias inique ferre posset, nonnullo foenore compensum, dum Elaterum curatorum non in una sola, (ut initio fueram pollicitus), sed generaliter in quacunq[ue] Extensionum hypothesi constructam exhibeo; quod primus ni fallor exequor, postquam a multis inutiliter tentatum Problema fuisse”.

7) La minute a: „qui agissent a faire plier”.

8) Dans l'article intitulé „Jac. B. Explicationes, annotationes et additiones ad ea, quae in Actis sup. anni de Curva Elastica, Isochrone et Paracentrica, & Velaria, hinc inde memorata, & partim controversa leguntur; ubi de Linea mediarum directionum aliisque novis”, qui parut dans les „Acta” de déc. 1695, Jacques Bernoulli reconnaît la justesse de cette remarque, qu'il connaissait par la traduction latine, notre N°. 2874, de la présente lettre. En conséquence il modifie sa construction, en remarquant toutefois qu'il avait emprunté le principe erroné en question à l'article de Leibniz, cité dans la note 6 de la Lettre N°. 2871, tout en doutant de sa justesse: „propterea quia quicquid extensionis, etiam compressionis capax esse debet”.

9) Une grande partie de l'article de Bernoulli, mentionné dans la note 6, est consacrée à la construction de la courbe élastique dans la supposition que ce que Bernoulli appelle la „tensio”, au lieu d'être proportionnelle aux „vires tendentes” en est une fonction quelconque définie par cette ligne AFC, qu'il nomme: „Linea Tensionum”. Ajoutons que, d'après la manière donc la „Linea Tensionum” est employée par Bernoulli dans sa construction, la „tensio” représente en chaque point de la courbe élastique la flexion locale, réciproquement proportionnelle au rayon de courbure, et les „vires tendentes” le moment, par rapport au même point, de la force fléchissante appliquée à l'extrémité du ressort; d'où il suit que dans le cas de la proportionnalité de la „tensio” et des „vires tendentes” le rayon de courbure est „en raison contraire” du moment „des forces qui font plier le ressort”, conformément au principe que Huygens considère comme „le véritable et l'unique”.

comme étant données¹⁰⁾, et quand la construction d'un problème aboutit à cela, hors mis que ce ne soit la quadrature de l'hyperbole ou du cercle, j'aurais cru n'avoir rien fait, par ce que même mécaniquement on ne sauroit rien effectuer. Il vaut un peu mieux de supposer qu'on peut mesurer toute ligne courbe, comme je vois aussi que c'est votre sentiment¹¹⁾. Je trouve au reste que Mr. Bernoulli n'a déterminé que la courbure de l'arc A, où les tangentes des extrémités E, F sont



parallèles, les quelles je considère conjointes par la corde EF. Il resteroit à donner la figure du véritable arc B; item de C dont les extrémités vont en s'approchant; de D, où elles s'assemblent, et de G où elles passent au delà et sont retenues par un bâton HI¹²⁾. Ce qu'il dit de la voile pressée par une liqueur, qui luy donneroit la même courbure que du ressort C, est encore bien subtilement trouvé, s'il est véritable¹³⁾. Mais jusques à ce que je voie les démonstrations, je me défie un peu des Theoremes de Mr. Bernoulli, depuis que

¹⁰⁾ La construction générale de Bernoulli de la courbe élastique dépend de la quadrature de la „Linea Tensionum” et de celle d'une autre courbe, construite au moyen de cette première quadrature; sa construction particulière, pour le cas de la proportionnalité de la „tensio” et des „vires tendentes”, de celle de la courbe $y = ax^2 : \sqrt{a^4 - x^4}$. Dans l'article cité dans la note 8, de décembre 1695, Jacques Bernoulli motive, à la page 543, l'emploi qu'il fait des quadratures.

¹¹⁾ Voir la Lettre N°. 2829 à la page 541 et la Lettre N°. 2871 à la page 662.

¹²⁾ En réponse à cette remarque, Jacques Bernoulli, dans l'article cité dans la note 8, renvoie d'abord au Scholium 5 de son premier article sur la courbe élastique (voir la note 3 de la Lettre N°. 2871), où on lit en effet: „Si directio ponderis vel cujusvis potentiae inflectentis, ad Laminam, ejusve tangentem in puncto appensionis sit obliqua, nascetur curva paululum diversa ab AQR” [l'arc A de la présente lettre], „quam tamen eadem facilitate determinare possum. Sed nolo nimium evagari”. Ensuite il montre la quadrature un peu plus compliquée à laquelle le problème se réduit dans cette supposition plus générale au cas de la proportionnalité de la „tensio” aux „vires tendentes”.

¹³⁾ Au passage que Huygens a en vue, Jacques Bernoulli identifie la courbe élastique avec celle formée par une voile remplie de liquide et étendue entre deux droites parallèles. Et il le fait à raison, puisque dans les deux cas le rayon de courbure doit être partout réciproquement proportionnel à la distance à une droite fixe, c'est-à-dire, dans le cas de la voile, à celle du niveau du liquide, la pression du liquide étant proportionnelle à cette distance, et dans celui de la courbe élastique à celle dans laquelle agit la force fléchissante.

j'ay vu qu'il se trompe et se retracte quelques-fois, comme en ce qu'il avoit assuré cy-devant que la voile tendue par le vent se plioit en arc de cercle, et, en quelques cas, moitié en cercle et moitié en courbe de la chaîne ¹⁴). Je doute encore s'il est



bien vray que la voiliere soit la mesme que la *Funicularia*, comme les deux freres le croient maintenant, par ce que je puis demontrer ¹⁵) qu'une voile composée d'un nombre fini de pieces egales et droites, comme ABC, sera courbée autrement par le vent et autrement par son poids. Il faudroit donc que dans le nom-

bre infini cette difference vint à rien ¹⁶).

Il semble que vous teniez pour veritable sa construction de vostre paracentrique ¹⁷), apres en avoir comme je crois ¹⁸) examiné sa demonstration, ce que je n'ay pas encore fait. C'est une rencontre assez etrange d'y avoir pu employer sa courbe du ressort. Mais vostre construction sera assurément bien meilleure si vous n'avez besoin que de mesurer une courbe geometrique, ou de laquelle vous scachiez du moins trouver les points ¹⁹). Lors qu'il dit qu'il n'y a qu'une seule courbe comme *Axon*, qui fasse eloigner egale-ment le mobile du point A apres la

¹⁴) Voir la note 33 de la Lettre N°. 2693. Plus tard, dans l'article de mai 1692 (voir la note 25 de la Lettre N°. 2819), Jacques Bernoulli, après avoir annoncé que la partie AB de la voile était identique avec la chaînette, avait mitigé un peu son assertion étrange, en admettant qu'il y aurait sur la voile une partie intermédiaire, où elle prendrait une forme qui tiendrait à la fois de la nature de la chaînette et de celle du cercle. Or, dans sa réponse à la présente remarque, il proteste de ne s'être jamais contredit en principe, puisqu'il n'avait admis la forme circulaire que dans l'hypothèse que l'air ne trouverait pas d'occasion de s'échapper de la voile. Toutefois il assure maintenant que de fait la voile prendra la forme de la chaînette.

¹⁵) Voir la pièce N°. 2835.

¹⁶) A cette remarque Bernoulli répondit, non sans raison : „Nec moror discrimen, quod fortasse intercederet, si velum ex numero finito rectarum compositum intelligeretur; cum nihil sit frequentius in natura, quam ut in casu infinite parvorum quantitatum differentia evanescat; nec magis hoc mirandum, quam miramur, quod evanescente base trianguli evanescit crurum differentia”.

¹⁷) Comparez la Lettre N°. 2871, à la page 661, et consultez, sur la courbe en question, la Lettre N°. 2841 aux pages 574 et 575 et surtout la note 22 de cette lettre.

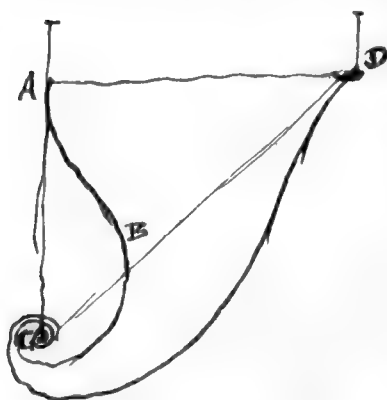
¹⁸) Les mots „comme je crois” manquent dans la minute.

¹⁹) Voir la Lettre N°. 2871, vers la fin. Ajoutons que Bernoulli à ce propos renvoie à l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841, contenant sa première solution au moyen de la rectification de la courbe élastique, où il avait déjà annoncé qu'il possédait de même une solution dépendant de la quadrature d'une courbe algébrique, et à sa seconde solution de septembre 1694, citée dans la même note, où le problème est réduit à la rectification de la lemniscate, observant d'ailleurs que la courbe élastique était bien plus facile à construire que mainte courbe algébrique.

chute par TA, je vois clairement qu'il se trompe²⁰⁾, et qu'il y a une infinité de telles courbes, comme sont $A\beta\zeta$, $A\delta\gamma$, jusqu'à la droite $A\eta$ inclusivement, quoique



je n'aye pas encore cherché comment il les faut decrire. Je vois aussi qu'il reste d'autres courbes à déterminer en cette matière, comme pour approcher également



du point C en venant du point directement au dessus A, ou de D, qui est plus haut, et à costé aux quels cas les courbes ABC, DEC feront des tours infinis autour du point C²¹⁾. Voilà encore bien d'exercice [pour] vostre calcul différentiel ou double différentiel, duquel je souhaite fort de voir une fois un exemple.

Vous ferez bien de reprendre Mr. Bernoulli sur l'indice des courbes constructibles par la quadrature de l'hyperbole²²⁾. Ce seroit vouloir l'impossible que de les vouloir reduire toutes à cela. Et pour moy j'estime qu'on a tout aussi bien reussi quand on aboutit à la mesure des arcs de cercle.

Je ne scay si vous aurez encore vu ma remarque²³⁾ sur la manoeuvre des

²⁰⁾ Dans sa réponse Jacques Bernoulli reconnaît cette erreur, s'excusant, entre autres, par la hâte avec laquelle il avait écrit son article. En effet, il n'avait étudié que le cas particulier où la tangente de la courbe en A est horizontale.

²¹⁾ L'existence de ces courbes paracentriques isochrones à tours infinis a été niée par Jacques Bernoulli dans sa réponse et par Jean Bernoulli dans les „Acta” de février 1695, à la page 65 de l'article : „Joh. Bernoulli, animadversio in praecedentem solutionem Illustris D. Marchionis Hospitalii”, etc. Toutefois Huygens avait parfaitement raison. Et pour s'en convaincre il suffit de considérer : 1°. que, si v_0 signifie la vitesse de départ au point D, le pôle C devra être atteint dans le temps fini CD : v_0 , 2°. que la vitesse d'arrivée au pôle étant égale à $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$, où $h = AC$, l'angle de la vitesse avec le rayon vecteur devra s'approcher de plus en plus de la valeur : $\arccos(v_0 : \sqrt{v_0^2 + 2gh})$. La courbe, en s'approchant du centre, ressemblera donc de plus en plus à une spirale logarithmique et ne pourra y arriver qu'après un nombre infini de tours.

²²⁾ Voir la note 10 de la Lettre N°. 2871.

²³⁾ Voir la pièce N°. 2826.

vaiffeaux de Mr. Renaud. Mais quand vous ne l'auriez pas vue, vous ne laifferez pas de pouvoir juger de nostre different par ma replique²⁴⁾, que je vous envoie. Ce ne font pas de petites bevues ou omiffions, qui se rencontrent dans cet ouvrage imprimé de *l'expres commandement du Roy* (comme il y a au titre²⁵⁾) et examiné par Mrs. de l'Academie des Sciences, mais une erreur capitale, qui renverfe le tout. Je feray bien aife d'avoir vofre approbation, et n'en scaurois douter puis que j'ay celle de Mr. le M. de l'Hospital²⁶⁾. J'ajoute dans ce mefme paquet, puisque vous le fouhaitez²⁷⁾, l'extrait du livre de Wallis que l'on m'avoit envoie d'Angleterre²⁸⁾, devant que j'euffe reçu le livre mefme.

Vos confiderations fur l'avancement de la medecine²⁹⁾ font fort bonnes et ce que vous projettez ne paroît pas tout à fait impraticable.

En entreprenant le Traité de vofre nouveau Calcul³⁰⁾, je vous recommande de le rendre autant clair qu'il eft poffible et qu'il puiſſe ſe rapporter principalement à ce qui pourroit avoir ufage dans la geometrie, où je doute ſi ces equations exponentiellement tranſcendantes³¹⁾ pourront avoir lieu. J'y contribueray volontiers l'exemple du probleme de Mr. Bernoulli le medecin, quoyque ce que j'en ay dans mes brouillons³²⁾, que je viens de revoir, ſoit ſi abregé et denué d'eclairciſſement, que j'auray de la peine à y rentrer.

Je crois vous avoir communiqué³³⁾ cy-devant la ſolution que pretendoit donner Mr. Fatio à ce que j'objectois contre ſa theorie de la peſanteur, et que je n'en eſtois nullement ſatisfait. C'eſt pourquoy je m'etonne qu'il vous ait mandé le contraire³⁴⁾. Je ne vois pas qu'on ait encore apporté de difficulté confiderable contre la cauſe que j'ay expliquée dans mon diſcours, et l'on me fera plaifir de me les propoſer, lors qu'on en rencontrera. Pour ce qui eſt du mouvement abſolu et relatif, j'ay admiré vofre memoire, de ce que vous vous eſtes ſouvenu, qu'autrefois j'eſtois du ſentiment de Mr. Newton, en ce qui regarde le mouvement circulaire. Ce qui eſt vray, et il n'y a que 2 ou 3 ans que j'ay trouvé celui qui eſt plus

²⁴⁾ Voir la pièce N°. 2869.

²⁵⁾ Voir la note 17 de la Lettre N°. 2813.

²⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2838, à la page 564.

²⁷⁾ Consultez la Lettre N°. 2863, à la page 646 et N°. 2866, à la page 651.

²⁸⁾ Par D. Gregory; voir la Lettre N°. 2859, à la page 622.

²⁹⁾ Voir la Lettre N°. 2863, à la page 639.

³⁰⁾ La minute a : „vofre calcul differentiel”. Voir, ſur ce „Traité” projeté, la Lettre N°. 2863, à la page 640.

³¹⁾ Consultez toujours la Lettre N°. 2863, à la page 640.

³²⁾ Voir la pièce N°. 2821, où ces brouillons ont été reproduits pour la plus grande partie.

³³⁾ Voir la Lettre N°. 2854, à la page 613.

³⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2863, à la page 644.

veritable ³⁵⁾, duquel il semble qu vous n'estes pas eloigné non plus maintenant, si non en ce que vous voulez, que lorsque plusieurs corps ont entre eux du mouvement relatif, ils aient chacun un certain degre de mouvement veritable, ou de force, en quoy je ne suis point de vostre avis.

Je vois qu'on a mis bien amplement pour la seconde fois dans les *Acta* la solution de Mr. le M. de l'Hospital ³⁶⁾, du probleme de Bernoulli, qui estant assez embarrassée, il me semble que la mienne merite pour le moins autant d'y paroître. C'est pourquoy je vous l'envoie icy ³⁷⁾, et vous prie de la faire tenir à ces Messieurs a Leipfich.

Ils pourront corriger à cette occasion, s'ils ne l'ont pas desia fait, les 2 fautes que je vous marquay dans ma precedente ³⁸⁾. En leur envoyant vos considerations ³⁹⁾ sur le discours de Mr. Bernoulli, vous me ferez plaisir de faire aussi mention des mienes ⁴⁰⁾, autant que vous les trouverez bien fondees. Je suis parfaitement etc.

Après avoir copié la construction du probleme, je me repens presque d'en avoir pris la peine. Je le laisse à vostre jugement si vous croiez, qu'il vaut la peine qu'elle paraisse dans les *Acta* ⁴¹⁾.

³⁵⁾ Voir la note 47 de la Lettre N°. 2854. Nous regrettons de ne pas connaître les considérations qui ont déterminé l'opinion de Huygens, d'autant plus que nous croyons qu'elles auront été d'autre nature que celles de Leibniz, mentionnées dans la note 25 de la Lettre N°. 2863.

³⁶⁾ Voir le commencement de la Lettre N°. 2866 et surtout la note 4 de cette lettre.

³⁷⁾ Voir l'Appendice N°. 2875 à la présente lettre.

³⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2856.

³⁹⁾ Celles de la Lettre N°. 2871. On les retrouve en grande partie dans l'article de Leibniz des „Acta” d'août 1694, cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841.

⁴⁰⁾ Leibniz y donna suite en faisant insérer dans les „Acta” de septembre 1694 la traduction latine d'une grande partie de la présente lettre. Voir notre pièce N°. 2874.

⁴¹⁾ La phrase „si vous croiez, qu'il vaut la peine qu'elle paroisse dans les Acta” manque dans la minute.

N^o 2874.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

[SEPTEMBRE 1694].

*Appendice I au No. 2873.**La pièce¹⁾ a été publiée dans les Acta Eruditorum de septembre 1694, p. 339—341.*

Excerpta ex epistola C. H. Z. ad G. G. L.

Principium quo usus est *Clarissimus Matheſeos Profeſſor Bernoullius* verum puto, & bene adhibitum, quod radii qui curvedinem metiuntur, ſint in ratione contraria virium rem elastiſcam fleſcentium. Puto tamen, non tantum ſuperficiem externam extendi, ſed & internam contrahi²⁾. Magnum admodum poſtulatam eſt, figurarum curvilinearum quadraturas tanquam datas aſſumere³⁾. Ego me nihil admodum egiffe putarem, ſi problema aliquod huc tantum reduxiſſem, excepta tamen Circuli & Hyperbolæ Quadratura. Præſtat Linearum Curvarum Rectificationes tanquam ſemper in poteſtate exiſtentes aſſumere, quod etiam Tibi probari video⁴⁾.

De reliquo *Clarissimus Bernoullius* videtur mihi tantum determinafſe figuram, ubi tangentes extremitatum ſunt parallelæ, cum arcus Elastiſci A termini per chordam EF⁵⁾ junguntur. Sed ſi arcus ſit ut in B vel C vel D, aut extremitates non chorda ſed recta rigida HI jungantur, figuræ determinandæ ſuperſunt⁶⁾. Subtile etiam fatebor inventum conſenſus inter figuram elastiſcam & lintei vel veli a liquoris pondere preſſi, ſi modo demonſtratum videam⁷⁾. Alioqui cogor ſuſtinere aſſenſum, quia & ipſum Autorem circa figuram veli ſententiam muſaſſe video⁸⁾ & demonſtrare poſſum⁹⁾ velum ex numero finito rectarum æqualium compoſitum aliam a vento quam a pondere figuram accepturum, cum tamen *Bernoulliana* ſententia ſit, eandem eſſe velariam cum catenaria: Oporteret ergo diſcrimen evaneſcere in caſu infiniti¹⁰⁾. Præſtat haud dubie Iſochronam tuam Paracentricam¹¹⁾ conſtrui, ut a Te fieri ſcribis, rectificatione lineæ ordinariæ, vel ſaltem

¹⁾ Elle conſtitue une traduction libre par Leibniz d'une partie de la lettre précédente, notre N^o. 2873, ſuivie de quelques remarques de Leibniz.

²⁾ Voir la note 8 de la Lettre N^o. 2873.

³⁾ Voir la note 10 de la Lettre N^o. 2873.

⁴⁾ Voir la note 11 de la Lettre N^o. 2873.

⁵⁾ Voir, pour les figures, la Lettre N^o. 2873.

⁶⁾ Voir la note 12 de la Lettre N^o. 2873.

⁷⁾ Voir la note 13 de la Lettre N^o. 2873.

⁸⁾ Voir, pour la réponse de Bernoulli à cette remarque, la note 14 de la Lettre N^o. 2873.

⁹⁾ Voir la pièce N^o. 2835.

¹⁰⁾ Voir la note 16 de la Lettre N^o. 2873.

¹¹⁾ Voir la note 17 de la Lettre N^o. 2873.

talibus cujus puncta possint construi, quam per lineæ Elasticæ extensionem, quæ ipsamet nondum est constructa ¹²⁾.

Quod ait *Clarissimus Bernoullius* unicam tantum esse paracentricam ut $Ax\omega\eta$ respectu ejusdem puncti vel centri A, post descensum ex TA, ejus contrarium manifeste video, Tibique assentior dari infinitas ¹³⁾, ut $A\beta\zeta$, $A\delta\gamma$, &c. easque sumo usque ad rectam $A\eta$ inclusive. Quin imo supersunt adhuc aliæ Curvæ determinandæ, si scilicet æqualiter accedendum sit ad punctum C, linea autem incipiat vel ab A, directe supra C, vel ad latus a D. Quo casu lineæ ut ABC, AEC ¹⁴⁾ infinitos facient gyros circa C ¹⁵⁾.

G. G. L. *Additio* : Puto in fig. 2, ex *Bernoulliana* determinatione arcus A ¹⁶⁾ etiam duci posse determinationem arcuum B, C, D, G, assumendo lineæ partem aut eam producendo ¹⁷⁾, sed hoc tamen distincte admonere operæ pretium fuit. Rationi consentaneum est principium determinandæ figuræ Elasticæ, quod vires flectentes sint curvedinibus proportionales; potestque ad Hypotheseos aptæ modum assumi, tametsi non prorsus sit exploratum, quousque natura eo utatur, cum fingi possint constitutiones corporum, ubi res aliter procedat. Præclara sunt monita de diversis Isochronarum paracentricarum speciebus & constitutionibus; omnes tamen mea constructione comprehenduntur ¹⁸⁾. Et licet ipsam lineam rectam AD visus sim excludere, quia in ea nullus revera fit descensus vel ascensus; quia tamen concipi potest in ea descensus vel ascensus, ut infinite parvus seu evanescens, haberi potest pro limite seu ultima harum linearum. Problemata curvarum transcendentium ad quadraturas reducere magna quidem ad solutionem præparatio est; fateor tamen (seposita mea generali constructione tractoria) ¹⁹⁾ præstare rem reduci ad linearum jam constructarum reductiones; quod & ego quoties opus, feci faciamque.

¹²⁾ Voir la note 19 de la Lettre N°. 2873.

¹³⁾ Voir la note 20 de la Lettre N°. 2873. On remarquera que les mots : „Tibique assentior” ont été intercalés par Leibniz. De fait, Leibniz n’avait exprimé aucune opinion sur ce point dans ses lettres à Huygens.

¹⁴⁾ Lisez : DEC.

¹⁵⁾ Voir la note 21 de la Lettre N°. 2873.

¹⁶⁾ Voir la figure A de la Lettre N°. 2873, à la page 666.

¹⁷⁾ Il n’en est rien. En réalité les cas représentés par les figures B, C, D et G mènent à une quadrature un peu plus compliquée que dans le cas de la figure A. Comparez la note 12 de la Lettre N°. 2873.

¹⁸⁾ Cette assertion n’est vraie que pour les courbes représentées dans la figure en haut de la page 668 de la Lettre N°. 2873, celles de la figure qui suit ne sont pas comprises dans la solution de Leibniz qui, comme les Bernoulli, s’est borné au cas particulier où le point de départ et le centre se trouvent sur la même ligne horizontale, la vitesse de départ étant dirigée vers le centre.

¹⁹⁾ Consultez la pièce N°. 2824 aux pages 517 et 518.

N^o 2875.

CHRISTIAAN HUYGENS AUX EDITEURS des „Acta Eruditorum”.

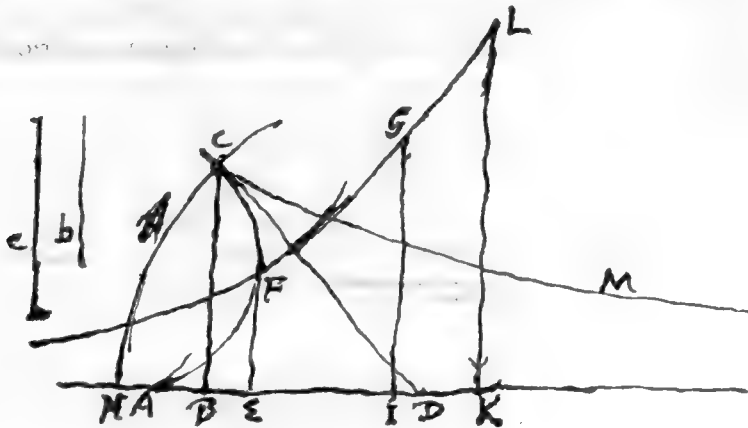
[AOÛT 1694].

Appendice II au No. 2873.

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens¹⁾.**La pièce a été publiée dans les Acta Eruditorum de septembre 1694, p. 338 et 339²⁾.*

C. H. Z. Constructio universalis Problematis a Clarissimo Viro,
Jo. BERNOULIO, superiori anno mense Majo propositi.

Cum in *Actis Lipsiensibus* Constructionem hanc me reperisse significarem, mense Octobri A.^o 1693³⁾, edenda tamen ea supersedi, quod futurum putabam, ut vel ab Auctore ipso vel Clar.^o Viro fratre ejus, vel alio quopiam, haud multum absimilis brevi in lucem prodiret, ac subverebar etiam ne actum agerem. Quoniam vero nusquam adhuc comparuit, & est inter eas quæ dari possint quo-



dammodo simplicissima; non videtur absque ea diutius relinquendum tam eximium problema. Est autem hujusmodi⁴⁾. Sit in recta AB datum punctum A, et oporteat

¹⁾ Elle y fait suite à celle du N^o. 2873.

²⁾ Nous imprimons d'après la minute. Le texte des Acta en diffère en plusieurs endroits par un autre choix des mots, qui peut être le fait de la rédaction, et contient de plus quelques erreurs importantes du copiste ou du typographe. La figure, au contraire, y est beaucoup plus exactement construite.

³⁾ Voir la pièce N^o. 2823 à la page 513.

⁴⁾ La construction qui va suivre est presque identique avec celle que l'on trouve dans la Lettre N^o. 2828 aux pages 535 et 536. On peut donc consulter les notes de cette lettre qui s'y rapportent.

invenire curvam AFC ejusmodi ut tangens ejus quævis CD abscindat ab recta AB portionem AD, quæ ad ipsam CD habeat rationem datam lineæ c ad b .

Constructio: sicut c ad b , ita quælibet AE in recta AB assumpta ad EF ipsi perpend. et per F punctum ponatur descripta Logarithmica quæcunque cujus asymptotos sit AB, ad quam descendat illa versus A. Deinde ab A versus E accepta distantia qualibet AD, sit ut c ad b hoc est ut AE ad EF, ita AD ad aliam DH et ea tanquam radio, et centro D describatur circuli circumfer. HC. ac præterea applicetur ad Logarithmicam recta IG asymptoto perpendicularis, ipsique DH æqualis. Jam ut b ad duplum c ; ita fiat IE ad EK, sumendam in asymptoto in partem alterutram, nihil enim refert ⁵⁾, et applicetur rursus ad logarithmicam recta KL; utque summa duarum KL, EF ad earum differentiam, ita sit DH ad DB; quæ sumenda versus A punctum si AD major sit quam AE; at in contrariam, si minor. Jam recta BC ad asymptoton perpendicularis secabit circumferentiam HC in puncto C, quod erit in curva quæsita AFC. Tangit autem hanc rectam EF in F punctum.

Est porro animadversione dignum, non simplicem esse curvaturam lineæ hujus cum c major est quam b , sed ex duabus eam tunc componi, ex uno quodam puncto exeuntibus ⁶⁾, ut CFA, CM ⁷⁾. In puncto autem extremo C, recta ex Aeducta occurrit curvis AFC, CM ad angulos rectos ⁸⁾, ac proportionales sunt DA, DC, DB.



⁵⁾ Comparez la note 8 de la Lettre N°. 2828; c'est ici la seule modification réelle de la construction formulée dans la Lettre N°. 2828.

⁶⁾ Voir, à propos du point de rebroussement C, la note 17 de la Lettre N°. 2819, la Lettre N°. 2828 à la page 536, celle N°. 2833 à la page 552, et la pièce N°. 2834.

⁷⁾ Le texte des Acta ajoute: quarum haec in infinitum progreditur.

⁸⁾ On ne retrouve pas cette remarque dans la correspondance. Il s'agit d'ailleurs d'une conséquence immédiate de la proportion: $DC : DB = c : b = DA : DC$, indiquée entre autres dans la Lettre N°. 2833, p. 552.

N^o 2876.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

14 SEPTEMBRE 1694.

*Le lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.**Elle est la réponse au No. 2873.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2884.*Hanover, ce $\frac{4}{14}$ de Septembre 1694.

MONSIEUR

Je commence par vous remercier de la communication de l'extrait de l'ouvrage de Mr. Wallis touchant M. Newton³⁾. Je voy que son calcul s'accorde avec le mien, mais ie pense que la consideration des differences et des sommes, est plus propre à eclairer l'esprit; ayant encor lieu dans les series ordinaires, des nombres, et repondant en quelque façon aux puissances et aux racines. Il me semble que M. Wallis parle assez froidement de M. Newton et comme s'il estoit aisé de tirer ces methodes des leçons de Mr. Barrow⁴⁾. Quand les choses sont faites il est aisé de dire: et nos hoc poteramus. Les choses composées ne sçauroient estre si bien démelées par l'esprit humain sans aide de caracteres. Je suis bien aise aussi de voir enfin le déchiffrement des enigmes contenus dans la lettre de M. Newton à feu Mons. Oldenbourg⁵⁾. Mais je suis fâché de n'y point trouver les nouvelles Lumieres que je me promettois pour l'inverse des Tangentes. Car ce n'est qu'une methode d'exprimer la valeur de l'ordonnée de la courbe demandée per seriem infinitam⁶⁾, dont je sçavois le fonds dès ce temps là, comme je témoignay alors à

¹⁾ Chr. Hugonii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 199.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 193, Briefwechsel, p. 746.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2873 à la page 669.

⁴⁾ Consultez, sur le passage en question, la Lettre N^o. 2859 aux pages 622 et 623.

⁵⁾ Voir le déchiffrement de ces énigmes ou anagrammes dans la note 14 de la Lettre N^o. 2859 et dans la note qui suit la présente lettre.

⁶⁾ Voici le passage de la lettre de Newton, citée dans la note 29 de la Lettre N^o. 2863, auquel Leibniz fait allusion ici: „Attamen ne nimium dixisse videar, inversa de Tangentibus Problemata sunt in potestate, aliaque illis difficiliora. Ad quae solvenda usus sum duplici Methodo, una concinniori, altera generaliori. Utramque visum est impraesentia literis transpositis consignare, ne propter alios idem obtinentes, institutum in aliquibus mutare cogeret”; après quoi Newton fait suivre l'anagramme dont l'explication suivante se trouve dans l'ouvrage que Wallis venait de publier: „Una Methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex aequatione simul involvente fluxionem ejus: altera tantum in assumptione Seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua caetera commodè derivari possunt, et in collatione terminorum homologorum aequationis resultantis ad eruendos terminos assumptae Seriei”.

Mons. Oldenbourg⁷⁾). Et j'en ay donné le moyen depuis quelque temps dans les Actes de Leipzig⁸⁾, d'une maniere assez aisée et tres universelle.

Il est raisonnable de se servir de cette Hypothese, que les courbures sont comme les forces qui les produisent, pour avoir quelque chose d'arresté; mais si cela a assez lieu en effect, c'est ce que je ne voy pas encor bien clairement. Et on se peut figurer des constitutions des corps ou il n'en iroit pas ainsi. C'est ce qui m'a rebuté de cette recherche. Voyant que ma santé commence à chanceler, j'ay bien de la peine à me refoudre à des meditations qui ne servent qu'à exercer l'esprit. Je n'ay pas meme examiné la construction de ma paracentrique isochrone donnée par M. Bernoulli, m'estant contenté de donner mon analyse, qui est assez naturelle, avec ma construction qui n'a besoin que de la rectification d'une courbe ordinaire⁹⁾).

Je suis de vostre sentiment, Monsieur, en ce que vous croyés que le probleme n'est pas encor bien resolu, lors qu'on ne fait que le reduire à quelque quadrature. Ainsi la courbe dont la rectification est employée par M. Bernoulli à la construction de la paracentrique n'estant pas assés construite encor elle même, est peu propre à la fin qu'il se propose. Mais je ne l'en reprends point. Est aliquid prodire tenus. Cependant je suis d'accord avec M. Bernoulli¹⁰⁾, que c'est tousjours beaucoup quand un probleme est reduit aux quadratures. C'est à mon avis un grand et necessaire acheminement à sa veritable solution. Il y a plusieurs degres dans les solutions; la plus parfaite sans doute est celle qui reduit les transcendentes à l'aire du cercle ou de l'Hyperbole. Au défaut de cela je voudrois pouvoir decrire la ligne transcendente per puncta à l'imitation de la Logarithmique qui se decrit par les moyennes proportionelles. Et quand cela manque encor, je me contente d'obtenir mon but per rectificationes linearum. Mais il y a des cas si difficiles, ou tout ce que j'y puis jusqu'icy, est de donner seriem infinitam. Je ne doute point qu'on ne trouue un jour la methode de reduire le tout aux plus simples quadratures possibles. Je croy même d'en voir les moyens, dont j'ay aussi des echantillons, mais je ne suis pas en estat d'y travailler.

⁷⁾ Leibniz avait, en effet, dans sa Lettre à Oldenbourg du 21 juin 1677, écrite le même jour qu'il avait reçu copie de la Lettre de Newton, répondu comme il suit au passage mentionné dans la note précédente: „Quod ait, Problemata Methodi Tangentium inversae esse in potestate, hoc arbitror ab eo intelligi per Series scilicet Infinitas. Sed a me ita desiderantur, ut Curvae exhibeantur Geometrice, quatenus id fieri potest, suppositis (minimum) quadraturis”. Voir la page 244 du „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz” publié par Gerhardt.

⁸⁾ Voir l'article cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2863.

⁹⁾ Voir toujours, sur ces solutions diverses du problème de l'isochrone paracentrique, la note 22 de la Lettre N°. 2841.

¹⁰⁾ C'est ici la réponse à la phrase de la Lettre N°. 2873 marquée par la note 10.

Si M. Bernoulli a bien déterminé l'arc du ressort ou les tangentes des extrémités sont parallèles, il me semble qu'il aura aussi les cas, où ces tangentes sont convergentes au dessus ou au dessous de la corde, car il n'aura qu'à continuer la courbe ou en prendre la partie, puisque la partie du ressort bandé est encore un ressort bandé, en quelque endroit qu'on l'attache ou qu'on en prenne les extrémités ¹¹⁾. Cela fait voir encore que l'arc peut n'être pas ambidextre, lors qu'en le bandant on pousse inégalement les extrémités. Je suis aussi en doute sur ce qu'il dit de la voile, et la chose mérite d'être approfondie. Je crois que ma construction comprend toutes les isochrones paracentriques, tant celles de Mr. Bernoulli que celles que vous avez profondément considérées ¹²⁾ mais je ne suis pas en état ni en humeur de venir au détail.

Pour ce qui est du calcul des différentio-différentielles, sur lequel vous desirés d'être éclairci, je suis bien aise de pouvoir satisfaire à vos ordres en quelque chose. Ce n'est que trop souvent que je voy qu'on est obligé d'y venir : mêmes la recherche de la chaînette y mène naturellement; mais c'est par une faveur spéciale qu'on y peut s'en délier. Mes séries infinies ont cela d'avantageux qu'elles résolvent les différentio-différentielles, de quelque degré qu'elles soient, aussi aisément que les différences premières. Comme les équations différentielles du premier degré sont pour l'inverse des tangentes, lors qu'on détermine la courbe ex data proprietate tangentium, je trouve que celles des autres degrés peuvent venir lors que la courbe est déterminée per proprietatem curvedinum seu linearum osculantium; ou bien par le mélange des sommes parmi les différences. Car pour se délier des sommes, on descend à des différences plus profondes, tout comme pour se délivrer des racines on monte à des puissances plus hautes. Voici un Exemple aisé pour les différences secondes pro linea sinuum, c'est-à-dire lors que les arcs de cercle étendus en ligne droite étant les ordonnées, les sinus sont les abscisses. Soit l'arc y , le sinus de complément soit x , le rayon a , l'arc y fera égal

$$(1) \text{ } ^{13)} \text{ à } a \int \frac{dx}{\sqrt{aa-xx}} \text{ et différentiando } dy (2) = \frac{adx}{\sqrt{aa-xx}} \text{ ou bien}$$

¹¹⁾ Cette remarque, vraie en soi-même, n'est pas applicable à la solution de Jacques Bernoulli, puisque cette solution suppose que les forces appliquées aux extrémités de la courbe élastique soient perpendiculaires à la tangente, ce qui n'aurait plus lieu pour la force qu'on devrait appliquer à la nouvelle extrémité pour faire conserver sa forme à la courbe. Ainsi la courbe élastique de Bernoulli n'est qu'un cas particulier de la courbe élastique générale, ce qu'il reconnaît lui-même dans le passage cité dans la note 12 de la Lettre N°. 2873.

¹²⁾ C'est une illusion, puisque, en réalité, Leibniz aussi, comme les Bernoulli, ne s'était occupé que d'un cas particulier, qui ne contient pas les courbes spirales de Huygens; voir la note 17 de la pièce N°. 2874.

$\sqrt{(aa-xx)} dy (3) = adx$. Pour abreger faisons $\sqrt{aa-xx} (4) = v$, et il y aura $vdy (5) = adx$, et rursus ipsam aeq. 5. differentiando $vddy + dvdy (6) = addx$. Et si nous faisons que les arcs y croissent uniformement, c'est-à-dire si dy est constante ou $ddy = 0 (7)$, au lieu de 6 il y aura $dvdy (8) = addx$. Differentiando aeq. 4 il y aura $dv (9) = -\frac{xdx}{v}$ car $vv = aa-xx$, donc $v dv = -xdx$. Et (par

5 et 9) $dv (10) = -\frac{xdy}{a}$ donc par 8 et 10 il y aura $-xdydy (11) = aaddx$. Ce

qui fait voir que les arcs de cercle croissant uniformement, les sinus de complement décroissent de telle sorte qu'ils sont proportionels à leur propres differences secondes; au lieu que lors que les Logarithmes croissent uniformement les nombres sont proportionels à leur propres differences premieres. Soit $x (12) = a + byy + cy^4 + ey^6$ etc., et (posito $ddy = 0$ ut dictum) ddx fera $(13) = dydy$ multiplié par 1. 2. $b + 3. 4. cyy + 5. 6. ey^4$ etc., et l'equation 11 ou $xdydy + aaddx (14) = 0$ estant interpretée par 12 et 13 il y aura :

$$0 (15) = \left| \begin{array}{cccc} +a & +by^2 & +cy^4 & +ey^6 \text{ etc.} \\ +1. 2. baa & +3. 4. caay^2 & +5. 6. eaa^4 & +7. 8. faay^6 \text{ etc.} \end{array} \right|$$

Donc, destruisant tous les termes, pour faire que cette equation soit identique, il y aura $a + 1. 2. baa = 0$, et $b + 3. 4. caa = 0$ et $c + 5. 6. eaa^{14} = 0$. C'est-à-

dire $b = -\frac{1}{1. 2. a}$, et $c = -\frac{b}{3. 4. aa}$, ou bien $c = \frac{1}{1. 2. 3. 4. a^3}$ et $e = -$

$-\frac{1}{1. 2. 3. 4. 5. 6. a^5}$ et ainsi de suite; donc par 12 nous aurons $x (16) =$

$$= \frac{1}{1} a - \frac{1}{1. 2. a} yy + \frac{1}{1. 2. 3. 4. a^3} y^4 - \frac{1}{1. 2. 3. 4. 5. 6. a^5} y^6 \text{ etc. ce qui donne}$$

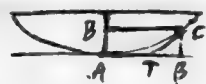
la valeur du sinus de complement x par l'arc y et par le rayon a . On troueroit la même chose par l'equation 3. en ostant l'irrationnelle et faisant $aadydy (17) = xxdydy + aadx dx$, mais non pas si aisement. Il y a encor d'autres abregés que j'explique dans les Actes¹⁵⁾.

Mais pour vous donner un exemple d'un probleme Geometrique, prenons celui de la Chainette: et je vous donneray en meme temps l'analyse dont je me

¹³⁾ De même que dans la Lettre N°. 2863, les chiffres entre crochets, placés dans la présente devant le signe de l'égalité, servent à numéroter les équations.

¹⁴⁾ Nous ajoutons dans ces termes les facteurs aa , omis par Leibniz.

¹⁵⁾ Il s'agit toujours du „Supplementum Geometriae Practicae”, cité dans la note 10 de la Lettre N°. 2863.



fuis fervi autres fois pour le refoudre, puisque vous avés temoigné de la desirer aussi¹⁶). Soit AB, x ; BC, y ; AT , retranchée par la tangente, est la distance entre l'axe et le centre de gravité de l'arc AC . Or, $C\beta$ ou AB est à $T\beta$, comme dx à dy ; donc $T\beta$ fera $x \, dy : dx$, et AT fera $y - x \, dy : dx$. L'arc AC soit appelé c et par la nature du centre de gravité il est manifeste, qu' AT fera $\int y \, dc : c(1) = y - x \, dy : dx$ ou bien $\int y \, dc(2) = cy - c \, x \, dy : dx$; et differentiando $y \, dc(3) = c \, dy + y \, dc - x \, dy : dx \, dc - c \, dy - c \, x \, d$, $dy : dx$. Et rejettant ce qui se détruit, il y aura

$dc \, dy : dx + c \, d, dy : dx(4) = 0$. Supposons que les y ou $\frac{BC}{A\beta}$ croissent uniforme-

ment, ou que dy soit constante et $ddy(5) = 0$, nous aurons $d. dy : dx(6) = -dy \, ddx : dx \, dx$, et au lieu de 4 il y aura $dc \, dx - c \, ddx(7) = 0$, c'est-à-dire summando $dx : c(8) = dy : a$ (car cette equ. 8. estant differentiée rend l'equation 7) ou bien $adx(9) = c \, dy$ et differentiando $addx(10) = dc \, dy$. Or generalement en toute courbe $dc \, dc(11) = dy \, dy + dx \, dx$ et differentiando $dc \, ddc = dy \, ddy + dx \, ddx$, donc icy (par 5) $dc \, ddc(12) = dx \, ddx$, et (par 10 et 12) $addc(13) = dx \, dy$ et summando $adc(14) = x \, dy + b \, dy$. Soit $x + b(15) = z$, fiet $dx(16) = dz$ et $adc = z \, dy$, et (par 11 et 16) $dc \, dc = dz \, dz(17) + dy \, dy$. Donc par 14, 15, 17, nous aurons $a \, adz \, dz + a \, ady \, dy(18) = z \, z \, dy \, dy$, et enfin $y(19) = a \, a \, \int dz : \sqrt{z \, z - a \, a}$, c'est-à-dire il ne faut que chercher la quadrature d'une figure, dont l'ordonnée est $a \, a : \sqrt{z \, z - a \, a}$ ¹⁷). On peut faire $b = a$ ou $-a$, ou bien de quelque autre grandeur qu'on voudra, comme il depend aussi de nous d'augmenter ou diminuer y par une droite constante et d'écrire

$$y + c(20) = a \, a \, \int dz : \sqrt{z \, z - a \, a}.$$

Pour ce qui est des equations exponentielles, je vous diray Monsieur, que toutes les fois que le probleme se reduit à des exponentielles traitables, il est resolu en perfection, et il n'y a plus rien à chercher. De sorte; que c'est proprement le plus haut point de la Geometrie des Transcendentes. Pour vous en developper tout le

mystere soit par exemple $\frac{y : a}{x : a} = y : a$ ou bien posant a pour l'unité, soit

¹⁶) Voir la Lettre N°. 2693 du 1er septembre 1691 à la page 132, et comparez la pièce N°. 2793 aux pages 413, 414 et 416.

¹⁷) De cette manière la construction de la chaînette est donc réduite à la quadrature de la courbe $x^2 y^2 = a^4 + a^2 y^2$, comme Leibniz l'avait déjà annoncé dans sa Lettre du 13 octobre 1690, le N°. 2627, à la page 518. Comparez encore la Lettre N°. 2633, à la page 537, et la pièce N°. 2793, à commencer au bas de la page 413.

$x^y = y$; c'est comme si je disois qu' y est à l'unité comme le logarithme de la grandeur y est au Logarithme de la grandeur x . Ainsi supposé que la valeur d' y soit donnée par x ou par y , ou par toutes les deux, la ligne se peut construire Geometriquement par points aussi bien que la logarithmique meme, et on en peut donner de meme la tangente et les autres propriétés. Et je puis tousjours changer l'équation exponentielle en différentielle, mais non pas vice versa, car, puisque $x^y (1) = y$ donc $y \log. x (2) = \log. y$, ou bien $y \int dx : x (3) = \int dy : y$ et différentiant $y dx : x + dy \int dx : x (4) = dy : y$. Si y estoit égal à x , alors dy seroit à dx , ou bien, l'ordonnée seroit à la soutangentielle, comme y multipliée par $1 + \log. x$, est à l'unité, c'est-à-dire la soutangentielle fera égale à l'unité multipliée¹⁸⁾ par $1 + \log. x$. Si nous posons que les x croissent uniformement, il y aura $yy dx dx + axy dy dy = ax dy dy$ ¹⁹⁾, et cette équation différentio-différentielle se peut réduire à l'exponentielle $x^x = y$, qui en donne la construction. Ainsi bien loin qu'on doive croire que ces exponentielles sont embarrassées, il faut juger que de toutes les expressions qui enseignent la construction des lignes Transcendentes par des points déterminables suivant la Geometrie ordinaire, ce sont les plus simples. Et il faut considérer que les exponentielles n'emploient point d'autre grandeur qu' x et y , etc., c'est à dire que des grandeurs ordinaires, au lieu que les différentielles emploient encor d'extra-ordinaires, comme dx, ddx etc., ce qui les empêche de servir aux déterminations des intersections des courbes ou aux équations locales. car si j'avois $dy : dx (1) = x : a$ pour une courbe, sçavoir pour la Logarithmique; et $xx + yy (2) = aa$ pour l'autre, sçavoir pour le cercle, qui me donne $x dx + y dy (3) = 0$, ou $dy : dx (4) = -x : y$, il ne m'est point permis de me servir des équations 3 ou 4 pour le cas de rencontre des courbes, ny d'ôter $dy : dx$ par le moyen des équations 1 et 4, bien que je sçache que les courbes des équations 1 et 2, sçavoir la logarithmique et le cercle, se rencontrent; excepté le cas où leur rencontre est un attouchement. Car sans cela, quoique x et y soient les memes dans les deux courbes, dx et dy ne le sont point (mais ddx, ddy ne sont les memes de part et d'autre, que dans le cas de l'osculation des deux courbes qui est un attouchement plus parfait). Au lieu que les exponentielles ne contenant qu' x et y , qui sont les memes en cas de rencontre, servent absolument à la détermination des intersections. Ainsi c'est par elles ou leur semblables qu'on achève la recherche et qu'on peut ôter une inconnue. Je trouve ces équations encor utiles dans les nombres. Je tâcheray de me faire entendre dans le traité que je projette pour mon nouveau calcul, et vous serez obligé de ce que vous y voudrez contribuer. Nous verrons ce que feront M. le Marquis de l'Hôpital et Messieurs Bernoulli.

¹⁸⁾ Lisez : divisée.

¹⁹⁾ Lisez : $y^2 dx dx + ax dy dy = axy dy dy$, où a représente l'unité.

Vostre explication de la pesanteur paroît jusqu'icy la plus plausible. Il seroit seulement à desirer qu'on pût rendre raison pourquoy celle qui paroît dans les Astres est en raison doublée reciproque des distances. Comme je vous disois un jour à Paris qu'on avoit de la peine à connoître le veritable sujet du Mouvement, vous me répondites que cela se pouvoit par le moyen du mouvement circulaire, cela m'arresta; et je m'en souvins en lisant à peu près la même chose dans le liure de Mons. Newton; mais ce fut lorsque je croyois déjà voir que le Mouvement circulaire n'a point de privilege en cela. Et je voy que vous estes dans le meme sentiment. Je tiens donc que toutes les hypotheses sont equivalentes et lors que j'affigne certains mouuemens à certains corps, je n'en ay ny puis avoir d'autre raison, que la simplicité de l'Hypothese croyant qu'on peut tenir la plus simple (tout considéré) pour la veritable. Ainsi n'en ayant point d'autre marque, je crois que la difference entre nous, n'est que dans la maniere de parler, que je tache d'accommoder à l'usage commun, autant que je puis, *salva veritate*. Je ne suis pas meme fort éloigné de la vostre, et dans un petit papier²⁰⁾ que je communiquay à Mr. Viviani, et qui me paroïssoit propre à persuader Messieurs de Rome à permettre l'opinion de Copernic, je m'en accommodois. Cependant si vous estes dans ces sentimens sur la realité du mouvement, je m'imagine que vous deuriés en avoir sur la nature du corps de differens de ceux qu'on a coustume d'avoir. J'en ay d'assez singuliers et qui me paroissent démontrés. Je souhaiterois d'apprendre un jour vos reflexions que vous m'aviés fait esperer tant sur mes animadversions in Cartesium²¹⁾, que sur ce que je vous avois écrit contre le vuide et les Atomes²²⁾. Je veux lire avec attention la Theorie du manoeuvre et vous remercie cependant des communications de vostre remarque qui paroît de consequence. Il y a déjà du temps que j'ay envoyé à Leipzig mes reflexions sur l'Isochrone du Professeur Bernoulli²³⁾; en y envoyant vostre construction du probleme du Medecin²⁴⁾, j'y ajouteray quelque chose de vos considerations²⁵⁾ sur ce que le Professeur vient de donner.

Mr. Tayler s'est excusé de venir à Wolfenbutel²⁶⁾. N'a-t-on point des nouvelles de la restitution entiere de Mr. Newton? ²⁷⁾ Je la souhaite fort. Quelques

²⁰⁾ Nous ne le connaissons pas.

²¹⁾ Voir, sur le manuscrit en question, la note 23 de la Lettre N°. 2759, et sur la promesse de Huygens, la Lettre N°. 2785, à la page 387.

²²⁾ Voir la Lettre N°. 2822, à la page 509.

²³⁾ Voir l'article de Leibniz, cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841, et comparez la note 39 de la Lettre N°. 2873.

²⁴⁾ Voir la pièce N°. 2875.

²⁵⁾ Voir la pièce N°. 2874.

²⁶⁾ Consultez, sur Johannes Teyler et sur la place vacante à Woltenbüttel, les Lettres N°. 2852 à la page 604, N°. 2854 à la page 615, N°. 2856 et N°. 2863 à la page 646.

²⁷⁾ Comparez la Lettre N°. 2856, vers la fin, et la Lettre N°. 2863, à la page 646.

uns ayant vû des definitions que j'ay données dans la preface de mon Code Diplomatique ²⁸⁾ (dont, pour le dire en passant, je vous feray remettre un exemplaire) m'ont exhorté de mettre en ordre un amas d'autres que j'ay fabriquées autres fois. Voicy celles de la preface que je soumets à vostre jugement. Je dis que la justice est une charité conforme à la sagesse. La sagesse est la science de la felicité. la charite est une bienveillance generale. La bienveillance est habitus diligendi. Diligere, aimer, cherir (en nostre sens) est se faire un plaisir de la felicité d'autrui.

Vous ne poués manquer, Monsieur, d'avoir mille belles meditations encor hors des mathematiques. Il ne faudrait pas nous en priver. Je me souviens qu'un jour vous me fistes esperer quelque chose de cette nature ²⁹⁾. N'aurons nous pas bien tost vostre Dioptrique? J'espere d'y trouver des explications des meteores emphatiques ³⁰⁾, suivant cet echantillon qu'on a vû de vous autres fois dans le journal des scavans ³¹⁾. Vostre crystal d'Islande ne vous at-il donne aucun phenomene singulier sur les couleurs? Il semble qu'il y deuroit encor servir. Vous aviez aussi fait ce me semble quelques decouvertes sur la force électrique ³²⁾. Que jugés vous Monsieur de l'Hypothese de Monsieur Halley, sur le noyau mobile contenu dans le globe de la terre, pour expliquer la variation de l'aimant? ³³⁾ Et sur ce que Mr. Newton croit avoir rendu raison du flux et reflux de la mer ³⁴⁾. Nous attendons aussi l'explication de vostre ligne propre pour les pendules des vaisseaux ³⁵⁾. Je suis avec zele

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

LEIBNIZ.

²⁸⁾ L'ouvrage cité dans la note 7 de la Lettre N°. 2797.

²⁹⁾ Comparez les derniers alinéas des Lettres N°. 2759 et N°. 2766, et la Lettre N°. 2854, à la page 609.

³⁰⁾ Comparez la note 17 de la Lettre N°. 2841.

³¹⁾ Il s'agit bien probablement du Journal des Scavans du 28 Aoust 1667, qui contient un résumé de l'ouvrage „Relation d'une Observation faite à la Bibliothèque du Roy”, etc., cité dans la note 10 de la Lettre N°. 1610, et où l'on trouve l'explication donnée par Huygens de la cause des couronnes solaires et des parhélies.

³²⁾ Comparez la Lettre N°. 2841 à la page 573.

³³⁾ Voir l'article de Halley, publié dans les Philosophical Transactions N°. 195, du 19 octobre 1692, sous le titre: „An Account of the Change of the Variation of the Magnetical Needle; with an Hypothesis of the Structure of the Internal parts of the Earth; as it was proposed to the Royal Society in one of their late Meetings. By Edm. Halley”.

³⁴⁾ Comparez la Lettre de Leibniz N°. 2632, de novembre 1690, à la page 533, et la réponse de Huygens, p. 538 de la Lettre N°. 2633

³⁵⁾ Voir la pièce N°. 2823 vers la fin.

P. S. Si je suppose que la voile ne s'étend ou ne s'allonge point et prends l'effet du vent pour ce qui se feroit si un filet ABC considéré comme sans pesanteur en luy même, estoit chargé par tout d'un poids égal, tel que CD; le calcul qui me vient tout presentement, me donne une ligne, dont la construction demande une quadrature, qu'il est en mon pouvoir de donner autant qu'il est possible, et qui se reduira (: autant que je puis juger par avance :) à celle de l'hyperbole. Mais je crois que ce fera autrement que lors qu'on construit la chaînette ³⁶).



N^o 2877.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 SEPTEMBRE 1694.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek ¹⁾ et C. I. Gerhardt ²⁾.

Elle fait suite au No. 2876.

Chr. Huygens y répondit par le No. 2884.

MONSIEUR

Je me suis donné l'honneur de vous écrire il y a quelques jours, où j'ay marqué d'avoir satisfait à vos ordres, en envoyant à Leipzig ce que vous aviez destiné aux Acta ³⁾. J'ay taché aussi de satisfaire aux autres points de vostre lettre.

Maintenant je profite de l'occasion favorable que M. de Tschirnhaus ⁴⁾ me fournit pour vous écrire celley, et je ne me scaurois dispenser de vous dire que j'ay vû avec admiration les effets de ses verres ardents. ⁵⁾ sur tout sur des objets,

³⁶⁾ Comparez la page 666 de la Lettre N^o. 2873 où l'on trouve le passage auquel ce postscriptum sert de réponse.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 209.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 200, Briefwechsel, p. 753.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2876 à la page 681. Il s'agit de la pièce N^o. 2875.

⁴⁾ Voir, sur von Tschirnhaus, la note 3 de la Lettre N^o. 2046, et sur ses relations avec Huygens la note 2 de la Lettre N^o. 2199, la correspondance des années 1682, 1683, 1686 et 1687 et enfin la pièce N^o. 2626.

⁵⁾ On peut consulter, sur ces verres ardents de von Tschirnhaus, son article, cité dans la note 11 de la Lettre N^o. 2748, et ses lettres à Leibniz du 13 janv. 1693 et du 27 févr. 1694; voir les pages 476, 488 et 489 du „Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz” publié par C. I. Gerhardt.

qui ont paru indomtables aux fourneaux des chymistes. Mais comme vous en verrés des objets incomparablement plus grands par le moyen des verres qu'il a déjà envoyés en Hollande ⁶⁾, je n'en diray point d'avantage.

Il m'a aussi montré des Theoremes de Geometrie, d'une grande beauté et generalité, et plusieurs autres belles pensées. Mais vous en estes meilleur juge que moy, et j'espere qu'en retournant, il me fera part du profit qu'il aura fait chez vous. Car si j'estois capable de luy porter envie, ce seroit de l'avantage qu'il aura de vous voir.

Je suis avec zele

MONSIEUR

Votre trefhumble et trefobeissant serviteur

LEIBNIZ.

Hanover 8 Septemb. 1694.

N^o 2878.

CHRISTIAAN HUYGENS à DE ROSEN.

1^{er} OCTOBRE 1694.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Ce 1 Oct. 1694.

MONSIEUR

Je reconnois l'honneur que S.[on] A.[ltesse] Sme.[eremissime] ¹⁾ me fait et a ma nouvelle invention, en ce qu'elle daigne tesmoigner quelque envie de la voir, et je luy procurerois avec joye une horloge pareille a celle que j'ay fait construire ²⁾, s'il n'y avoit deux raisons qui me le defendissent, et que je crois que vous trouverez legitimes. L'une est que je dois proposer ce nouveau moien de trouver les Longitudes a Mrs. les Directeurs de la Compagnie des Indes, dans l'esperance d'en estre bien recompensé, ce que pour quelques

⁶⁾ Dans la dernière des lettres citées dans la note précédente, von Tschirnhaus rapporte qu'il a envoyé un de ses verres ardents en Hollande pour le Roi d'Angleterre, c'est-à-dire pour Willem III.

¹⁾ Karl, landgrave de Hesse-Cassel; voir la Lettre N^o. 2401, note 4.

²⁾ Voir, entre autres, la Lettre N^o. 2859, à la page 626.

considerations je n'ay pas fait encore. L'autre est la crainte que quelque plagiaire n'aille s'attribuer mon invention si je ne la publie premierement en mon nom, comme j'ay dessein de faire en faisant imprimer la description et la demonstration de tout ce qui la regarde. Comme c'est vous Monsieur qui par le raport avantageux que vous en avez fait avez excité la curiosité de S. A. S. de qui je ne scaurois assez admirer l'inclination aux belles connoissances, je vous supplie tres-humblement de faire accepter par elle, les excuses que je viens d'alleguer. Je vous assure, que c'est avec beaucoup de regret, et que je n'en ay pas moins de ce qu'a cette premiere occasion je ne puis vous donner une legere preuve du zele avec lequel je suis

MONSIEUR

Vostre &c.

Ce que vous eustes la bonté de me mander touchant le passage des Troupes de S. A. S. s'est effectuè, a ce que nous venons d'apprendre, et quant et quant les heureux succés des armes du Prince de Bade ²⁾, et la prise de Huy ³⁾. Il n'y a pas encore des nouvelles certaines du bombardement de Dunquerque ⁴⁾. Cependant voila que la face des affaires commence bien a changer, de quoy Dieu soit louè.

A Monsieur DE ROSEN,
aupres de S. A. S^{me} Monsr. le Landgrave de Hesse.

²⁾ Ludwich Wilhelm I, margrave de Bade, maréchal de l'Empire et lieutenant-général d'Autriche, né à Paris le 8 Avril 1655. En 1675, il combattit contre Turenne dans l'Alsace; après la paix de Nimègue, en 1678, il succéda à son grand-père. En 1693, il commanda l'armée impériale allemande et prit Heidelberg. Après s'être concerté avec le roi William III à Londres, il envahit en 1694 l'Alsace. Il mourut à Rastadt le 4 janvier 1707.

³⁾ Huy avait été reprise le 28 septembre 1694 par les alliés, après un siège de 9 jours conduit principalement par Coehoorn.

⁴⁾ L'entreprise contre Dunquerque n'eut aucun succès.

N^o 2879.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL À CHRISTIAAN HUYGENS.

4 OCTOBRE 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2859.**Chr. Huygens y répondit par une lettre que nous ne connaissons pas²⁾.*

A Paris ce 4 octobre 1694.

Je commence par vous demander milles pardons Monsieur du longtems que j'ai été sans faire reponce à vôtre derniere du 16^e Juin. La mort de mon beau-pere qui est arrivée dans ce temps et qui m'a obligé de faire de petits voyages à la campagne pour des affaires de famille m'en a empesché. De sorte que depuis 8 ou 10 mois j'ai été entierement occupé a des choses differentes des mathematiques par l'embaras ou m'ont jetté les pertes que nous avons faites de l'oncle³⁾ et du pere de ma femme⁴⁾. Je suis bien fasché de l'indisposition que vous avez eue, non seulement parce que je m'y interesse particulièrement, mais aussi parce que les mathematiques que vous avez poussées si loin y perdent beaucoup. Il me semble pourtant sur ce que vous me mandez que vous ne les avez pas tout a fait negligées, la decouverte de vos horloges sur la mer etant d'une consequence extreme. J'espere que vous voudrez bien en faire part au public puis qu'elles reussissent ce qui me donnera occasion de les admirer comme j'ai toujours fait tout ce qui est venu de vous.

A legard de vôtre dispute avec Mr Renaud je puis vous assurer qu'il ne m'a point communiqué sa reponse⁵⁾ quoique je le connoisse très particulièrement. Ce n'est pas qu'il ne me soit venu chercher mais il ne m'a pas trouvé, et il a été très peu de temps à Paris cet hyver parce qu'on la envoyé assez promptement sur les côtes. Quand même je l'aurois vû je ne sçais si je serois venu à bout de le faire changer de sentiment; car quand on est entrété sur tout dans les questions ou la phisique a part, je trouve qu'on en revient difficilement. Il me semble que si vôtre replique⁶⁾ dont Mr de la Hire ma fait part ne suffit pas pour cet effet, il seroit assez inutile que d'autres l'entreprissent.

La demonsturation que vous m'envoyez pour ma regle touchant les rayons des

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 319.

²⁾ Elle était datée du 27 janvier; voir la réponse de de l'Hospital du 21 février 1695.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2847.

⁴⁾ De l'Hospital avait épousé Marie Charlotte de Romilly de la Chesnelaye, de laquelle il eut un fils et trois filles.

⁵⁾ La pièce N^o. 2848.

⁶⁾ La pièce N^o. 2869.

developpées des paraboloides est conforme à la mienne. Je crois que ma quadrature de la feuille de Descartes par les appliquées à l'axe fera fort differente de celle de Mr. de Volder; car elle est uniquement fondée, comme je vous ai déjà mandé ⁷⁾ sur quelques regles que j'ai pour prendre les sommes et dont je vous ferai part lorsque j'aurai un peu de loisir. Je n'ai plus de curiosité de voir ce qu'il y a de Mr Neuton dans le livre de Vallis apres ce que vous me mandez. J'avois fait écrire à Mr Leers ⁸⁾ de m'apporter le traité de Vallis de algebra mis en latin, cependant il me l'a apporté en anglois ⁹⁾, ce qui m'est fort inutile puisque je n'entens pas cette langue.

Je pars pour m'en aller du côté de Lyon en Bresse, où sont les terres dont nous avons herité de feu Mr d'Autremonts. Si vous me faites l'honneur de m'écrire on m'enverra vos lettres et j'aurai soin d'y répondre exactement vous assurant que je suis sans aucune réserve

MONSIEUR

vôtre tres humble et tres obeissant serviteur

LE M. DE LHOSPITAL.

holande

A Monsieur

Monsieur HUGENS DE ZULICHEM

Seignr. de Zehelem int noordeinde naast de Crabte

A la Haye.

⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2843, à la page 580.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2883, note 1.

⁹⁾ Voir, sur cette édition anglaise, la Lettre N°. 2660, note 3.

N^o 2880.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

24 OCTOBRE 1694.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek¹⁾ et C. I. Gerhardt²⁾.
Elle fait suite au No. 2877.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2884.*

MONSIEUR

Je vous auois écrit dernièrement par Mr. de Tschirnhaus qui n'en auoit point besoin. Mais apresent je prends la liberté de vous adresser un de mes amis³⁾, qui est encor d'un tres grand merite en son genre, et qui espere que vostre recommandation luy servira beaucoup, pour mieux insinuer un dessein de negoce, où il s'est engagé avec quelques personnes considerables, et qu'il veut proposer au Roy et à Messieurs les Etats, pour en auoir l'agrement, l'octroy et la protection. Je ne suis pas des plus disposés à la credulité, et il y a peu de nouueaux avis, qui se trouuent praticables. Mais cette affaire paroist si plaufible, et si convenable au temps et aux intentions de Sa Majesté, que je croy qu'on ne risque rien en luy donnant de l'applaudissement. Il vous en dira tout le detail, qu'il ne veut pourtant pas encor publier avant que d'en auoir jetté les fondemens.

En cas que vous en formiés le même jugement que moy, je ne doute point, Monsieur, que vous ne le favorisiés de recommandations proportionnées, auprés du Roy, par Monsieur vostre frere⁴⁾, et aupres de Messieurs les Estats par M. le Pensionnaire⁵⁾. Le personnage a acquis une tres grande experience en ces choses par

¹⁾ Chr. Hugenii etc., Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 210.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 201, Briefwechsel, p. 754.

³⁾ Krafft, voir la Lettre N^o. 2884. Johann Daniel Krafft, Conseiller de Commerce de l'Electeur de Saxe, se trouve mentionné dans l'ouvrage du Docteur Eduard Bodemann, bibliothécaire royal à Hannover: „Der Briefwechsel des Gottfried Wilhelm Leibniz“, comme un des correspondants de Leibniz; la bibliothèque de Hannover possède de lui 157 lettres avec 9 réponses de Leibniz, sur divers sujets de chimie, technologie, industrie et commerce. Nous l'avons déjà rencontré, dans la note 15 de la Lettre N^o. 2192, comme celui qui avait mis en vogue les expériences avec le phosphore. Il résulte de l'article du Journal des Sçavans, cité dans cette note, qu'il avait, en 1675 ou en 1676, séjourné à Batavia.

⁴⁾ Constantyn Huygens, secrétaire de Willem III.

⁵⁾ Anthonie Heinsius, fils d'Anthony Heinsius et de Maria Dedel, né à Delft le 22 novembre 1641, fut pensionnaire depuis 1690 jusqu'à sa mort, le 3 août 1720.

son aage avancé, et par la quantité d'affaires de cette nature, qui luy ont passé par les mains, ayant esté employé par plusieurs Princes, qui en ont fait grand cas, mais particulièrement Jean Philippus Electeur de Mayence⁶⁾, qui estoit un des plus habiles Princes de son temps, et le defunt Electeur de Brandebourg⁷⁾ l'honnoient d'une confiance extraordinaire, et se servoient de ses avis en telles matieres. Il a esté plus d'une fois tant en Hollande qu'en Angleterre, et il a même fait autres fois le voyage de l'Amerique. C'est d'ailleurs une personne extremement reglée et éloignée des vanités, qui rapporte tout au bon usage, et affecte l'ancienne simplicité. Il y a plus de 20 ans que je le connois, tousjours en reputation d'un homme tres sage et laborieux. Ainsi pour luy rendre justice et pour vous en mieux informer; il a fallu que je vous fisse son caractère. Au reste je me rapporte à mes precedentes, estant avec un tres grand zeile

MONSIEUR

Vostre trefhumble et tres obeissant ferviteur

LEIBNIZ.

P. S. M. de Tschirnhaus en repassant par icy m'a confirmé dans l'opinion que j'ay de vos bontés pour moy, et comme je l'avois chargé de vous sonder, si vous souffririez la presente recommandation, ce qu'il m'a dit la dessus m'a encouragé d'avantage à vous écrire cellecy.

Hanover $\frac{14}{24}$ Octobre 1694.



⁶⁾ Johann Philip van Schönborn, né en 1605, mort en 1673.

⁷⁾ Friedrich Wilhelm, le grand Electeur, était mort le 9 mai 1688.

ces, ce qui me fait douter de sa prétendue démonstration, malgré l'opinion que j'ay de son sçavoir, & l'assurance qu'il donne de la certitude de ses regles de Mechanique, qu'il dit estre établis dès longtemps, & dont il ne croit pas que j'ose disconvenir.

Quoy qu'il en soit, comme toute nôtre dispute est reduite à sçavoir si la force que le poids Q fait selon BG ⁷⁾, est à la force que le mesme poids fait selon BK , comme la ligne BG est à la ligne BK , ainsi que M. Huguens le pretend, ou bien comme le carré de BG est au quarré de BK comme je le pretend, j'essayeray encore de convaincre Monsieur Huguens.

Mais pour éviter les équivoques, je diray qu'un petit corps a la mesme puissance qu'un grand, lorsque la vitesse du petit est à celle du grand, comme le grand corps est au petit; ce qui fait qu'un petit corps est en équilibre avec un grand, lorsque par le moyen d'une machine ou de cordes, l'un ne sçauroit se mouvoir sans faire mouvoir l'autre, en telle sorte que la vitesse de l'un soit à la vitesse de l'autre, en raison reciproque de leurs masses, c'est-à-dire que le produit de la masse de l'un par sa vitesse, soit égal au produit aussi de la masse de l'autre par sa vitesse.

Je dis de plus que comme le point R est supposé infiniment éloigné de B , toutes les lignes tirées du point R sur la ligne BK sont toutes égales, & font des angles droits avec la ligne BK , aussi bien que celles tirées du mesme point R sur la ligne OG , c'est-à-dire que RB est égale à RK , & que l'angle RKB est égal à l'angle droit RBX , & la ligne RO égale à la ligne RG , enfin que l'angle $RG O$, est droit.

De mesme imaginant le point X à l'infini, XB est égale à XO , & XK à XG , & les angles XOB & XGK sont droits ⁸⁾.

Présentement imaginons-nous que la ligne BG exprime la grandeur du poids

Ingénieur General de la Marine en France. Extraite de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans du mois d'Avril 1694 à l'article V^o.

C'est à l'obligeance de M. Delisle, administrateur de la Bibliothèque Nationale à Paris, que nous devons la connaissance de cette seconde réponse de Renau, dont l'existence, comme aussi celle de la nouvelle réplique de Huygens, notre N^o. 2882, semble avoir échappé à s'Gravesande; il ne les a pas reproduites dans les „Opera Varia” avec les autres pièces qui se rapportent à la polémique Huygens-Renau.

²⁾ Voir la pièce N^o. 2848.

³⁾ Voir la pièce N^o. 2826.

⁴⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N^o. 2813, note 17.

⁵⁾ Dans la pièce N^o. 2869.

⁶⁾ Voir, pour les passages cités, la page 656 de la pièce N^o. 2869.

⁷⁾ La figure du texte a été calquée sur celle de l'ouvrage original.

⁸⁾ On trouve encore imprimé en marge: „Il faut icy imaginer les lignes tirées RK , KG : XO , XG ”.

Q, & qu'il y ait une poulie en X par dessus laquelle passe la corde BX, à laquelle tienne un poids T de la grandeur de BK. Si la corde BR est attachée en R, je dis que le poids T est en équilibre avec le poids Q, c'est-à-dire que la puissance du poids Q selon BK, est égal à la puissance du poids T, par la raison que le point B ne peut venir par exemple au point K, sans que le poids T ne monte de la quantité BK, & alors le poids Q descend de la quantité BP. Donc par la disposition de ces cordes le poids Q ne peut pas descendre sans faire monter le poids T, en telle sorte que la vitesse du poids Q en descendant, ne soit à la vitesse du poids T en montant, comme BP est à BK; Mais à cause des triangles semblables, BP est à BK, comme BK est à BG: Donc la vitesse du poids Q en descendant, est à la vitesse du poids T en montant [sic], comme le poids T est au poids Q; & par conséquent le rectangle de BG & de BP qui représente la puissance du poids Q, parce que c'est le produit de sa vitesse par sa masse, est égal au carré de BK, qui représente la puissance du poids T, à cause que c'est aussi le produit de la vitesse du poids T par sa masse; & ces deux puissances étant égales, ces deux poids sont en équilibre, & par conséquent le carré de BK exprimera la puissance du poids Q selon BK.

De même le point X étant fixe, si l'on suppose une poulie en R comme on en a supposé une en X, & qu'on suspende à la corde BR prolongée un poids Y, de la grandeur BO, ce poids sera en équilibre, avec le poids Q, & en faisant le même raisonnement que pour le poids T, on verra que la puissance du poids Q selon BO, sera exprimée par le carré de BO.

D'où il s'ensuit que la puissance du poids Q selon BK, est à la puissance du même poids selon BO, comme le carré de BK est au carré de BO, & non pas comme BK est à BO, comme il suit du principe de M. Huguens.

Soit encore considéré le poids Q suspendu en B, le poids Y en R, & le poids T en X, je dis que le poids Q sera en équilibre avec ces deux poids; Parce que le point B ne peut venir par exemple au point G, sans que le poids T ne monte de la quantité BK, & le poids Y de la quantité BO, comme il se voit par ce que j'ay dit cy-devant, & alors le poids Q descend de la quantité BG; Donc par la disposition de ces cordes, le poids Q ne peut pas descendre sans faire monter ces deux poids, en telle sorte que la vitesse du poids Q en descendant, ne soit à la vitesse du poids T en montant, comme BG est à BK, & à la vitesse du poids Y, comme BG est à BO, & alors la puissance du poids Q selon BG, est exprimée par le carré de BG, parce que c'est le produit de la vitesse du poids Q par sa masse; & par la même raison le carré de BK exprime la puissance du poids T, & le carré de BO, celle du poids Y: & comme ces deux carrés sont égaux au carré de BG, la puissance du poids Q selon BG, est égale aux deux puissances des deux autres poids, & par conséquent le poids Q est en équilibre avec les deux autres poids.

D'où il suit que la puissance du poids Q selon BG, est à la puissance du poids T, comme le carré de BG est au carré de BK, & à la puissance du poids Y, comme le carré de BG est au carré de BO.

Mais on a fait voir cy-devant que la puissance du poids Q selon BK, estoit égale à la puissance du poids T, & selon BO, à la puissance du poids Y, donc la puissance du poids Q selon BG, est à la puissance du même poids selon BK, comme le carré de BG est au carré de BK, & non pas comme BG est à BK, comme le prétend M. Huguens, & a la puissance selon BO, comme le carré de BG est au carré de BO.

D'où l'on voit que si le Vaisseau HM a sa quille dirigée selon HBM, & sa voile CBD, perpendiculaire sur BG, le vent AB le pousse selon BG & selon BK, comme fait le poids Q, si la corde BR censée infiniment longue, & attachée en R, fait que le Vaisseau ne puisse se mouvoir que le long de BK : on voit dis-je que le Vaisseau ira de B en K en même temps qu'il auroit été en G, s'il fendoit l'eau également de tous costez, & non pas en S, comme veut M. Huguens⁹⁾.

Ensuite M. Huguens pour *indiquer en peu de mots ce qui a pu donner occasion à mon erreur*¹⁰⁾ prétendû, continuë de cette sorte¹¹⁾. *Je diray seulement que l'origine de l'erreur...*

Je ne comprends pas comment M. Huguens cite cet endroit comme l'origine de mon erreur : car puisque selon luy, *en suppléant le mot d'égaux, la démonstration & ce qu'elle conclut, sont comme il faut* : il s'ensuit seulement qu'il s'exprime dans cet endroit un peu plus exactement que moy ; ce qui au fond n'est point une faute, d'autant plus que par ma démonstration, ni dans les conséquences que j'en ay tirées, on ne peut pas entendre la chose autrement : & en cela, j'ay suivi un usage assez ordinaire aux Geometres qui se servent du mot de *ligne*, pour spécifier *une ligne droite*, lors qu'il n'y a point danger d'équivoque.

J'espère que ce que je viens de faire voir à M. Huguens suffira pour luy prouver, & aux personnes versées dans les Mathématiques qu'il cite¹²⁾, que ce qu'ils croyoient une erreur capitale dans mon Traité de la Manoeuvre des Vaisseaux, n'est point une erreur, & que je ne raisonne pas tout-à-fait si mal qu'il dit à la fin de sa réplique, quoy-que je ne fasse pas profession de Mathématiques. Et je puis assurer M. Huguens, que si ce que je prens la liberté de luy avancer ne me paroïssoit pas tres-évident, je l'abandonnerois sans peine, & je l'avouërois publiquement, en me condamnant moy-même, comme j'ay fait dans ce qui regarde la position du Gouvernail, quoy-qu'il me fist l'honneur de m'approuver dans cet endroit.

FIN.

⁹⁾ Consultez, sur la construction du point S, la page 655 de la pièce N°. 2869.

¹⁰⁾ Comparez le second alinéa de la page 655.

¹¹⁾ Voir la page 657 de la pièce N°. 2869.

¹²⁾ Voir la page 655.

N^o 2882.

CHRISTIAAN HUYGENS à BASNAGE DE BEAUVAL,
Rédacteur de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans.

[NOVEMBRE 1694].

*La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens¹⁾.**La pièce a été publiée dans l'Histoire des Ouvrages des Sçavans²⁾**pour les mois de septembre, octobre et novembre 1694, sous le mois de novembre pp. 128 et 129.**Elle est la réplique au No. 2881.*

Ayant déjà tâché deux fois³⁾ (Mr. Huygens)⁴⁾ en vain de defabufer M. Renau, touchant les erreurs qu'il y a dans son livre de la Manoeuvre, je crois que ce feroit perdre le tems que de vouloir insister davantage, après ce que j'ai dit dans ma replique que vous avez inferée dans le mois d'Avril 1694. J'en demeure donc là: & puis qu'il a bien voulu faire imprimer cette replique ensemble avec la réponse

¹⁾ Elle occupe la page 126 du livre J, où elle porte la suscription: „Raisons qu'a M. Huguens pour ne plus continuer la dispute avec mr. Renau touchant la Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux". Elle y est précédée par le projet suivant, inachevé, d'une réponse à la pièce N^o. 2881:

„Comment il devoit conclure en faisant mention de la resistance de l'eau”:

„Il n'est pas estrange que nos conclusions de mr. Renau et de moy soient differentes, puis que nos definitions different. Moy, apres avoir exprimé la force, dont le vent pousse le voile CD [voir la figure de la pièce N^o. 2881] selon BG, par un certain poids Q, par ex. de 100 livres, je dis que ces 100 livres sont la *force*, par laquelle le point B est tiré en bas suivant la perpendiculaire BG. Et ce point B estant obligé par la corde BR d'aller par la droite BK, je dis que le poids T capable de l'empescher de suivre cette voie, est la *force* dont ce point B est tiré suivant BK. mais mr. Renau appelle la *force* que le poids fait selon BG, le produit de sa pesanteur et de sa vitesse a descendre, comparant ce produit avec celui de la pesanteur de T avec sa vitesse a monter pendant que Q descend le quel produit il prend aussi pour la force du poids T. Il met ensuite le mot de *puissance* au lieu de *force* pour ces produits. Nous n'entendons donc pas la mesme chose luy et moy par le mot de *force*. Mais je ne luy disputeray pas sa definition; on peut entendre force ou puissance comme il le fait. Voions a quoy aboutit son raisonnement en ce qui *est* des vitesses du vaisseau dont il est question”.

„Il demontre fort bien que le poids Q est en equilibre, soit avec le poids T, quand le point R est fixe; soit avec le poids Y quand le point X est fixe; soit en fin avec les deux poids T et Y, quand ils pendent sur des poulies X et R. Ce sont des choses connues dans la mecanique, et qui ne souffrent point de doute.

„Il est encore vray, ce qu'il dit”.

²⁾ Elle fait partie de l'article X, intitulé „Extraits de diverses Lettres”.

³⁾ Voir les pièces N^o. 2826 et N^o. 2869.

⁴⁾ Les mots entre crochets ont été intercalés par Basnage de Beauval. Dans la minute la pièce débute comme il suit: „Ayant tasché en vain par deux fois de desabuser”, etc.

qu'il y a faite, je ne suis pas en peine que ceux ⁵⁾ qui auront bien examiné ces deux pieces, puissent juger en sa faveur. Je croi même que Mr. Renau après avoir considéré plus à loisir mes objections, pourra reconnoître sa faute, puis qu'il agit ⁶⁾ de bonne foi, & qu'il ne soutient sa Theorie que parce qu'il est persuadé que la raison est de son côté. Il pourra s'appercevoir qu'il explique mal dans cette dernière reponse à quoi se réduit nôtre dispute; puis qu'il prend le mot de force ou de puissance ⁷⁾ dans un autre sens que je ne l'ai pris: d'où il arrive aussi nécessairement, à cause des différentes definitions, qu'il prend des conclusions différentes des miennes. Mais celle où il determine les espaces que doit parcourir le vaisseau dans les deux cas, suit si peu de son raisonnement précédent, que je m'étonne qu'il l'ait pu prendre pour legitime. Il verra ⁸⁾ ici ce que m'écrivent touchant nôtre différent deux illustres Geometres, que je pourrai nommer s'il est nécessaire; après leur en avoir demandé la permission. L'un ⁹⁾ conclut par ces mots ¹⁰⁾. *Quand on est entêté, sur tout dans les questions où la Physique a part, je trouve qu'on en revient difficilement. Il me semble que si votre replique ne le fait point, il seroit assez inutile que d'autres l'entreprissent.* L'autre ¹¹⁾ dit: j'ai vu avec chagrin que Mr. Renau ne s'est pas rendu à vos raisonnements ¹²⁾, & qu'il se croyoit assez fort pour s'opposer tout seul & à vous, & à tout ce qu'il y a de Mathematiciens au monde; j'aurois été tenté de joindre mes raisons aux vôtres, & d'imprimer une double demonstration que j'ai de la proposition que l'on conteste, si &c.

⁵⁾ La minute a : „les Geometres”.

⁶⁾ La minute a : „puis qu'il paroît qu'il agit”.

⁷⁾ Dans la minute les mots „ou de puissance” manquent. Comparez d'ailleurs, pour mieux saisir la portée de ce qui va suivre, le projet de réponse reproduit dans la note 1.

⁸⁾ La minute intercale ici les mots „au reste”.

⁹⁾ De l'Hospital. Consultez la Lettre N°. 2879.

¹⁰⁾ La minute a : „L'un en ces mots”.

¹¹⁾ Probablement de la Hire. Comparez la Lettre N°. 2859, à la page 624.

¹²⁾ Au lieu de ce qui précède on lit dans la minute „L'autre. j'ay vu avec quelque indignation que Mr. Renau ne se rendoit qu'à demi à vos raisonnemens, et” etc.

N^o 2883.CHRISTIAAN HUYGENS à A. LEERS ¹⁾).

27 DÉCEMBRE 1694.

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Haghe den 27 Dec. '94.

Mijn Heer LEERS.

Ick fend hier nevens weder het pack met Fransche prenten, in welcke ick niets gevonden heb dat van mijn gaedingh is. Ick ben te laet gekomen, foo ick wel sien kan aen de lijst die UE aen de Heer van St. Annelant ²⁾ gevonden heeft. Ick sende oock hier nevens het boeck van Renaldini ³⁾, en bedanckende UE voor 't geficht van alles, blijve

UE dienstw. dienaer

CHR. HUYGENS.

N^o 2884.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

27 DÉCEMBRE 1694.

*La lettre se trouve à Hannover, Bibliothèque royale.**La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La minute a été publiée par P. J. Uylenbroek ¹⁾, la lettre par C. I. Gerhardt ²⁾.**La lettre est la réponse aux Nos. 2876, 2877 et 2880.**Leibniz y répondit par le No. 2893.*

A la Haye ce 27 Décembre 1694.

MONSIEUR

Il y a desja quelque temps que Mr. Craft ³⁾ m'a rendu la lettre dont vous l'aviez voulu charger pour moy ⁴⁾; et comme il doit vous ecrire demain, il vient

¹⁾ Voir, sur Aernout Leers, la Lettre N^o. 1908, note 8. ²⁾ Philips Doublet.

³⁾ Carlo Renaldini; voir la Lettre N^o. 723, note 5. En 1693 il publia une „Philosophia naturalis” en 3 volumes in-f^o.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 211.

La minute ne diffère sensiblement de la lettre que dans quelques endroits que nous indiquons dans les notes.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 202, Briefwechsel, p. 755.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2880, note 3. ⁴⁾ La Lettre N^o. 2880.

de me prier de pouvoir vous envoyer en mesme temps quelque mot de ma part; car pour faire responce à celle que vous m'avez fait l'honneur de m'escire du 14^e Sept., je luy ay dit qu'elle contenoit trop de choses differentes pour que j'y puisse satisfaire presentement.

Ce Mr. Craft, que je connoissois de reputation depuis l'invention du phosphore⁵⁾, est veritablement, comme vous dites, un homme de merite et de bon sens, et qui a appris bien des choses par ses longues experiences en matiere de Physique. J'ay donc pris plaisir à l'entretenir plus d'une fois. Il m'a communiqué le dessein de la nouvelle manufacture, et m'en a apporté un echantillon, par lequel il semble que la chose pourroit avoir un bon succes. Toutefois j'ignore en quoy consiste le secret⁶⁾, et à ce que je vois, c'est en Angleterre qu'il pretend commencer à le mettre en pratique, devant que d'en parler icy à personne. Lors que j'auray occasion de le servir, je le feray autant qu'il fera dans mon pouvoir.

J'ay esté fort aise de la visite peu attendue⁷⁾ de Mr. Tschirnhaus au mois de Sept. dernier. Mais le malheur voulut, à cause du temps couvert, que je ne pus voir l'effect du verre brulant qu'il m'apporta d'environ 14 pouces. C'est un avantage de ces verres de bruler de haut en bas, parce que la matiere qu'on y expose se peut placer sur un charbon qui augmente la force du feu. Mais sans cela je ne scaurois croire que ses verres, quand ils feroient de 2 pieds, comme il dit en avoir, pussent egaler la force du miroir concave de 3 pieds, que nous avions à l'Academie de Paris, qui faisoit degouter les clous de fer en peu de temps⁸⁾. Je me persuade au reste qu'on pourroit esperer de plus grands effects des miroirs concaves de verre, avec de la feuille derriere, comme une personne en fait icy à la Haye, qui sont d'une matiere claire et d'un poli tres beau. Mais il faudroit les faire de 3 ou 4 pieds, ce qui me semble tres possible, au lieu qu'ils ne sont jusqu'icy que d'un pied. Un petit miroir plat adjouté aupres du foier pourroit reflechir les raions en bas pour bruler sur le charbon. Mr. de Tschirnhaus me dit à la haste quelque chose de ses inventions⁹⁾ qu'il extolloit fort; nous les verrons peut-estre expliquées quelque jour dans le Journal de Leipzig¹⁰⁾. Ce que vous y avez derniere-

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 2192, note 15.

⁶⁾ Dans la minute Huygens annota : Machine Arithm. Très probablement ces mots n'ont d'autre signification que celle d'un memorandum d'un sujet à traiter dans la suite de la lettre.

⁷⁾ Les mots : peu attendue ne se trouvent pas dans la minute.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2274, note 3.

⁹⁾ La minute ajoute : nouvelles en geometrie et remplace ce qui suit par les mots : lesquelles nous verrons peut estre expliquées quelque jour dans les Acta de Leipzig.

¹⁰⁾ Les „Acta” de 1695, 1696, 1697 et 1698 contiennent plusieurs articles de mathématiques de von Tschirnhaus.

ment mis, Monsieur, touchant la Paracentrique ¹¹⁾, m'a paru bon, mais j'en suis demeuré aux sommes ou je trouvois quelque difficulté, c'est-à-dire à mon égard, parce que toute votre méthode ne me demeure pas présente à l'esprit quand j'ay discontinué longtemps à m'y exercer. Et c'est pour cela que j'ay souhaité que vous l'éclaircissiez par un traité expresse, depuis les fondemens ¹²⁾. Il y a même bien du temps que je n'ay rien fait en matière de géométrie, à cause d'une certaine dissertation philosophique ¹³⁾ que j'espère de mettre au jour dans peu. C'est pourquoi je ne saurois encore répondre à votre lettre du $\frac{4}{14}$ Sept., par ce qu'il y a du calcul différentiel, qui demande que je l'étudie. J'admire cependant comment par un si étrange chemin vous êtes parvenu à la construction de la *Catenaria*. Vous aurez vu sans doute le dernier livre de Craige ¹⁴⁾, où il y a à la fin une réponse à Mr. de Tschirnhaus qu'il s'est attiré par sa violente censure. Votre calcul est beaucoup employé et loué dans ce traité. Mr. Craft m'a dit que vous aviez achevé votre machine arithmétique, qui doit être une pièce merveilleuse, et dont l'exécution sans doute vous aura coûté bien de la peine, puis que celle qu'avait fait Mr. Pascal seulement pour les additions, lui avoit grandement usé et gâté l'esprit à ce que ses amis m'ont dit ¹⁵⁾. On pouvoit la faire incomparablement plus simple et plus commode, ce que je ne crois pas être de même de la vôtre. Je vous prie de me mander combien de chiffres et par combien elle peut multiplier, et si elle est dans la perfection que vous souhaitez, sans être sujette à manquer ni à se détraquer ¹⁶⁾.

¹⁷⁾ L'on m'a apporté un Traité manuscrit d'un Mr. de Maroles, mort martyr en

¹¹⁾ Voir l'article cité dans la note 22 de la Lettre N°. 2841

¹²⁾ Voir, entre autres, la Lettre N°. 2873, page 669.

¹³⁾ Le Cosmotheoros; voir la Lettre N°. 2844, note 6.

¹⁴⁾ Le „Tractatus Mathematicus” de 1693, cité dans la note 5 de la Lettre N°. 2748.

¹⁵⁾ Les mots : à ce que ses amis m'ont dit ne se trouvent pas dans la minute.

¹⁶⁾ On peut consulter, sur les machines arithmétiques de Pascal et de Leibniz, l'„Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, Band I, (1898—1904), Leipzig, Teubner” aux pages 960 à 967. Voir encore, sur celle de Leibniz, qui se trouve actuellement à la Bibliothèque royale de Hannover, les Lettres Nos. 1919, 2058 et 2205, et sur celle de Pascal, dont un spécimen a été pendant quelque temps entre les mains de Huygens, la note 20 de la Lettre N°. 46, ainsi que les Lettres Nos. 631, avec l'Appendice, 632, 639, 717, 722 et 1054.

¹⁷⁾ Au lieu de cette fin de la lettre, on ne trouve dans la minute que les mots suivants :

Que c'est beaucoup fait à Mr. Bernoulli d'avoir déterminé certaines choses dans sa Paracentrica, et entre autres le point où elle finit comme en A, et que je ne vois pas que par son calcul à lui on puisse inférer cela. Que je ne sçay pas pourtant si la détermination de Mr. Bernoulli est bien vraie, et si la droite AB n'est pas l'asymptote à la courbe.

France sur les galeres, où il y a des Problemes numeriques fort subtils, resolus de la maniere de Diophante¹⁸⁾. Il avoit grand commerce avec le P. Billy¹⁹⁾, et on doit me porter de leurs lettres reciproques. On a dessein d'imprimer le tout. Je n'ay jamais voulu m'amuser à ces sortes de questions, et toutefois j'aime à voir l'adresse que souvent ils demandent. Devant que finir et pour ne pas laisser cette page vuide je vous diray que dans l'invention de la Paracentrique de Mr.



Bernoulli, je trouve que c'est beaucoup d'avoir determiné certaines choses touchant cette courbe, et entre autres le point où elle finit, comme en cette figure vers A, ce qui ne me semble pas qu'on puisse inferer de vostre calcul.

Aussi ne scay je pas si la determination est bien vraie, et si la courbe n'a pas BA pour asymptote²⁰⁾. J'en voudrois bien scavoir vostre sentiment, et finissant icy je demeure en vous souhaitant tout bonheur dans la prochaine année, etc.

¹⁸⁾ Consultez, sur de Maroles et sur un des problèmes numériques dont il s'est occupé, la Lettre N°. 2455, aux pages 132—133.

¹⁹⁾ Jacques de Billy, jésuite astronome, né à Compiègne, le 16 mars 1602, mort à Dijon, le 14 janvier 1679. Il fut ami de Fermat, professeur de mathématique à Dijon et auteur de divers ouvrages d'algèbre et d'astronomie.

²⁰⁾ En réalité, les paracentriques isochrones, pour autant qu'elles partent du centre B, touchent l'axe BA à une distance finie du centre; mais elles ne s'arrêtent pas au point d'attouchement. Tout au contraire, ces courbes, dont l'équation polaire peut s'écrire sous la forme : $\sin \theta = cn^2 [2 (\sqrt{r} \pm \sqrt{b}) v_0^{-1} \sqrt{g}]$, mod. $\frac{1}{2} \sqrt{2}$, où v_0 indique la vitesse de départ du centre B et b une constante arbitraire, s'éloignent indéfiniment du centre B, touchant tour à tour l'axe BA lui-même et son prolongement de l'autre côté du centre, l'angle polaire θ oscillant entre 0° et 180° .

Ajoutons que le rapprochement asymptotique à une droite horizontale, supposé par Huygens, se présente en effet si l'on fait partir le point mobile d'un point quelconque P, situé au-dessous du centre B, dans la direction du rayon vecteur BP.

N^o 2885.CHRISTIAAN HUYGENS à [A. DU QUESNE] ¹⁾.

[1694].

La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens.

miffa

Je vous rends tres-humbles graces Monsr. de la lecture des memoires du petit neveu de Arofen ²⁾, les quelles je vous renvoie. J'y trouve a dire qu'il n'y est fait aucune mention de la Latitude du lieu ou le Capt. Gonneville ³⁾ a fait un sejour de 6 mois. ni de la route qu'il a tenu en y allant ni au retour. Cela peut faire douter si ce lieu n'a pas esté quelque grande isle au lieu du continent de la Terre Australe, ou peut estre mesmes l'Amerique puis qu'on ne dit pas combien de temps la tempeste et le calme leur a duré lors qu'ils furent portez sur cette coste, ni de quel costé venoit le vent qui les chassoit. Pour vostre voiage de dannemarc vous me surprenez en me disant qu'il est si proche. Je ne vous en diray pas autre chose icy puisque j'auray l'honneur de vous voir devant vostre depart, je me plaindray seulement du tort que vous me faites en doutant que vos visites puissent m'incommoder. Vous devez estre seur du contraire et que je suis avec beaucoup d'affection et d'estime.

MONSIEUR

Vostre &c.

¹⁾ La lettre ne porte ni date, ni adresse, mais la suivante, qui se trouve écrite sur la même feuille, nous semble suffire à les déterminer, au moins approximativement quant à la date. Ajoutons que de la Lettre N^o. 2839 il résulte qu'au 30 novembre 1693 du Quesne se trouvait encore à la Haye.

Sur Abraham du Quesne, seigneur de Monros, voir la Lettre N^o. 2739.

²⁾ Voir la note 3.

³⁾ Probablement Binot Paulmier de Gonneville, navigateur, né à Honfleur vers le milieu du 15^e siècle, qui, après une expédition aventureuse dans les Indes, prétendit avoir découvert au delà du Cap de Bonne Espérance une terre, demeurée depuis inconnue, mais qui longtemps a été désignée sous son nom sur les cartes.

Gonneville avait amené avec lui l'indien Essoméric, dont l'arrière-petit-fils fut l'abbé Paulmier de Gonneville, qui publia les „Mémoires touchant l'établissement d'une mission chrétienne dans le 3^e monde autrement appelé la terre Australe méridionale, dédiés à N. S. P. Pape Alexandre VII par un ecclésiastique de cette même terre Australe". Paris, 1668. in-8°. C'est bien probablement ce livre que Huygens avait eu de du Quesne.

N^o 2886.CHRISTIAAN HUYGENS à [E. BARTHOLINUS] ¹⁾.

[1694].

*Appendice au No. 2885.**La minute²⁾ se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

non missa

In Daniam profecturus comes de Monreau celeberrimi Duquesnij filius olim apud Gallos Classium Praefecti, hacce a me exegit, quibus aditum ad Te pararet, de cujus ingenio ac singulari in rebus mathematicis peritia saepe me narrantem audijffet. Agnosces facile egregiam viri indolem ac ingenuitatem, quas paucis his annis quibus apud nos egit ita mihi probavit, ut non possem non eum amare plurimum atque in amicorum numero habere. Cum patri suo comes omnia Europae maria obierit sitque rei maritimae et navalis architecturae intelligentissimus, saepe de his inter nos sermo fuit, tum vero praesertim de Itineribus in Regiones adhuc incognitas suscipiendis, in quorum meditatione continue occupatum reperi, quibusque et ipse ita faveo, ut nemo magis.

Sed hoc tempore belli gravissimi cum non expectandum sit ut vel Ordinum nostrorum vel Indicae Societatis auspiciis tale quid inceptetur putabat Vestro Regi ³⁾ qui pace fruitur, facilius utiliusve id suaderi posse. Audies de his ipsum Duquesnium, et quam in partem eam Expeditionem suscipi vellet. Narrabit quoque de novo meo conatu ad inveniendas mari Longitudines, unde non parum auxilij sibi pollicetur si quando haec ejusmodi obvenient sed ne festina credere. Sum enim in eo demum ut novi cujusdam horologij equabilem motum experiar ⁴⁾ quod melius multo quam pendula navis jactationem perferet. Et si et Pendulorum jam bis a nostratibus captum sit experimentum satis felici successu ⁵⁾.

Semel ⁶⁾ iterumque ⁷⁾ ad Te literas dedi ab eo tempore cum hac transieres ⁸⁾, Librumque ⁹⁾ misi ¹⁰⁾ de Luce et Gravitate Gallice Scriptum quem an acceperis,

¹⁾ Voir, sur E. Bartholinus (Bertelsen), la Lettre N^o. 169, note 1.

²⁾ Elle se trouve écrite sur la même feuille que le N^o. 2885, et de même que cette dernière ne porte pas de date.

C'est évidemment une lettre de recommandation pour A. du Quesne, comte de Monros, laquelle n'a pas été envoyée. Elle a évidemment été destinée pour Bertelsen.

³⁾ Christian V, qui régna de 1670 à 1699.

⁴⁾ Voir, entre autres, la Lettre N^o. 2859, à la page 626.

⁵⁾ Voir, sur la première expérience de 1686 à 1687, la pièce N^o. 2519, et sur la seconde de 1691 à 1692, les Lettres Nos. 2796, 2798, 2800 et 2803.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 361 de 1656.

⁷⁾ Cette seconde lettre nous est inconnue.

⁸⁾ En août et septembre 1656; voir les Lettres Nos. 325 et 335.

⁹⁾ Le Traité de la Lumière etc. avec un Discours sur la cause de la Pesanteur.

¹⁰⁾ Par le consul de Danemarc, voir la Lettre N^o. 2569, note 1 et la Lettre N^o. 2619. Huygens lui avait fait parvenir également en 1658 son „Horologium” et en 1673 son „Horologium Oscillatorium”; voir les Lettres Nos. 511, note 2, et 1970.

adhuc ignoro ac vereor literas tuas casu aliquo intercidiſſe, quod hujus ſaltem amici mei opera cognoſcam.

N^o 2887.

CHRISTIAAN HUYGENS à ?¹⁾.

[1694].

Le ſommaire et la copie ſe trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Sommaire : Receu ſa lettre, différè de repondre faute de matiere comme Mr. Schuylenboutg²⁾ lui aura dit qui preſqu'en meſme temps me donna le traité entier de Koerſma³⁾, et me fiſt voir qu'il avoit remarqué la faute, la quelle il ſemble vouloir ſoutenir mais en vain, et ſans doute qu'il en fera maintenant convaincu; qu'en relifant l'imprimè de Koerſma je vois qu'il promet le ſecret des Longitudes qu'eſtant occupè a ajuſter mon invention d'horloges pour la mer, et voyant ce que Koerſma promet, que puis qu'il le connoit, il pourra luy en avoir dit quelque choſe, j'ay creu luy en devoir demander des nouvelles et ſi ce deſſein continue, ce que je ſerois bien aiſè de ſçavoir parce que j'y travaille encore, et ſ'il conſiſte, comme on a toujours jugè a inventer des horloges tres juſtes, et qui puiſſent ſouffrir la mer, je ne vois pas qu'il me puiſſe manquer⁴⁾.

Que je ne ſcai, ou ils en font avec la vocation d'un Professeur en mathematique, ſi cela n'eſt pas encore fait, que je recommanderois outre le Sr. Bernoulli, ſi peut eſtre on ne le pourroit avoir le Sr. Papin Professeur a Marpurgh, qui me temoigne par ſes lettres, qu'il ne ſe trouve pas aſſez bien, ni en repos, dans le poſte ou il eſt⁵⁾ et me prie de l'aider a le tirer de la, lors qu'il s'offrira quelqu'occafion. Je le connois particulièrement depuis longtems, et il a fait connoiſtre ſes talens par ſes inventions et par quelques traiteſ imprimez touchant les experiences du vuide⁶⁾, et la machine pour reduire les os en nourriture⁷⁾. Que ſes ſpeculations regardent principalement les inventions en mechanique et phyſique qui puiſſent eſtre d'uſage et qu'il poſſede aſſez la geometrie avec cela, quoyque non pas juſqu'a ces abſtruſes ſubtilitez, ou d'orenavant il commence d'y avoir de l'exces. Qu'il me ſemble, ſelon que Mr. Schuylenburg m'en parla dernièrement, qu'on ne ſe haſtoit gueres encore a remplir cette place de professeur. Qu'il verra, s'il y a occaſion de faire quelque choſe pour luy; et qu'en ce cas je le ſupplie de vouloir s'employer en ſa faveur, que je luy en ſeray obligé, die alreets geheelyck ben &c. &c.

J'affectonne Mons.^r Papin je ſuis faiſché qu'il n'eſt pas traité ſelon ſon merite, ce qui m'eſtonne parce que je ſcai que le Landgrave a de l'inclination pour les ſciences. Voir ce qu'eſcrit Wichers. Je ne connois pas ces autres Meſſieurs. Je ne ſcay pas ſi on eſt preſt de remplir la place. D'appeller Mr. Papin ſans le retenir cela ne ſe peut pas propoſer. Mr. Leibnitz n'eſt pas appellable que je crois. Ma recommandation de Bernoulli eſt un obſtacle.

¹⁾ Le ſommaire ne porte ni date, ni adreſſe. Comme il y eſt queſtion de la chaire de mathématiques, vacante à Groningen, on pourrait conjecturer que la lettre a été adreſſée à W. Wichers (voir la Lettre N^o. 2858) ſi ce n'étoit que, dans la ſeconde partie, celui-ci eſt cité comme tiers. Il eſt poſſible auſſi que cette ſeconde partie ſe rapporte à une autre lettre. Dans ce cas on ne pourrait guère douter que la première partie ne ſoit le ſommaire d'une lettre à Wichers.

²⁾ Johannes van Schuylenburgh, greffier de Willem III.

³⁾ Cet auteur nous eſt inconnu.

⁴⁾ Comparez, ſur les deſſeins que Huygens avoit avec ſes nouvelles horloges, la Lettre N^o. 2878.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2640 (Tome IX, p. 564).

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2040, note 5.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2640, note 11.

N^o 2888.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

7 JANVIER 1695.

*La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.**Const. Huygens y répondit par une lettre que nous ne connaissons pas¹⁾.*

A la Haye ce 7 Jan. 1695.

Madame de Zuylichem me dit il y a quelques jours que dans vostre dernière lettre vous vous estiez enquis où j'en estois avec mon Traité des Planetes²⁾, que l'on fouhaitoit de voir en Angleterre. J'ay donc a vous dire qu'aujourd'hui j'ay parlé a Moetjes le libraire touchant l'impression, et que nous sommes demeurez d'accord. C'est d'icy en 15 jours qu'on commencera d'y travailler, et il pourra estre achevé d'icy en 2 mois, dans quel temps vous serez peut estre icy de retour.

Williet me dit souvent qu'on demande les ouvrages postumes de mon Pere. Si vous le trouvez a propos, nous pourrions les revoir le frere de S.^t Annelandt³⁾ et moy, et les commettre aux soins du ministre et Poete Vollenhove⁴⁾, qu'est des plus assidus sollicitants, et s'offre de corriger les epreuves. N'avez vous point eu occasion de voir le Dr. Burnet auteur de l'Archæologia⁵⁾? Il semble par la preface de ce livre, qu'il avoit dessein de faire quelque Traité du mesme sujet que le mien, mais qu'a cause de son age avancé il en avoit desisté. Je voudrois bien scavoir s'il n'a pas vu les ouvrages du Cardinal de Cuse⁶⁾, dont il ne parle point, et qui pourtant a avancé des premiers, des sentiments comme luy touchant la Genese. Il doit estre bien scavant, et escrit mieux en Latin que ne font les Anglois d'ordinaire.

Souvenez vous je vous prie du livre des voïages que vous avez marqué dans vos tablettes. Toutefois voiez s'il vaut la peine d'estre lu, car si c'est le mesme dont Mr. de Berkestein⁷⁾ m'a parlé, ce n'est qu'une rapsodie, et des traductions pour

¹⁾ Le 14 janvier 1695; voir le Journal de Constantyn Huygens, II, p. 444.

²⁾ Le Cosmotheoros; voir la Lettre N^o. 2844, note 6.

³⁾ Philips Doublet.

⁴⁾ Joannes Vollenhove, né le 2 juin 1632 à Vollenhove, où son père était bourgmestre. Il étudia à Utrecht et à Groningen et fut successivement pasteur à Vledder, Zwolle et la Haye. En 1674 il accompagna la députation envoyée en Angleterre par les Etats Généraux et y reçut le grade de docteur de l'Université d'Oxford. Il mourut le 14 mars 1708. Il publia plusieurs sermons et poèmes.

⁵⁾ Voir la Lettre N^o. 2808, note 4.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2808, note 5.

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 2846, note 2.

la plus part, de quelques voïages de nos Hollandois. Il me semble que l'auteur ou le compilateur de ce livre s'appelle Narborough⁸⁾. Berckestein m'a aussi sçu dire, que vous aviez achetè de nouveau quelques desseins a la dernière vente des choses de Lely⁹⁾, lesquels je verray avec plaisir. Le vent aiant changè, on espere d'avoir des lettres d'Angleterre demain ou le jour d'après. On est curieux de scavoir a quoy aboutira l'affaire du Parlement Triennal. Vous aurez esté sans doute surpris et bien fachè de la perte qu'a fait Mad. de Zevenaar de sa fille unique. Je vous souhaite de la fantè et une heureuse année.

Mijn Heer

Mijn Heer VAN ZUYLICHEM

Secretaris van Zijne Konincklijke Maj.^t van Engelandt
Tot Londen.

N^o 2889.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL à CHRISTIAAN HUYGENS.

21 FÉVRIER 1695.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Elle a été publiée par P. J. Uylenbroek¹⁾.

Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas²⁾.

Chr. Huygens y répondit par une lettre qui nous est également inconnue³⁾.

Je n'ay receu qu'a mon arrivée à paris Monsieur vôtre lettre du 27^e janvier et comme il n'y a que peu de jours ayant été longtemps en chemin je n'ai pû vous

⁸⁾ Il s'agit de l'ouvrage suivant :

An account of Several Late Voyages & Discoveries to the South and North. towards the Streights of Magellan, the South Seas, the vast Tracts of Land beyond Hollandia Nova, &c. also towards Nova Zembla, Greenland or Spitsberg, Groyndland or Ergrondland &c. by Sir John Narborough, Captain James Tasman, Captain John Wood and Frederick Marten of Hamburgh etc. London: Printed for Sam. Smith and Benj. Walford, Printers to the Royal Society, at the Prince's arms in S. Paul's Church Yard. 1694, in-12°.

Constantyn, frère, d'après son „Journal”, acheta ce livre pour Christiaan, le 22 janvier.

⁹⁾ Pieter van der Faes ou Pieter de Lely, voir la Lettre N^o. 1124, note 8.

¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 321.

²⁾ Celle du 27 janvier 1695, citée dans la présente.

³⁾ L'absence de ces lettres est due très probablement à ce que l'état de plus en plus souffrant de Christiaan Huygens l'a empêché de mettre en ordre sa correspondance.

faire reponse plutôt. Je prens toute la part possible à votre incommodité et je souhaiterois bien que cela ne retardast point l'impression de vos excellens ouvrages. Ne ferez vous point paroître votre pendule ? qui ne craint point les secousses de la mer⁴⁾, il me semble que cette invention meriteroit bien d'être publiée.

Je ne doute pas qu'autrefois Mr Bernoulli le medecin n'eust accepté la proposition que vous me faites pour lui, mais a present qu'il est établi à Basle s'y étant marié et s'étant fait passer docteur en medecine je ne sçais s'il voudra prendre ce parti⁵⁾. Il me sera cependant tres facile de vous éclaircir la-dessus car je n'ai qu'à le lui mander⁶⁾ et sans commettre en aucune sorte Mrs. les Curateurs je saurai positivement dans quel dessein il est : mais auparavant je crois qu'il seroit a propos que vous me fissiez sçavoir ce que vaut cette chaire de mathematique afin qu'il puisse prendre la-dessus de justes mesures ainsi j'attendrai votre reponse avant de rien faire.

Je serois bien aise que votre dernière reponse parût⁷⁾ car Mr Renaud trouve toujours ici des partisans, et meme Mr Bernoulli le medecin m'a mandé qu'il

⁴⁾ Comparez la Lettre N°. 2859 à la page 626.

⁵⁾ Bernoulli, toutefois, a accepté la chaire de Groningen. Il l'occupa depuis décembre 1695 jusqu'en 1705.

⁶⁾ Voir le début de la Lettre N°. 2892 et consultez la note 2 de cette lettre.

⁷⁾ Comparez la pièce N°. 2882. Elle parut dans le numéro de l'„Histoire des ouvrages des Sçavans” pour les mois de septembre, octobre et novembre 1694, sous le mois de novembre, mais il est très possible, et l'ignorance de de l'Hospital le ferait présumer, que ce numéro a été antidaté, tout comme celui pour les mois de mars, avril et mai de la même année; voir la note 1 de la pièce N°. 2869.

⁸⁾ Dans la préface de l'ouvrage de 1714, cité dans la note 12 de la pièce N°. 2826, Bernoulli raconte comme il suit ce qui s'était passé à ce sujet entre lui et de l'Hospital, décédé en 1704. „Feu Monsieur Huygens s'étant trouvé d'un sentiment different” [d'avec Renau] „sur quelques principes, forma une objection contre la manière de déterminer la Vitesse des Vaisseaux de Monsr. le Chevalier Renau; Ce dernier répondit, mais Mr. Huguens repliqua; Cette célèbre Dispute ayant partagé les sentiments des Mathematiciens en France, feu Monsr. le Marquis de l'Hôpital desirant de sçavoir mon sentiment sur cela, me communiqua un état abrégé de cette dispute. Comme je n'avois encore vu le Livre de Monsieur le Chevalier Renau, & que ses raisons, telles que me les avoit rapportées Monsr. de l'Hôpital, me paroisoient bonnes, je me determinai sans balancer en faveur de Mr. le chevalier Renau”.

„Du depuis j'ai passé plusieurs Années sans avoir eu occasion d'y penser, & peut-être aurois je entierement oublié cette dispute sans une Lettre que je reçus..... ce qui ayant reveillé ma curiosité, je voulus scavoir précisément par moi-même, en quoi consistait le noeud de cette difficulté; Je lus pour cet effet le Traité de la Theorie..... Cette lecture a abouti à me faire reconnoître, que non seulement je devois me retracter de ce que j'avois autrefois avancé en faveur de Monsieur le Chevalier Renau sur le simple rapport de Mr. de l'Hôpital, mais encore à me faire decouvrir une autre méprise très importante, touchant la Dérive des Vaisseaux”, [voir à ce propos la note 15 de la pièce N°. 2826] „que Monsr. Huygens n'a pas remarquée, ou plutôt qu'il a passée comme une chose non-erronnée dont il demeroit

etoit de fon sentiment, et m'en a aporté des raisons⁸) dont je vous ferai part si vous le fouhaitez, je vous prie cependant de n'en point parler.

Je fuis

MONSIEUR

tres veritablement vôtre trefhumble et tres obeissant serviteur
le M. DE L'HOSPITAL.

A paris ce 21.^e fevrier.

Holande

A Monfieur

Monfieur HUGENS DE ZULICHEM

Seigneur de Zeelhem

int noordeinde naaft de Crabte

A la Haye.

d'accord, en sorte qu'il est tombé dans le même paralogisme, ce que je prouve évidemment dans cet Essai".

Or, lorsque la correspondance de Jean Bernoulli avec de l'Hospital, citée dans la note 14 de la Lettre N°. 2829, aura été publiée, on pourra se convaincre que Jean Bernoulli s'était bien plus compromis en faveur de Renau qu'il n'a voulu avouer dans ce récit. En effet, il résulte de cette correspondance que Bernoulli, dans sa lettre du 9 septembre 1694, écrite après lecture de la „Remarque” de Huygens (notre N°. 2826) et de la „Réponse” de Renau (notre N°. 2848), s'était prononcé avec la plus grande décision pour Renau et contre Huygens, et cela sans avoir reçu aucun „abregé” de la dispute de la part de de l'Hospital, qui, en lui envoyant ces écrits, s'était simplement borné à lui demander son avis. Et dans les lettres qui suivent Bernoulli persévère dans ce sentiment, tâchant de le faire partager par de l'Hospital, nonobstant les objections, présentées sans beaucoup d'insistance, il est vrai, par son correspondant, et nonobstant la Réplique de Huygens, notre N°. 2869, que de l'Hospital lui avait fait parvenir. Ce n'est qu'une seule fois, dans une lettre du 27 octobre 1694, que Bernoulli, sentant peut-être l'insuffisance des raisons qu'il venait d'apporter, a fait sa réserve en ajoutant, après avoir plaidé encore une fois la cause de Renau : „Voilà donc mes pensées que j'ay rapportées icy sur la dispute de ces deux grands hommes, non pas que je veuille refuter l'opinion de M. Hugens, mais plutôt pour faire voir quelles peuvent être les instances de M. Renaud : aussy ne puis-je pas juger de tout ce qui est contenu dans le beau livre de *la manoeuvre des vaisseaux* ne l'ayant jamais vû que je sçache”.

Ajoutons que les passages en question de cette correspondance, comme aussi ceux que nous rapporterons dans la suite, nous sont connus par les copies qui se trouvent à Gotha, et que M. le Prof. Eneström de Stockholm a bien voulu les vérifier et collationner sur les lettres originales.

N^o 2890.

CONSTANTYN HUYGENS, frère, à CHRISTIAAN HUYGENS.

23 FÉVRIER 1695.

*La copie se trouve à Leiden, coll. Huygens.**La lettre fait suite à une lettre que nous ne connaissons pas ¹⁾.**Chr. Huygens y répondit par le No. 2891.*

Kensington ce 23 Febr. 1695.

N'ayant point eu de vos lettres depuis quelques semaines je n'ay aussy rien appris des choses, qui font l'objet de nostre curiosité, desquelles je vous prie de me donner quelqu'information. Comment va t'il de vostre Planetographie ? ²⁾ N'avez vous rien appris du livre que Hartsoeker vouloit faire imprimer touchant la Polisseure des verres ? Comment en est il du livre de Monsieur Witsen de la Tartarie ? ³⁾ Si je ne me trompe, vous m'avez dit qu'il estoit sous la presse. Ce que je souhaiterois extremement avec une infinité d'autres personnes.

Outre les desseins et les estampes que j'ay eu il y a quelque tems de la collection de Lilly ⁴⁾, j'en ay trouvé quelques cinq ou six fort jolis et que j'ay eu a juste prix par l'ignorance du possesseur. Tout cela contribuera a la Phrysie de Monr. de Berkestein.

Il ne me souvient pas bien, si vous m'avez parlé ou escrit pour vous faire avoir le livre qu'un Warren ⁵⁾ a fait contre l'Archeologia de Burnet ⁶⁾ que je trouve dans le Catalogue de ma Bibliotheque que j'ay icy, et que pour cette raison, je ne scaurois m'imaginer comment vous n'auriez pas encore veu. Si vous le desirez, je vous en apporteray un.

L'enterrement de la Reine ⁷⁾ n'est pas encore tout a fait réglé, ny le jour fixé.

Je seray tourmenté par le monde, qui voudra voir passer le convoy devant mes fenestres. Tempion l'Horloger ⁸⁾ me fust voir l'autre jour, et me dit qu'il travailloit a la construction d'une machine pour servir sous l'eau a pescher les choses noyées, et elle devoit avoir un tuyeau qui sortira de la superficie de l'eau, et fournira de l'air au travailleurs. Je luy ay conseillé de se tenir a celui qu'il peut avoir dans le Fleet-street.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2888, note 1.

²⁾ Le Cosmothéoros; voir la Lettre N^o. 2844, note 6.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2846, note 4.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2888 à la page 704.

⁵⁾ Erasmi Warren Geologia: or a Discourse concerning the Earth before the Deluge &c. London, Richard Chriswell, 1690, in-4^o.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2808.

⁷⁾ La reine Mary d'Angleterre était décédée le 7 janvier 1695.

⁸⁾ Voir la Lettre N^o. 2846, note 8.

J'ay eu l'autre jour aussy Quare l'Horloger *Quaeker*¹⁾, qui se mest fort sur les rangs, et pretend de disputer la superiorité a l'autre. Il fait des Barometres qu'on peut transporter de lieu a autre sans peine et sans les gaster ny mettre en desordre. On croyoit icy estre quitte de l'hyver, mais aujourd'hui il est encore tombé une aussy grosse neige, qu'il y en a encor eu de toute cette année. On achete les perdrix a 5. et 6. sols la piece tant qu'on veut, leur pied les trahissant dans la neige. N'y a t'il point eu de rupture des digues, par ce dernier degel ? Adieu.

N^o 2891.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

4 MARS 1695.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

La lettre est la réponse au No. 2890.

A la Haye ce 4 mars 1695.

Je respons a vostre lettre du 23 Fevr. que je ne recus que sur la fin de l'autre semaine. Je vous ay desia mandé par ma precedente¹⁾ que mon Cosmotheoros devoit estre commencé a imprimer dans peu de jours. Le libraire Moetjens²⁾ est cause que cela n'est pas avancé comme il devoit, car la premiere feuille estant imprimée, il me lanterne, parce qu'il a entrepris d'autres ouvrages, qui doivent se debiter a la foire de Francfort. Il m'a donné parole de recommencer la semaine prochaine. Cependant je corrige tousjours cet escrit et j'y adjoute, ce qui fait que le retardement me fasche moins. Peut estre Mr. Wizen fait de mesme de sa Tartarie³⁾ dont je n'entens plus parler. J'ay escrit hier a Paris⁴⁾ pour m'informer touchant le Traité de Hartfoecker, que l'on avoit promis qu'il paroistroit des le mois d'Octobre⁵⁾. Joubelot le Philosophe⁶⁾ frere de nostre Voltigeur⁷⁾, en devoit

²⁾ Daniel Quare, de la confrérie des Quakers, horloger de Willem III, pour lequel il construisit une horloge pouvant marcher toute une année, sans être remontée. Il obtint une patente pour ses baromètres transportables le 2 août 1695, et fut élu Master of the Clockmakers Company, le 9 septembre 1708. Il mourut à l'âge de 75 ans, le 21 mars 1724. D'après le Journal de Constantyn Huygens, il paraît s'être associé avec Tempion pour l'exploitation des baromètres transportables.

¹⁾ La Lettre N^o. 2888. ²⁾ Adriaan Moetjens, l'éditeur du Cosmotheoros, libraire à la Haye.

³⁾ Voir la Lettre N^o. 2846, note 4.

⁴⁾ Probablement la lettre adressée au marquis de l'Hospital, de laquelle il est question dans la Lettre N^o. 2892.

⁵⁾ L'„Essay de Dioptrique, par Nicolas Hartsoeker” parut en 1694 à Paris, chez Jean Anisson, in-4^o.

⁶⁾ Louis Joblot ou Joubelot naquit à Bar-le-Duc en 1645 et mourut à Paris le 27 avril 1723. Depuis 1680 professeur de mathématique à l'Académie royale de peinture et de sculpture à Paris, il publia plusieurs articles sur le magnétisme et l'optique, reproduits avec quelques-unes de ses lettres dans l'ouvrage cité dans la note 4 de la Lettre N^o. 2147^a (voir le Supplément de

donner un de la Lumière pour le commencement de cette année. Il vient de me dire ce dernier que de longtemps il n'a eu des nouvelles de son frere, mais j'en auray de Paris aussi la dessus. Je voudrois que vous fussiez passé la mer et que nous vissions tous ces beaux desseins et estampes. Mr. de Berkestein ne sçaura de moins rien de ces derniers, que vous avez eu si bon marché.

Le livre que vous dites avoir acheté pour moy ⁸⁾ fera ce recueil de voïages de Narborough &c. En voicy un autre que j'ay lu, mais que je vous recommande. Ce sont *Reflections upon Ancient and Modern Learning* de Wotton ⁹⁾, et se vend in Fleetstreet, at the sign of the Temple, near the Inner Temple gate. on trouve dans ce Traité toutes les nouvelles decouvertes, sur tout en Anatomie, fort particulièrement rapportees.

Un autre qu'on m'a dit estre bon, est de *Numeris infinitis* par Rafson ¹⁰⁾.

Celuy de Warren contre la Geologie de Burnet estant dans vostre Bibliotheque, vous n'avez qu'a me dire, ou je le trouveray là, c'est a dire a quel nombre. Personne n'a t'il escrit contre son *Archæologie* que ce pauvre Graverole ? ¹¹⁾.

Cette machine de Tempion a esté tentée par plusieurs ¹²⁾, mais elle est de difficile et dangereuse execution. sur tout, quand ce vient a faire que celuy qui est enfermè puisse travailler au dehors ¹³⁾. Vous lui aurez parlè, comme je crois, de ma nouvelle invention d'horloge, dont je vais faire la description et demonstration. J'en ay fait accommoder une vieille a pendule de 3 pieds, qui montre aussi l'heure du soleil, sans qu'il soit besoin de l'Equation du temps.

Les Barometres du Quaker sont du livre de d'Alencè ¹⁴⁾, mais peut estre il les

ce Volume). En outre il publia en 1718 un ouvrage intitulé : „Description et usages de plusieurs nouveaux microscopes, tant simples que composez avec de nouvelles observations faites sur une multitude innombrable d'insectes, et d'autres animaux de diverses espèces, qui naissent dans les liqueurs préparées et dans celles qui ne le sont point”. A Paris, chez Jacques Collombat. En 1895 une biographie de L. Joblot a paru dans les *Mémoires de la Société des lettres, sciences et arts de Bar-le-Duc*, 3e Série, T. IV, sous le titre : „Un savant Barrisien, précurseur de M. Pasteur, Louis Joblot, par Wlodimir Konanski”.

7) Très probablement le Joubelot de notre Tome IX. ⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2888, note 8.

9) William Wotton, docteur en théologie, ami et disciple de Burnet. Il mourut le 13 janvier 1727.

La seconde édition de son livre porte le titre :

Reflections upon Ancient and Modern Learning. By William Wotton, B. D. chaplain to the Right Honourable Earl of Nottingham. The Second Edition with large Additions with a Dissertation upon Epistles of Phalaris, Themistocles, Socrates, Euripides, &c. and Aesop's Fables by Dr. Bentley. London, Printed by J. Leake for Peter Buck, at the Sign of the Temple, near the Inner-Temple Gate in Fleet-Street. MDCXCVII. in-12°.

¹⁰⁾ Joseph Raphson, membre de la Société Royale de Londres. Il mourut en 1715. Son principal ouvrage est intitulé : *Analysis aequationum universalis*, et parut à Londres en 1697.

¹¹⁾ Voir la Lettre N°. 2846, note 6.

¹²⁾ Entre autres par Drebbel et par Papin; voir la Lettre N°. 2691.

¹³⁾ Comparez la Lettre N°. 2706.

¹⁴⁾ Voir, sur d'Alencè, la Lettre N°. 2074, note 3. Il s'agit de son ouvrage : *Traité des baromè-*

aura perfectionnez. Il y a icy proche le fils de l'Architecte Rooman ¹⁵⁾, qui tafche d'en faire, mais il y a cet inconvenient, que l'air de dehors doit passer a travers la boète de buis, pour preffer la surface du vif argent, et que cette liqueur n'y doit point passer.

Vous aurez fçu que le coufin de Moggerfhill ¹⁶⁾ a la petite verole. J'y estois lors que cette nouuelle fut apportée. vous pouvez vous imaginer quel trouble cela caufa. Je viens d'y envoyer maintenant, et j'apprens qu'il fe trouve affez bien nae den tijdt ¹⁷⁾. mais le frere de St. Annelant a mal aux pieds et aux mains, avec beaucoup de douleur. Le temps eft variable icy comme par de la, avanthier il geloit derechef et bien fort depuis hier il degele, et j'efpere qu'il continuera. Ce fera quand les neiges des montagnes feront fondues, que nos digues fans doute auront a fouffrir, car il en tombe comme vous fcavez une prodigieufe quantité.

Si vous aviez un Barometre dans vofre chambre, ce feroit une chofe a faire, de marquer chaque jour combien il haufferoit ou baifferoit, et le mefme icy. pour voir fi ce changement dans la pefanteur de l'air s'etend fi loin [ce] ¹⁸⁾ que je crois eftre ainfi par ce que je fcay qu'on [l'a] ¹⁸⁾ par toute l'Angleterre.

Jay lu une Eclogue Angloife ¹⁹⁾ fur la mort de la Reine, qui a valu a fon auteur 100 guines, a ce qu'on dit. Je ne fcay fi vous en eftes plus content que moy, qui ne le fuis guere. Comment peut on fouffrir ces noms de Pastora, d'Aftrofel &c. ? Et ces pointes et hyperboles outrées ? Je vois cependant que ceux de la nation eftiment fort haut cet ouvrage, comme ils font enclins a admirer les chofes de leur païs, des quelles la poefie me paroît bien eftre des moindres. N'avez vous rien fait fur ce fujet ? ²⁰⁾.

Mijn Heer

Mijn Heer van Zuylichem

Secretaris van Syne Koninglijke Majesteit van Engelandt
Tot Londen.

tres, thermomètres et notiomètres ou hygromètres. Par Mr. D***. A Amsterdam 1688. in-12°.

Une traduction hollandaise a paru encore en 1728 sous le titre :

Verhandeligen over de Barometers, Thermometers en Notiometers of Hygrometers, door den heer D. Uit het Fransch vertaalt. In 's Gravenhage, bij Gerard Block. M.D.CC.XXVIII. in-12°.

Le baromètre transportable s'y trouve décrit pp. 33—35.

¹⁵⁾ Jacobus Roman, sculpteur et architecte à la Haye. Sur l'ordre de Willem III il restaura et acheva le château de Breda, commencé en 1536 par Henri de Nassau.

¹⁶⁾ Philips, fils du beau-frère Doublet; voir la Lettre N°. 2170, note 5.

¹⁷⁾ Traduction : „eu égard au temps”.

¹⁸⁾ Mots emportés par une déchirure de la lettre.

¹⁹⁾ The Mourning Muse of Alexis. A Pastoral Lamenting the Death of our late gracious Queen of ever blessed memory. By Mr. Congreve. London. 1695. in-4°.

²⁰⁾ Ici finit la dernière lettre que nous possédons de Chr. Huygens.

N^o 2892.

LE MARQUIS DE L'HOSPITAL À CHRISTIAAN HUYGENS.

14 MARS 1695.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Elle a été publiée par P. J. Uylensbroek¹⁾.**Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas²⁾.*

A Paris le 14 Mars 1695.

Celleci Monsieur est pour vous donner avis qu'aussi-tost que j'ay receu vôtre lettre du 3^e mars je n'ay point manqué d'écrire à Mr Bernoulli dont j'atens la reponse au premier jour. Ainsi vous pouvez conter que vous ferez incessamment éclairci sur cette affaire.

J'aprens avec plaisir que vous faites imprimer un petit traité philosophique avec la description de vôtre nouvelle horloge³⁾ que j'ai beaucoup d'impatience de voir estimant infiniment tout ce qui vient de vous.

Mr Hartfoeker m'est venu apporter son livre qui est intitulé essay de dioptrique que je n'ai point encore lû, mais sur ce qu'il m'en a dit autre fois je ne suis point content de ses idées sur la phisique. A legard du livre de Mr de la Hire il contient plusieurs petits traitez. Ce qu'il y a de purement mathématique regarde les Epicycloïdes⁴⁾, il y maltraite fort Mr. Tschirnhaus quil reprend sur sa caustique

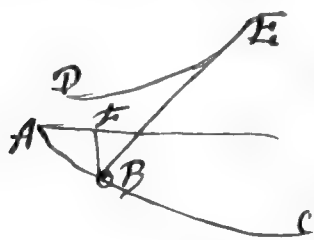
¹⁾ Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. I, p. 322.

²⁾ La Lettre N^o. 2891 (voir la note 4 de cette lettre) et l'extrait suivant d'une lettre de de l'Hospital à Jean Bernoulli, datée du 10 juin 1695 nous font connaître du moins partiellement le contenu de cette lettre perdue : „Voici l'histoire de la chaire de mathématique d'holande. M. Hugen a qui j'écrivis il y a déjà longtems que s'il se presentoit quelque chaire de mathématique en holande il me feroit plaisir de m'en avertir et de vous la procurer” [nous n'avons pas rencontré une phrase de cette portée dans les lettres de de l'Hospital à Huygens] „m'a écrit une lettre par laquelle il me prioit de savoir de vous si vous seriez toujours dans le mesme dessein, je luy fis réponse qu'il me falloit mander les appointemens de cette chaire et le lieu de la ville, afin que vous puissiez vous déterminer plus facilement la dessus. Il me marqua qu'il y avoit 1200 fl d'appointement, monnoye d'holande qui valent 1440 fl de celle de france & que la ville étoit *Groningues*, mais qu'il me prioit instamment de ne vous point nommer la ville que vous n'eussiez donné parole positive de l'accepter. Sur cela je vous écrivis la lettre que vous savez, et aussitost que je receus votre reponse, j'écrivis a M. Hugen que je vous trouvois ébranlé mais que vous désiriez scavoir si l'on souhaittoit en particulier votre personne et la ville et les autres particularités que vous me marquiez dans votre lettre. Sur cela je n'ay eu aucune reponse de M. Hugen quoique je luy aye encore écrit deux fois depuis” [lettres que nous ne connaissons pas]. „Mais apparemment qu'il l'a fait servir à Mrs. les curateurs de l'académie de *Groningue*, qui vous ont fait écrire la lettre dont vous me parlez”.

³⁾ Comparez la Lettre N^o. 2889.

⁴⁾ Voir la note 12 de la Lettre N^o. 2893.

circulaire sans faire aucune mention des journaux de leipfic ou cela a déjà été fait⁵⁾; de sorte qu'à vous parler franchement je trouve que cela vient un peu tard, d'ailleurs ses démonstrations sont à la manière des anciens, ce qui les rend longues et ennuyeuses. J'ai résolu pendant mon voyage de la campagne un problème de mécanique qui me parait assez curieux, et qui peut être fort utile, mais comme je l'ai envoyé il y a déjà quelque temps à Mr Bernoulli pour être mis dans les actes de Leipzig⁶⁾ je ne vous en dirai rien ici. Cela a donné occasion à Mr Bernoulli de proposer un problème que voici.



Trouver dans un plan vertical la courbe ABC, telle que le poids B qui descend librement le long de cette courbe la presse en tous ses points avec la même force centrifuge: ou ce qui revient au même trouver une courbe DE, telle que le poids B attaché au fil BE enveloppé autour de cette courbe et descendant par sa pesanteur tende toujours avec une égale force le fil BE⁷⁾. J'en ai

trouvé sur le champ une solution, qui me donne pour la nature de la courbe ABC en nommant la coupée AF, x ; et l'appliquée FB, y ; cette équation $axx = 2y^3 - 5aay + 4aay - a^3$ ⁸⁾. Je vous enverrai, si vous le souhaitez la manière dont je m'y suis pris.

⁵⁾ Voir l'article de février 1690, cité dans la note 15 de la pièce N°. 2626, dans lequel von Tschirnhaus reconnaît l'erreur commise sur laquelle on peut consulter la pièce N°. 2626 et l'article de Jean Bernoulli qui parut dans les „Acta” de janvier 1692 sous le titre: „Solutio Curvae Causticae per vulgarem Geometriam Cartesianam; aliaque, Auctore Johanne Bernoulli, Med. Cand.”.

⁶⁾ L'article en question parut dans les „Acta” de février 1695 sous le titre: „Illustris Marchionis Hospitalii solutio Problematis Physico-Mathematici ab erudito quodam Geometra propositi”. Dans cet article il s'agit du problème du pont-levis, c'est-à-dire de la détermination de la courbe sur laquelle un poids donné fait équilibre partout avec un pont-levis à l'extrémité duquel il est attaché par une corde passant sur une poulie.

⁷⁾ Ce problème fut proposé publiquement aux géomètres par Jean Bernoulli dans une „Additio” à l'article: „Excerpta ex Literis Illustris D. Marchionis Hospitalii ad Joh. Bernoulli, addenda ejus Solutioni problematis aequilibrum in Actis Eruditorum Lipsiensibus A. 1695. pag. 56. publicatae”, qui parut dans le Tome II des „Actorum Eruditorum quae Lipsiae publicantur Supplementa”. Lipsiae, Typis Johannis Georg I. A. M.DC.XCVI.

Dans cette „Additio” Bernoulli fait remarquer l'affinité du problème avec celui de la courbe isochrone, tam Hugenianna quam Leibnitiana et il ajoute: „Problematis huic satisfaciunt plures variorum graduum curvae”.

⁸⁾ Probablement de l'Hospital a voulu se borner au cas où la pression sur la courbe est non seulement constante mais de plus égale à la pesanteur même du poids. C'est d'ailleurs le seul cas auquel, comme dans la solution indiquée, le quotient différentiel $\frac{dy}{dx}$ s'approche de zéro avec les valeurs croissantes de l'ordonnée y . Toutefois dans ce cas encore la solution est

Il y a quelques années que j'avois composé un traité ⁹⁾ où j'explique tout ce qui regarde le calcul différentiel, et j'avois dessein d'y ajoûter plusieurs methodes pour l'inverse de ce calcul parmi les quelles estoit celle qui m'a donné la quadrature de la feuille de Descartes par rapport à son axe ¹⁰⁾, j'avois dessein aussi de faire voir l'usage de ces deux calculs pour la resolution des questions ou la physique et mecanique entrent. Mais ayant reçu une lettre de Mr Leibnitz ¹¹⁾ par laquelle il me marque qu'il a dessein de donner au public un traité de Scientia infiniti, je m'en abstiendrai n'étant pas juste de prevenir son travail, puisqu'il est l'auteur de ce calcul, et que d'ailleurs il s'en acquittera beaucoup mieux que moi. Je pourai cependant donner ce qui regarde le calcul différentiel parce que cela est achevé, et ne nuira point au livre de Mr Leibniz, et qu'au contraire cela pourra servir à le faire entendre plus facilement. Il m'a même prié fort honnettement de le faire ¹²⁾, et dans la suite, lorsque les ouvrages de Mrs. Leibniz et Neuton auront paru, je pourai peut-être achever le mien, aussi bien le nombre des affaires que j'ai à present m'empêche d'avoir assez de loisir.

Je vous prie Monsieur de me conserver toujours l'honneur de vôtre amitié et d'être persuadé qu'on ne peut être plus parfaitement que je suis

vôtre treshumble trefobeissant serviteur

Le M. DE L'HOSPITAL.

Si Mr Bernoulli accepte le parti que vous luy proposez comme je l'espere cet etablissement me paroissant solide, j'estime que ces Mrs. les Curateurs ne peuvent mieux faire. Car c'est un jeune homme qui a l'esprit fort penetrant et tout ce qu'il faut pour aller bien loin dans les mathematiques.

holande

A Monsieur

Monsieur HUGENS DE ZULICHEM

Seigneur de Zeelhem

int noordeinde naest de Crabte

A la Haye.

erronnée, de même qu'une autre solution communiquée par de l'Hospital à Leibniz dans une lettre du 25 août 1695 (voir le Tome II de C. J. Gerhardt, *Leibnizens Mathematische Schriften*, à la page 281). Plus tard de l'Hospital publia une solution correcte du cas particulier mentionné dans les „Memoires de l'Academie Royale des Sciences” de l'Année 1700, sous le titre : „Solution d'un problème physico-mathematique”.

⁹⁾ L'ouvrage de 1696 cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2580.

¹⁰⁾ Comparez les Lettres Nos. 2838, à la page 566, N°. 2842 et 2843.

¹¹⁾ Elle était datée du 16 août 1694, ainsi qu'il résulte de la réponse de de l'Hospital, imprimée p. 249—255 du Tome II de la publication de Gerhardt citée dans la note 8.

¹²⁾ Dans une lettre datée du 27 décembre 1694. Consultez, au lieu cité, la réponse de de l'Hospital pp. 269—272.

N^o 2893.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

1^{er} JUILLET 1695.*La minute se trouve à Hannover, Bibliothèque royale¹⁾.**Elle a été publiée par C. I. Gerhardt²⁾.**La lettre est la réponse au No. 2884.*

21 Juin 1695.

Plusieurs distractions m'ont empêché de jouir de l'avantage que je tire de l'honneur de votre commerce. J'ay appris de M. Bauval Banage³⁾ que vous aviez esté malade, mais j'espère que vous vous porterez bien presentement, ce que je souhaitte de tout mon coeur, sçachant combien nous importe votre conservation, et combien il est important que nous ayons de nostre temps une personne dont le jugement puisse estre suivi seurement sur les matieres les plus profondes; et dont nous attendons encor de si importantes productions, qui sont déjà en votre pouvoir et pourroient estre donnés par parties, si vous vouliez vous humaniser comme vous avés fait dans les appendices de votre excellent livre de la lumiere et de la pesanteur.

Un exemplaire du grand miroir⁴⁾ de Mr. Tschirnhaus est à Amsterdam, de sorte que vous en pourriez voir l'experience quand vous voudriez. Ce que vous dites, Monsieur, des miroirs concaves de verre, que quelcun fait à la Haye me paroist considerable. Il est difficile cependant pour l'ordinaire d'en faire avec de la feuille derriere. On fait des miroirs convexes de verre à Norenberg, qui ont une certaine composition derriere que tient lieu de feuille. J'ay oui dire à plusieurs qu'ils ont taché en vain de l'apprendre. Et autres fois Mons. Curtius resident du Roy Charles II a Franckfort⁵⁾ me dit d'avoir eu ordre de la Société Royale de s'en informer.

La seconde edition de *Medicina Mentis* de Mons de Tschirnhaus⁶⁾ a paru à

¹⁾ La lettre ne se trouve pas dans notre collection. Gerhardt considère comme probable qu'elle n'a pas été expédiée. La nouvelle prématurée de la mort de Huygens en a probablement été la cause.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Band II, p. 205, et Briefwechsel p. 757.

³⁾ Henri Basnage de Beauval; voir la note 11 de la Lettre N^o. 2426.

⁴⁾ Peut-être y a-t-il confusion avec le verre ardent dont il est question dans la note 6 de la Lettre N^o. 2877.

⁵⁾ Probablement Johannes Jacobus Curtius, né à Reutlingen en 1621, jurisconsulte, connu par son grand savoir et recherché comme conseiller par plusieurs hauts personnages de son temps.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2466, note 1.

Leipzig. Il y corrige ⁷⁾ ce que Monsieur Facio ⁸⁾ et moy ⁹⁾ avions remarqué sur sa première façon de donner les tangentes par les foyers; qu'il semble attribuer à une manière d'errata. Il donne encor d'autres theoremes plus generaux, mais je n'ay point le loisir qu'il faudroit pour mediter la dessus. Il en faut laisser le soin à Mons. le Marquis de l'Hospital, qui a trouvé la regle la plus generale ¹⁰⁾ qu'on puisse souhaiter là dessus autant que je m'en souviens.

Quant au denombrement des courbes de chaque degré Algebrique, il le donne autrement que dans sa première edition, mais je m'etonne qu'il le fait encor d'une manière, qui me paroît insoutenable; comme si on pouvoit tousjours oster tous les termes d'y excepté un seul. Ainsi dans le 3^{me} degré selon luy, toutes les courbes se peuvent reduire à ces equations $y^3 = x$, $y^3 = xx$, $y^3 = x + xx$, $y^3 = x + x^3$, $y^3 = xx + x^3$, $y^3 = x + xx + x^3$, mettant à part la variété des coefficients et des signes. Je m'etonne en effect qu'ayant tant de penetration et de connoissance, il avance si aisement de telles propositions. Mons. le Marquis de l'Hospital me mande ¹¹⁾, que Mons. de la Hire dans un livre sur les Epicycloïdes ¹²⁾ dispute contre la demonstration de la Caustique que M. Tschirnhaus avoit donnée à l'Academie royale des Sciences ¹³⁾; et repond au passage de sa *Medicina Mentis* ¹⁴⁾, ou Mons.

⁷⁾ Consultez, à ce sujet, la note 14 de la Lettre N°. 2486.

⁸⁾ Il s'agit de la pièce N°. 2460 et de l'article d'avril 1689, cité dans la note 14 de la Lettre N°. 2486.

⁹⁾ Consultez la Lettre N°. 2627, à la page 519. De plus, Leibniz était revenu sur le sujet en question dans un article qui parut dans le „Journal des Sçavans” du 14 septembre 1693, sous le titre: „Deux Problemes construits par Mr. de Leibniz, en employant la regle generale de la composition des mouvements qu'il vient de publier”.

¹⁰⁾ On peut consulter, sur cette règle, la lettre de de l'Hospital à Leibniz, du 15 juin 1693, publiée par Gerhardt pp. 241—245 du volume cité dans la note 8 de la Lettre N°. 2893. Déjà, dans l'article cité dans la note précédente, Leibniz avait fait mention de cette méthode inédite, qui lui plaisait beaucoup, surtout parce qu'elle constituait une application simple et élégante de son nouveau calcul.

¹¹⁾ Dans sa lettre du 25 avril 1695; voir p. 277—281 du volume mentionné dans la note précédente.

¹²⁾ Le „Traité des Epicycloïdes et de leur usage dans les Mécaniques” se trouve inséré dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Depuis 1666, jusqu'à 1699. Edition de Paris, Tome IX, p. 341. Voir les pages 458 et suivantes.

¹³⁾ En 1682, consultez la Lettre N°. 2324 à la page 463. Et voici ce que de la Hire rapporte dans son livre à propos de cette séance: „il” [von Tschirnhaus] „nous voulut demontrer quelle étoit la grandeur de cette ligne courbe” [la catacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles] „par rapport au diametre du quart de cercle dans lequel elle est decrite; mais.... la methode dont il se servait pour sa demonstration étoit une espece d'évolution fort différente de celle dont mr. Hugens s'est servi dans son traité des pendules et qui ne nous sembloit point geometrique, n'ayant pas démontré quelques lemmes qui devoient preceder cette evolution.”

¹⁴⁾ Voici le passage en question, que l'on trouve aux pages 75 et 76 de l'édition originale, celle

Tschirnhaus avoit cité vostre approbation ¹⁵), et m'avoit même fait l'honneur de me nommer ¹⁶) avec vous. Mons. de la Hire dit que vostre exactitude estant connue vous ne vous seriez pas fié sans doute à de telles demonstrations. Je remarque que Mons. de Tschirnhaus a retranché ce passage, où il s'estoit rapporté à vostre jugement. Il affecte aussi partout d'éviter l'usage de mon calcul des differences, bien éloigné en cela de vous, Monsieur, qui aviez toutes les raisons de monde de vous tenir entierement à vos propres Methodes qui vous avoient servi à tant d'importantes decouvertes avant que j'avois commencé d'y avoir quelque entrée; et qui n'avez pas laissé de vous abaisser tout grand Maître de l'art que vous estes, à employer

de 1687, de la „Medicina mentis”. „Hinc infinitis novis inventis omnes matheseos particulares scientiae locupletantur.... Dioptricam quod attinet, ut & Catoptricam, innumera quoque in iis nova oriuntur. Unum horum in Actis Eruditorum”, [ceux de novembre 1682, dans l'article cité dans la note 4 de la Lettre N°. 2274] „quae Lipsiae eduntur, publicè exhibui specimen, cujus etiam demonstrationem viris ingeniosis privatim communicavi. Horum ego jam fontes genuinos aperio, ex quibus haec infinitis poterunt locupletari modis”.

„Novi equidem quendam” [de la Hire probablement] „de veritate primarii theorematis, nempe in quo ostendo, solis radios incidentes in curvam & inde reflexos suis intersectionibus curvas formare, rectis semper aequales, dubitasse, &, ut mihi relatum est, etiamnum dubitare; quia vero demonstrationes hae jam dudum fuere probatae a D. Hugenio & D. Leibnitio, qui absque dubio inter primos nostri aevi mathematicos numerantur, parum his moveor: praestat pergere”

A propos de ce passage de la Hire remarque, qu'il n'y a personne qui puisse douter que les courbes formées par les intersections des rayons du soleil réfléchis lors qu'ils tombent au dedans d'une courbe, ne soient égales à des lignes droites, non plus que toute autre sorte de courbes et le cercle même; mais la difficulté est de démontrer quelle est la grandeur de cette ligne droite”, ce qu'il prétend n'avoir pas été accompli par von Tschirnhaus.

¹⁵) Comme on le voit, cette prétendue approbation se rapporterait au théorème mentionné dans la „Medicina mentis” et qu'on retrouve dans la Lettre N°. 2274, d'août 1682, à la page 381, comme aussi dans l'article de von Tschirnhaus mentionné dans la note 4 de cette même lettre. C'est de ce théorème que la rectification de la catacaustique du cercle se déduit immédiatement. Or, cette rectification est identique avec celle formulée à la dernière page du „Traité de la lumière”, publié en 1690, mais dont le manuscrit existait depuis 1678, et avait été vu par von Tschirnhaus, nommément la partie qui se rapportait à la catacaustique du cercle. C'était même sur ce fait que se fondaient les suspicions que Huygens exprimait contre von Tschirnhaus dans la pièce N°. 2626. D'ailleurs il est bien probable qu'une ou plus d'une des démonstrations dont Huygens fait mention à la page citée du „Traité de la lumière” menaient au théorème en question. Voir encore la Lettre N°. 2670 et la pièce N°. 2671.

¹⁶) Voir encore le passage cité dans la note 14. Dans sa lettre du 27 mai 1682 (publiée dans Gerhardt, „Leibnizens mathematische Schriften”, Bd. 4, p. 489,) von Tschirnhaus avait communiqué à Leibniz le théorème en question sans en donner la démonstration. Dans sa réponse (voir pp. 493 et 494 de la publication citée) Leibniz y suppléa de sa propre invention, et von Tschirnhaus, dans sa lettre du 27 juillet 1682 (voir p. 498), assura que cette démonstration ne différait par de la sienne.

encor une nouvelle Methode¹⁷⁾ d'un de vos disciples, car vous ne devés pas ignorer que je pretends à l'honneur de l'estre, et que j'en ay fait profession publique plus d'une fois¹⁸⁾. Au lieu que je crois que Mr. de Tschirnhaus a profité un peu de mes meditations, et plus qu'il ne pense luy même. Il est vray que je m'imagine qu'il ne s'en est point apperçû, et c'est pour cela que je ne l'accuse point de peu de sincerité. Je ne laisse pas de trouver cette affectation un peu extraordinaire.

Vous aurés vû, Monsieur, les deux livres de Monsieur Bernard Nieuventijt, Geometre Hollandois¹⁹⁾, qui me les a envoyés par un autre Mathématicien du pays qu'il cite dans son livre nommé M. J. Makreel²⁰⁾, qui a écrit sur le livre qu'il me l'envoie *jussu autoris*. Je m'imagine que ces Messieurs vous seront connus. Pour ce qui est des objections de Monsieur Nieuventijt, j'y repondray dans les Actes de Leipzig²¹⁾. Premièrement il me fait une objection sur un point qui m'est commun avec Messieurs Fermat, Barrow, Newton et tous les autres, qui ont raisonné sur les grandeurs infiniment petites. Car il dit que selon luy deux grandeurs sont égales, quand leur difference est rien, et non pas, quand elle est seulement infiniment petite. Mais pour employer cependant et justifier nos raisonnemens, il prend un plaissant tour. Il dit que ce qui ne scauroit devenir une quantité ordinaire, quand on multiplieroit par un nombre infini, doit estre appelé rien, et n'est pas une quantité. Et que pour cela, quoyque dx soit quelque chose, neantmoins le quarré $dx dx$ ou le rectangle $dx dy$ n'est rien; parce qu'un tel rectangle multiplié par un nombre infini ne devient une grandeur. Il est aisé de luy repondre que le rectangle doit estre multiplié par un nombre infini du second degré puis qu'il est infiniment petit du second degré; c'est à dire par un nombre infini multiplié par

¹⁷⁾ Comparez la pièce N°. 2823 à la page 513, où Huygens professe d'avoir employé avec avantage le „calculus differentialis” de Leibniz.

¹⁸⁾ Voir la note 12 de la Lettre N°. 1919.

¹⁹⁾ Bernard Nieuwentijt, né le 10 août 1654 à Westgrafdijk; il s'établit comme médecin à Purmerend, où il exerça en même temps les fonctions de membre du Conseil de la commune et de bourgmestre. De plus il donna des leçons de physique expérimentale et publia des ouvrages de philosophie, à tendance téléologique, ainsi que de mathématiques, parmi lesquels les deux suivants sont ceux dont parle Leibniz.

Bernhardi Nieuventijt, Considerationes Circa Analyseos ad quantitates infinité parvas applicatae Principia, & Calculi Differentialis Usus In resolvendis problematibus geometricis. Amstelaedami. Apud Joannem Wolters, Anno 1694. in-12°.

Bernhardi Nieuventijt Analysis Infinitorum, seu Curvilinearum Proprietates ex Polygonorum natura deductae. Amstelaedami, Apud Joannem Wolters, Anno 1695. in-12°.

Nieuwentijt mourut le 28 mai 1718.

²⁰⁾ Voir, sur Dirck Makreel, la Lettre N°. 2485, note 3.

²¹⁾ Voir l'article des „Acta” de juillet 1695 intitulé : „G.G.L. Responsio ad nonnullas difficultates a Dn. Bernardo Nieuventijt circa methodum differentialem seu infinitesimalem motas” avec le Supplément imprimé dans le cahier d'août : „Addenda ad Dn.G.G.L. Schediasma Proximo mense Julio pag. 310 & seqq. insertum”.

luy même. C'est cependant sur ce fondement, scavoir que $dx dx$, ou $dx dy$ n'est rien, qu'il appuie ses pretendues demonstrations du calcul de Mons. Fermat (qu'il attribue a Mr. Barrow) comme si pour cela les termes où il y a dx ou dy restoient, et que les termes, où il y a ou $dx dx$ ou $dy dy$ ou $dx dy$ devoient estre rejettés, au lieu qu'on scait qu'il faut tousjours rejeter les termes qui sont incomparablement moindres que ceux qui restent, et que ceux qui ont dx devoient encore estre rejettés, si les ordinaires n'évanouissoient. Cependant c'est une chose estrange, qu'il veut que le costé, dx , soit une grandeur et son quarré $dx dx$ ne soit rien. Il croit de même que les differences ulterieures, comme ddx ne sont rien du tout. Mais comme les x estant en progression geometrique, les x , dx , ddx , d^3x , d^4x etc. le sont aussi, comment peut on dire que les termes x et dx sont quelque chose, et que la 3^{me} proportionnelle ddx n'est rien. Je repondray dans les Actes de Leipzig d'une maniere que j'espere luy pouvoir satisfaire et comme ses objections sont proposées d'une maniere fort honneste, j'en useray de même. J'espere de trouver un jour le loisir d'expliquer distinctement mon calcul, pour prevenir certaines beueves semblables à celles que Mons. Nieuwentiit a faites en le voulant employer à dessein de monstrier qu'il est peu seur.

Monsieur Bournet gentilhomme Ecoffois, parent de Mons. l'Eveque de Salisbury²²⁾ a vû icy ma machine Arithmetique²³⁾ entierement achevée, et des exemples que j'ay faits en sa presence, qui l'ont surpris; les produits peuvent aller à 12 figures, et le multiplicandus est de 8 figures. J'en fais faire encor d'autres exemplaires maintenant pendant que j'ay l'ouvrier à la main.

Je souhaite fort de voir vostre traité philosophique, qu'on dit regarder des considerations particulieres sur la constitution des autres planetes ou mondes. Vous ne pouvés gueres entreprendre de sujet plus beau et plus digne de vous. Monsieur Mariotte me disoit que vous devriés estre un jour un des habitans de Saturne, puis qu'il vous a l'obligation de nous estre devenu mieux connu. Et s'il aime la gloire, il y doit estre sensible. Je ne desapprouverois pas ce changement de domicile pourveu que vous le fassiés bien tard. *Serus in coelum redeas diuque Laetus intersis populo petenti*²⁴⁾. Il sera bon que les meditations numeriques de feu M. de Marolles paroissent. Mais je souhaite sur tout que vous nous fassiés part des vostres de temps en temps sur toutes sortes de matieres. Je seray bien aise d'apprendre vostre jugement de mon Code diplomatique²⁵⁾; il est vray qu'il n'y a rien de moy que la preface.

²²⁾ Voir la Lettre N°. 2431, note 2.

²³⁾ Voir la Lettre N°. 2884, note 16.

²⁴⁾ Horatius, Carminum, Lib. I, 2.

²⁵⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2797, note 7.

N^o 2894.

G. W. LEIBNIZ à H. BASNAGE DE BAUVAL.

26 JUILLET 1695.

*Appendice au No. 2893.**La minute se trouve à Hannover, Bibliothèque Royale.* $\frac{16}{26}$ juillet 1695.

Je viens d'apprendre, Monsieur, la mort de Monsieur Huguens ¹⁾ il m'est fatal d'écrire des lettres à des amis qui ne sauroient répondre, le prince Ernest Land -

¹⁾ Christiaan Huygens est mort après de longues souffrances.

Les premiers symptômes de l'atteinte mortelle d'une maladie qui trois fois déjà, lors de son séjour à Paris, avait mis sa vie en danger, apparurent vers l'été de 1694. Qu'il en parle lui-même dans ses lettres à Constantyn (Nos. 2855 et 2864) et même dans celles à Leibniz et à de l'Hospital (Nos. 2854 et 2859) montre bien à quel point ils l'inquiétaient. Toutefois, pour contraindre Huygens à quitter le travail, il fallut que le mal devint plus menaçant encore. C'est ce qu'atteste l'admonition qu'il semble s'adresser à lui-même par quelques vers latins, inscrits dans le livre J des *Adversaria* sur une page remplie de calculs et de spéculations qui doivent dater de novembre 1694. On y lit :

Strata premens dormi, venturus perditur unà
 Insomni cum nocte dies, vitaeque brevis pars.
 Ut valeas sit cura, minantemque effuge morbum;
 Nam ratio atque animi languent cum corpore vires
 Tristitia quodcunque agitat mens inficit aegri,
 Nec tibi judiciis propriis tunc fidere fas est.

Nous ignorons si Huygens a pris ses vers de quelque auteur, ou bien s'ils sont sortis de sa propre pensée. On peut les traduire comme il suit :

Dormez en plein repos, une nuit d'insomnie,
 Perdant le jour qui vient, abrège encore la vie.
 Gardez vous sain et fort, fuyez la maladie;
 Car la langueur de l'âme, — à celle du corps unie, —
 Infecte la raison d'amère mélancolie
 Et trompe qui alors à ses conseils se fie.

Il n'est que trop clair que Huygens, luttant contre l'abattement qui l'en vahissait, éprouvait déjà la crainte poignante de ne pouvoir plus disposer de toute la force de sa haute intelligence.

L'hiver passa sans accident. Mais vers le milieu de mars la gravité de son état se manifesta. Le 23, il fit venir son notaire Adam van der Smalingh pour lui déclarer ses dernières volontés. Celui-ci, dans la superscription du testament olographe, attesta que Huygens était „malade de corps mais parfaitement présent d'esprit, comme il nous apparut” (*sieck van lichaam edoch zijn verstant volcomentlyck maghtigh synde, soo ons bleek*). Le 28 suivant, Huygens ajouta

grave de Hesse, et Monsieur de Seckendorf ne purent lire les miennes, et M. Pellisson la lut en effet mais la mort l'empêcha de faire la réponse qu'il avait déjà promise²⁾.

encore à son testament un codicille contenant quelques nouvelles dispositions. D'après une note consignée dans le Journal du frère Constantyn, celui-ci reçut le 1^{er} avril à Londres l'avis de Williet, que Christiaan s'était trouvé dans les derniers jours un peu mieux qu'auparavant. C'est encore au Journal de Constantyn que nous devons emprunter les détails suivants, quoique, pour la plupart, ils ne nous parviennent que d'une source dont la pureté laisse à désirer, savoir de la femme de Constantyn, Susanna Ryckaert, dont les commérages, rapportés dans quelques endroits du Journal, accusent un esprit dénué de toute délicatesse de sentiment.

Le 16 avril, Constantyn apprit de sa femme que Christiaan se trouvait fort mal, qu'il passait les nuits sans sommeil et vivait dans la crainte continuelle de perdre la raison. On avait dû fermer les volets de sa chambre et interdire toute visite parce que, lorsqu'il parlait beaucoup, son état empirait tout de suite. Il désirait vivement le retour de son frère, pensant que la joie de le revoir lui ferait du bien.

Les nouvelles du 26 et du 29 avril furent plus fâcheuses encore. Le malade était en proie à un désespoir que rien ne pouvait distraire. Le médecin van Liebergen, le même qui l'avait traité en 1670, déclarait que la maladie de Christiaan était la bile noire (la *Melancholia Hypochondrica* de la Lettre N^o. 1802); il avait prescrit les mêmes remèdes, les bains et le lait de chèvre.

Lorsque Constantyn revint à la Haye, le 24 mai, il apprit que les douleurs intestinales étaient devenues tellement violentes que, pour empêcher que Christiaan n'attentât à sa vie, on avait dû éloigner de lui tout objet qui pût lui nuire. Il éprouvait des hallucinations et était sujet à des délires.

Au commencement de l'été Constantyn dut suivre le Roi à l'armée. Le 3e juin, Christiaan avait passé une nuit tranquille. Cependant lorsque, le soir, Constantyn se présenta à la porte de sa chambre pour prendre congé, Christiaan lui fit dire que, s'il voulait le voir dans l'extrême détresse, il pouvait entrer, mais que, sans cela, il lui souhaitait un heureux voyage. Constantyn n'insista pas.

A l'armée, les nouvelles reçues de la Haye ne purent qu'aggraver les alarmes qui tourmentaient Constantyn. Le 17 juin, Christiaan avait passé deux ou trois jours dans le délire; le 22, il n'y avait plus d'apparence de guérison; l'amaigrissement du malade était effrayant. Mais, si la médecine était impuissante à soulager les douleurs ou à mitiger la lutte suprême, les idées religieuses du temps prescrivaient de recommander à Christiaan Huygens le secours spirituel d'un pasteur. L'insistance exercée sur le pauvre malade l'irrita au point de provoquer une crise violente.

Les souffrances continuèrent jusqu'au 8 juillet lorsque, un affaissement subit s'étant produit, la famille qui l'entourait se crut en droit de faire venir le pasteur contre la volonté du moribond. Les dernières forces de l'auteur du *Cosmothéoros* s'épuisèrent à repousser les exhortations et les oraisons d'un prêtre calviniste.

Enfin la mort vint le délivrer. Christiaan Huygens expira dans la matinée du 9 juillet 1695, à l'âge de 66 ans.

²⁾ Le Landgrave Ernst de Hesse Cassel était mort le 12 mai 1693; Veit Ludwig von Seckendorf, conseiller secret de la Cour de Brandebourg, chancelier de l'Université de Halle, le 18 décembre 1692; et Paul Pellisson (voir la Lettre N^o. 2185, note 1) le 7 février 1693.

La perte de l'illustre M. Hugens est inestimable peu de gens le savent autant que moy, il a égalé à mon avis la reputation de Galilée et de Descartes et aidé par ce qu'ils avaient fait il a surpassé leur découvertes en un mot il fait un des premiers ornemens de ce temps. je l'ay souvent exhorté à nous donner ses pensées quand ce ne serait que par lambeaux et d'une maniere familiere j'espère que son livre sur le systéme du monde et la constitution interieure des planetes aura esté achevé. Mais comme il avoit coustume de mettre ses pensées par écrit en assez bonne forme j'espère qu'on trouvera un grand trésor parmy ses papiers, je ne scay s'il n'aura donné quelque ordre pour cela, ce que je ferois bien aise d'apprendre. Mais en cas que non nous y devons songer. Et moy furtout qui ay eu l'honneur de le connoître depuis tant d'années, et de communiquer souvent avec luy ce qui m'a donné le moyen de penetrer dans ses pensées, un peu mieux que beaucoup d'autres, il connoissoit par des preuves publiques combien j'estois sincere a reconnoître en quoy je luy estois redevable. Et il me rendoit la pareille au deça de ce que je meritois.

Je n'ay pas l'honneur de connoître Monsieur de Zulichem son frère, Secretaire d'Estat du Roy. Et sans cela je prendrois la liberté de l'exhorter à y mettre quelque ordre convenable. Et si vous avez quelque liaison avec luy, ou avec ses amis; je vous supplie de leur faire connoître mes souhaits qui tendent également au bien public et à la gloire de ce grand homme qu'on ne sauroit assez honorer. j'ay écrit pour faire marquer mes sentimens dans les Actes de Leipzig³⁾ sur ce sujet

3) Consultez les Acta Eruditorum Mensis Augusti Anni M.DC.XCV, p. 369, à l'article : „Addenda ad Dn. G. G. L. Schediasma Proximo mense Julio pag. 310 & seqq. insertum”, où Leibniz dit (p. 371) :

„Dum haec scribo, tristem nuntium mortis Viri incomparabilis, Christianii Hugenii accipio. Non poterant majorem jacturam pati literae illae sublimiores, quae humanae menti aditum faciunt in arcana naturae. Ego Hugenum solo tempore Galilaeo & Cartesio postpono. Cum maxima dederit, expectabantur non minora. Et spero inter schedas ejus thesaurum quendam repertum iri, qui nos utcunque soletur. Eoque magis orandus est frater ejus, vir meritis in rempublicam illustris, ut maturata editione communi utilitati pariter ac fraternae gloriae, imo suae consulare velit”.

Sous la date du 29 juillet 1695 Leibniz écrivit à Jean Bernoulli. (Gerhardt, Leibnizens Mathematische Schriften, Band III, erste Hälfte, p. 211).

„Incomparabilem Hugenum obiisse haud dubie intellexisti. Quanta haec sit jactura, dici satis non potest, ob summum viri judicium, cum maxima profundissimaque rerum notitia conjunctum. Utinam, quemadmodum spero, reperiantur in ejus schedis, ex quibus pars eorum, quae meditatus est, erui & publico commodo produci in lucem possit. Dolendum est quod vis morbi, quae mentem obfuscaverat, non permisit ut ipse, quod optimum visum fuisset, ea de re non statuerit, atque ordinaret. Nisi forte (ut fieri solet) paulo ante mortem ad se rediit ultimamque voluntatem suam aperuit; quod si factum est, non diu latebit”.

Joh. Bernoulli, qui venait d'être nommé à Groningen, répondit le 3 sept. (l. c. p. 215) :

„Tristissimum nuncium, de obitu Incomparabilis Hugenii, jam ex Belgio acceperam. Ego ut puto, prae aliis summam feci jacturam, si vel solam eum videndi spem amissam conside-

mais vous Monsieur qui n'êtes pas moins qu'eux en droit d'avoir soin de la gloire des grands hommes ne manquerez pas de rendre justice à un tel ami dans votre Histoire des ouvrages ⁴).

Au reste je me rapporte à ma précédente et suis avec bien du zele

MONSIEUR

Votre treshumble et tres obeissant serviteur

rem. Dnus. Hospitalius mihi scribit habuisse illum 66 annos, & Fratri suo exheredato substituisse heredes nepotes suos. Solatium nobis est, quod ante mortem de Manuscriptis suis optime disposuerit, nominavit enim, ut audio, duos Mathematicos Batavos, quibus schedas suas committi jussit, ut praestantiora typis mandentur. Quantum damnum si ea intercidissent!"

A la première nouvelle prématurée, qu'il avait reçue de de l'Hospital touchant la mort de Huygens, Bernoulli avait répondu le 23 juin 1695: „La plus facheuse nouvelle que vous m'apprenez c'est la mort de Mr. Hugen; en vérité elle m'a tout a fait consterné et j'ay de la peine à me relever; car je contoie déjà beaucoup par avance sur son amitié dont j'aurais pû jouir quand je seray en Hollande, en effet l'envie que j'avais de faire connaissance avec ce grand homme étoit le premier ressort qui me tirait en ce pays-là".

Quant à de l'Hospital, dans sa lettre du 22 août 1695, il communiqua à Bernoulli l'issue fatale de la maladie de Huygens en ces termes: „Je ne doute pas que vous ne scachiez la mort de Mr. Hugen. Il étoit agé de 66 ans, et il a fait heritier ses neveux a l'exclusion de son frere, et a nommé deux mathematiciens de holande pour revoir ses ecrits et avoir soin de les faire imprimer. J'en suis tres fache en mon particulier, car il me faisoit beaucoup d'amitiés. Je suis persuadé que quand il vous auroit connu il vous auroit fort estimé et rendu tous les services qu'il auroit pû. C'est lui qui vous avoit indiqué à Mrs. de Groningue qui s'étoient adressés a lui pour avoir un Mathematicien de sa main, s'étant ressouvenu de la priere que je lui avois faite sur vôtre sujet, comme il me marqua dans sa lettre".

- ⁴) De Beauval s'est acquitté de cette tâche en écrivant, dans la livraison d'août 1695, pp. 542—547 de son Journal, un Eloge de Mr. Huygens. Après avoir qualifié Huygens comme le plus célèbre Mathématicien du siècle, il donne un résumé succinct de ses principaux travaux et termine comme il suit: „Il aimoit la vie paisible et méditative. Souvent il se retiroit dans la solitude de la campagne pour être moins distrait & moins dissipé. Cependant il n'avoit point cet humeur triste & sauvage, que l'on contracte d'ordinaire dans la retraite. Ses manieres étoient faciles et humaines. Il faudroit recueillir les éloges qu'il a reçus de toutes parts, pour exprimer l'estime universelle, qu'il a méritée, & les justes regrets que doit causer dans a République des lettres la perte d'un homme si peu ordinaire. Mr. Dierkens (Président du Conseil souverain de Brab.) l'un de ses plus intelligens admirateurs lui a dressé une Epitaphe, et lui applique ce vers de Virgile:

Credo equidem, nec vana fides, genus esse Deorum".

FIN

DE LA CORRESPONDANCE.

SUPPLÉMENT.

N^o 392^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à LODEWIJK HUYGENS.

22 JUIN 1657.

La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard¹⁾.

A la Haye ce 22 juin 1657.

Mon frere

J'ay eu la mesme pensee que vous touchant l'augmentation de nostre train, et il y a desja 15 jours que j'ay pris un valet, et l'ay fait habiller de deuil ²⁾, car en tout cas je scavois bien qu'il faudroit un habit pour le garçon qui est avec vous. Mais si nous pouvons obtenir de mon Pere qu'il nous laisse encore cet autre il ne fera pas neccessaire a mon advis de faire la despence d'encore un habit. En france, a ce que m'a dit Mr. de la Plate ³⁾, l'on laisse aux garçons la casaque de couleur, et ne leur donne t on que simplement un habit noir. Sed de his coram. le principal est de maintenir la possession. J'eusse escrit à mon Pere, mais il faut que je m'en aille à Leyden pour chercher quelque quadrant astronomique afin de pouvoir observer avecq Mr. Bouillaut l'eclipse qui sera lundi prochain ⁴⁾, dont il m'a prié. Coster ⁵⁾ a obtenu l'octroy pour 21 an. dont il a reçu la lettre ⁶⁾ ce matin. Je suis marry que vous passiez mal vostre temps. Adieu

Vostre tres affectionné frere
CHR. HUYGENS de Z.

A Monsieur

Monsieur LOUIS HUYGENS de Zulichem.

¹⁾ M. E. W. Moes, Directeur du Cabinet d'Estampes du Musée d'Amsterdam, a récemment découvert cinq lettres de Christiaan Huygens dans la collection de M. A. C. P. G. chevalier van Rappard, qui a bien voulu nous donner l'occasion d'en prendre copie. Parmi ces lettres deux, savoir les Nos. 392^a et 1844^a, nous étaient complètement inconnues. Les trois autres ont été imprimées dans cette correspondance sous les Nos. 1566, 1903 et 1908, d'après les copies des deux volumes d'„Apographa” qui font partie de la collection de Leiden. Les deux dernières concordent suffisamment avec les originaux pour nous permettre de rétablir le vrai texte dans la Table des Additions et Corrections, quoique la correction dans la Lettre N^o. 1908 (*contre les formes* au lieu de *dans les formes*) soit importante par rapport à un détail historique de l'affaire des frères de Witt. La Lettre N^o. 1566 au contraire a été tellement mutilée par le copiste que nous avons dû reproduire dans ce Supplément sous le N^o. 1566^a, les passages corrompus ou supprimés.

²⁾ A cause de la mort du frère cadet Philips; voir la Lettre N^o. 390.

³⁾ François van Aerssen, Seigneur de Plaats; voir la Lettre N^o. 246, note 2.

⁴⁾ Consultez la Lettre N^o. 392, spécialement la remarque de la note 2, laquelle se trouve confirmée par la présente lettre.

⁵⁾ Voir, sur Salomon Coster, la Lettre N^o. 452, note 1.

⁶⁾ Voir la pièce N^o. 525.

N^o 1566^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à LODEWIJK HUYGENS.

3 DÉCEMBRE 1666.

*La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard¹⁾.
La copie incomplète se trouve à Leiden, coll. Huygens²⁾.*

a Paris ce 3 Dec. 1666.

Dans la Lettre N^o. 1566 au lieu de la phrase : je vous croiois encore tous deux a Zuylichem etc. il faut lire :

Je vous croiois encore à Zulichem et mon P[ere] m'avoit escrit touchant ce voiage en de termes si estranges que je croiois presque que vous y estiez comme refugiez et ne sçavois ce que j'en devois penser. *Voila s'es mots, Les deux freres³⁾ sont demain ensemble a Zulichem pour consideration. Dieu scait quand je les pourray reveoir. Me voila donc orbus pater et en profondes melancholies. Dieu veuille conduire le tout : nous sommes sous sa main.* Qui est ce qui s'imagineroit, ayant leu ces paroles, que vous n'estiez allè que pour la reparation des digues et de la teste.

A la fin de la Lettre il faut ajouter

Je ne doute par que le fr. de Z.⁴⁾ ne s'ennuye bientoit des affaires facheuses dont vous luy avez laissè le soin, et qu'il ne fasse desia voeu de se defaire de cette terre de Zulichem si quelque jour il en est le maistre.

Je vous remercie de toutes vos nouvelles, dont la plus chere est celle de la guerison entiere de la dame de Mogg[erphil]⁵⁾. Le frere ne me mande rien touchant l'accouchement de la cousine Henri Zuerius⁶⁾ auquel assurément se feront passé des choses dignes d'estre sceues si Miralinde⁷⁾ s'en est mescée.

Il y eust lundy 8 jours que j'envoyai vos tours de bras par un homme que m'adressa la Cousine Caron⁸⁾. Je veux esperer qu'il vous les aura delivré fidelle-

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 392^a, note 1.

²⁾ Dans ce qui suit nous extrayons de l'original les passages qui corrigent ou complètent la copie, reproduite au Tome VI, pp. 91 et 92.

³⁾ Constantyn et Lodewijk Huygens.

⁴⁾ Constantyn Huygens, frere.

⁵⁾ Geertruid Doublet, sœur de Constantyn Huygens, père, tombée malade à Amsterdam; (Dagboek de Constantyn Huygens, père, 3 et 5 sept. 1666).

⁶⁾ Frederik Hendrik Zuerius ou Suerius avait épousé Margaretha Bartelotti, voir la Lettre N^o. 1632, note 9.

⁷⁾ Voir, sur Miralinde Suerius, la Lettre N^o. 877, note 5, et la Lettre N^o. 2179, note 5. Elle est fréquemment mentionnée dans les Lettres de Susanna Doublet; voir les Lettres Nos. 2179, 2215 et 2218.

⁸⁾ Suzette ou Susanna Caron; voir la Lettre N^o. 1557, note 17.

ment. Vous y trouverez dedans un billet de Mad.^{le} Mariane⁹⁾ qui marque le prix, et en mesme temps le soin qu'elle a pris en faisant et en refaisant cette emplete.

Pour les coufinets j'avoue que je ne m'en suis pas souvenu qu'apres le depart dud.^t porteur, mais je tascheray de vous en faire avoir par quelque autre occasion. Les lunettes de Menard à 4 verres¹⁰⁾ dont j'en ay payè pour il S. P. et un autre pour moy coustent 24 fr. Si vous en voulez a ce prix vous n'avez qu'a le dire &c.

Je puis bien a peu pres m'imaginer comment ma chambre est faite apres votre reformation mais reste a scavoir, quel beau lièt vous y avez mis digne de cette superbe alcove, car celuy qui estoit dans cette chambre premiere n'y scauroit faire une belle figure. Je vois icy beaucoup d'honnestes gens qui se contentent de la houffe seule de jaune ou de rouge et peut estre aurez vous fait de mesme. Il n'y a point de dorure chez moy mais les cheminees et planches et tout ce qu'il y a de bois est peint en bois marbrè. Mon appartement au reste n'a point de suite, mais entre les 2 chambres que j'ay a un meme estage il y a 7 ou 8 pieds d'une porte a l'autre et le degre est entre deux. Outre cela j'ay une troisième chambre deux estages plus bas ou mes instrument et machines sont rangées. Au dessous de moy il n'y a que des chambres pleines de livres du Roy, et plus bas ma cuisine et cave. La chambre ou je couche est la plus belle et plus grande elle est tendue d'un brocatel rouge et vert, par bandes et l'alcove et le lièt d'un autre brocatel, et une housse de serge rouge par dessus. En l'autre chambre ou cabinet ou sont mes livres il n'y a que de la tapisserie de Rouen assez jolie, mais qui avec le temps pourra deloger de là dans mon laboratoire ou il n'y a jusqu'icy que les murailles peintes de jaune. Je mange dans ma plus grande chambre et suis seul à table si non quand M. Auzout ou quelque autre ami me vient tenir compagnie. Apres souper je me transporte reglement dans le quartier de M. de Carcavy ou nous jouons au Verkeer¹¹⁾ et caufons une heure ou deux, mais cecy ne regarde point la description de mon appartement que vous aviez seulement demandée.

La Sign.^a Anna¹²⁾ m'a fait promettre que je luy procureray de la graine de choux de nostre païs, je vous prie de vouloir prendre le soin de m'en faire avoir de toutes les sortes dans des petits papiers que vous pourrez enfermer dans une lettre, et que ce soit au plustost s'il vous plait. Il me semble qu'il y avoit une sorte qui estoit quelque chose d'extraordinaire dont le fr. de Mogg.¹³⁾ a connaissance si je ne me trompe ; de celle là il faut mettre d'avantage que des autres.

⁹⁾ Marianne Petit; voir la Lettre N°. 1571, note 5.

¹⁰⁾ Voir, sur ces lunettes, les Lettres Nos. 1556, 1563, 1603, 1617, 1635 et 1710.

¹¹⁾ Le jeu de trictrac.

¹²⁾ Voir, sur Anna Bergerotti, les „Additions et Corrections” du Tome V, à la page 622.

¹³⁾ Philips Doublet de Moggershil, époux de la sœur Susanne.

M.^{lles} Jaxon ¹⁴⁾ et Paiot ¹⁵⁾ dont vous avez demandé des nouvelles dans une de vos précédentes se portent bien et vous font leur baïsemains. Elles vivent encore tout de même que lors que vous les avez vues. Paiot est grande et bien faite et se marieroit si elle pouvoit.

Mes excuses s'il vous plait al S.[ignor] P.[adre] de ce que je ne luy escris point, et salut a tout le parentage, Mick ¹⁶⁾ y compris si elle est encore là.

A Monsieur
Monsieur L. HUGENS de Zulichem

A
la Haye.

N^o 1844^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. HUDDE.

2 OCTOBRE 1671.

*La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard¹⁾.
Elle est la réponse aux Nos. 1839 et 1843.*

Parijs den 2 Oct. 1671.

Mijn Heer

Beyde UE aengenaeme van den 18 Aug. en 14 Sept. sijn mij wel behandicht, waer van d'eerste al over langh behoorden beantwoordt te zijn. doch het waerenemen van den tijdt van onse vacantie die ick te Landtwaert ²⁾ besteedt hebbe is oorfaeck van dit versuym geweest, waer van daen nu eerst wedergekomen sijnde, vinde ick hier soo veel affaires dat noch geen tijdt hebbe konnen vinden om te dencken op de lijfrente Rekeningen, noch selfs tegenwoordigh geen en hebbe om UE pertinentlyck op alles te antwoorden.

Ick sal alleenlijck UE bedancken, eerstlijck voor de beleeftheijdt aen Mr. Picard ³⁾ bewefen, waer van hij door sijn schrijven alhier bethoont heeft ten

¹⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 1224, note 2.

¹⁵⁾ Peut-être une fille de François Payot de Linière; voir la Lettre N^o. 1589, note 8.

¹⁶⁾ Miralinde Suerius.

¹⁾ Voir, page 725 de ce volume, la note 1 de la Lettre N^o. 392^a.

²⁾ Probablement à Viry, chez Claude Perrault.

³⁾ Consultez la Lettre N^o. 1838.

hooghten voldaan te sijn. Ten tweeden voor de genomene moeite in't vervorderen van onse betaelingh, alhoewel het mij leet is, in de rekeningh die het UE gelieft heeft daer van te doen, die poste van de 10 ducats gestelt te sien ⁴⁾ van welcke niet UE maer veel eer mijn Heeren de Staten mij behoorden te rembourseren gelijk ick langh genoegh, maer, soo ick nu sie, te vergeefs tegen UE hebbe staende gehouden. Het communiceren van 't register der lijfrenten is de derde obligatie die ick UE tegenwoordigh hebbe ⁵⁾ welcke ick voornementlijk wenschte te sien om te weten hoe dit overeenquam of verscheelde van het Register van de Hr. Raedpens. ⁶⁾. De methode die zijn Ed.e in dese reeckeningh gebruikt, sich dienende van de Logarithmi was mijns oordeels onwederspreckelijk en de kortste die men soude kunnen in't werck stellen. Indien die van UE anders is, en sonder de hulp der Logarithmi, soo moet die noodsaeckelijk van grooter arbeit wesen. De reeckeningh van de Hr. Raedpens. op 2, 3, of meer lijven was mede seer goet en niet swaerder als die op een lijf, welcke mij nog seer wel voorstaet. Ende niet siende wat daer in beter soude kunnen gedaen werden soo weet ick niet of het ook noodigh is dat ick daer aen vergaere, want daar niet weijnigh moeite aen vast is, en de uijtkomsten, gelijk UE siet, verscheijden, naer de verscheijde Registers der gestorvenen. doch indien UE oordeelt datter noch iet soeckens waardigh in dese materie resteert sal mij alijds aengenaem sijn dien aengaende te confereeren. Hier mede eijndigende blijve

Mijn Heer

UE dienstwillige dienaar

CHR. HUYGENS van Zuylichem.

Mijn Heer

Mijn Heer Jo. HUDDE

Raedt en Schepen der Stadt Amsterdam.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 1843.

⁵⁾ Voir la Lettre N°. 1839 et le Tableau vis-à-vis la page 96 du Tome VII.

⁶⁾ Ce Registre, que nous ne connaissons pas, est mentionné dans l'Addition („Bijvoeghsel") qui se trouve dans l'ouvrage cité dans la note 6 de la Lettre N°. 1828.

N^o 2147^a.[GALLON]¹⁾ à [LOUIS DE PUGET]²⁾.

16 NOVEMBRE 1678.

*La lettre se trouve à Besançon, Bibliothèque³⁾.
Elle a été publiée par H. Brocard⁴⁾.*

A Paris le 16 Nov.re 1678.

Je vous demande mille pardons mon cher Monsieur sy ie ne vous ay pas encore envoieé les petites boules a microscope que vous m'avez demandé il y a quelques sepmaines⁵⁾; j'en ay ie vous affeure quelque confusion, ie suis cependant peuteestre digne d'excuse puisque madame Le Bas⁶⁾ qui loge aux Galeries du Louvre ayant appris a les faire de Mons.^r Huguens passé pour estre le plus habile a les construire, les autres en faisant un beaucoup plus grand nombre qu'elle pour en avoir quelques bonnes, ayant esté fort pressée pour d'autres ouvra-

¹⁾ Gallon était un opticien, demeurant à Paris.

²⁾ Louis de Puget ou du Puget, physicien, membre de l'Académie de Lyon, né à Lyon en 1629, y mourut le 6 décembre 1709. Il fit de nombreuses observations sur le magnétisme des aimants et l'anatomie des insectes, qu'il publia dans divers ouvrages. Il a laissé quelques poésies.

D'après M. Brocard, à qui nous devons ces renseignements biographiques, l'inspection du recueil cité dans la note 3 ne laisse aucun doute que la présente lettre avec plusieurs autres du même recueil, n'ait été adressée à Louis de Puget. D'ailleurs ce recueil contient la minute d'une lettre, signée non plus, mais écrite de la main de de Puget qui répond à une autre objection soulevée contre son système oculaire de trois lentilles sphériques. Selon cette minute (page 27 de l'ouvrage cité de M. Brocard), de Puget ne désespère pas qu'on pourrait construire une lunette, composée de petites boules, si portative qu'elle ne tiendrait pas plus de place dans la poche qu'un estuy de curedent ou un porte-crayon.

³⁾ Dans le recueil manuscrit numéroté 603. La lettre, qui n'est pas signée mais doit être attribuée à Gallon dont l'écriture est connue, nous a été communiquée par Mr. H. Brocard avant la publication de son ouvrage.

⁴⁾ Dans un ouvrage tiré à 120 exemplaires et qui n'a pas été mis dans le commerce, intitulé: „Louis de Puget, François Lamy, Louis Joblot, leur action scientifique d'après de nouveaux documents. Contribution à l'Histoire des Sciences Physiques et Naturelles de 1671 à 1711 par H. Brocard. Bar-le-Duc, Imprimerie Comte-Jacquet, 1905", in-4^o, p. 25.

⁵⁾ Dans une lettre datée du 5 aoust 1678 (l. c. p. 23) Gallon avait écrit à Puget: „A l'esgard de la Nouvelle manière des microscopes que M. Huguens a tout recement apportez d'Holande qui sont faits d'un verre fondu au feu de la Lampe des esmailleurs ie puis vous dire que le sieur Hubin dont le nom vous est connu a commencé depuis quelques iours en faire, et parce que on ne doute pas que au moins quelques uns réussiront fort bien i espere d'icy a peu de sepmaines de vous en adresser un qui avec la monture ne coutera au plus que demye pistole; on m'a dit que l'efet en est fort divertissant”.

On peut consulter, sur les microscopes en question, la note 1 de la Lettre N^o. 2117 et les Lettres Nos. 2119, 2132, 2133, 2135, 2136, 2142 et 2148.

⁶⁾ Voir la Lettre N^o. 2187.

ges n'a voulu m'en promettre que pour la fin de cette semaine; Je crois donc que je ne vous les enverrai d'ici a cinq ou six jours.

Touchant la Pneumatique, il n'y a que Mr. Hubin⁷⁾ qui en vend quelques unes, il dit qu'il faut 4 louis d'or pour en avoir une bien composée, elles sont un peu délicates, mais il n'y aurait guere a craindre entre vos mains parce que vous la scauriez tres bien gouverner.

Pour satisfaire entièrement vostre curiosité touchant la proposition que vous me fites de faire servir ces petites boules pour des nouveaux microscopes a des lunettes d'approche, et pour cet effet d'en enchasser trois dans un fort petit tube ou l'on ferait rencontrer leurs foyers de la mesme facon que l'on dispose d'ordinaire les trois lentilles oculaires d'une lunette à quatre verres en y ajoutant un objectif de la portée et grandeur requise et proportionnée, j'ay jugé que ie ne pouvois mieux m'y prendre qu'en m'adressant à l'incomparable Mons.^r Huguens, dont voicy exactement la pensée sur ce propos.

Les petites boules de verre ne pourraient servir pour en composer des lunettes d'approche de quelque manière qu'on les ordonat, parce que les lunettes d'approche doivent ramasser quantité des rayons venant de chaque point de l'objet et cela a proportion qu'elles grossissent l'objet: c'est pourquoy dans les longues lunettes le verre objectif doit avoir beaucoup d'ouverture, autrement elles deviennent obscures; or ces petites boules estant mesme plus petites que la prunelle de l'oeil, il est impossible qu'elles amassent plus de rayons que la prunelle, mais dans le microscope la prochaine distance de l'objet fait qu'elles prennent beaucoup des rayons de ceux qui viennent de ces objets⁸⁾.

Il m'a dit que s'il vous restoit la dessus quelque doute et que l'on desirat son sentiment qu'il le donnera volontiers.

Il a esté de mesme opinion que moy touchant la proposition que Monsieur Charrier le lieutenant me fait l'honneur de me faire faire qu'on pourroit employer en des lanternes des cristaux convexes et taillez a facettes pour esclairer un carosse au lieu des flambeaux que les lacquais portent et sy ils esclairoient mieux que les simples convexes. Voicy precisement l'opinion du mesme Mons.^r Huguens sur ce propos.

„Les verres a facettes pourroient servir a peu prez comme les verres ou cristaux

⁷⁾ Voir la Lettre N^o. 1928. Hubin, constructeur d'instruments physiques à Paris, était anglais d'origine. En 1699 il portait le titre d'émailleur du Roi.

⁸⁾ Il est évident, d'après cette remarque, que dans l'idée de Huygens, de Puget se proposait de construire une lunette uniquement composée de petites boules dans le genre de celle de la note 2. La minute citée dans cette note semble indiquer que de Puget avait aussi conçu le projet d'une lunette composée de trois petites boules comme oculaire combinées avec une boule plus grosse comme objectif, mais il est clair que pour échapper de cette manière à l'objection de Huygens, on arriverait à un système qui, s'il était réalisable, ne présenterait plus aucun avantage.

convexes simplement pour esclairer de loing en mettant la chandele dans leurs foyers, mais cette clarté s'étend seulement en ligne droite, et n'a point d'étendue aux cotez".

Je recevray en toutes les occasions les ordres de Mons.^r le Lieutenant Charrier avec beaucoup de satisfaction et le serviray de tout mon mieux vous; voulez bien mon cher Mons.^r me faire l'amitié de l'en affeurer.

Vous voulez bien M.^r affeurer M.^r de la Valette de mes respects et lui dire qu'il n'y a plus des oeuvres du P. Mainbourg⁹⁾ in 4° hors le Schisme d'Occident; les autres sont en petit voulume il y en a 11 et valent 40 s. la piece le schisme d'Occident s'acheve en petit volume, et le tout vaudra 26 ₧.

N^o 2335^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN¹⁾.

24 MAI 1684.

*La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga²⁾.
Elle est la réponse au No. 2330.*

A la Haye ce 24. Maj. 1684.

MONSIEUR

Je vous dois encore des remercimens de m'avoir communiqué le project de Mr. de Frijbergen touchant un nouvel usage de la poudre à canon, ayant differé d e

⁹⁾ Louis Mainbourg, né à Nancy en 1610, mort le 13 août 1686.

¹⁾ Aux données biographiques de la Lettre N^o. 2316, note 1 nous pouvons ajouter les suivantes.

Philip Ernst Vegelin van Claerbergen naquit le 10 octobre 1613, dans le Palatinat. Après quelques voyages il devint secrétaire, puis chambellan de Willem Frederik van Nassau, comte de Nassau-Dietz, Stadhouder de la Frise. Il épousa, le 22 janvier 1643, Fokjen van Sminia, veuve de Frederik van Hillema, laquelle mourut le 30 avril 1658. Il se remaria avec Josina Ruisch, qui lui survécut. Philip Ernst mourut le 6 décembre 1693.

²⁾ Nous devons la copie de cette lettre, ainsi que celles des Lettres Nos. 2364^a, 2382^b, 2498^a et 2561^a, aux soins de M. le docteur T. J. de Boer, sous-bibliothécaire de la Bibliothèque royale de la Haye.

La lettre est évidemment la même que celle dont nous avons imprimé un fragment sous le N^o. 2425 avec la date 24 mai 1686, dont le millésime est en erreur de deux ans. Ce fragment était emprunté à l'article des Nouvelles de la République des Lettres, cité dans la note 1 de la Lettre N^o. 2425. L'Unicus", dont il est question dans cette note, est donc bien Christiaan Huygens et l'„amicus" ne peut être que P. E. Vegelin van Claerbergen, lequel très probablement a communiqué l'extrait à Freybergen. Ce dernier s'identifie maintenant avec le „stifts-hauptmann à Zoedtenbourg". Voir, sur Freybergen, les Lettres Nos. 2495, 2496 et 2504.

m'acquiter de ce devoir jusqu'à ce que je puisse vous communiquer en revanche la nouvelle invention de se servir des telescopes³⁾ sans avoir besoin de tuyau, ni de machine embarrassante pour les dresser. L'on a voulu que je fisse imprimer la description que j'en ay faite et je vous en envoie deux exemplaires, dont vous aurez la bonté d'en faire tenir un à Monsieur Fullenius⁴⁾ qui verra par là que je me souviens de luy quoyqu'il semble m'avoir oublié. Pour ce qui est du dessein de Mr. de Frijberguen⁵⁾ il n'est pas tant hors d'esperance de succes a mon avis que l'on diroit d'abord et il y a 7 a 8 ans que je fis voir a Mr. Colbert une machine que j'avois fait construire dans cette mesme intention, et qui fut enregistrée dans nostre academie. L'effect en estoit qu'avec une petite quantité de poudre, comme il en faut pour remplir un dè a coudre, elle estoit capable d'élever quelques seize-cent livres à la hauteur de 5 pieds, et cela sans cette impetuositè ordinaire qu'on luy voit, mais d'une force temperée et egale. quatre ou cinq laquais que Mr. Colbert fit tirer a la chorde attachee a cette machine furent elevez fort facilement en l'air. Toutefois il se rencontre quelque difficulté a renouveler continuellement cette force, et puis que nous avons des moteurs plus commodes, comme sont le vent et les eaux courantes, je ne vois pas qu'il y ait grand avantage a poursuivre ou perfectionner cette invention. Si vous avez appris depuis vostre derniere ou en est Mr. de Frijbergen⁶⁾, je seray bien aise d'en estre instruit, comme aussi de l'estat de vostre fantè a la quelle je m'interessè comme estant de tout mon coeur

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
HUGENS de Zulichem.



³⁾ L'ouvrage cité dans la note 1 de la Lettre N°. 2334.

⁴⁾ Comparez la Lettre N°. 2335. Sur R. Fullenius, voir la Lettre N°. 2317, note 1.

⁵⁾ Ici commence, avec un autre exorde, le fragment de cette lettre, imprimé dans les Nouvelles de la République des Lettres et reproduit dans notre N°. 2425.

⁶⁾ Chr. Huygens avait reçu avis des projets de Freybergen par la Lettre N°. 2330.

N^o 2364^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN.

1^{er} SEPTEMBRE 1684.

*La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga¹⁾.
Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

A la Haye ce premier Sept. 1684.

MONSIEUR

Je prens la liberté de vous envoyer ce paquet pour Monsieur Fullenius, vous suppliant de le luy faire tenir sûrement. J'y ay mis entre autres une feuille imprimée qui doit estre mise a la place de celle qui est au commencement de mon *Astroscopia*²⁾ dans l'exemplaire que je luy ay envoyé cydevant. Et j'ajoute une pareille feuille pour faire le mesme supplement dans vostre exemplaire. Je vous suis tres obligé Monsieur du sentiment avantageux qu'il vous a plu me tesmoigner pour ce petit Traité et je souhaite fort qu'un jour je vous puisse faire voir l'effect de l'invention que j'y propose. Pour ce qui est de vous faire avoir des instrumens semblables a ceux que j'y emploie il m'a semblé qu'ils ne vous pourroient servir de rien, n'ayant pas la principale piece qui est le grand verre objectif. Et en tout cas je crois qu'il feroit fort necessaire que vous vissiez auparavant la maniere de ces sortes d'observations. Je reçus hier les Poësies et descriptions composées a l'occasion de vos illustres Nopçes³⁾ dont vous avez eu la bonté de me faire part. Il paroît que cette feste s'est passée avec beaucoup de magnificence, et je ne doute pas qu'elle ne vous ait donné assez d'occupation. Je ne sçay si vous n'aurez rien appris d'avantage du dessein de Mons. Freibergue⁴⁾. Ce qui m'empesche d'en attendre de grands effects, c'est que nous avons desia ces excellents principes de mouvement, sçavoir le vent, les eaux, les animaux, pour servir dans tous les besoins. Et il est malaisé de s'imaginer des occurrences ou son moteur seroit preferable a ceux la. Je suis de tout mon coeur

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
HUGENS de Zulichem.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2335^a, note 2.

La Lettre N^o. 2364^a a été accompagnée par la Lettre N^o. 2364.

²⁾ Consultez la Lettre N^o. 2340, note 6.

³⁾ Il s'agit des noces du prince Hendrik Casimir avec Henriette Amalia d'Anhalt-Dessau, célébrées à Dessau le 16 novembre 1683.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2335^a, note 6.

N^o 2382^b.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN.

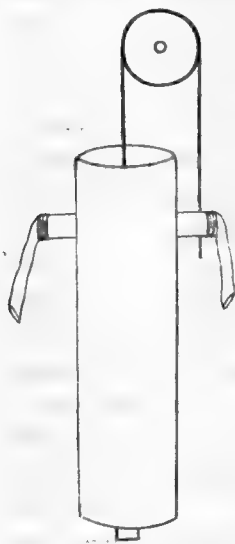
19 AVRIL 1685.

*La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga¹⁾.**Elle est la réponse à une lettre que nous ne connaissons pas.*

A la Haye ce 19 Avr. 1685.

MONSIEUR

Je vous dois demander pardon aussi bien qu'à Monsieur Fullenius de ce long silence, car toutes mes occupations ne scauroient me fournir d'excuse assez legitime. Vous aurez s'il vous plait la bonté de luy envoyer ma lettre ²⁾, par la quelle je l'exhorte de nous venir voir, comme il m'a mandé ²⁾ qu'il en avoit eu dessein. Je vous assure Monsieur que j'ayme extremement ce personnage tant pour sa grande inclination pour les mathematiques, que pour sa candeur et autres rares qualitez.



Vous me parlez dans vostre dernière de l'envie qu'auroit Monsr. Freibergh de voir le modèle ou dessein de ma machine pour le nouvel usage de la poudre à canon. Mais comme la communication doit estre reciproque je souhaiterois aussi de sçavoir ce que c'est qu'il a inventé en ce genre, et si sa machine est différente de la mienne. La figure de la principale pièce de celle que je fis voir à Monsr. Colbert est telle que je vous la représente icy ³⁾. Mandez je vous prie à Mr. Freibergh qu'il vous fasse de même voir quelque chose de la sienne. La quelle si elle est bâtie sur le même principe que cellecy il en comprendra aisément tout le mystère sans que j'y ajoute d'autre explication. Si non, je veux bien la luy donner entière. Je crois vous avoir écrit cydevant que je ne vois pas assez d'utilité dans cette invention pour m'y appliquer d'avantage mais il se peut que Mr. Freibergh ait trouvé quelque chose de meilleur, dont je feray bien aise d'avoir part. Je suis de tout mon cœur

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur
HUGENS de Zulichem.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2335^a, note 2.²⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre.³⁾ Comparez la Lettre N^o. 1971.

N^o 2498^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN.

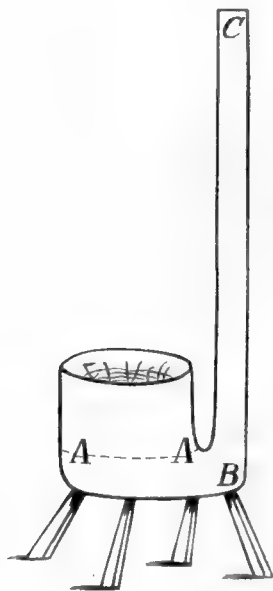
25 OCTOBRE 1687.

*La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga¹⁾.**Elle est la réponse au No. 2495.**Vegelin y répondit par la Lettre No. 2504.*

MONSIEUR

J'ay receu par les mains de Monfieur Tronchin²⁾ la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'escire qui enfermoit l'extrait de celle de Monfieur Freydberg³⁾ a vous. Je ne scay pas bien si l'invention de cheminées dont il fouhaite d'estre informé est la mesme dont j'ay vu quelque description dans le Journal de Scavants de Paris⁴⁾. Cependant je ne laisseray pas de vous dire comment on m'a fait comprendre que ces cheminees sont faites, par ce que quand mesme Monsr. Freydberg ou vous eussiez vu ce journal, il se pourroit que vous n'auriez point

entendu en quoy l'invention consiste, puis qu'on n'y a point adjouté de figure. Ce n'est pas, comme l'on luy a fait entendre, qu'il n'y a point d'issue pour la fumée, mais la fumée se consume tellement par le feu, qu'elle sort comme une vapeur invifible comme il arrive dans les fourneaux des verreries.



AA est un receptacle ouvert par en haut, dans lequel on met la matiere combustible, sur un gril qui est a cet endroit AA. au dessous du quel est joint le tuyau BC. montant perpendiculairement et estant ouvert au bout C. Il arrive donc que le tuyau BC. s'echauffant, l'air qui y est contenu par la legereté que luy donne sa chaleur, monte continuellement et sort par le bout C. Et entraine ainsi la fumée qui s'engendre au vaisseau AA, mais qui, passant en descendant a travers le feu, perd toute son epaisseur et son odeur, de sorte qu'en mettant mesme du cuir ou autre chose puante avec les char-

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2335^a, note 2.

²⁾ Jean Antoine Tronchin; voir la Lettre N^o. 2495, note 7.

³⁾ La Lettre N^o. 2496.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2447, note 6.

bons allumez, et plaçant la machine au milieu d'une chambre, on n'apperoit aucune mauvaife odeur, ni fumée. Mais il faut que le feu soit auparavant bien allumé et que le tuyau BC soit echauffé. Voila comme on m'a depeint cette sorte de fourneau ou cheminée, dont on a fait l'expérience a Paris, mais non pas icy à la Haye que je scache. l'inventeur se nomme d'Alesme⁵⁾ que j'ay connu estant en France. Si j'ay bien retenu le tuyau B.C. avoit 5 ou 6 pieds de haut. Je ne croy pas qu'on puisse employer cette machine pour chauffer une chambre en la mettant ailleurs que sous la cheminee par ce que l'air qui sort par le tuyau B.C. devient inutile a la respiration, pour avoir passé par le feu. Je souhaiterois pour la satisfaction de Monsieur Freydberg que l'ouvrage que l'on fait imprimer a Paris fust achevé, mais comme il y a encore bien de pieces qui y doivent entrer je ne scaurois dire quand cela fera⁶⁾. Il y a desja 4 ou 5 mois que j'ay envoié pour cela les copies de mes escrits, ou est entre autres⁷⁾ la maniere dont je me sers pour employer la poudre a canon, que Mr. Freydberg a tant d'envie de voir et qu'il estime plus qu'elle ne merite. pour luy en donner quelque ouverture vous pouvez luy mander qu'au lieu d'un poids de plomb ou autre matiere solide qu'il se proposoit d'élever⁸⁾ par l'effort de la poudre je n'éleve que l'air, qui apres cela, par sa pression, fait mouvoir ce que l'on veut. En luy escrivant je vous prie d'avoir la bonté de luy faire mes tres humble baifemains et de mesme a Mons. Fullenius de qui Mons. Tronchin m'a dit qu'il travaille avec assiduité aux verres des Telescopes. Je suis

MONSIEUR

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur

HUGENS de Zulichem.

⁵⁾ Sur André d'Alesme, voir la Lettre N°. 2008, note 15.

⁶⁾ L'ouvrage cité dans la Lettre N°. 2432, note 1.

⁷⁾ Voir la note 1 de la Lettre N°. 2435.

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2425, note 1.

N^o 2571^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. E. VEGELIN VAN CLAERBERGEN.

9 MARS 1690.

*La lettre se trouve à Leeuwarden, archives de la famille van Eysinga¹⁾.**Elle fait suite à la lettre indiquée dans la Lettre No. 2564.**Vegelin van Claerbergen y répondit le 10 avril 1690 par une lettre que nous ne connaissons pas²⁾.*

A la Haye ce 9 Mars 1690.

MONSIEUR

Je ne vous écris ce mot que pour scavoir si ma lettre du 17^e du mois passé vous a esté rendue avec la quelle estoient 3 Exemplaires d'un Traité de la lumière que je viens de mettre au jour³⁾. Il y en avoit un pour vous, un pour Mr. Fullenius avec une lettre dans une enveloppe à part, et un troisième que je vous priois de faire tenir à ces Mrs de Leipfich, qui écrivent les Acta Eruditorum. Le paquet n'est parti d'icy à ce qu'on m'a dit, que le 23^e du même mois. Mais comme il s'est passé assez de temps pour pouvoir avoir réponse soit de vous, soit de Mr. Fullenius, cela m'a fait douter s'il avoit esté rendu. Celuy qui s'en est chargé est un messager ordinaire de Frise que l'on m'a enseigné icy, mais qu'on me dit à cette heure qu'il ne doit retourner à la Haye que vers le mois de May, il s'appelle Claes Juckes. Deux lignes de votre main me mettront en repos, en attendant les quelles je demeure

MONSIEUR

Vostre treshumble et trefobeissant serviteur
CHR. HUGENS de Zulichem.

Quand vous me ferez l'honneur de m'écrire je vous prie d'adresser votre lettre au noordende naest de Crabbe, qui est mon logement pendant cet hyver, et toute les fois que je suis à la Haye.

¹⁾ Voir la Lettre N^o. 2335^a, note 2.

²⁾ Voir le N^o. 2564.

³⁾ Le Traité de la Lumière etc. avec un Discours de la Cause de la Pesanteur, voir la pièce N^o. 2519, note 8.

N^o 2701^a.

CHRISTIAAN HUYGENS à B. DE VOLDER.

[SEPTEMBRE 1691].

*Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Sommaire : à Mr. de Volder¹⁾.*

Autant de clarté qu'il en peut avoir dans des disputes de cette nature. qu'il raisonne fort subtilement, et qu'on voit bien qu'il est fort versé dans ces matieres et disputes. qu'a moins de cela on n'en scauroit faire autant. que ces theses font un Traité qui peut servir à bien entendre des Cartes et à oster des difficultez tant vraies qu'apparantes.

la 9me et 10me sont belles.

que m. l'Evesque²⁾ bien souvent objecte assez grossierement. s'il a vu ces reponfes.

Que je ne suis pas tout à fait pour le Criterium de des Cartes. Parce que dans la geometrie mesme on s' imagine souvent de comprendre tres clairement des choses qui sont fausses. Il y reste donc tousjours à scavoir si l'on a compris clairement et distinctement, ce que est assez douteux dans des longues demonstrations. Et de la naissent les paralogismes. Je ferais donc plus pour les divers degrez de vraisemblance, laquelle dans certaines rencontres est si grande que d'estre quelque fois comme 10000000000 et plus contre un³⁾, que le vray ou le faux d'une proposition, et qu'en de certaines choses cela va comme à l'infini.

¹⁾ La lettre a évidemment été écrite en réponse à un ouvrage de B. de Volder que Huygens venait de lire, probablement celui cité dans la note 12 de la Lettre N^o. 2711.

²⁾ P. D. Huet; voir la Lettre N^o. 2696.

³⁾ Comparez la pièce N^o. 1944, où Huygens émet une opinion pareille.

TABLES.

I. LETTRES.

N ^o .	Date.				Page.
2655	1	Janvier	1691	P. Bayle à Christiaan Huygens.....	1
2656	1	„		A. de Graaff à Christiaan Huygens.....	2
2657	13	„		Christiaan Huygens à P. Bayle.....	3
2658	17	„		Ph. de la Hire à Christiaan Huygens.....	5
2659	6	Février		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	9
2660	23	„		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	17
2661				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (1691).....	23
2662				<i>Appendice II.</i> Christiaan Huygens (1691).....	45
2663	25	„		G. Meier à Christiaan Huygens.....	48
2664	2	Mars		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	49
2665	12	„		P. D. Huet à Christiaan Huygens.....	53
2666	26	„		Christiaan Huygens à G. Meier.....	54
2667	26	„		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	55
2668				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (1691).....	59
2669				<i>Appendice II.</i> Christiaan Huygens (1691).....	63
2670	29	„		Christiaan Huygens à A. de Graaff.....	72
2671				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (mars 1691).....	73
2672	3	Avril		Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.....	74
2673	9	„		N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.....	77
2674	17	„		A. de Graaff à Christiaan Huygens.....	79
2675	18	„		Christiaan Huygens à P. D. Huet.....	81
2676	20	„		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	83

N ^o .	Date.			Page.
2677	21	Avril	1691	Christiaan Huygens à G. W. Leibniz 86
2678	23	"		G. Meier à Christiaan Huygens 89
2679		"		Christiaan Huygens à A. de Graaff 91
2680	5	Mai		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz 93
2681				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens aux Editeurs des Acta Eruditorum (5 mai 1691) 95
2682	27	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens 99
2683	5	Juin		G. Cuper à Christiaan Huygens 101
2684	6	"		Christiaan Huygens à G. Cuper 102
2685	6	"		Christiaan Huygens à P. Bayle 103
2686		"		Christiaan Huygens à G. Meier 104
2687	19	Juillet		M. van Velden à Christiaan Huygens 106
2688	24	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens 109
2689	26	"		Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère . . 113
2690		"		Jac. Bernoulli 114
2691	16	Août		D. Papin à Christiaan Huygens 119
2692	28	"		J. Gouffet à Christiaan Huygens 125
2693	1	Septembre		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz 127
2694				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (août 1691) 135
2695	4	"		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz 139
2696	16	"		P. D. Huet à Christiaan Huygens 143
2697	18	"		N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens 145
2698				<i>Appendice.</i> N. Fatio de Duillier (1690) 147
2699	21	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens 156
2700	25	"		Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier 163
2701	26	"		G. Meier à Christiaan Huygens 163
2702	25	Octobre		D. Papin à Christiaan Huygens 164
2703	27	"		J. de Graaff à Christiaan Huygens 166
2704	28	"		P. Baert à Christiaan Huygens 167
2705		"		Christiaan Huygens à H. Bafnage de Beauval 169
2706	2	Novembre		Christiaan Huygens à D. Papin 175
2707				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens à D. Papin (14 décembre 1690) 177
2708	2	"		Christiaan Huygens à J. Gouffet 180
2709	16	"		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz 182

N ^o .	Date.			Page.
2710			<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (octobre ou novembre 1690 et 1691).....	192
2711	16	Novembre	1691 Christiaan Huygens à G. Meier	194
2712	20	"	G. Meier à Christiaan Huygens.....	196
2713			<i>Appendice.</i> G. W. Leibniz à Christiaan Huygens (octobre 1691).....	197
2714	22	"	Christiaan Huygens à P. Baert.....	203
2715	11	Décembre	Christiaan Huygens à van Asten.....	204
2716	13	"	Christiaan Huygens à A. de Graaff.....	204
2717	15	"	Christiaan Huygens à W. van Lith.....	205
2718	17	"	A. de Graaff à Christiaan Huygens.....	205
2719	18	"	S. van de Blocquery à Christiaan Huygens.....	206
2720			<i>Appendice.</i> J. de Graaff, G. Meybos et P. van Laer aux Directeurs de la Compagnie des Indes (1691).....	207
2721	18	"	Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.....	209
2722	28	"	Christiaan Huygens à S. van de Blocquery.....	212
2723	28	"	N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.....	213
2724			Christiaan Huygens à ?.....	216
2725	1	Janvier	1692 Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	219
2726	1	"	Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	221
2727	8	"	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	225
2728	10	"	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	230
2729	18	"	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	231
2730	20	"	Hubertus Huighens à Christiaan Huygens.....	233
2731	26	"	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	236
2732	4	Février	Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	238
2733	5	"	Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.....	241
2734	7	"	Christiaan Huygens à S. van de Blocquery.....	243
2735	12	"	Christiaan Huygens à Hubertus Huighens.....	244
2736			<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (janvier ou février 1692).....	249
2737			<i>Appendice II.</i> Christiaan Huygens (janvier ou février 1692).....	253
2738	15	"	Christiaan Huygens à Hubertus Huighens.....	255
2739	15	"	N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.....	257
2740	19	"	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	260

N°.	Date.				Page.
2741	29	Février	1692	Christiaan Huygens à A. L. Coymans.....	263
2742	3	Mars		Hubertus Huighens à Christiaan Huygens.....	264
2743	6	"		P. Bayle à Christiaan Huygens.....	267
2744	15	"		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	268
2745	17	"		N. Fatio de Duillier à Christiaan Huygens.....	271
2746	19	"		Christiaan Huygens à P. Bayle.....	273
2747	31	"		J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens.....	274
2748	5	Avril		Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.....	276
2749	9	"		Christiaan Huygens à J. G. Steigerthal.....	281
2750	11	"		J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens.....	281
2751	11	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	283
2752	2	Mai		Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier.....	287
2753	2	Juin		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	289
2754	6	"		Christiaan Huygens à W. Matthysen.....	290
2755	9	"		J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens.....	291
2756	9	"		Christiaan Huygens à J. G. Steigerthal.....	292
2757	12	"		J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens.....	293
2758	30	"		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	294
2759	11	Juillet		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	296
2760	26	"		Le Marquis De l'Hospital à Christiaan Huygens...	304
2761	31	"		Christiaan Huygens à van Merle.....	306
2762	27	Août		Christiaan Huygens au Marquis De l'Hospital.....	307
2763				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (décembre 1691)..	309
2764	8	Septembre		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	311
2765	10	"		Le Marquis De l'Hospital à Christiaan Huygens...	312
2766	26	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	316
2767	9	Octobre		Christiaan Huygens à Ph. de la Hire.....	322
2768	22	"		Christiaan Huygens au Marquis De l'Hospital.....	325
2769				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (octobre 1692)..	330
2770				<i>Appendice II.</i> Christiaan Huygens (octobre 1692)..	333
2771				<i>Appendice III.</i> Christiaan Huygens (27 octobre 1692).....	336
2772	11	Novembre		J. de Graaff à Christiaan Huygens.....	339
2773	16	"		S. van de Blocquery à Christiaan Huygens.....	340
2774	19	"		J. de Graaff à Christiaan Huygens.....	341
2775	23	"		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens....	342

N ^o .	Date.			Page.
2776	2	Décembre	1692	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens.. 347
2777	29	"		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital..... 348
2778				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (septembre ou octobre 1692)..... 356
2779				<i>Appendice II.</i> Christiaan Huygens (décembre 1692) 358
2780				<i>Appendice III.</i> Christiaan Huygens (18 décembre 1692)..... 361
2781				<i>Appendice IV.</i> Christiaan Huygens (octobre 1692) 364
2782				<i>Appendice V.</i> Christiaan Huygens (21 novembre 1692)..... 374
2783	30	"		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens.. 380
2784	30	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens..... 382
2785	12	Janvier	1693	Christiaan Huygens à G. W. Leibniz..... 383
2786	10	Février		Christiaan Huygens à J. de Graaff. 389
2787	12	"		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens... 390
2788				<i>Appendice.</i> (Artus Gouffier, duc de Roanez à Christiaan Huygens (février 1693)..... 395
2789	14	"		J. de Graaff à Christiaan Huygens..... 396
2790	26	"		Christiaan Huygens à P. Bayle..... 398
2791				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (1693)..... 399
2792	26	"		Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens..... 406
2793				Christiaan Huygens à H. Bafnage de Beauval..... 407
2794				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (octobre-décembre 1693)..... 418
2795	6	Mars		Christiaan Huygens à S. van de Blocquery..... 422
2796	6	"		Christiaan Huygens aux Directeurs de la Compagnie des Indes..... 423
2797	20	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens..... 425
2798	24	"		Christiaan Huygens à B. de Volder 433
2799				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens à B. de Volder (24 mars 1793)..... 435
2800	6	Avril		B. de Volder à Christiaan Huygens 435
2801	9	"		Christiaan Huygens au Marquis De l'Hospital. 437
2802	19	"		Christiaan Huygens à B. de Volder..... 442
2803				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens à B. de Volder (19 avril 1693).... 443

N ^o .	Date.			Page.
2804		Avril	1693	J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens..... 444
2805	12	Mai		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens ... 446
2806	20	"		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 451
2807	2	Juillet		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens ... 452
2808	16	"		Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère.. 455
2809	16	"		Christiaan Huygens à J. le Clerc..... 456
2810	23	"		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 457
2811				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (juillet 1693)... 469
2812				<i>Appendice II.</i> David Gregory à Christiaan Huygens (juin ou juillet 1693)..... 471
2813	5	Août		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 474
2814				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (juillet-août 1693)..... 478
2815	10	"		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens ... 481
2816	19	"		Christiaan Huygens à Ph. de la Hire..... 486
2817	1	Septembre		Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère.. 487
2818	3	"		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens.. 489
2819	3	"		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 490
2820	10	"		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 497
2821				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (septembre 1693). 500
2822	17	"		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz..... 509
2823		"		Christiaan Huygens aux Editeurs des Acta Erudit- torum..... 512
2824				<i>Appendice.</i> Leibniz aux Editeurs des Acta Erudit- rum (septembre 1693)..... 516
2825	18	"		Le Marquis De l'Hospital à Christiaan Huygens ... 518
2826		"		Christiaan Huygens à J. le Clerc, rédacteur de la Bibliothèque Universelle et Historique..... 525
2827				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens (1693)..... 532
2828	1	Octobre		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 534
2829	11	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens..... 538
2830	21	"		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens.... 544
2831	5	Novembre		Christiaan Huygens à J. P. Bignon..... 547
2832	5	"		Christiaan Huygens à Ph. de la Hire..... 548
2833	5	"		Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital 549
2834				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens (septembre 1663) 555

N ^o .	Date.			Page.
2835			1693 <i>Appendice II. Christiaan Huygens (août ou septembre 1693)</i>	556
2836	12	Novembre	Christiaan Huygens à J. P. Bignon.	561
2837	19	"	Christiaan Huygens à J. G. Steigerthal	562
2838	25	"	Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens . . .	563
2839	30	"	Christiaan Huygens à N. Fatio de Duillier	567
2840		"	Christiaan Huygens à Ph. de la Hire	570
2841	11	Décembre	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens	572
2842	24	"	Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital	577
2843	18	Janvier	1694 Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens . .	579
2844	5	Mars	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	581
2845	18	"	Christiaan Huygens à van Asten	582
2846	19	"	Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère..	583
2847	22	"	Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens. . .	585
2848			<i>Appendice. B. Renau à Christiaan Huygens (janvier 1694)</i>	588
2849	30	"	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	597
2850	2	Avril	Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère..	598
2851	13	"	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	599
2852	26	"	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens	600
2853			<i>Appendice. N. Fatio de Duillier à de Beyrie (9 avril 1694)</i>	605
2854	29	Mai	Christiaan Huygens à G. W. Leibniz	609
2855	6	Juin	Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère..	615
2856	8	"	Christiaan Huygens à G. W. Leibniz	617
2857	15	"	Christiaan Huygens à Geelvinck	619
2858	15	"	Christiaan Huygens à W. Wichers	620
2859	16	"	Christiaan Huygens au Marquis de l'Hospital	621
2860			<i>Appendice I. Christiaan Huygens (16 juin 1694) . .</i>	627
2861			<i>Appendice II. B. de Volder à Christiaan Huygens (mai ou juin 1694)</i>	630
2862			<i>Appendice III. B. de Volder à Christiaan Huygens (1694)</i>	636
2863	22	"	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens	639
2864	6	Juillet	Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère..	647
2865	8	"	Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	648

N°.	Date.				Page.
2866	9	Juillet	1694	G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	649
2867	12	"		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	652
2868	15	"		Christiaan Huygens à J. P. Bignon.....	653
2869				<i>Appendice.</i> Christiaan Huygens à H. Bafnage de Beauval (juin 1694).....	654
2870	15	"		Christiaan Huygens à Ph. de la Hire.....	658
2871	27	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	659
2872	27	"		Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère ..	662
2873	24	Août		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	664
2874				<i>Appendice I.</i> Christiaan Huygens à G. W. Leibniz (septembre 1694).....	671
2875				<i>Appendice II.</i> Christiaan Huygens aux Editeurs des Acta Eruditorum (août 1694).....	673
2876	14	Septembre		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	675
2877	18	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	683
2878	1	Octobre		Christiaan Huygens à de Rosen	684
2879	4	"		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens ...	686
2880	24	"		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	688
2881		"		B. Renau à Christiaan Huygens.....	690
2882				Christiaan Huygens à H. Bafnage de Beauval	694
2883	27	Décembre		Christiaan Huygens à A. Leers.....	696
2884	27	"		Christiaan Huygens à G. W. Leibniz.....	696
2885				Christiaan Huygens à A. du Quesne.....	700
2886				Christiaan Huygens à E. Bartholinus.....	701
2887				Christiaan Huygens à ?.....	702
2888	7	Janvier	1695	Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère ..	703
2889	21	Février		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens ...	704
2890	23	"		Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens..	707
2891	4	Mars		Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère..	708
2892	14	"		Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens....	711
2893	1	Juillet		G. W. Leibniz à Christiaan Huygens.....	714
2894	26	"		<i>Appendice.</i> G. W. Leibniz à H. Bafnage de Beauval (26 juillet 1695).....	719

SUPPLEMENT.

N ^o .	Date.				Page.
392 ^a	22	Juin	1657	Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens.....	725
1566 ^a	3	Décembre	1666	Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens.....	726
1844 ^a	2	Octobre	1671	Christiaan Huygens à J. Hudde.....	728
2147 ^a	16	Novembre	1678	Gallon à Louis de Puget.....	730
2335 ^a	24	Mai	1684	Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen	732
2364 ^a	1	Septembre	1684	Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen	734
2382 ^b	19	Avril	1685	Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen	735
2498 ^a	25	Octobre	1687	Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen	736
2571 ^a	9	Mars	1691	Christiaan Huygens à P. E. Vegelin van Claerbergen	738
2701 ^a		Septembre	1691	Christiaan Huygens à B. de Volder.....	739

II. LISTE ALPHABÉTIQUE DE LA CORRESPONDANCE.

Les chiffres gras désignent les numéros d'ordre des lettres.

Les chiffres gras pourvus d'une lettre italique désignent les numéros d'ordre du Supplément,
pages 725—739.

Les lettres figurent tant sous le nom de l'auteur que sous celui du correspondant. Dans le premier cas on a indiqué la date de la lettre.

Van Aften (Christiaan Huygens *à*). **2715.**

„ , capitaine (Christiaan Huygens *à*). **2845.**

P. Baert *à* Christiaan Huygens. 1691, 28 octobre **2704.**

„ (Christiaan Huygens *à*). **2714.**

E. Bartholinus (Christiaan Huygens *à*). **2886.**

H. Bafnage de Beauval (Christiaan Huygens *à*). **2705, 2703, 2869, 2882.**

„ (G. W. Leibniz *à*). **2894.**

P. Bayle *à* Christiaan Huygens. 1691, 1^{er} janvier **2655**; 1692, 6 mars **2743.**

„ (Christiaan Huygens *à*). **2657, 2685, 2746, 2790.**

Jac. Bernoulli. 1691, juillet **2690.**

De Beyrie (N. Fatio de Duillier *à*). **2853.**

J. P. Bignon (Christiaan Huygens *à*). **2831, 2836, 2868.**

S. van de Blocquery *à* Christiaan Huygens. 1691, 18 décembre **2719**; 1692, 16 novembre **2773.**

„ (Christiaan Huygens *à*). **2722, 2734, 2795.**

J. de Clerc (Christiaan Huygens *à*). **2800, 2826.**

A. L. Coymans (Christiaan Huygens *à*). **2741.**

G. Cuper *à* Christiaan Huygens. 1691, 5 juin **2683.**

„ (Christiaan Huygens *à*). **2684.**

Directeurs de la Compagnie des Indes (J. de Graaff, G. Meybos et P. van Laer *à*). **2720.**

„ (Christiaan Huygens *à*). **2796.**

Editeurs des *Acta Eruditorum* (Christiaan Huygens *aux*). **2681, 2823, 2875.**

„ „ (G. W. Leibniz *aux*). **2824.**

N. Fatio de Duillier à de Beyrie. 1694, 9 avril **2853.**

„ à Christiaan Huygens. 1691, 9 avril **2673**, 18 septembre **2697**, 28 décembre **2723**; 1692, 15 février **2739**, 17 mars **2745.**

„ (Christiaan Huygens à). **2672, 2700, 2721, 2733, 2748, 2752, 2830.**

„ 1690, **2698.**

Gallon à Louis de Puget. 1678, 16 novembre **2147^a.**

Geelvinck (Christiaan Huygens à). **2857.**

A. Gouffier, duc de Roanez à Christiaan Huygens. 1693, février **2788.**

J. Gouffet à Christiaan Huygens. 1691, 28 août **2692.**

„ (Christiaan Huygens à). **2708.**

A. de Graaff à Christiaan Huygens. 1691, 1^{er} janvier **2656**, 17 avril **2674**, 17 décembre **2718.**

„ (Christiaan Huygens à). **2670, 2679, 2716.**

J. de Graaff à Christiaan Huygens. 1692, 27 octobre **2703**; 1692, 11 novembre **2772**, 19 novembre **2774**; 1693, 14 février **2780.**

„ (Christiaan Huygens à). **2786.**

„ , G. Meybos et P. van Laer *aux* Directeurs de la Compagnie des Indes. 1691, **2720.**

D. Gregory à Christiaan Huygens. 1693, juin ou juillet **2812.**

Ph. de la Hire à Christiaan Huygens. 1691, 17 janvier **2658.**

„ (Christiaan Huygens à). **2767, 2816, 2832, 2840, 2870.**

Le Marquis de l'Hospital à Christiaan Huygens. 1692, 26 juillet **2760**, 10 septembre **2765**, 23 novembre **2775**; 1693, 12 février **2787**, 12 mai **2805**, 2 juillet **2807**, 10 août **2815**, 18 septembre **2825**, 21 octobre **2830**, 25 novembre **2838**; 1694, 18 janvier **2843**, 22 mars **2847**, 4 octobre **2879**; 1695, 21 février **2889**, 14 mars **2892.**

„ (Christiaan Huygens à). **2762, 2768, 2777, 2801, 2806, 2810, 2813, 2819, 2820, 2828, 2833, 2842, 2859.**

J. Hudde (Christiaan Huygens à). **1844^a.**

P. D. Huet à Christiaan Huygens. 1691, 12 mars **2665**, 16 septembre **2696.**

„ (Christiaan Huygens à). **2675.**

Christiaan Huygens à van Aften. 1691, 11 décembre **2715.**

„ à van Aften, capitaine. 1694, 18 mars **2845.**

„ à P. Baert. 1691, 22 novembre **2714.**

„ (P. Baert à). **2704.**

„ à E. Bartholinus. 1694, **2886.**

„ à H. Bafnage de Beauval. 1691, octobre **2705**; 1693, février **2793**; 1694, juin **2869, 2882.**

- Christiaan Huygens à P. Bayle. 1691, 13 janvier **2657**, 6 juin **2685**; 1692, 19 mars **2746**, 1693, 26 février **2790**.
- „ (P. Bayle à). **2655, 2743**.
- „ à J. P. Bignon. 1693, 5 novembre **2831**, 12 novembre **2836**; 1694, 15 juillet **2868**.
- „ à S. van de Blocquery. 1691, 28 décembre **2722**; 1692, 7 février **2734**; 1693, 6 mars **2795**.
- „ (S. van de Blocquery à). **2719, 2773**.
- „ à J. de Clerc. 1693, 16 juillet **2809**, septembre **2826**.
- „ à A. L. Coymans. 1692, 29 février **2741**.
- „ à G. Cuper. 1691, 6 juin **2684**.
- „ (G. Cuper à). **2683**.
- „ aux Directeurs de la Compagnie des Indes. 1693, 6 mars **2796**.
- „ aux Editeurs des Acta Eruditorum. 1691, 5 mai **2681**; 1693, septembre **2823**; 1694, août **2875**.
- „ à N. Fatio de Duillier. 1691, 3 avril **2672**, 25 septembre **2700**, 18 décembre **2721**; 1692, 5 février **2733**, 5 avril **2748**, 2 mai **2752**; 1693, 30 novembre **2839**.
- „ (N. Fatio de Duillier à). **2673, 2697, 2723, 2739, 2745**.
- „ à Geelvinck. 1694, 15 juin **2857**.
- „ (A. Gouffier à). **2788**.
- „ à J. Gouffet. 1691, 2 novembre **2708**.
- „ (J. Gouffet à). **2692**.
- „ à A. de Graaff. 1691, 29 mars **2670**, 23 avril **2679**, 13 décembre **2716**.
- „ (A. de Graaff à). **2656, 2674, 2718**.
- „ à J. de Graaff. 1693, 10 février **2786**.
- „ (J. de Graaff à). **2703, 2772, 2774, 2789**.
- „ (D. Gregory à). **2812**.
- „ à Ph. de la Hire. 1692, 9 octobre **2767**; 1693, 19 août **2816**, 5 novembre **2832**, novembre **2840**; 1694, 15 juillet **2870**.
- „ (Ph. de la Hire à). **2658**.
- „ au Marquis de l'Hospital. 1692, 27 août **2762**, 22 octobre **2768**, 29 décembre **2777**; 1693, 9 avril **2801**, 20 mai **2806**, 23 juillet **2810**, 5 août **2813**; 3 septembre **2819**, 10 septembre **2820**, 1^{er} octobre **2828**, 5 novembre **2833**, 24 décembre **2842**; 1684, 16 juin **2859**.
- „ (Le Marquis de l'Hospital à). **2760, 2765, 2775, 2787, 2805, 2807, 2815, 2825, 2830, 2838, 2843, 2847, 2879, 2880, 2892**.
- „ à J. Hudde. 1671, 2 octobre **1844**.
- „ à P. D. Huet. 1691, 18 avril **2675**.
- „ (P. D. Huet à). **2665, 2696**.

- Christiaan Huygens à Constantyn Huygens, frère. 1691, 26 juillet **2680**; 1693, 16 juillet **2808**, 1^{er} septembre **2817**; 1694, 19 mars **2846**, 2 avril **2850**, 6 juin **2855**, 6 juillet **2864**, 27 juillet **2872**; 1695, 7 janvier **2888**, 4 mars **2891**.
- „ (Constantyn Huygens, frère, à). **2725, 2729, 2731, 2753, 2758, 2764, 2776, 2783, 2818, 2844, 2849, 2851, 2865, 2867, 2890**.
- „ à Lodewijk Huygens. 1693, 26 février **2792**; 1657, 22 juin **392^a**; 1666, 3 décembre **1566^a**.
- „ à Hub. Huighens. 1692, 12 février **2735**, 15 février **2738**.
- „ (Hub. Huighens à). **2730, 2742**.
- „ à A. Leers. 1694, 27 décembre **2883**.
- „ à G. W. Leibniz. 1691, 23 février **2660**, 26 mars **2667**, 21 avril **2677**, 5 mai **2680**, 1^{er} septembre **2693**, 4 septembre **2695**, 16 novembre **2709**; 1692, 1^{er} janvier **2726**, 4 février **2732**, 15 mars **2744**, 11 juillet **2759**; 1693, 12 janvier **2785**, 17 septembre **2822**; 1694, 29 mai **2854**, 8 juin **2856**, 24 août **2873**, septembre **2874**, 27 décembre **2884**.
- „ (G. W. Leibniz à). **2659, 2664, 2676, 2682, 2688, 2699, 2713, 2727, 2728, 2740, 2751, 2766, 2784, 2797, 2829, 2841, 2852, 2863, 2866, 2871, 2876, 2877, 2880, 2893**.
- „ à W. van Lith. 1691, 15 décembre **2717**.
- „ à W. Matthijfen. 1692, 6 juin **2754**.
- „ à G. Meier. 1691, 26 mars **2666**, juin **2686**, 16 novembre **2711**.
- „ (G. Meier à). **2663, 2678, 2701, 2712**.
- „ à van Merle. 1692, 31 juillet **2761**.
- „ à D. Papin. 1691, 2 novembre **2706**; 1690, 14 décembre **2707**.
- „ (D. Papin à). **2691, 2702**.
- „ à A. du Quefne. 1694, **2855**.
- „ (B. Renau à). **2848, 2881**.
- „ à de Rofen. 1694, 1^{er} octobre **2878**.
- „ à J. G. Steigerthal. 1692, 9 avril **2749**, 9 juin **2756**; 1693, 19 novembre **2837**.
- „ (J. G. Steigerthal à). **2747, 2750, 2755, 2757, 2804**.
- „ à P. E. Vegelin van Claerbergen. 1684, 24 mai **2335^a**, 1^{er} septembre **2364^a**; 1685, 19 avril **2382^b**; 1685, 25 octobre **2498^a**; 1690, 9 mars **2571^a**.
- „ (M. van Velden à). **2687**.
- „ à B. de Volder. 1693, 24 mars **2798, 2799**; 19 avril **2802, 2803**; 1691, septembre **2701^a**.
- „ (B de Volder à). **2800, 2861, 2862**.
- „ à W. Wichers. 1694, 15 juin **2858**.

Christiaan Huygens à ?. 1691, **2724**; 1694, **2887**.

„ 1691, **2661**, **2662**, **2668**, **2669**, mars **2671**, août **2694**, octobre **2710**; 1692, janvier **2736**, **2737**; 1691, décembre **2763**; 1692, octobre **2769**, **2770**, **2771**, **2778**, décembre **2779**, **2780**, octobre **2781**, 21 novembre **2782**; 1693, **2791**, octobre **2794**, juillet **2811**, **2814**, septembre **2821**, **2827**, **2834**, **2835**; 1694, 16 juin **2860**.

Constantyn Huygens, frère, à Christiaan Huygens. 1692, 1^{er} janvier **2725**, 18 janvier **2729**,

„ 26 janvier **2731**, 2 juin **2753**, 30 juin **2758**, 8 septembre **2764**, 2 décembre **2776**, 30 décembre **2783**; 1693, 3 septembre **2818**; 1694, 5 mars

„ **2844**, 30 mars **2849**, 13 avril **2851**, 8 juillet **2865**, 12 juillet **2867**; 1695, 23 février **2890**.

„ (Christiaan Huygens à). **2689**, **2808**, **2817**, **2846**, **2850**, **2855**, **2864**, **2872**, **2888**, **2891**.

Lodewijk Huygens (Christiaan Huygens à). **2792**, **392^a**, **1566^a**.

Hub. Huighens à Christiaan Huygens. 1692, 20 janvier **2730**, 3 mars **2742**.

„ (Christiaan Huygens à). **2735**, **2738**.

P. van Laer, voir J. de Graaff.

A. Leers (Christiaan Huygens à). **2883**.

G. W. Leibniz à H. Bafnage de Beauval. 1695, 26 juillet **2894**.

„ aux Editeurs des Acta Eruditorum. 1693, septembre **2824**.

„ à Christiaan Huygens. 1691, 6 février **2659**, 2 mars **2664**, 20 avril **2676**, 27 mai **2682**, 24 juillet **2688**, 21 septembre **2699**, octobre **2713**; 1692, 8 janvier **2727**, 10 janvier **2728**, 19 février **2740**, 11 avril **2751**, 26 septembre **2766**, 30 décembre **2784**; 1693, 20 mars **2797**, 11 octobre **2820**, 11 décembre **2841**; 1694, 26 avril **2852**, 22 juin **2863**, 9 juillet **2866**, 27 juillet **2871**, 14 septembre **2876**, 18 septembre **2877**, 24 octobre **2880**; 1695, 1^{er} juillet **2893**.

„ (Christiaan Huygens à). **2660**, **2667**, **2677**, **2680**, **2693**, **2695**, **2709**, **2726**, **2732**, **2744**, **2759**, **2785**, **2822**, **2854**, **2856**, **2873**, **2874**, **2884**.

W. van Lith (Christiaan Huygens à). **2717**.

W. Matthijfen (Christiaan Huygens à). **2754**.

G. Meier à Christiaan Huygens. 1691, 25 février **2663**, 23 avril **2678**, 26 septembre **2701**, 20 novembre **2712**.

„ (Christiaan Huygens à). **2666**, **2686**, **2711**.

G. Meybos, voir J. de Graaff.¹

Van Merle (Christiaan Huygens à). **2761**.

D. Papin à Christiaan Huygens. 1691, 16 août **2691**, 25 octobre **2702**.

„ (Christiaan Huygens à). **2706**, **2707**.

L. de Puget (Gallon à). **2147^a**.

A. du Quefne (Christiaan Huygens à). **2885.**

B. Renau à Christiaan Huygens. 1694, janvier **2848**, octobre **2881.**

De Rosen (Christiaan Huygens à). **2878.**

J. G. Steigerthal à Christiaan Huygens. 1692, 31 mars **2747**, 11 avril **2750**, 9 juin **2755**,
12 juin **2757**; 1693, avril **2804.**

„ (Christiaan Huygens à). **2749, 2756, 2837.**

P. E. Vegelin van Claerbergen (Christiaan Huygens à). **2335^a, 2364^a, 2382^b, 2498^a,
2571^a.**

M van Velden à Christiaan Huygens. 1693, 19 juillet **2687.**

B. de Volder à Christiaan Huygens. 1693, 6 avril **2800**; 1694, mai **2861, 2862.**

„ (Christiaan Huygens à). **2798, 2799, 2802, 2803, 2701^a.**

W. Wichers (Christiaan Huygens à). **2858.**

III. PERSONNES MENTIONNÉES DANS LES LETTRES.

Dans cette liste on a rangé les noms sans avoir égard aux particules telles que *de, a, van,* et autres.

Les chiffres gras désignent les pages où l'on trouve des renseignements biographiques.

Les chiffres ordinaires indiquent les pages où les personnes nommées sont citées.

Aa (Pieter van der). 436.

Académie (Messieurs de l'). 5, 6, 7, 15, 58, 82, 257, 278, 303, 324, 486, 517, 524, 547, 548, 561, 568, 569, 653, 663, 669.

„ (de Wolfenbüttel). 604, 617.

Aerßen (François van). 725.

Agusto. Voyez Gastanaga.

Alancé (d'). Voyez Alencé (d').

Alberghetti (Antonio). **202**.

„ (Sigismundo). 292.

Alberti (Romano). 444, 562.

Alencé (Joachim d'). 709, 710.

Alençon (Mme d'). 347, 348.

Alefme (André d'). 737.

Alexis. 710.

Alhazen. 497, 548, 570.

Almonde. 290.

Ammon (Samuel). 572.

Amptman (l') (de Zuylichem). 233.

Anglois (l'). 450.

Ango (Pierre). 167, 168, 204, 601, 643.

Anhalt-Deffau (Henriette Amalia, princesse de). 734.

- Anify (Léchaudé d'). 81, 82.
 Apollonius. 157, 227.
 Appolodore. 574.
 Archimedes. 15, 65, 157, 227.
 Aristoteles. 105, 195, 404, 428, 574.
 Arnhem (Johan van). 233.
 Arnobius. **141**.
 Arofen. 700.
 Aften (van). 204, 456, 582, 599, 615.
 „ („) frère du précédent. **582**, 599, 615, 616.
 Athenaeus. 574.
 Athenagoras. 144.
 Augustin (Saint). 144.
 Autremont (le Marquis d'). 579, 585, 686, 687.
 Auzout (Adrien). 292, 293, 727.
 Baco de Verulam (Francis). 190, 228, 239, 263, 404, 613.
 Bacchine ou Baggine. 290.
 Baerle (Caspar van). 402.
 „ (Suzanna van). 402.
 Baert (P.). 167, 203, 204.
 Baillet (Adrien). **143**, 399, 400, 401.
 Balzac. 457.
 Barrois. 81.
 Barrow (Isaac). 211, 245, 246, 249, 251, 253, 264, 277, 315, 361, 393, 444, 563, 623, 636,
 638, 675, 717, 718.
 Bartelotti (Margaretha). 726.
 Bartholinus (Erasmus). Voyez Berthelsen.
 Bas (Mme le). Voyez Lebas.
 Bayle (Fr.). 601.
 Bayle (Pierre). 1, 3, 4, 5, 123, 267, 268, 273, 398, 406, 455, 489, 601.
 Beaune (Florimond de). 312, 352, 353, 387, 391, 416, 429, 437, 438, 440, 449, 452, 454, 460,
 474, 476, 484, 494, 511, 541.
 Beauval (Henri Bafnage de). 59, 60, 61, 82, 86, 169, 196, 209, 212, 215, 216, 298, 302, 303,
 304, 316, 320, 382, 387, 399, 407, 438, 450, 576, 583, 694, 714, 719, 722.
 Becker (Jacoba). **610**.
 Behagel (Everard). 242.
 Bentinck (Hans Willem). 311.
 „ (un neveu du précédent). 311.
 Bentley (Dr.). 709.
 Bergerie (Claude Guillaume de la). **572**.
 Bergerotti (Anna). 727.

Berkeley (Charles). 347.

Berkefeyn (le Seigneur de). Voyez Does (J. van der).

Bernard (Edward). 146, 209, 211, 212, 214, 219.

Bernoulli (Daniel). **118.**

„ (Jacob). 86, 96, 98, 104, 114, 133, 158, 159, 160, 161, 182, 183, 184, 185, 190, 191, 216, 217, 218, 227, 229, 329, 336, 337, 354, 413, 416, 432, 437, 454, 484, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 512, 513, 514, 517, 518, 521, 522, 523, 524, 534, 535, 536, 538, 540, 542, 544, 545, 546, 552, 553, 554, 555, 556, 560, 561, 565, 568, 569, 575, 585, 586, 587, 611, 621, 623, 624, 627, 628, 640, 649, 659, 660, 661, 662, 664, 665, 666, 667, 668, 670, 671, 672, 673, 676, 677, 680, 681, 698, 699.

„ (Jean). 51, 52, 55, 57, 58, 84, 93, 96, 98, 99, 109, 110, 111, 112, **118**, 119, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 136, 137, 139, 140, 142, 157, 158, 159, 160, 161, 182, 183, 184, 185, 191, 216, 217, 357, 394, 413, 416, 431, 432, 437, 439, 440, 454, 460, 474, 476, 484, 485, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 509, 510, 511, 512, 517, 518, 521, 529, 531, 534, 538, 539, 540, 541, 546, 550, 552, 553, 556, 560, 563, 564, 568, 569, 572, 575, 576, 577, 579, 580, 587, 611, 617, 618, 620, 621, 622, 640, 642, 649, 650, 659, 660, 667, 668, 669, 670, 673, 677, 680, 681, 702, 705, 706, 711, 712, 713, 721, 722.

„ Nicolas. **118.**

Berthelsen (Erasmus). 701, 702.

Befouclein. 449.

Beuningen (Koenraad van). 321, 323, 430.

Beverland (Hadrianus). **381.**

Beyrie (De). 602, **605**, 607, 608, 643.

Biagi (Guido). 81.

Bignon (Jean Paul). **547**, 548, 561, 562, 621, 623, 624, 648, 653, 654, 658.

Billy (Jacques de). **699.**

Biton. 574.

Blaeuw (Willem). 443.

Blatwait. 347.

Blocquery (Salomon van de). 72, 80, 91, 206, 207, 212, **243**, 340, 422, 423, 424, 434.

Bob. 290.

Bodeman (Eduard). 157, 688.

Bodenhausen (von). **157**, 158.

Boer (T. J. de). 732.

Boileau. 583, 584, 598.

Boivin de Villeneuve. Voyez Villeneuve.

Borelli (Giovanni Alfonso). 488, 650.

Borghese (Marco Antonio). 292.

Bosc (Pierre du). **204.**

- Bournet. 718.
 Boulliau (Ismael). 725.
 Boyle (Robert). 94, 212, 228, 229, 232, 237, 239, 242, 243, 263, 282.
 Bradley (Dr.). 231.
 Brahé (Tycho). 486.
 Brandenburg (le cap. du). Voyez Verbrugge. (Evert).
 „ (un matelot du). 2.
 Breackelweert (le jeune). 295.
 Brocard (H.). 449, 730.
 Bulderen (Henry van). **663**.
 Burcht (Charles van der). 107.
 Burnet (Gilbert). 242, 270, 718.
 „ (Thomas). 220, **455**, 456, 583, 584, 597, 598, 703, 707, 709, 718.
 Buyrmeester à Zuylichem (le). 263.
 Campanella (Tomaffo). **404**.
 Campani (Giuseppe). 293, 488.
 Campenon. 81.
 Carcavy (Pierre de). 727.
 Cardano (Geronimo). 92, 226.
 Caron (Suzette ou Sufanne). 726.
 Carré (Jean). **290**, 294, 311.
 Cartes (René des). 15, 48, 52, 54, 55, 58, 81, 82, 89, 90, 104, 105, 108, 113, 125, 143, 157, 158, 168, 195, 196, 203, 217, 227, 230, 239, 262, 263, 296, 297, 298, 299, 300, 302, 303, 312, 313, 320, 351, 352, 353, 371, 374, 375, 382, 385, 387, 388, 390, 391, 392, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 416, 417, 426, 437, 452, 453, 454, 457, 461, 474, 485, 491, 495, 499, 510, 566, 568, 576, 578, 580, 601, 602, 605, 611, 614, 621, 623, 630, 636, 642, 681, 687, 713, 721, 739.
 Caffini (Giovanni Dominico). 6, 7, 152, 180, 269, 278, 284, 297, 322, 323, 488, 548, 562, 658.
 Castenaga. Voyez Gastenaga.
 Catelan (l'abbé de). 114, 497, 545, 553, 563, 649.
 Cavendish. 231.
 Charles II. 714.
 Charrier (le Lieutenant). 731, 732.
 Chefnelaye (Marie Charlotte de Romilly de la). 579, **686**.
 „ (M. de Romilly de la). 686.
 Christian V (roi de Danemarck). 701.
 Christine (reine de Suède). 285.
 Citters (Aernout van). 663.
 Claerbergen (P. E. Vegelin van). **732**, 733, 734, 735, 736, 738.
 Clement d'Alexandrie. 144.
 Clerc (Jean le). **398**, 399, 456, 487, 489, 525, 553, 568.
 Œuvres. T. X.

- Coehoorn (Menno Baron van). 685.
 Colbert (Jean Baptiste). 733, 735.
 Colm. 19.
 Compagnie des Indes. (les Directeurs de la). 91, 203, 206, 269, 270, 285, 339, 389, 398, 422, 423, 424, 434, 436, 442, 443, 444, 684, 701.
 Congreve. 710.
 Confeil de Brabant (le). 107, 108, 113.
 Cools (Adriaan). 204, 456, 487, 489, 582, 599, 615, 647, 648, 652, 662, 663.
 Copernicus. Voyez Kopernik.
 Corneille. 457.
 Coster (Salomon). 725.
 Cotentin (voir Tourville).
 Cotes (R.). 614.
 Coufin (Victor). 81, 82, 399.
 Coyman (Arie Lambrecht). **263**.
 Craanen (Theodorus). 52, 89, 104, 195, 617.
 Craft. Voyez Krafft.
 Craige (Joh.). 214, **219**, 220, 231, 236, 242, 243, 258, 276, 277, 280, 298, 631, 635, 636, 698.
 Cros (Joseph Auguste du). **321**.
 Cuper (Gisbert). 81, 101, 102.
 Curateurs de l'Université de Groningen. 705, 711, 713, 722.
 Curtius (Johannes Jacobus). **714**.
 Cufa (Nicolaus de). **455**, 456.
 Dam (van). 80.
 Delifle (L.). 81.
 „ (V.). 81.
 Democritus. 394, 403.
 Desbordes. **572**.
 Dierquens (Mlle). 568, 569.
 „ (Salomon). 257, 287, 288, 568, 569, 722.
 „ (un frère de Salomon). 568, 569.
 „ (fils). 257, 287, 288.
 Dinostratus. 440.
 Diogenes Laertius. 105.
 Diophante. 228, 342, 429, 699.
 Does (Jan van der). 583, 703, 704, 707, 709.
 Doublet (Geertruid). 726.
 „ (Philips). 311, 381, 455, 696, 703, 710, 727.
 „ (Philips, fils). 490, 710.
 „ (Mme). Voyez Huygens (Susanna).
 Drebbel (Cornelis Jacobz.). 119, 123, 164, 175, 176, 709.

Drebbell. Voyez Drebbel.

Duillier (Nicolas Fatio de). 15, 17, 21, 22, 50, 51, 52, 55, 56, 57, 74, 75, 76, 77, 78, 87, 93, 99, 112, 134, 145, 146, 147, 149, 152, 161, 163, 190, 198, 209, 210, 213, 214, 215, 219, 220, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 231, 236, 237, 238, 239, 241, 242, 246, 247, 257, 261, 262, 268, 270, 271, 273, 276, 277, 278, 279, 280, 283, 285, 287, 288, 298, 327, 328, 346, 350, 352, 354, 361, 440, 447, 452, 464, 465, 466, 468, 485, 493, 494, 495, 529, 532, 553, 567, 569, 581, 582, 583, 598, 599, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 612, 613, 643, 644, 669, 715.

Dursley (le Vicomte de). Voyez Berkeley (Ch.).

Dijckveld (le Seigneur de). Voyez Weede (van).

Ecluse (l'). 599, 615.

Ecoffais (un). Voyez Colm.

„ (un petit). Voyez Higgins.

Editeurs des „Acta Eruditorum”. 84, 93, 96, 510.

Eisenschmid (Johannes Gaspar). 229, 261, 268, 269, 285, 298.

Electeur (l'). Voyez Maximilien Maria Emmanuel.

Ellys (Esq.). 76.

Elft (van). 233.

Eneström (le Prof.). 706.

Epicurus. 403.

Ernst August, duc de Hanover. 16, 444.

Ernst, Landgrave de Hesse Cassel. 719, 720.

Eschinardi (Francesco). 293, 562.

Escoliers de Leyde (les). 348.

Espagnol (l'abbé). 658.

Effoméric (l'Indien). 700.

Etats généraux (les). 269, 284, 382, 384, 425, 688, 701, 729.

Euclides. 4, 227, 324.

Eyfinga (la famille van). 732, 734, 735, 736, 738.

Fabius (Cunctator). 647.

Fabri. 257.

Facio ou Fatio. Voyez Duillier (Nicolas Fatio de).

Faes (van der). Voyez Lely (Pieter de).

Fenius. 90.

Fermat (Pierre de). 132, 315, 350, 351, 362, 364, 367, 369, 370, 371, 375, 460, 602, 699, 717, 718.

Féron. 456, 489.

Ferreus. Voyez Ferro.

Ferrier. 401.

Ferro (Scipione del). 261.

Finckius (Thomas). 189.

- Flamsteed (John). 269, 275, 281, 380.
 François (un) qui montrait une tête parlante. 355, 394, 437, 440, 450, 464.
 Frédéric Henry, Prince d'Orange. 400, 457.
 Freybergen (de). 732, 733, 734, 735, 736, 737.
 Freydberg. Voyez Freybergen.
 Friedrich Wilhelm, Elekteur de Brandebourg. **689**.
 Frybergen. Voyez Freybergen.
 Fullenius (Bernard). 733, 734, 735, 737, 738.
 Fumal (le capitaine). 615.
 Galilei (Galileo). 23, 107, 182, 217, 292, 404, 512, 721.
 Gallon. **730**, 731, 732.
 Galloys (l'abbé). 486.
 Gaffendi (Pierre). 402, 404.
 Gastenaga (Don Francisco Antonio de Agusto, marquis de). **108**, 113.
 Geelvinck. 619.
 „ (foeur du précédent). 619.
 Gènes (de). 258, 259, **260**, 276, 279, 280.
 „ (de) (Julien, René Benjamin). 260.
 Gennes (de). Voyez Genes (de).
 Gericke. Voyez Guericke (O. van).
 Gilbert (William). 15, 404.
 „ (l'évêque de Salisbury). Voyez Burnet (Gilbert).
 Girard (Albert). 187, 188, 228.
 Godeau (A.). **107**.
 Gonneville (Binot Paulmier de). **700**.
 Gouffier (Arthus). 355, 394, 395, 437, 441, 450.
 Gouffet (Jacques). 125, 126, 165, 180, **181**.
 Graaff (Abraham de). 2, 72, 79, 80, 91, 204, 205, 206, 339.
 „ (Johannes de). 2, 72, 79, 166, 204, 205, 206, 207, 208, 212, 323, 339, 340, 341, **384**,
 389, 390, 396, 398, 423, 424, 433, 434, 443, 444, 514.
 „ (Lieuwe Willemfz.). 168, 203, 204, 206, 229, 269, 285, 298.
 Graverol (Jean). 583, **584**, 598, 709.
 Gravesande (s). 691.
 Gregorius. Voyez Gregory (James).
 Gregory (David). **346**, 432, 460, 462, 463, 464, 471, 473, 482, 484, 492, 493, 523, 549, 565,
 567, 569, 609, 614, 615, 621, 622, 669.
 „ (James). 146, 185, 186, 227, 228, 308, 346, 413, 439.
 Groening (Johan). 147.
 Grotius (Hugo). 382.
 Guericke (Otto van). 15, 22.
 Guirau (Claude Theophile). **294**, 311.

- Gutschovius. 247, 346, 458.
 Haas (Johann Sebastian). **165**.
 Haes (de). Voyez Haas.
 Halewijn (Simon van). **381**.
 Halley (Edmund). 146, 237, 257, 682.
 Hamburg (Frederik Marten van). 704.
 Hamden. Voyez Hampden.
 Hampden (John). 212, 215, 231, 259, 272.
 Hannibal. 273, 647.
 Hanover (le duc de). Voyez Ernst August.
 Hartman (Joannes Jacobus). 601.
 Hartfoecker (Nicolaas). 276, 278, 280, 287, 289, 304, 307, 311, 312, 322, 323, 324, 325, 563,
 707, 708, 711.
 Hautefeuille (Jean de). 355, 393, 450, 464.
 Hecker (Constantin Gabriel). **486**, 487
 „ (Johann). **486**.
 Heinsius (Anthonie). **688**.
 „ (Daniel). 457.
 „ (Nicolaas). 457.
 Hendrik Calimir. 734.
 Henry, Duc de Saxe. **85**.
 Henry II, roi d'Angleterre. **85**.
 Henfhaw (Thomas). **231**.
 Hero. 574.
 Hesterke. 233.
 Heuraet (Hendrik van). 235.
 Hevelius (Johannes). 7, 486.
 Heyden (van der). **243**.
 Higgins. 348.
 Hillema (Frederik van). 732.
 Hippocrates. 240, 261, 262.
 Hire (Philippe de la). 5, 8, 53, 82, 144, 299, 322, 323, 324, 325, 394, 486, 547, 548, 562, 570,
 574, 624, 655, 658, 686, 695, 711, 715, 716.
 Holder (William). 598.
 Holte ou Holten (van). 290, 380.
 Hooft (Pieter Cornelisz.). 456.
 Hooke (Robert). 55, 85, 94, 220, 231, 232, 237, 280, 601, 611, 612, 643.
 Hoorn. 456.
 Horatius. 718.
 Hospital (Guillaume François Antoine Marquis de L'). 7, 21, 75, 115, 116, 118, 223, 229, 304,
 305, 306, 307, 312, 322, 324, 325, 326, 327, 329, 332, 342, 344, 345, 348, 349, 351,

352, 355, 358, 359, 360, 362, 363, 387, 388, 390, 394, 407, 408, 413, 416, 417, 428, 429, 431, 432, 437, 438, 440, 446, 447, 449, 450, 451, 452, 454, 457, 458, 459, 461, 474, 476, 477, 478, 481, 484, 490, 491, 492, 495, 496, 497, 498, 499, 509, 510, 511, 513, 518, 519, 534, 536, 537, 538, 539, 541, 544, 549, 561, 562, 563, 566, 568, 569, 574, 575, 576, 577, 578, 585, 587, 611, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 640, 642, 649, 650, 654, 655, 658, 664, 668, 669, 670, 680, 686, 693, 695, 704, 705, 706, 708, 711, 715, 719, 722.

Hospital (la Marquise de L'). Voyez Chefnelaye (M. Ch. de R. de la).

Hubin. 730, **731**.

Hudde (Johan). 335, 351, 374, 388, 390, 417, 424, 533, 568, 728, 729.

Huet (Pierre Daniel). 53, 81, 82, 88, 90, 99, 100, 105, 143, 144, 195, 196, 303, 739.

Huighens (Hubertus). **233**, 234, 236, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 264, 265, 266, 270, 285, 298, 369, 444, 445, 448, 460, 463, 511, 563.

Huygens (Christiaan), père de Constantyn, père. 456.

„ (Constantyn), père. 48, 85, 143, 175, 398, 399, 400, 401, 402, 455, 456, 457, 487, 489, 703, 725, 726, 727, 728.

„ (Constantyn) frère. 2, 55, 85, 94, 108, 113, 114, 209, 211, 214, 219, 220, 231, 236, 241, 242, 258, 259, 277, 280, 289, 294, 295, 306, 307, 311, 321, 324, 330, 347, 380, 381, 400, 401, 402, 430, 455, 457, 487, 488, 489, 568, 569, 581, 582, 583, 597, 598, 599, 615, 647, 648, 662, 663, 688, 703, 704, 707, 719, 720, 721, 722, 726.

„ (Constantyn), fils de Constantyn, frère. 220, 289, 290, 294, 295, 311, 348.

„ (Constantyn), fils de Lodewijk. 103, 398.

„ (Lodewijk). 233, 295, 311, 381, 398, 401, 402, 406, 725, 726.

„ (Philips). 725.

„ (Sufanne). 726, 727.

Ireton (Henry). **294**.

Jackfon (Mlles). 728.

Jagers (Jannetje). 597, 599.

James II. 290.

Janfz. (Gijfbert). 290.

Jaxon. Voyez Jackfon.

Jean Philippe, électeur de Mayence. Voyez Schönborn (J. Ph. von).

Jésuites (les pères). 323, 404, 436, 658.

Joblot (Louis). **708**, 709, 730.

„ (frère). 708, 709 (voir Joubelot au Tome IX).

Jonsson (Samuel). **401**.

Joubelot (voir Joblot).

Juckes (Claes). 738.

Julius Africanus. 574.

Jungius (Joachim). 158.

Jurieu (Pierre). **103**.

Kapteyn (W.). 449.

Karl, landgrave de Hesse-Cassel. 119, 122, 124, 165, 177, 684, 685, 702.

Kepler (Johannes). 284, 297, 385, 426, 486, 605.

Keyfer. 289.

Knorre (Martin). **601**, 602, 611, 643.

Koerfma. **702**.

Kopernik (Nicolas). 5, 106, 107, 108, 113, 455, 456, 681.

Krafft (Johann Daniel). **688**, 689, 696, 697, 698.

Laer (Pieter van). 205, 207, 208, 212, 396.

Lagni ou Lagny (Thomas Fantet de). 474, **476**, 477, 545.

Lamy (François). 730.

Lanis (Franciscus Tertius de). 660.

Lebas (veuve). 730, 731.

Leers (Arnout). 658, 687, 696.

Leeuwenhoek (Antoni van). 52, 232.

Leibniz (Gottfried Wilhelm). 9, 10, 17, 18, 19, 20, 31, 37, 38, 41, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 57, 59, 60, 61, 68, 74, 75, 77, 83, 86, 89, 93, 95, 96, 98, 99, 104, 109, 110, 111, 127, 129, 130, 131, 139, 140, 142, 156, 157, 158, 159, 162, 163, 164, 176, 177, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 194, 195, 196, 199, 209, 210, 211, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 221, 222, 225, 230, 238, **241**, 242, 243, 245, 246, 247, 252, 254, 257, 258, 259, 260, 262, 268, 272, 276, 279, 280, 283, 284, 286, 287, 288, 296, 297, 299, 300, 301, 304, 305, 308, 314, 315, 316, 327, 328, 329, 336, 350, 351, 352, 354, 361, 369, 382, 383, 393, 407, 412, 413, 416, 425, 429, 430, 432, 437, 438, 439, 440, 485, 494, 496, 497, 499, 509, 510, 511, 512, 513, 515, 516, 517, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 562, 567, 569, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 585, 586, 600, 601, 602, 604, 605, 608, 609, 610, 613, 614, 617, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 635, 636, 639, 640, 641, 644, 645, 646, 649, 650, 651, 654, 659, 660, 661, 662, 664, 665, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 675, 676, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 688, 693, 696, 697, 698, 702, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721.

Leipzig (Messieurs de). 9, 10, 84, 93, 95, 96, 99, 104, 109, 134, 142, 157, 158, 182, 225, 227, 229, 230, 510, 512, 516, 568, 738.

Lely (Pieter de). 704, 707.

Leopold I (l'empereur). 15, 230.

Leu (de). Voyez Wilhem (de).

Lexington (Robert Sutton, baron de). **490**.

Libri. 81.

Lieberghen (Diederik van). 663, 720.

Lilly. Voyez Lely (P. de).

Lipstorp (D.). 401.

Lisici (Pius). Voyez Viviani.

Lith (W. van). 205.

- Locke (John). 146, 209, 212, 260, 272.
 Louis XIV. 5, 6, 7, 168, 204, 260, 290, 295, 457, 476, 523, 524, 561, 574, 653, 669, 690, 727, 731.
 Louvois (Camille le Tellier, abbé de). 7, 8.
 „ (Jean Michel le Tellier, Marquis de). 7, 8.
 Ludolf (Hiob). 101, 102.
 Ludwig Wilhelm, Margrave de Baden. 685.
 Luxembourg (François Henri de Montmorency, duc de). 295, 489.
 Macreel. Voyez Makreel (D.).
 Maere (Willem Matthijffe van). 406.
 Magliabecchi (Antonio). 85, 292.
 Mainbourg (Louis). 732.
 Maintenon (Mme de). 347.
 Makreel (Dirck). 80, 717.
 „ (J.). 717.
 Malebranche (Nicolas). 563, 621.
 Mariotte (Edm.). 602, 718.
 Maroles (de). 698, 699, 718.
 Marot (Daniel?). 600.
 Mary (la princesse). Voyez York (la duchesse de).
 Matthijffe (Willem). 290.
 Maximilien Maria Emmanuel, Electeur de Bavière. 490.
 Meier (Gerhard). 48, 49, 54, 85, 86, 89, 104, 105, 161, 163, 164, 190, 194, 195, 196, 221, 222.
 Menard. 727.
 Mencken (Otto). 10, 541, 617, 618, 642.
 Mendoza. 456.
 Mercator (Nicolas). 18, 28, 41, 385, 641.
 Merlen (van). 237, 306.
 Merfenne (Marin). 155, 170, 171, 217, 351, 400, 401, 457, 622.
 Mefme (le comte de Sainte). 306.
 Meybos (Gillis). 205, 207, 208, 212, 396.
 Mick. Voyez Suerius (Miralinde).
 Ministre de Zuylichem (le). 233, 380.
 Moes (E. W.). 725.
 Moetjens (Adriaan). 398, 703, 708.
 Moggerfhill. Voyez Doublet (Ph.).
 „ (Mme). Voyez Huygens (Sufanne).
 Moïse. 455.
 Molyneux (William). 260, 276, 279, 280, 281.
 Monforte ou Monfortius (Antonio). 293.
 Monros (le Seigneur de). Voyez Quefne (A. du).

- Monroy (de). 294.
 Montre (La). **324**.
 Moreri. **398**, 455, 487.
 Narborough (Sir John). 704, 709.
 Naffau-Dietz (Willem Frederik van). 732.
 Neufon. Voyez Newton.
 Newton (Isaac). 9, 10, 17, 18, 19, 20, 27, 29, 30, 33, 38, 51, 52, 55, 57, 82, 83, 84, 94, 119, 146, 147, 148, 149, 150, 152, 153, 154, 155, 163, 168, 209, 213, 214, 215, 219, 229, 236, 239, 241, 242, 243, 257, 258, 259, 261, 269, 270, 271, 272, 276, 279, 280, 284, 285, 289, 295, 297, 308, 317, 318, 327, 346, 352, 354, 382, 385, 387, 393, 403, 426, 428, 432, 437, 439, 440, 463, 464, 482, 484, 517, 524, 566, 567, 569, 579, 580, 598, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 612, 613, 614, 616, 617, 618, 621, 622, 623, 626, 640, 641, 643, 645, 646, 651, 661, 669, 675, 676, 681, 682, 687, 713, 717.
 Nieuwentijdt (Bernard). **717**, 718.
 Nifot (le père). 347.
 Normand (le). 576.
 Oldenburg (Henry). 257, 464, 517, 675, 676.
 Otton (duc de York, comte du Poitou). **85**.
 „ IV (l'empereur). Voyez Otton, duc de York etc.
 Ouvrard (René). **286**, 298, 299.
 Ofanam. Voyez Ozanam.
 Ozanam (Jacques). 7, 284, 497.
 Paolo (P.). Voyez Sarpi.
 Papin (Denis). 119, 122, 125, 126, 164, 165, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 269, 285, 296, 298, 300, 702, 709.
 Pardies (Ignace Gaston). 157, 167, 168, 204, 593, 601, 612, 643, 657.
 Parthenope. 488.
 Pascal (Blaise). 224, 698.
 Paston (voir Yarmouth).
 Payot de Linière (François). 728.
 „ (Mlle). 728.
 Pel. 401.
 Peliffon (Paul). 103, 296, 304, 320, 388, 720.
 Perrault (Claude). 323, 516, 517, 540, 728.
 Petermann (Andreas). **100**, 195.
 Petit (Marianne). 727.
 Pharnaces. 259, 260.
 Philo. 574.
 Piazza (Julio). 106, **107**, 108, 113.
 Picard (Jean). 6, 180, 728.
 Pindare. 259.
 Œuvres. T. X.

- Pitifcus (Bartholomaeus). 189.
 Plaat (Mr. de la). Voyez Aerßen (François).
 Platon. 257, 403.
 Plinius. 267, 273.
 Plutarchus. 259.
 Pollot (Alphonse). **400**.
 Portland (Milord). Voyez Bentinck (H. W.).
 Pofuel (libraire). 658.
 Poulle (Aronus à). 234, 236.
 Pound (Dr.). 231.
 Prestet (Jean). 477.
 Prévoft (Pierre). 163, 608.
 Prion. Voyez Prior.
 Prior (le Sieur). 347, 348.
 Professeur (le) de Wittenberg. Voyez Knorre.
 Ptolemée. 5.
 Puget (Louis de). **730**, 731.
 Puteanus. 457.
 Pythagoras. 257, 324.
 Quaker (le). Voyez Quare.
 Quare (Daniel). **708**, 709.
 Quesne (Abraham du) père. 258, 701.
 " (") fils. **258**, 259, 260, 272, 276, 277, 279, 280, 287, 567, 568, 569, 700, 701.
 " (Henri de). 258.
 Quesnet (François). 570.
 Quinch. 232.
 Rafael. Voyez Santi.
 Rafson. Voyez Raphfon.
 Ramus (Petrus). 324.
 Raphfon (Joseph). 709.
 Rappard (A. C. P. G. chevalier van). 725, 726, 728.
 Régis (Pierre Sylvain). 7, 143, 144, 563.
 Regius (Henricus). 401, 621.
 Renaldini (Carlo). 696.
 Renau (Bernard). 478, **523**, 524, 525, 526, 528, 529, 530, 531, 538, 553, 561, 562, 564, 568, 577, 578, 580, 585, 588, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 611, 621, 624, 642, 643, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 663, 664, 669, 681, 686, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 705, 706.
 Renaud. Voyez Renau (B.).
 Reydanus (Everardus). 456.
 Ricciati. 450.
 Richer (Jean). 180.

- Ripperda (Georg). 233.
 Rivet. 400.
 Roanes (le duc de). Voyez Gouffier (Arthus).
 Roberftal (Charles). 477.
 Roberval (Gillis Perfonne de). 229, 230, 352, 393, 402, 421, 429, 437, 440, 486, 510.
 Rolle (Michel). 190, 228, 474, 476, 563, 576.
 Roman (Jacobus). **710**.
 Rome (Messieurs de). 681.
 Römer (Olaf). 6, 15, 613.
 Roofendael (le Seigneur de) Voyez Arnhem (van).
 Rosemond (de). 242.
 Rofen (de). 684, 685.
 Roulland (Lambert). 477.
 Rudolf Auguft, duc de Braufchweig-Wolfenbüttel. **604**, 605, 617, 618.
 Ruifch (Jofina). 732.
 Ruffel. 290.
 Rijckaert (Sufanna). 220, 221, 290, 294, 348, 490, 598, 647, 648, 663, 703, 720.
 Sainte-mefme. Voyez Mefme (le comte de Sainte).
 Salinas (Francesco de). 169, 170, 171.
 Santi (Rafaello). 597.
 Sarpi (Paolo). **512**.
 Saumaife (Claude). 457.
 Schönborn (Johann Philippe von). **689**.
 Schoock (Johannes). 220, 295.
 Schooten (Frans van) père. 400.
 „ („) fils. 183, 217, 400, 401.
 Schotanus a Sterringa (Johannes). **100**, 195.
 Schotenius (l'ancien). Voyez Schooten (Frans van) père.
 Schuylenburg (Johannes van). **702**.
 Schweling (Johann Eberhard). **90**, 100, 105, 195.
 Scipio Cunctator. 647.
 Seckendorf (Veit Ludwig von). **720**.
 Sedileau. 322.
 Senèque (philos.). 133, 354.
 Sloane (Hans). **231**.
 Slufe (René François de). 247, 421, 445, 458, 517, 623, 632.
 Slydrecht (Mr. de). Voyez Teding van Berkhout (Jan).
 Smalingh (Adam van der). 719.
 Smith. 597.
 Snellius (Willebrord), 159, 185, 187, 189, 228, 405, 406.
 Society (la Royal). 220, 231, 232, 237, 260, 303, 380, 476, 581, 682, 714

- Southwell (Robert). **220**, 231, 232.
 Spanheim. 294.
 Spener (Johan Jacob). 22.
 Stanley (William). 220, 231, 232, 237, 380.
 Stapelton (Thomas). **107**, 108, 113.
 Steigerthal (Johannes Georg). **274**, 275, 276, 279, 281, 282, 291, 292, 293, 294, 444, 445, 562, 658.
 Stevens. 600.
 Stevin (Simon). 187, 188, 218.
 Stubnerus (Friedrich David). 601.
 Suerius (Fred. Hendrik). 726.
 „ (Mme). Voyez Bartelotti (Margaretha).
 „ (Miralinde). 726, 728.
 Sulliny. Voyez Schweling.
 Sutton. Voyez Lexington.
 Swart (Jacob). 406.
 Sweling. Voyez Schweling.
 Swinia (Fokjen van). 732.
 Tasman (James). 704.
 Tatien. 144.
 Tayler. Voyez Teyler.
 Teding van Berkhout (Jacoba). 398.
 „ „ „ (Jan). 583.
 Teiller. Voyez Teyler.
 Telefio (Bernardino). **404**.
 Tempion. **584**, 707, 708, 709.
 Temple (William). 321.
 Teron. 294.
 Teyler (Johannes). **604**, 609, 615, 617, 618, 646, 681.
 Theodoretus. 144.
 Thevenot (Melchizedec). 574.
 Thornton. 257.
 Tien. Voyez Conſtantyn Huygens fils de Conſtantyn, frère,
 Torricelli (Evangelista). 293, 562.
 Tourneur. 257.
 Tourton. 146, 209, 242, 257, 288.
 Tourville (Anne Hilarion de Cotentin, comte de). 290, **643**.
 Touffain ou Touffaint. 294, 311.
 Tronchin (Jean Antoine). 736, 737.
 Tſchirnhaus (Ehrenfried Walther, Freiherr von). 51, 52, 58, 72, 79, 80, 88, 91, 92, 100, 119, 134, 157, 219, 240, 245, 254, 261, 262, 268, 270, 276, 277, 278, 279, 280, 285,

- 287, 298, 496, 553, 683, 684, 688, 689, 697, 698, 711, 714, 715, 716, 717.
Turenne (Henri de la Tour d'Auvergne, vicomte de). 685.
Urbain VIII (le pape). 107.
Valette (de la). 732.
Vallis. Voyez Wallis.
Varignon (Pierre). 87, 99, 354, 476, 613, 651.
Vegelin (Ph. E.). Voyez Claerbergen (Ph. E.).
Velden (François Xavier van). **107.**
„ (Gregoire Jean van). **107.**
Velden (Ignace Gérard van). **107.**
„ (Marten van). **106**, 108, 113.
„ (Pierre Joseph van). **107.**
Velfen (le libraire van). 295.
Verbolt (François). 295, 311, 380.
Verbrugge (Evert). 206, 212.
Verulamius. Voyez Bacon (Fr.).
Vieta ou Viete (François). 157, 227, 239.
Ville-neuve (Jean Boivin de). **574.**
Virgilius. 488, 722.
Vifbach (l'horloger). 72, 80, 90.
Viffcher (Nicolaas). 435, 443.
Viffer. Voyez Viffcher.
Vitruve. 293.
Viviani (Vincentio). 292, 329, 336, 337, 346, 354, 681.
Volder (Burchard de). 195, 196, 424, 433, 435, 436, 442, 443, 615, 617, 618, 620, 621, 623,
624, 636, 687, 739.
Vollenhove (Joannes). **703.**
Vossius (Isaac). 323, 381, 457.
Waller (Richard). **581.**
Wallis (John). 17, 18, 28, 117, 215, 224, 264, 308, 354, 388, 393, 404, 484, 566, 567, 569,
580, 598, 599, 610, 615, 621, 622, 640, 646, 651, 661, 664, 669, 675, 687.
Ward (Patience). 231, **232.**
„ (Seth). 385.
Warren (Erasmus). 707, 709.
Wafmuth (Mattheus). 270, 285, 298.
Weede (Everard van). 663.
Weigel (Erhard). **16**, 141, 142.
Weigelius. Voyez Weigel.
Wichers (Wicher). **620**, 702.
Wilhem (le Leu de). 400.
Wiljet. Voyez Williet. (J.).

Wilkens. 399.

Willem I. 456.

„ II. 457.

„ III. 85, 108, 113, 211, 220, 221, 232, 233, 237, 290, 321, 347, 380, 381, 400, 455, 456,
457, 464, 488, 489, 490, 568. 584, 597. 599, 600, 615. 647, 653, 663, 664, 684, 685,
688, 702, 704, 708, 710, 720, 721.

Williet (J.). 598, 599, 703, 720.

Windischgraz (le comte de). 230, 268, 270.

Witsen (Nicolaas). 581, 583, 598, 707, 708.

Witt (les frères de). 725.

„ (Jan de). 729.

Wolfenbüttel. Voyez Rudolf August.

Wood (John). 704.

Wotton (William). **709.**

Wren (Christopher). 399.

Xenocrates. **105.**

Yarmouth (William Paston, earl of). 597, 600.

York (Mary, duchesse de). 600, 707, 710.

Zarlin. Voyez Zarlino.

Zarlino (Giuseppe). **169,** 170, 171.

Zeelhem. Voyez Huygens (Constantyn) frère.

„ (Mme). Voyez Ryckaert (Sufanna).

Zevenaer (Mme de). 704.

„ (Mlle de). 704.

Zuerius. Voyez Suerius.

Zuyl (Gijfbert Jans). 406.

IV. OUVRAGES CITÉS DANS LES LETTRES.

Les chiffres gras désignent les pages où l'on trouve une description de l'ouvrage.

Les chiffres ordinaires donnent les pages où il est question de l'ouvrage.

d'Alencé (Mr. D.). Traité des baromètres, thermomètres et notiomètres ou hygromètres, 1688.

710.

„ Verhandelning over de Barometers, enz., 1728. **710.**

P. Anglo, l'Optique, divisée en trois Livres, 168, 204, 601, 612.

Aristoteles (pseudo), de Mundo. 574.

Arnobius Afer, Adversus gentes libri VII, 1651. **144.**

Adr. Auzout, Commentaria in libros Vitruvii (manuscrit). 293.

C. van Baerle, voyez Constantyn Huygens, père.

R. Ball, An essay on Newton's „Principia”, 1893. 614.

Adr. Baillet, La vie de Monsieur Descartes, 1691, **143**, 399, 400, 401.

„ Histoire de Hollande. 143.

J. Barrow, Lectiones Opticae et Geometricae, 1674. 211, 245, 246, 249, 251, 253, 264, 277, 278, 315, 623.

H. Bajnage de Beauval, Histoire des Ouvrages des Sçavans, 1686—1694 (1721). 59, 82, 98, 114, 135, 169, 196, 209, 212, 215, 216, 224, 229, 263, 285, 286, 298, 304, 308, 359, 407, 438, 450, 451, 453, 510, 517, 540, 568, 572, 585, 588, 642, 651, 654, 663, 694, 695, 705, 722.

Fr. Bayle, Dissertatio physica, 1678. 601.

P. Bayle, Avis important aux Réfugiés sur leur retour prochain en France. 103.

„ Cabale chimérique de la chimère de la cabale de Rotterdam. 103.

„ Dictionnaire Historique et Critique, 1697. **398**, 455.

„ Nouvelles de la République des Lettres, 1688—1694. 114, 323, 495, 496, 651, 732, 733

- Jacques Bernoulli*, Narratio controversiae inter Dn. Hugenum et Abb. Catedralium de Centro Oscillationis, 1686. **114**.
- „ Demonstratio Centri Oscillationis ex Natura Vectis, etc. 1690. **114**, **115**, **116**, **117**, **118**, **119**.
- „ Specimen calculi differentialis in dimensione Parabolae helicoidis, 1691. **623**.
- „ Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda Spirali Logarithmica, 1691. **112**, **133**, **554**, **667**.
- „ Additamentum ad solutionem curvae causticae fratris Jo. B. 1692. **585**, **587**.
- „ Aenigmatis Florentini solutiones variae infinitae. **329**, **336**, **354**.
- „ Curvatura veli, 1692. **496**, **542**, **553**, **554**, **563**, **577**, **579**, **622**, **627**, **667**, **677**.
- „ Lineae Cycloïdales, Evolutae, etc. 1692. **119**.
- „ Curvae dia-causticae, Natura osculorum uberius explicata, 1693. **496**, **509**, **545**, **553**, **587**.
- „ Solutio problematis Fraternalis ante ostium Lipsiam transmissi, 1693. **491**, **497**, **512**, **513**.
- „ Solutio problematis Leibnitiani de curva accessus et Recessus, etc. 1694. **575**, **659**, **676**, **681**, **699**.
- „ Constructio Curvae accessus et recessus aequabilis, 1694. **575**.
- „ Curvaturae laminae elasticae, etc. 1694. **659**, **660**, **665**, **666**, **671**, **672**, **677**.
- „ Explicationes, annotationes et additiones ad ea, quae in Actis sup. anni de Curva Elastica, Isochrone et Paracentrica et Velaria leguntur, 1695. **665**, **666**, **667**, **668**, **671**.
- Jean Bernoulli*, Dissertatio Chymico-Physica de Effervescencia et Fermentatione, 1690. **118**.
- „ Solutio problematis funicularii, 1691. **51**, **95**, **104**, **109**, **129**, **142**, **216**, **227**, **357**, **413**, **623**.
- „ Solution du problème de la courbure que fait une voile enflée par le vent. 1692. **437**, **454**.
- „ Solutio Curvae Causticae, etc. 1692. **712**.
- „ Solutio problematis Cartesii propositi Dn. de Beaune, 1693. **454**, **474**, **476**.
- „ Solution d'un problème proposé dans le 28 Journal de cette année. 1693. **576**.
- „ Constructio facilis Curvae accessus aequabilis, etc. 1694. **575**.
- „ De motu musculorum meditationes mathematicae, 1694. **650**.
- „ Animadversio in praecedentem solutionem Ill. D. Marchioni Hospitalii, 1695. **668**.
- „ Additio ad Excerpta, etc. 1696. **712**.
- „ Essai d'une Nouvelle Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux, 1714. **529**, **531**, **705**.
- „ Lectiones mathematicae, de methodo integralium, etc. 1742. **132**, **357**.
- „ Lettres a Mr. le Marquis de l'Hospital, **541**, **706**.
- J. Bertrand*, l'Académie des Sciences et les Académiciens de 1666 à 1793, 1869. **547**.
- H. Beverland*, Peccatum originale, 1678. **381**.
- „ Admonitio de fornicatione cavenda, **381**.
- W. Blaeuw*, Africae novae descriptio, **443**.

- E. Bodemann*, Der Briefwechsel des G. W. Leibniz in den Königlichen öffentl. Bibliothek zu Hannover, 1889. 10, 688.
- Boileau*, Satire (X) contre les femmes, 1692. 583, 598.
- B. Boncompagni*, Bulletino, 517.
- J. A. Borelli*, De Motu Animalium, 1743. 650.
- R. Boyle*, New Experiments Physico-Mechanical touching the Spring of the Air, and its Effects 1660. 94.
- H. Brocard*, Notes de Bibliographie des courbes géométriques, Partie complémentaire, 1899. 517.
Louis de Puget, François Lamy, Louis Joblot, leur action scientifique, etc. 1905. 708, **730**.
- Th. Burnet*, Archaeologiae Philosophicae, five doctrina antiqua de rerum originibus, 1692. **455**, 583, 597, 598, 703, 707, 709.
- T. Campanella*, Philosophia Senfibus demonstrata, 1591. **404**.
„ Prodomus Philosophiae instaurandae, 1617. **404**.
„ De sensu rerum et magia, 1620. **404**.
- M. Cantor*, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1900, 1901. 118, 219, 315.
- G. Cardano*, Opera omnia, 226.
„ De utilitate ex adversis capienda, **226**.
„ Ars magna, 261.
- R. des Cartes*, Dioptrique, 403, 602.
„ Discours de la Methode, etc. 1637. 303.
„ Geometria, op. Fr. a Schooten, 1659, 235, 335, 400, 406, 533, 642.
„ Meditations métaphysiques, 1641, 1647. 302.
„ des Météores, 405.
„ Lettres. éd. Clerfeliier, 1667, **312**, 400, 405.
„ Principes de la Philosophie, 52, 296, 300, 301, 302, 303, 403, 405, 406, 614.
„ Traité de mécanique, 402.
„ Œuvres, éd. Clerfeliier, 353.
„ „ éd. Coufin, 302.
„ „ éd. de Charles Adam et Paul Tannery, 313, 351, 352, 353, 400, 401, 402, 510, 623.
- J. D. Caffini*, Nouvelles découvertes dans le globe de Jupiter, 1691. **7**, 322.
„ Nouvelles découvertes des diverses Périodes de mouvement dans la Planete de Jupiter, 1692. **278**, 286, 322.
- De Catelan*, Remarque sur la proposition fondamentale de la IV partie du Traité de la Pendule de Mr. Hugen, 1681. 114.
„ Logistique pour la science générale des lignes courbes, 1691. **477**, 545, 563.
„ Principe de la Science generale des Lignes courbes, etc., 1691. **477**.
„ Difficulté sur la solution d'un Probleme de Mr. Bernoulli, 1694. **640**.
- Congreve*, The mourning Muse of Alexis. A Pastoral lamenting the Death of our late gracious Queen of blessed memory, 1695. **710**.
- Œuvres. T. X.

- V. Cousin*, Fragments Philosophiques, 1838. **81**, 399.
- Jo. Craig*, Methodus figurarum lineis rectis et curvis comprehensarum quadraturas determinandi, 1685. 214, **219**, 231, 236, 258, 277, 278, 280, 298, 635.
- „ Animadversio in Methodum figurarum. etc. 1685. **277**.
- „ Additio ad Methodum figurarum quadraturas determinandi, 1686. **635**, 636.
- „ Responso ad Literas D. T. Lippiam missas Feb. 20, 1686. 277.
- „ Tractatus Mathematicus de Figurarum curvilinearum Quadraturis et Locis Geometricis, 1693. **277**, 635, 698.
- „ Theologiae Christianae Principia Mathematica, 1699. **219**, 220.
- „ De Calculo fluentium libri duo, 1718. **219**.
- J. A. du Cros*, Apologie contre William Temple, 321.
- Nic. de Cusa*, Opera 455, 703.
- L. Delisle*, Catalogue des manuscrits des Fonds Libri et Barrois, 1888. **81**.
- Diogenes Laertius*, Opera, 105.
- N. Fatio de Duillier*, Errata de Mr. Newton (manuscrit), 147—155, 209, 215, 346, 354, 567.
- „ Theorie de la Pesanteur, 257, 271, 354, 609, 669.
- Dutens*, Gotfridi Guilelmi Leibnitii Opera Omnia, 602, 605, 608.
- Jo. Eberhardi*, voyez Schweling.
- J. G. Eifenschmid*, Diatribe de figura telluris Elliptico spheroides, 1691. **220**, 261.
- Fr. Eschinardi*, De impetu tractatus duplex, 1684. **293**.
- Euclidis*, Elementorum libri VI, 4.
- P. de Fermat*, Varia opera, 1679. 132, 350.
- „ De aequationum localium transmutatione et emendatione, **132**, 350, 369, 370.
- „ Œuvres, publiés par Paul Tannery et Charles Henry, 1891, **132**, 350, 369, 370, 371.
- G. Gachard*, Voyage de Siam des pères Jéuites, 1686. 658.
- J. Galloys*, Extrait d'un Ecrit composé par Dom François Quesnet, Rel. Bened. envoyé à l'Acad. Roy. des Sciences, **570**.
- G. I. Gerhardt*, Der Briefwechsel von G. W. Leibniz mit Mathematikern, 1899. 9, 17, 49, 55, 59, 83, 86, 93, 99, 109, 127, 139, 156, 182, 197, 221, 225, 230, 238, 257, 260, 268, 283, 296, 316, 382, 383, 425, 464, 509, 511, 538, 572, 575, 600, 609, 614, 619, 639, 646, 649, 659, 664, 674, 676, 683, 684, 689, 696, 713, 714.
- „ Leibnizens mathematische Schriften, 1855. 9, 17, 49, 55, 83, 86, 93, 99, 109, 127, 139, 156, 160, 182, 197, 221, 225, 230, 238, 257, 260, 268, 283, 296, 316, 382, 383, 425, 428, 509, 511, 538, 539, 572, 574, 600, 609, 614, 619, 639, 642, 645, 649, 659, 664, 674, 683, 688, 696, 713, 714, 716, 721.
- „ Die philosophische Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz, 1875—1890. **302**, 303, 614, 681.
- E. Gerland*, Leibnizens und Huygens Briefwechsel mit Papin, 1881. 119, 122, 164, 175, 177.
- G. Gilbert*, De Magnete, Magneticisque corporibus, 1600. **15**.
- A. Godeau*, Histoire de l'Eglise, **107**.

- P. de Gonneville*, Mémoires touchant l'établissement d'une mission chrétienne dans la terre australe meridionale, 1668. **700**.
- A. de Graaff*, Mathematifche Werken, 2.
 „ De geheele Mathesis of Wiskonst herftelt in zijn natuurlijke gedaante, 1676. **72**.
- J. de Graaff*, Journael, **433**.
- J. Graverol*, Mofes vindicatus, 1694. **584**, 598, 709.
- D. Gregory*, Exercitatio Geometrica de Dimensione Figurarum. 1684. 473.
- J. Gregory*, Exercitationes Geometricae, 1668. 185, 186, 187, 227, 228, 308, 413, 439.
- J. Groningius*, Bibliotheca Universalis s. Codex Operum Variorum, 1701. 147.
 „ Historia Cycloëidis, 1701. 147.
- H. Grotius*, Epistolae ad Gallos, 1648. **382**.
- O. van Guericke*, Nova Experimenta Magdeburgica, 15.
- G. E. Guhrauer*, Leibnitz Animadversiones ad Cartesii Principia Philosophica, 1844. **302**, 681.
- J. S. Haas*, Steganographie nouvelle, 1693. **165**.
- Edw. Halley*, An Account of the Change of the Variation of the Magnetical Needle, 1692. **682**.
- Nic. Harisfoecker*, Essay d'un nouveau Systeme du monde, 1691. **324**.
 „ Essay de Dioptrique, 1694. 707, **708**, 711.
 „ Essay touchant la Polisseure des verres. Voyez Essay de Dioptrique.
- J. de Hautefeuille*, Avis sur le privilège des horloges et des montres de la nouvelle Invention. (1693), **355**.
- J. Hecker*, Ephemerides motuum coelestium ab 1660 ad 1680. 1662. avec Supplément, 1670. **486**.
- H. a Heuraet*, Epistola de curvarum linearum in Rectas Transmutatione, 1659. 235.
- J. Hevelius*, Prodrômus Astronomiae, 1690. **7**.
- Ph. de la Hire*, Description de l'Aiman qui s'est trouvé dans le clocher neuf de Notre Dame de Chartres, 1691. **299**, 322.
 „ Tabularum Astronomicarum pars prior; de motibus Solis et Lunae, etc. 1687. 8, 658.
 „ Tabulae Astronomicae, 1702. **8**, 324.
 „ Traité des Epicycloïdes et de leur usage dans les Mécaniques, 711, **715**.
- W. Holder*, A Treatise of the Natural Grounds and Principles of Harmony, 1694. **598**, 599.
- P. C. Hoofz*, Nederlandsche Historien, 456.
- R. Hooke*, Micrographia, 601, 612.
 „ De potentia restitutiva, or of Spring, Explaining the Power of Springing Bodies, 1678. 85, 94.
- Horatius*, Carminum lib. I. 718.
- G. F. A. Marquis de l'Hospital*, Analyse des Infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes, 1696. 713.
 „ Eclaircissement d'une difficulté proposée dans le XIII Journal, 1694. **650**.
 „ Lettre à Mr. Huygens, dans laquelle il prétend démonstrer la règle de cet auteur touchant le centre d'Oscillation, etc. 1690. 114, 115, 304.
 „ Lettres à Jean Bernoulli (manuscrites), **541**, 706.

- G. F. A. Marquis de l'Hospital*, Problematis a Johanne Bernoullio in hisce Actis mense Majo propositi Solutio, 1693. **485**, 568, 569, 649, 670.
- „ Solution d'un problème de Géométrie que l'on a proposé depuis peu dans le Journal de Leipzic, 1693. **485**, 649.
- „ Solution du Problème que Mr. de Beaune propoſa autrefois à Mr. Descartes, 1692. **391**, 476, 511, 687.
- „ Solutio problematis Geometrici nuper in Actis Eruditorum propositi, 1694. **649**.
- „ Solutio Problematis Physico Mathematici ab erudito quodam Geometra propositi, 1695. **712**.
- „ Solution d'un problème physico-mathématique, 1700. **713**.
- l'Hofſe*, Traité de la tactique navale, 643.
- P. D. Huet*, Cenſura Philoſophiae Cartefianae, 1689. 81, 105, 143, 144, 195, 196, 303.
- „ Alnetanae Quaestiones de Concordia Rationis et Fidei, 1690. 82, **88**, 99, 100, 144.
- „ Traité de la Situation du Paradis Terrestre, 1692. **145**.
- Hubertus Huighens*, Adverſiones quaedam circa proportionem quam ad rectilineas habent figurae curvilineae, 1692. (?), **234**, 249, 298, 444, 445, 460, 463.
- „ Methodus inveniendi Longitudinem linearum curvarum, necnon Aream figurarum curvilinearum, 1700. **234**, 246, 249, 460, 463.
- Chr. Huygens*, Astroſcopia compendiaria, 1684. 488, 734.
- „ Conſtructio univerſalis Problematis a Clar. Viro Joh. Bernoullio propositi. 1694. **513**, 670, 673, 674, 681, 683.
- „ Coſmotheoros, 1698. 304, 320, 577, **581**, 582, 583, 584, 598, 609, 616, 639, 640, 648, 663, 682, 698, 703, 707, 708, 711, 718, 720, 721.
- „ Traductions du livre précédent, **582**.
- „ Conſtruction d'un problème d'optique, 1693. 497, 570.
- „ De iis quae liquido ſupernatant, (inédit) 401, 815.
- „ Démonſtration de l'équilibre de la balance, 1693. 15, 16.
- „ De motu corporum ex percuffione, 1669, (1703) **302**.
- „ De Problemate Bernoulliano, 1693. **425**, 499, 510, 512, 538, 569, 572, 617, 618.
- „ Dioptrica, 1703. 58, 285, 296, 382, 573, 682.
- „ Diſcours de la Cauſe de la Peſanteur, 1690. 9, 10, 53, 54, 79, 81, 104, 125, 143, 167, 180, 181, 195, 203, 229, 269, 274, 284, 285, 286, 296, 297, 298, 305, 307, 318, 333, 334, 360, 384, 385, 412, 606, 607, 644, 669, 681, 701, 738.
- „ Addition au Diſcours de la Peſanteur, 20, 104, 125, 269, 412.
- „ Excerpta ex epiſtola ad G. G. L. 1694. 671.
- „ Excerpta ex nonnullis ſcriptis de famigerato Alhazeni problemate, 1673. 497.
- „ Extrait d'une lettre touchant les phénomènes de l'Eau purgée d'air, 1672. 302, 644.
- „ Horologium, 1658. 701.
- „ Horologium oſcillatorium, 1673. 2, 106, 115, 183, 229, 334, 373, 402, 416, 516, 541 553, 701.
- „ Lettre touchant le cycle Harmonique, 1691. **169**, 224, 225, 229, 239, 240, 298.

- Chr. Huygens*, Lettre à l'auteur de l'Histoire des Ouvrages des Sçavans, 1693. 135, 140.
- „ Nouvelle force mouvante, etc. 1693. 737.
- „ Opuscula postuma, 1703. 302.
- „ Opera Varia, 1724. 407, 525, 588, 654, 691.
- „ Remarque sur le livre de la manoeuvre des vaisseaux, 1693. **525**, 548, 553, 561, 564, 565, 568, 569, 578, 588, 589, 590, 591, 592, 611, 642, 653, 654, 658, 664, 669, 681, 706.
- „ Replique à la Reponse de Mr. Renau, 1694. **654**, 658, 663, 664, 669, 681, 686, 690, 691, 692, 693, 706.
- „ Raïsons pour ne plus continuer la dispute avec Mr. Renau, 1694. **694**, 705.
- „ Remarques sur la lettre précédente [de Mr. le Marquis de l'Hospital], 1690. 114, 115, 117.
- „ Relation d'une Observation faite à la Bibliothèque du Roy, 1667. 52, 682.
- „ Solutio ejusdem problematis [funicularii], 1691. **95**, 99, 104, 109, 305, 413.
- „ Systema Saturnium, 1659. 180.
- „ Theoremata de Quadratura Hyperboles, etc., Exetasis, 1651. 401.
- „ Traité de la lumière, 1690. 5, 6, 9, 58, 73, 79, 80, 81, 88, 92, 104, 119, 125, 134, 167, 177, 178, 179, 195, 203, 209, 211, 214, 269, 274, 284, 296, 298, 305, 394, 496, 601, 606, 612, 643, 682, 701, 714, 716, 738.
- „ Traité sur l'aimant, (inédit) 195.
- Conf. Huygens*, père. Dagboek, 726.
- „ Gebruyck of ongebruyck van 't Orghel in de kercken der Vereenigde Nederlanden, 1641. **400**.
- „ Momenta Defultoria, 1644. 402, **457**.
- „ Otia 1625. 402.
- „ frère, Journal, 1876. 55, 289, 294, 347, 704, 708, 720.
- Les Peres Jésuites*, Relations physiques et mathématiques des P. P. Jésuites envoyées de la Chine, 658.
- Louis Joblot*, Description et usages de plusieurs nouveaux microscopes, 1718. **709**.
- „ Traité de la Lumière, 709.
- P. Jurieu*, Examen d'un libelle contre la religion, 1691. **103**.
- „ Factum selon les formes ou disposition d'épreuves contre l'auteur de l'avis, 1692. **103**.
- „ Nouvelle correction sur l'auteur de l'avis aux réfugiés, 1692. **103**.
- M. Knorre*, Differtatio dioptrica de refractione luminis, 1693. **601**. (J. J. Hartman).
- „ Differtatio Astronomica de Crepusculis, 1698. **601**. (Frieder),
- Koerfma*, Traité sur . . . ? **702**.
- Wl. Konarski*, Un savant Parisien, précurseur de Pasteur, Louis Joblot, 1895. **709**.
- D. J. Korteweg*, Descartes et les manuscrits de Snellius, 1896. **405**.
- T. F. De Lagny*, Méthode nouvelle infiniment générale et infiniment abrégée pour l'extraction des Racines quarrées, cubiques, etc. 1691. **476**, 477.

- T. F. De Lagny*, Nouvelle méthode pour l'approximation des Racines cubiques, 1691. **477**.
- Fr. T. de Lanis*, Magisterium naturae et artis, 660.
- A. van Leeuwenhoek*, The abstract of two lettres, sent to Dr. Gale and Dr. Hooke, 232.
- G. W. Leibniz*, Addenda ad Schediasma proximo mense julio infertum, 1695. **717**, 721.
- „ Additio ad Schediasma de Medii Resistentia publicatum in Actis mensis Feb. 1691. **9**, 10, 11, 12, 13, 37, 38, 50, 111.
- „ Ad ea, quae Vir. Cl. J. B. mense Majo nupero in his Actis publicavit, respon sio, 1690. 574.
- „ Ad problema Majo nupero in his Actis p. 235 propositum, 1693. **509**.
- „ Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum, ou Animadversiones ad Cartesii principia philosophiae, ou Remarques sur les 2 premieres parties des Principes de des Cartes, **302**, 320, 382, 539, 614.
- „ Codex Juris Gentium Diplomaticus, 1693. **430**, 511, 512, 543, 572, 682, 718.
- „ Compendium quadraturae arithmeticae, 1858. **160**.
- „ Constructio propria problematis de Curva Isochrone Paracentrica, 1694. **575**, 659, 661, 662, 667, 670, 671, 672, 676, 677, 681, 698, 712.
- „ Constructio testitudinis quadrabilis hemisphaericae, 1692. **329**, 336, 337, 354.
- „ De causa gravitatis, etc. 1690. 574, 602.
- „ De la chainette, ou solution d'un problème fameux proposé par Galilei, 1692 **439**.
- „ De la Tolérance des Religions, 1692. **304**, 388.
- „ De dimensionibus figurarum inveniendis, 1684. 240, 254, 261.
- „ De legibus naturae et vera aestimatione virium motricium contra Cartesianos, 1691. **177**.
- „ De linea isochrona, in qua grave sine acceleratione descendit, 1689. 574.
- „ De linea in quam flexile se pondere proprio curvat, 1691. **95**, 109, 127, 129, 216.
- „ De quadratura arithmetica circuli, ellipsos et hyperbolae, 1682. 308.
- „ De solutionibus problematis Catenarii vel Funicularis in Actis Junii Anno 1691. **182**, 413, 439, 573, 623.
- „ De vera proportionem circuli ad quadratum circumscriptum in numeris rationalibus, 1682. 41.
- „ Demonstrationes novae de resistentia Solidorum, 1684. **660**, 665.
- „ Deux problèmes construits par Mr. de Leibniz, en employant la regle générale de la composition des mouvements, 1693. **715**.
- „ Die Philosophische Schriften. Voyez Gerhard.
- „ Discours sur la loxodromie, 161, 186.
- „ Dynamica de Potentia et legibus Naturae corporeae, 1689, **645**.
- „ Extrait d'une lettre sur la question, si l'essence du corps consiste dans l'étendue, 1691. **299**.
- „ Generalia de natura linearum, anguloque contactus et osculi, 1692. **496**, 585,
- „ Meditatio nova de natura anguli contactus et osculi, 1686. **156**, 157, 183, 587.

- G. W. Leibniz*, Nova methodus pro maximis et minimis, etc. 1684. 226, 252, 305, 315, 636.
- „ Opera Omnia. Voyez Dutens.
- „ Quadratura arithmetica communis Sectionum Conicorum quae centrum habent, 1691. 111, 308.
- „ Responso ad nonnullas difficultates a Dn. Bern. Nieuwentiit circa methodum differentialem feu infinitesimalem motus, 1695. **717**.
- „ Schediasma de resistentia Medii et motu projectorum gravium in medio resistente, 1689. 50.
- „ Specimen Dynamicum pro admirandis Naturae legibus (1695). **645**.
- „ Supplementum Geometriae Dimensoriae, 1693. 516, **517**, 572, 578, 579, 601, 625, 678, 679.
- „ Supplementum Geometriae Practicae, 1693. **641**.
- „ Tentamen de motuum coelestium causis, 1689. 297.
- „ Traité sur le calcul différentiel (projet), 640, 669, 698, 713.
- „ Unicum Opticae, Catoptricae et Dioptricae Principium, 1682. **602**.
- D. Lipstorp*, Specimina Philosophiae Cartesianae, 1653. 401.
- Hiob. Ludolf*, Historia Aethiopica, 101, 102.
- L. Mainbourg*, Le Schisme d'Occident. 732.
- N. Malebranche*, Recherche de la Verité, 563.
- Mariotte*, Œuvres, 1717. 602.
- De Maroles*, Traité sur des problèmes numériques (manuscrit), 699, 718.
- N. Mercator*, Logarithmo Technia, 1668. 41, 641.
- Van Merle*, Carte Généalogique, 397.
- W. Molyneux*, Dioptrica nova, 1692. **260**, 276, 279, 280, 281.
- G. Monchamp*, Galilée et la Belgique, 1892. **107**, 113.
- La Montre*, La quarante septième proposition du premier livre des Elemens d'Euclide, 1691. **324**.
- Moreri*, Le grand Dictionnaire Historique, 1675. **398**, 455, 487, 489.
- John Narborough*, An Account of Several Late Voyages & Discoveries to the South and North, 1694. **704**, 709.
- Is. Newton*, Enumeratio linearum tertii ordinis, 1704. 236, 241, 271, 276, 279, 280.
- „ Methodus Fluxionum et serierum infinitarum, 1736. 271, 276, 327, 354, 440, 622, 675.
- „ Optics; or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light, 1704. 229, 236, 271, 613, 651.
- „ Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687. 20, 27, 28, 29, 30, 33, 38, 51, 57, 94, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 168, 209, 213, 214, 215, 219, 229, 239, 241, 257, 258, 259, 261, 269, 279, 297, 317, 346, 605, 613, 614, 616, 626, 645.
- „ Principia, ed. altera de Dav. Gregory (projet). 213, 346, 354, 567, 598, 601, 614, 626.
- „ Principia, ed. altera de R. Cotes, 1713. **614**.
- „ Tractatus de quadratura curvarum, 1704. 236, 241, 271, 276, 279, 280, 327, 440.

- B. H. de la Neuville*, Voyez Adr. Baillet.
- B. Nieuwentijt*, *Analysís Infinitorum seu Curvilinearum Proprietates ex Polygonorum Natura deductae*, 1695. **717**.
- „ *Considerationes circa Analyseos ad quantitates infinite parvas applicatae Principia & Calculis different. usum in resolvendis probl. geom.* 1694. **717**.
- R. Ouvrard*, *l'Architecture harmonique*, 1674. **298**.
- „ *Secret pour composer en musique par un art nouveau*, 1660. **298**.
- Ozanam*, *Dictionnaire Mathématique, ou Idée générale des Mathématiques*, 1691. 7, 284, 497.
- Paige*, *Lettres de De Sluse*, 1884. 517
- D. Papin*, *Fasciculus dissertationum de novis quibusdam machinis*, 1695. 177.
- „ *Nouvelles Expériences du vuide*, 1674. 702.
- „ *Rotatilis fuçtor et pressor Hassiacus*, 1689. **122**, 123.
- „ *Synopsis Controversiae Authoris cum Celeberrimo Domino G. G. L. etc.* 1695. **177**.
- J. G. Pardies*, *Discours du mouvement local*, 1670. 612.
- „ *Dissertatio de motu undulatorio*, 612.
- „ *La propagation de la lumière*, 157, 158, 167, 203, 204.
- „ *La Statique ou la Science des forces mouvantes*, 1673. 157, 593, 601, 612, 657.
- Bl. Pascal*, *Lettre a Monsieur de Carcavy*, 1658. 224.
- P. Pellison*, *De la Tolerance des Religions*, 1692. **304**, 320.
- Cl. Perrault*, *Vitruve (édition projetée de)*, 516, 517.
- A. Petermann*, *Philosophiae Cartesianae adversus Censuram P. D. Huetii Vindicatio*, 1691. **100**.
- Plutarchus*, *De facie in orbe lunari*, 259.
- „ *Oeuvres mêlees, trad. du Grec par Amyot*. 1803. **259**.
- P. Prevost*, *Fragments de Lettres de divers savans contemporains de Newton*, 1823. 163, 608.
- Jos. Raphson*, *De numeris Infinitis*. 709.
- „ *Analysís aequationum universalis*, 1697. **709**.
- P. S. Regis*, *Réponse au livre qui a pour titre Petri Danielis Huetii Censura Philosophiae Cartesianae*, 1691. **143**, 144, 145.
- „ *Système de Philosophie, contenant la Logique, la Metaphysique et la Morale*, 1690. 7, 563.
- H. Regius*, *Fundamenta Physices*, 1646. 401.
- C. Renaldini*, *Philosophia Naturalis*, 1693. **696**.
- B. Renau*, *De la Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux*, 1689. **478**, 523, 524, 525, 526, 528, 529, 553, 561, 562, 564, 565, 569, 585, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 611, 621, 624, 642, 643, 654, 655, 657, 658, 663, 664, 669, 681, 690, 693, 694, 705, 706.
- „ *Réponse de M. Renau à Mr. Huguens*, 1695. 585, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 611, 621, 624, 642, 653, 656, 657, 664, 686, 690, 705, 706.
- Reydanus*, *Nederlandsche Historien*. **456**.
- G. P. de Roberval*, *De Trochoïde ejusque Spatio*, 486.
- „ *Observations sur la composition des mouvements*, 352.

- G. P. de Roberval*, Traité des Indivisibles, 421.
- M. Rolle*, Avis aux Géomètres, 1693. **576**.
- „ Demonstration d'une Méthode pour refoudre les egalitez de tous les degrez, 1691. 97, **190**, 228, 563.
- „ Règles pour l'Approximation des racines de cubes irrationnels, **477**.
- O. Römer*, Demonstration touchant le mouvement de la lumière, 1676. 613.
- Fr. de Salinas*, de Musica Libri VII, 1577. 169, 170, 171.
- P. Sarpi*, Opere, 512.
- Fr. a Schooten*, Exercitationum Mathematicarum Libri III, 1656. 351.
- „ Geometria, 1649. 400.
- Joh. Schotanus*, Exetasis Censurae qua P. D. Huetius Philosophiam Cartesianam inique vexavit. 1691. **100**.
- J. E. Schwelingius*, Exercitationes Cathedrae in P. D. Huetii Philos. Cartesian., 1690. **90**, 100, 105.
- W. Snellius*, Tiphys Batavus, sive Hiftiodromice, De navium curfibus et re navali, 1624. **159**, 185, 187, 189, 228.
- „ Manuscrit, 405, 406.
- S. Stevin*, De Beghinfelen der Weeghconst, 1586. 218.
- S. Stevin*, Wifconstige Gedachtenissen, 1608. 187.
- „ Œuvres Mathématiques, 1634. **187**, 218.
- B. Telefo*, De rerum natura juxta propria principia, 1565. **404**.
- „ De his quae in aëre fiunt et de terrae motibus, 1570. **404**.
- „ De colorum generatione, 1570. **404**.
- „ Varii de naturalibus rebus libelli, 1590. **404**.
- W. Temple*, Gedenkschriften, 321.
- J. Teyler*, Architectura Militaris, 16...? 604, 615.
- Ev. Toricelli*, De Sphaera et Solidis Sphaeralibus libri duo, 1644. 293.
- „ Exercitationes Geometricae, 1647. 293.
- A. H. de Cotentin, comte de Tourville*, Traité de la Tactique navale, **643**.
- E. W. von Tschirnhaus*, Additamentum ad methodum quadrandi curvilineas figuras, 1687. 92, 240, 261, 262.
- „ Curva geometrica, quae seipsam sui evolutione describit, 1690. 91, 92.
- „ De dimensionibus figurarum inveniendis, 1684. 240.
- „ Excerptum ex litteris D. T. Lipsiam missis d. 20 Febr. Anno 1686. **277**, 298.
- „ Inventa nova exhibita Parisiis Societati Regiae Scientiarum, 1682. 81, 91, 100, 716.
- „ Medicina mentis (ed. 2a). 714, 715, 716.
- „ Methodus curvas determinandi, quae formantur a radiis reflexis, 1690.
- „ 91, 92.
- „ Methodus Datae figurae, rectis lineis & Curva Geometrica terminatae,

- aut Quadraturam aut impossibilitatem ejusdem Quadraturae determinandi, 1683. 92, 100, 240, 245, 254, 277.
- E. W. von Tschirnhaus*, Réponse aux Reflexions de M. Fatio de Duillier, 1688. 715.
- „ Singularia effecta vitri caustici bipedalis, 1691. **279**, 683.
- P. J. Uyenbroek*, Chr. Hugonii aliorumque seculi XVII virorum celebrium Exercitationes Mathematicae et Philosophicae, 1833. 9, 17, 19, 23, 36, 43, 49, 55, 59, 74, 77, 83, 86, 93, 99, 109, 127, 139, 156, 182, 197, 217, 221, 225, 230, 233, 236, 238, 244, 255, 257, 260, 264, 268, 271, 283, 296, 304, 307, 312, 316, 325, 342, 348, 364, 375, 382, 383, 390, 425, 437, 446, 451, 452, 457, 465, 474, 481, 490, 497, 509, 514, 518, 534, 538, 544, 549, 563, 572, 577, 579, 585, 600, 609, 617, 621, 623, 626, 630, 631, 639, 649, 659, 664, 675, 683, 686, 688, 696, 704, 711.
- P. Varignon*, Nouvelles conjectures sur la Pesanteur, 1690. 87, 88, 99, 354, 613, 651.
- Visscher*, Africae accurata Tabula, 435.
- V. Viviani*, (D. Pius Lifci, pufillus Geometra). Aenigma geometricum de miro opificio Testudinis Quadrabilis Hemisphaericae, 1692. **329**, 336, 346, 354.
- „ Formazione e misura di tutti i cieli, 1692. **392**.
- „ Quinto libro degli Elementi d'Euclide, etc. spiegata con la dottrina del Galileo, 1674. 292.
- B. de Volder*, Exercitationes Academicae, quibus R. Cartesii Philosophia defenditur adversus P. D. Huetii Cenfuram, 1695. **196**, 739.
- Voffius*, Diverses Observations, 1688. 323.
- „ Extrait d'une lettre écrite de Londres touchant les Longitudes, les Marées et le Fleuve Oby, 323.
- J. Wallis*, A treatise of Algebra, both Historical and Practical, 1685. **18**.
- J. Wallis*, De Algebra Tractatus, historicus et practicus, 1693. **18**, 215, 308, 354, 388, 393, 464, 484, 566, 567, 569, 580, 581, 598, 599, 610, 615, 621, 622, 640, 646, 651, 661, 664, 669, 675, 687.
- „ Mechanica sive de Motu, 1671. 117.
- „ Tractatus Duo; Prior de Cycloide, Posterior Epistolaris, 1659. 224.
- „ Opera Mathematica, I, 1695. 598, 599.
- E. Warren*, Geologia; or a Discourse concerning the Earth before the Deluge, 1690. **707**, 709.
- J. Wilkins*, An essay towards a Real Character and a Philosophical Language, 1668. 399.
- J. de Witt*, Register over Lijfrenten (manuscrit). **729**.
- „ Waerdye van Lijfrenten, Naer proportie van Lofrenten, 1671. 729.
- Nic. Witsen*, Noord en Oost Tartarije, 1692. (1705, 1785), 581, 583, 598, 707, 708.
- W. Wotton*, Reflections upon Ancient and Modern Learning, 1697. **709**.
- G. Zarlino*, Œuvres (Institutioni armoniche, Dimostrazioni armoniche), 1589. **169**, 170, 171.
- Zeuthen*, Geschichte der Mathematik in XVI und XVII Jahrhundert, 1903. **517**.
- Acta Eruditorum, 1682—1698. 9, 10, 18, 49, 51, 80, 84, 88, 91, 92, 93, 95, 96, 98, 99, 100,

104, 105, 109, 110, 111, 112, 114, 116, 118, 119, 129, 130, 134, 142, 156, 158, 159, 161, 168, 176, 177, 182, 184, 191, 214, 216, 218, 219, 225, 226, 229, 230, 240, 269, 276, 277, 278, 279, 285, 293, 297, 298, 302, 305, 329, 337, 346, 394, 413, 425, 439, 454, 460, 476, 484, 485, 494, 496, 498, 509, 510, 511, 512, 513, 516, 517, 521, 535, 538, 539, 541, 542, 553, 556, 561, 568, 569, 572, 573, 585, 601, 602, 609, 617, 618, 624, 641, 645, 646, 649, 650, 651, 659, 661, 664, 665, 670, 671, 673, 674, 676, 678, 683, 697, 712, 716, 717, 718, 721, 738.

Almanac de l'Année, 1687. 187.

Arlequiniana ou les bon mots, les histoires plaisantes et agreables, 1694. **584**, 598.

Bibliothèque univerfelle et hiftorique de l'année 1686 et fuiv. 1718. 323, 525, 553, 568, 642, 715.

Bibliothèque Univerfelle des Sciences, Belles-Lettres et Arts, T. XXII, 1823. 103, 608.

Comptoir Almanach op 't Jaar ons Heeren Jefu Chriffti MDCLXXXVI. **399**.

Divers ouvrages de Mathématique et de Phyfique, par meffieurs de l'Academie Royale des Sciences, 1668. 352, 497, 1693. 421, 486, 547, 562, 570, 658, 663, 737.

Encyklopädie der Mathematifchen Wiffenfchaften, 1898—1904. **698**.

Gazette d'Amfterdam, 323.

„ Flamande, 295.

Hiftoire des Ouvrages des Scavans. Voyez H. Bafnage de Beauval.

Hollantfche Gazetten, 168.

Horological Inftuctions, 584, 597, 598, 599.

Journal des Scavans, 145, 228, 299, 302, 324, 391, 417, 432, 437, 439, 476, 477, 484, 496, 511, 533, 576, 585, 588, 589, 621, 644, 649, 650, 651, 659, 682, 688, 736.

Le Voyage du Monde de Descartes, 1691. **303**.

Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, 1666—1699. Edition de Paris, 180, 276, 297, 299, 548, 570, 649.

Mémoires de Mathématiques et de Phyfique tirez des registres de l'Académie des Sciences, 1692, 1693. **278**, 286, 287, 299, 322, 323, 477, 485, 486, 548, 562, 649, 653.

Mémoires (Nouvelle édition de cet ouvrage), 1723. **278**.

„ de la Société des lettres, sciences et arts de Bar-le-duc, **709**.

Mercure hiftorique et politique pour le mois d'Avril, 1692. 279.

Nieuw Archief voor Wifkunde, 405.

Nouvelles de la République des Lettres, 651.

Philofophical Tranfactions, 220, 232, 302, 380, 497, 581, 583, 597, 598, 635, 682.

Revue de Métaphyfique et de Morale, 405.

The Record of the Royal Society, 1897. 231.

Traëtatus de Quadratura circuli, 620.

Veterum mathematicorum Athenaei, Bitonis, Appollodori, Heronis, Philonis et aliorum Opera, 1693. **574**, 663.

V. MATIÈRES TRAITÉES DANS LES LETTRES.

Dans cette Table les matières scientifiques traitées dans ce Volume ont été groupées sous divers articles généraux, favoir :

Algèbre.	Géodésie.	Œuvres.
Anagrammes scientifiques.	Géographie.	Optique.
Anatomie.	Géologie.	Philologie.
Arithmétique.	Géométrie.	Philosophie.
Astronomie.	Hydrodynamique.	Physiologie.
Beaux-Arts.	Hydrostatique.	Physique.
Botanique.	Mécanique.	Probabilités.
Chimie.	Médecine.	Travaux publics.
Chronométrie.	Météorologie.	Zoologie.
Cours des études des frères Huygens.	Musique.	
	Navigation.	

Pour connaître tous les endroits de la Correspondance où quelque sujet est traité, on cherchera dans la Table l'article général auquel il appartient. On y trouvera, soit du sujet même, soit d'un sous-article qui devra y conduire, la nomenclature adoptée dans l'ordre alphabétique de la Table.

Les chiffres indiquent les pages de ce Volume.

On a marqué d'un astérisque les endroits qui ont été jugés les plus importants.

L'article *Œuvres* se rapporte aux écrits de Huygens, soit publiés, soit restés en manuscrit ou seulement ébauchés. Il pourra servir de guide à ceux qui désirent connaître les renseignements que la Correspondance de Huygens peut fournir à l'égard de l'origine ou de l'histoire de ses travaux.

ABERRATION SPHÉRIQUE. 403*; (voir *Lentilles hyperboliques et elliptiques*).

ACCUSATIONS DE PLAGIAT DIRIGÉES PAR JEAN BERNOULLI CONTRE DE L'HOSPITAL. 476*, 484*, 485*, 494*, 511*, 541*, 706*.

ACOUSTIQUE 612; (voir *Écho*, *Œuvres* Lettre de M Huygens à l'Auteur touchant le Cycle

Harmonique, *Son musical causé par la réflexion d'un bruit continu sur les marches d'un escalier, Vitesse du son*).

ADHÉSION (voir *Retardement de la formation du vide de Torricelli*).

ALGÈBRE. 7, 89*, 239, 286*, 299*, 354, 393, 598, 610, 622, 687, 709*; (voir *Développement en série des expressions goniométriques, Équations algébriques, Équations diophantines, Équations transcendentes, Formule du binôme de Newton pour les valeurs fractionnaires ou négatives de l'exposant, Logarithmes, Maxima et minima, Principes du calcul différentiel et intégral, Séries*).

AMÉLIORATION DES FLEUVES. 726; (voir *Portes d'écluse*).

ANAGRAMMES SCIENTIFIQUES. 55, 57*, 58—62, 84, 86*, 98, 143*, 515*, 534, 539, 622, 646*, 675*.

ANATOMIE. 709*; (voir *Mécanisme de l'action des muscles*).

APPROXIMATION DES RACINES DES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES. 476*, 477*, 545*.

ARC-EN-CIEL. Théorie de l'arc-en-ciel. 405*.

ARITHMÉTIQUE (voir *Machine arithmétique, Nombres*).

ASTRONOMIE. 3, 7, 146; (voir *Attraction universelle, Chronométrie, Comètes, Détermination de la vitesse de la lumière, Éclipses, Étoiles fixes, Image de la lune qui semble agrandi près de l'horizon, Instruments astronomiques, Longitude, Lune, Marée, Navigation, Observations célestes, Œuvres: Christiani Hugonii ΚΟΣΜΟΘΕΩΡΟΣ, Parallaxe, Planètes, Précession des équinoxes, Réfraction atmosphérique, Satellites, Soleil, Systèmes du monde, Tables astronomiques*).

ATMOSPHÈRE (voir *Réfraction atmosphérique*).

ATOMISTIQUE (voir *Constitution de la matière, Philosophie*).

ATTRACTION UNIVERSELLE (voir *Gravité*).

BALISTIQUE (voir *Mouvement rectiligne et curviligne sous l'influence de la résistance du milieu*).

BAROMÈTRE. 121, 708*, 709*, 710*.

BATEAU DE FATIO DE DUILLIER. 583*.

BEAUX-ARTS. 177, 381*, 400*, 569, 597*, 600*, 618, 696, 704, 707*, 727*.

BINOCLES. 490*.

BOTANIQUE. 727, (voir *Génération des animaux et des plantes, Infusoires et bactéries*).

BOUSSOLE (voir *Déclinaison de la boussole, Variations du magnétisme terrestre*).

CARROSSES. 221, 731*.

CASSINOÏDES. 284*, 297*.

CATACAUSTIQUES. Théorie générale. 88*, 92*, 496*, 546*, 553*; Catacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles. 79*, 80*, 88*, 91*, 92*, 100*, 496*, 711, 712*, 715*, 813*; (voir *Rectification*).

CATALOGUE DES ÉTOILES FIXES. 8*, 324.

CAUSE DE LA DURETÉ. 119, 179*, 286*, 300*, 301*, 302*, 319*, 320*, 321, 385*, 386*, 426*—428*, 644*.

CAUSE DE LA RONDEUR DES GOUTTES D'EAU. 284*, 296, 297*, 316*, 317*, 321*, 384*, 385*, 426*, 431*.

CAUSE DU RESSORT. 386*, 427*, 428*, 431*, 509.

CAUSTIQUES (voir *Catacaustiques, Diacaustiques*).

CENTRE DE GRAVITÉ. 351*, 388; (voir *Cubature et centre de gravité de divers troncs de cylindres, Quadrature et centre de gravité de courbes définies par leur équation différentielle*). De l'arc de la logarithmique. 327*, 344*; de l'arc et de l'aire de la chaînette (voir *Chaînette*); de la courbe de de Beaune et des solides engendrés par sa révolution (voir *Problème de de Beaune*); de la courbe de Gutschoven. 346*; de la courbe $x^2y \pm a^2x - b^2y = 0$. 344*; de la courbe $x^2y^2 + a^2y^2 - a^4 = 0$. 60*, 63*, 64*, 69*—71*, 97*; de la cycloïde. 224*; des paraboles et des hyperboles de divers degrés. 365, 366.

CENTRE DE PERCUSSION. Identité du centre de percussion et d'oscillation. 117*.

CENTRE D'OSCILLATION. 229*, 402*; (voir *Centre de percussion, Polémique avec l'Abbé de Cate-lan*). D'un nombre de points matériels sur une droite passant par le point d'appui. 116*, 117*; D'un secteur de cercle. 373*, 402*.

CERCLE. 128, 133; (voir *Catacaustiques, Centre d'oscillation, Cercle osculateur, Développante du cercle, Lunule d'Hippocrate, Œuvres*: De circuli magnitudine inventa, *Quadrature de surfaces planes*). Détermination de l'intégrale $\int x^3 dy$, étendue sur un quart de cercle. 371*—373*.

CERCLE OSCULATEUR (voir *Chaînette*: Rayon de courbure du sommet, *Développées, Rayon de courbure*). De la parabole 183*, 184*; Théorie du cercle osculateur. 156*, 182*—184*, 227*, 586*, 587*, 660*.

CHAÎNETTE. Problème de la chaînette. 22*, 51*, 55, 57*, 58*, 86*, 93*—95*, 98*, 99, 104, 109*, 110*, 112*, 127*—129*, 132*, 133, 142*, 157*, 158*, 182*, 188*, 216*—218*, 305*, 412*—416*, 437, 485*, 621, 622*, 677*, 678*, 679*, 698*, 811*, 813*, 815*; (voir *Chaînette qui fait une parabole, Chaînettes à densité inégale, Chaînettes extensibles, Courbe de la voile*: Identité avec la chaînette, *Logarithmes*: Construction des logarithmes au moyen de la chaînette, *Œuvres*: Christiani Hugenii, Dynastae a Zülichem, Solutio ejusdem Problematis; Lettre de Mr. Huygens à l'Auteur). Cas particulier où la tangente fait un angle de 45° avec l'axe. 70*, 97*, 98*, 109, autres cas particuliers. 71*, 96*—98*, 109, 131; Centre de gravité de l'aire. 109*, 111*, 127*—129*, 138*, 183*, de l'arc. 109*, 111*, 127*—130*, 137*, 182*; Considérations statiques. 218*, 414*, 415*; Construction de la chaînette par points: au moyen de la tractrice. 412*, au moyen du centre de gravité de l'aire de la courbe $x^2y^2 + a^2y^2 - a^4 = 0$. 60*, 63*, 64*, 69*—71*, 97*, par la réduction à la quadrature de certaines courbes. 16*, 60*, 64*—68*, 97*, 127*, 132*, 161*, 162*, 183*, 310, 357*, 371, 413*, 439, 679*, 698*, 813, 815*, par la réduction à la quadrature de l'hyperbole ou aux logarithmes ou à la rectification de la parabole. 109*—111*, 127*, 128*, 131*, 132*, 134*, 139*—142*, 157*, 158*, 160*, 161*, 183*, 184*, 186*, 187*, 217*, 227*, 308*, 310*, 413*—416*, 439*, 440* (voir *Logarithmique*: Emploi de la logarithmique à la construction de la chaînette), par la réduction à une somme de sécantes, c'est à dire à l'intégrale $\int \sec \varphi d\varphi$. 97*, 112, 159*, 161, 162*, 183*, 187, 308*, 413*. Construction de sa développée. 60*, 97*, 109*, 130*, 131*, 156, 182*, de son paramètre. 413*, 573*, 610*. Quadrature. 111*, 127*—131*, 133, 135*, 158*, 182*, 183*, 416*, 814; Quadrature de la figure mixte comprise entre la chaînette et sa développée. 60*, 62*, 97*, 128*, 130*, 131*; Quadrature de sa développée. 131*, 133, 157*, 184*; Quadrature de sa surface de révolution 60*, 61*, 97*, 128*, 130*, 158*; Rayon de courbure du sommet. 59*, 61*, 69*, 96*, 97*, 130*, 131*, 156, 128*,

- 183*; Rectification. 16*, 59*, 61*, 69*, 96*, 97*, 109*, 111*, 130*, 136*, 137*, 158*, 182*, 416*, 438, 573, 610; Rectification de la développée. 60*—62*, 69*, 97*, 109*, 130*; Tangente. 59*, 60*, 68*, 96*, 109*, 111*, 130*, 158*, 182*.
- CHAÎNETTE QUI FAIT UNE PARABOLE. 217*, 621, 622*, 627, 628, 811*; (voir encore au Tome I: 28*, 31, 34*—44*, 46, 47, 64, 74*, 75*, 93 et au Tome II: 554, 555, 557*, 569*, 570*).
- CHAÎNETTES À DENSITÉ INÉGALE. 132*, 217*; (voir *Chaînette qui fait une parabole*).
- CHAÎNETTES EXTENSIBLES. 158*.
- CHALEUR. 324, 613, 644; (voir *Condensation de la vapeur par l'expansion de l'air, Marmite de Papin, Miroirs brûlants, Théorie mécanique de la chaleur, Verres brûlants*).
- CHIMIE. 228*, 239, 282*, 283*; (voir *Chimie des gaz, Phosphore, Phosphorescence*).
- CHIMIE DES GAZ. 176*.
- CHROMATISME DES LENTILLES. 403*; (voir *Théorie de la lumière et des couleurs de Newton*).
- CHRONOMÉTRIE (voir *Horloge, Isochronisme de la cycloïde, Longitude, Montres, Pendule*).
- CHUTE DES GRAVES (voir *Mouvement rectiligne et curviligne sous l'influence de la résistance du milieu, Résistance de l'air et des liquides à la chute des corps*).
- CLASSIFICATION DES COURBES ALGÈBRIQUES. 715*.
- CLOCHE DE PLONGEUR. 227*, 707*, 709*; (voir *Vaisseaux sous-marins*).
- COMÈTES. 104*, 150—152, 385, 426, 574*, 605*, 607*.
- COMPRESSION DE L'AIR (voir *Loi de Boyle*).
- CONCHOÏDE. 468, 485.
- CONDENSATION DE LA VAPEUR PAR L'EXPANSION DE L'AIR. 124*, 175*, 176*.
- CONIQUES. 133, 217, 411; (voir *Cercle, Ellipse, Hyperbole, Parabole*).
- CONSTANTES D'INTÉGRATION. 13, 50*, 56*, 93*, 222*, 223*, 446—448, 451*, 454*, 459*, 461*, 463*, 473*, 480*, 491*, 493*, 519*, 522, 523*, 538, 542*, 549*, 550*, 565*.
- CONSTITUTION DE LA MATIÈRE. 262, 263*, 286*, 296, 297*, 299*—302*, 316*, 319*—321*, 386*, 387*, 403*, 426*—428*, 431*, 509, 539, 574, 600, 601, 603*, 606*, 607*, 609, 612*, 614, 643*, 644*, 651, 681*, 811*; (voir *Cause de la dureté, Cause du ressort, Constitution de la matière dans les corps biréfringents, Polémique sur la question si l'essence des corps consiste dans l'étendue, Théorie mécanique de la chaleur*).
- CONSTITUTION DE LA MATIÈRE DANS LES CORPS BIRÉFRINGANTS. 178*, 179*.
- CONSTRUCTIONS (voir *Chaînette, Courbes diverses, Description mécanique des courbes, Logarithmes, Logarithmique, Loxodromie, Problèmes divers, Résolution par construction des équations algébriques, Traîtrice*).
- COULEURS. 104*, 229*, 405*, 682*; (voir *Chromatisme des lentilles, Théorie de la lumière et des couleurs de Newton*).
- COURBE DE BERNOULLI. 454*, 460*, 484*, 485*, 494*—496*, 498*—510*, 512*, 513*, 518*—523*, 534*—539*, 540, 544*, 568, 569, 572, 611, 649*, 650*, 669*, 670*, 680; (voir *Ouvrages: De Problemate Bernoulliano; C. H. Z. Constructio universalis problematis a Clarissimo Viro, Jo. Bernoullio, superiori anno mense Majo propositi*). Description mécanique. 495*, 496*, 513*, 514*, 524, 537*, 538*, 544*, 550*—552*, 565*, 611*; Point de rebroussement. 495*, 536*, 544*, 552*, 555*, 565*, 674*.

COURBE DE DE BEAUNE (voir *Problème de de Beaune*).

COURBE DE GUTSCHOVEN. 246*, 247*, 346*, 459, 467. Centre de gravité de l'aire. 346*. Cubature du solide de révolution. 247*; Quadrature. 247*, 328, 345*, 346*.

COURBE DE LA DESCENTE À PRESSION CONSTANTE. 712*.

COURBE DE LA VOILE. 128*, 133*, 161*, 329*, 346*, 437*, 485*, 542*, 554*, 622*, 627*—629*, 667*, 671*, 683*. Identité avec la chaînette. 437*, 496*, 497*, 553*, 554*, 556*—560*, 563*, 564*, 575*, 577*—580*, 587, 621*, 622*, 667*, 671*, 677*, 683*.

COURBE DE VON TSCHIRNHAUS. 812*; (voir encore au T. IX, p. 152).

COURBE D'INTERSECTION D'UNE SPHÈRE ET D'UN CYLINDRE À DIAMÈTRES ÉGAUX. Propriétés remarquables et réduction de sa rectification à celle d'un arc elliptique. 336*—338*, 354*.

COURBE DU SAC À LIQUIDE (voir *Courbe élastique ou du ressort*: Identité avec la courbe du sac à liquide).

COURBE ÉLASTIQUE OU DU RESSORT. 128*, 133*, 190*, 575, 659*, 660, 662*, 664, 665*, 666*, 667, 671*, 672*, 677*. Identité avec la courbe du sac à liquide. 659, 664, 666*, 671*.

COURBE ISOCHRONE. 712.

COURBE ISOCHRONE PARACENTRIQUE. 574*, 575*, 659*, 661*, 662*, 664, 667*, 668*, 671*, 672*, 676*, 677*, 681, 698*, 699*.

COURBES (voir *Cassinoïdes*, *Causiques*, *Cercle*, *Chaînette*, *Classification des courbes algébriques*, *Conchoïde*, *Coniques*, *Courbe de de Beaune*, *Courbe de Gutschoven*, *Courbe de la descente à pression constante*, *Courbe de la voile*, *Courbe de von Tschirnhaus*, *Courbe du sac à liquide*, *Courbe élastique ou du ressort*, *Courbe isochrone*, *Courbe isochrone paracentrique*, *Courbes de von Tschirnhaus à propriétés focales*, *Courbes diverses*, *Courbes gauches*, *Courbes mécaniques ou transcendantes*, *Courbes osculatrices*, *Cycloïde*, *Description mécanique des courbes*, *Développantes*, *Développées*, *Épicycloïdes*, *Folium de Descartes*, *Hypocycloïdes*, *Lemniscate*, *Logarithmique*, *Œuvres*: Lettre de Mr. Huygens à l'Auteur, Excerpta ex epistola C. H. Z. ad G. G. L., *Paraboles et hyperboles de divers degrés*, *Quadratrice de Dinostrate*, *Spirale logarithmique*, *Traîtrice*, *Traîtrice circulaire*, *Traîtrice générale*). Propriétés remarquables des courbes que la nature présente. 128*, 133*, 160, 161, 217*, 329.

COURBES DE VON TSCHIRNHAUS À PROPRIÉTÉS FOCALES (voir *Polémique entre von Tschirnhaus et Fatio de Duillier sur la construction des tangentes aux courbes de von Tschirnhaus à propriétés focales*, *Tangentes*).

COURBES DIVERSES. $x^3 + y^3 - nxy = 0$. (voir *Folium de Descartes*); $x^2y - a^2y + a^3 = 0$. 10, 11, 31*. Quadrature. 26*, 29*, 30*, 34*, 159*, 185*, 186*, 361, 498*, 503*, 504*, 513, 814, (voir encore *Intégrales diverses*); $x^2y + a^2y - a^3 = 0$. Quadrature. 41*, 370*, (voir encore *Intégrales diverses*); $x^2y - a^2x + a^2y = 0$. Quadrature. 534*; $x^2y \pm a^2x - b^2y = 0$. 314, 326, 342—344. Centre de gravité de l'aire. 344*. Quadrature. 344*, 350*, 361*—363*, 388*, (voir encore *Intégrales diverses*); $x^2y - a^2x + 2a^3 = 0$. Quadrature. 350*, 351*; $y^3 + ay^2 - mx^2 = 0$. 219;

$\pm y^4 - 8a^2y^2 + 16a^2x^2 = 0$. ou bien $\pm y^4 - a^2y^2 + b^2x^2 = 0$. 13, 22*, 50, 51*, 55, 56*, 83*, 84*, 202*, 210, 222, 266, 270*, 345, 372, 388, 451. Quadrature. 13*, 21*, 50*, 51*, 55, 56*, 57*, 219*, 244, 245*, 246*, 248*—250*, 328*, 345*, 369*, 446*, 459*, 460*, 481, (voir

- encore *Intégrales diverses*); $x^2y^2 + a^2y^2 - a^4 = 0$. 16, 58, 370, 371, 418*, 517*, 540*. Quadrature 60*, 63*, 64*, 69*, 70*, 97*, 127*, 132*, 161*, 183*, 193, 310*, 413*, 418*, 517*, 540*, (voir *Centre de gravité*); $x^2y^2 - a^2y^2 - a^4 = 0$. 16, 414*, 815*. Quadrature. 349*, 356* — 358*, 408*, 413*, 679*, (voir encore *Intégrales diverses*); $y^4 + a^2x^2 - a^4 = 0$. 50, 55, 56, 83; $x^2y^2 + a^2y^2 - a^2x^2 = 0$. Détermination de la courbe sa quadrature étant donnée. 75*, 78*, 224*, 549*. Quadrature. 57*, 63*—65*, 74*, 201*, 202*, 210*, 211*, 222*, 224*; $x^4 + x^2y^2 - 4a^4 = 0$. 58, 97, 161. Quadrature. 60*; $y^4 - 8a^2y^2 - 4a^2x^2 + 12a^4 = 0$. 83; $xy^3 + a^2xy - a^4 = 0$. Quadrature. 223; $y^4 + 4x^2y^2 - 6a^2y^2 + a^4 = 0$. Quadrature pour une valeur particulière. 240*; $4x^4 + x^2y^2 - 2ax^2y - 3a^2x^2 - a^2y^2 + 2a^3y = 0$. Quadrature. 251, 252; $y^4 + x^2y^2 - a^2x^2 = 0$. (voir *Courbe de Gutschoven*).
- $x^4y - a^4y - 4a^4x = 0$. Quadrature. 463*; $x^4y - a^4y - a^2x^3 = 0$. Quadrature. 463*; $y(x^2 + a^2)^2 - a^4x = 0$. Quadrature. 244, 463*.
- $(x^2 + y^2)^3 - a^2x^2 = 0$. 527, 528; $x^3y^3 - a^5x + a^6 = 0$. 375; $x^2y^4 + a^2x^2y^2 - a^6 = 0$. Quadrature. 407*; $x^6 - a^2x^2y^2 - a^2b^2y^2 = 0$. Quadrature. 245, 463*; $x^6 - a^2x^4 + b^4y^2 = 0$. Quadrature. 372*, 373*; $x^6 + a^2x^2y^2 - a^2b^2y^2 = 0$. Quadrature. 245, 256*; $x^6 - x^4y^2 - a^4y^2 = 0$. Quadrature. 245, 250, 463*.
- $1 + y = b^x(1 - y)$. Construction par points. 14*, 15*, 17*, 20*, 21*, $x^3y = Ce^{\frac{2xy}{a^2}}$. 22*, 52*, 55, 56*. Construction par points 15*, 52; $y^2 = 2ax - x^2 + nae^{-\frac{x}{a}}$. 542*; (voir encore *Courbes transcendantes définies par leur équation différentielle*).
- COURBES GAUCHES (voir *Courbe d'intersection d'une sphère et d'un cylindre à diamètres égaux*, *Hélice*, *Loxodromie*).
- COURBES MÉCANIQUES OU TRANSCENDANTES. 13*, 14*, 158, 411*, 412*, 510*, 516*, 641*, 660*, 661; (voir *Chânette*, *Courbe de la voile*, *Courbe élastique ou du ressort*, *Courbe isochrone paracentrique*, *Courbes diverses*, *Courbes transcendantes définies par leur équation différentielle*, *Cycloïde*, *Épicycloïdes*, *Hélice*, *Hypocycloïdes*, *Logarithmique*, *Loxodromie*, *Quadratrice de Dinostrate*, *Spirale logarithmique*, *Traîtrice*, *Traîtrice circulaire*, *Traîtrice générale*).
- COURBES OSCULATRICES (voir *Cercle osculateur*). Théorie générale. 156*, 157*, 182*, 183*, 677*, 680.
- COURBES TRANSCENDANTES DÉFINIES PAR LEUR ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE. 513*, 516*, 539, 641*; (voir *Logarithmique*, *Courbe de Bernoulli*, *Courbe de de Beaune*, *Courbe isochrone paracentrique*, *Équations différentielles*: $y \frac{dx}{dy} = x \pm y$; $y \frac{dx}{dy} = 2ayy : (2aa - xx - yy)$, *Quadrature et centre de gravité de courbes définies par leur équation différentielle*).
- COURS DES ÉTUDES DES FRÈRES HUYGENS. 399, 403*, 401*.
- CUBATURE (voir *Cubature des solides de révolution*, *Cubature et centre de gravité de divers troncs de cylindres*).
- CUBATURE DES SOLIDES DE RÉVOLUTION. 309*; (voir *Courbe de Gutschoven*, *Cycloïde*, *Folium de Descartes*, *Problème de de Beaune*, *Traîtrice*).
- CUBATURE ET CENTRE DE GRAVITÉ DE DIVERS TRONCS DE CYLINDRE. 31*, 32*, 41*, 42*, 373*.
- CYCLOÏDE. 128, 133, 199, 200, 217, 224*, 227*, 239*, 261, 541; (voir *Centre de gravité* *Œuvres T. X.*

- Isocronisme de la cycloïde, Quadrature, Rectification*). Cubature des solides de révolution. 486*, 487*.
- DÉCLINAISON DE LA BOUSSOLE (voir: *Longitude*: Détermination de la longitude au moyen de la déclinaison de la boussole). Règles et cause. 15*, 52*, 58*, 84*, 85*, 94*, 425*, 426*.
- DEGRÉ DE CERTITUDE À OBTENIR PAR LES EXPÉRIENCES DE PHYSIQUE. 739*.
- DESCRIPTION MÉCANIQUE DES COURBES. 650; (voir *Courbe de Bernoulli, Traîtrice*). Des courbes algébriques. 642*.
- DÉTERMINATION DE LA SITUATION LA PLUS AVANTAGEUSE DE LA QUILLE D'UN VAISSEAU POUR GAGNER AU VENT. Quand l'angle de la voile avec le vent est donné. 528*, 593; Quand cet angle aussi est considéré comme variable. 530*, 531*, 595, 596.
- DÉTERMINATION DE LA SITUATION LA PLUS AVANTAGEUSE DE LA VOILE POUR FAIRE LE PLUS DE CHEMIN DANS UNE DIRECTION DONNÉE. 528*, 529*, 532*, 533*.
- DÉTERMINATION DE LA SITUATION LA PLUS AVANTAGEUSE DU GOUVERNAIL POUR FAIRE TOURNER LE VAISSEAU LE PLUS PROMPTEMENT. 529*, 530*, 593—595, 624, 657*, 658, 693.
- DÉTERMINATION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE. 154*.
- DÉTERMINATION DE LA VITESSE DE LA LUMIÈRE. 104, 613*.
- DÉTERMINATION D'UNE COURBE QUAND SA QUADRATURE EST DONNÉE. 75*, 78*, 224*, 244*—246*, 249*—255*, 264*, 270, 298, 444*, 445*, 549*, 563*.
- DÉVELOPPANTE DU CERCLE. 499*, 514*, 515*, 534, 538, 539, 572, 682.
- DÉVELOPPANTES. 541; (voir *Développante du cercle, Épicycloïdes, Hypocycloïdes*). Emploi des développantes pour la rectification d'une courbe. 73*, 416*, 715*, 716*.
- DÉVELOPPÉES (voir *Épicycloïdes, Hypocycloïdes, Rayon de courbure, Rayon de courbure et développée près du sommet d'une paraboloïde, Spirale logarithmique*). Théorie des développées. 156*, 182*, 183*, 227*, 334*, 415*, 416*, 546*, 585*—587*, 660*.
- DÉVELOPPEMENTS EN SÉRIE DES EXPRESSIONS GONIOMÉTRIQUES. 677*, 678*.
- DÉVELOPPEMENTS EN SÉRIE DES EXPRESSIONS LOGARITHMIQUES. 11*, 17, 18*, 29*, 33, 44, 45*—47*, 159*, 161, 641*.
- DÉVIATION DU ZÉNITH GÉOCENTRIQUE. 125*, 126*, 180*, 181*.
- DIACAUSTIQUES. 496*, 545*, 546*, 553*. Diacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles. 496*.
- DIFFÉRENTIATION DES EXPRESSIONS TRANSCENDANTES. 640*, 641*, 680*.
- DIFFÉRENTIATION DIRECTE DES IRRATIONNELLES. 213*, 249*, 250*, 256*, 315*, 481, 491, 492*, 623, 635*, 636*.
- DIFFÉRENTIELLES DE DIVERS ORDRES. 258*, 511*, 542*, 641*, 660*, 664, 668, 677*—680*, 717*, 718*.
- DIVISION D'UN ANGLE DANS UN RAPPORT DONNÉ. 661.
- DIVISION D'UN TRAPÈZE HYPERBOLIQUE EN RAISON DONNÉE. 498*, 499*, 507*, 513*, 535.
- DUPPLICATION DU CUBE. 158, 620.
- DYNAMIQUE. (voir *Balistique, Centre de percussion, Centre d'oscillation, Chute des graves, Courbe de la descente à pression constante, Courbe de la voile, Courbe isochrone, Courbe isochrone paracentrique, Force centrifuge, Forces centrales, Hydrodynamique, Impossibilité du mouvement per-*

pétuel comme principe de la mécanique, Isochronisme de la cycloïde, Mouvement absolu et relatif, Mouvement perpétuel, Mouvement rectiligne et curviligne sous l'influence de la résistance du milieu, Pendule, Percussion, Polémique sur la vraie mesure, mv ou mv^2 , de la force vive, Principe de la conservation de l'énergie, Remarques critiques sur les „Principia” de Newton, Résistance contre une surface sphérique se mouvant dans un fluide, Résistance de l'air et des liquides contre la chute des corps, Résistance du milieu au mouvement des corps, Vibrations des ressorts). Principes de la dynamique. 147—149, 152, 155, 404; (voir Polémique avec Renau à propos de sa théorie de la manoeuvre des vaisseaux).*

ÉCHO. 570*.

ÉCLIPSES. 6*, 267, 658*, 725*.

ÉLASTICITÉ (voir Cause du ressort, Chainettes extensibles, Courbe élastique ou du ressort, Principe du ressort, Vibrations des ressorts). Loi de l'élasticité 52*, 55, 85*, 94*, 659*, 660*, 664, 665*, 671*.

ÉLECTRICITÉ. 15*, 22*, 573*, 682.

ELLIPSE. 128; (voir Lentilles hyperboliques et elliptiques, Quadrature de surfaces planes).

EMPLOI DES LUNETTES COMME INSTRUMENTS DE VISÉE. 8.

ÉPICYCLOÏDES. 711*, 712, 715 (voir Catacaustiques: Catacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles). La développée d'une épicycloïde est encore une épicycloïde. 92*, 119, 217.

ÉQUATION DU TEMPS (voir Horloge: Horloge de Huygens montrant aussi l'heure du soleil).

ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES. 80, 90, 92*, 100*, 228, 261; (voir Approximation des racines des équations algébriques, Équations cubiques, Résolution par construction des équations algébriques).

ÉQUATIONS CUBIQUES. 92*, 100, 261, 476*, 477*, 545*.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. 13*, 55, 56*, 93*, 197*—199*, 261*, 265, 485, 610, 641*; (voir Constantes d'intégration, Courbes transcendantes définies par leur équation différentielle, Équations différentielles de diverses ordres au dessus du premier, Équations différentielles du premier ordre contenant des expressions irrationnelles, Équations différentielles du premier ordre sans expressions irrationnelles, Méthode du changement de la variable, par voie algébrique, dans les intégrales et dans les équations différentielles, Méthodes d'intégration des équations différentielles, Quadrature et centre de gravité de courbes définies par leur équation différentielle).

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DE DIVERS ORDRES AU DESSUS DU PREMIER. 258*, 430*, 641*, 677*; (voir encore pour les courbes qui en dépendent: Chainette, Courbe de la descente à pression constante, Courbe de la voile, Courbe du sac à liquide, Courbe élastique ou du ressort).

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE CONTENANT DES EXPRESSIONS IRRATIONNELLES.

$y \frac{dx}{dy}$ (fubt.) $= y^2 \sqrt{a^2 - x^2} : ax$. 21*, 50*, 55, 56*, 83*, 93*, 198, 201*, 202*, 210*, 211*, 214*, 222*, 226, 239*, 308*; fubt. $= a^2 : \sqrt{a^2 - x^2}$. 200, 247*, 265, 352, 494; fubt. $= y \sqrt{a^2 + y^2} : a$. 326, 327, 328*; $(p^2x \pm q \sqrt{m^2y^2 + p^2x^2}) dy - m^2y dx = 0$. 523*; diverses. 21*, 55, 56*, 74, 76*, 77*, 87*, 93*, 198, 200, 201, 210*, 213*, 265, 347*, 352*, 387, 393, 495; (voir encore Courbe de Bernoulli, Courbe isochrone paracentrique).

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE SANS EXPRESSIONS IRRATIONNELLES.

$y \frac{dx}{dy}$ (fubt.) = $\pm \left(\frac{y^2}{x} - 2x \right)$. 13*, 17, 21*, 74*, 77, 308*, 328, 345*, 446*; fubt. = $\pm \left(\frac{2x^2y - a^2x}{3a^2 - 2xy} \right)$. 15, 17, 21*, 74*, 77, 246, 255, 265, 308*, 328, 345*, 447*, 465* — 467*, 641; fubt. = $2x + \frac{x^3}{y^2}$. 246*, 255, 265, 328, 345*, 447*, 458*, 466*, 467*; fubt. = $2x$. 222*; fubt. = $a^2x : (a^2 + y^2)$. 223*; fubt. = $(bx + x^2) : (2b + x)$. 223*; fubt. = $2ay^2 : (2a^2 - x^2 - y^2)$. 247*, 493*, 494*, 511, 541*, 542*, 601, 610*, 625*, 626*; $2y^3 : (y^2 - 2xy - x^2)$. 347*, 352*; fubt. = $(y^2 - xy) : a$. (voir *Problème de de Beaune*); fubt. = $(a^2y + xy^2) : (ax - ay - xy)$. 352*, 353, 387*, 437, 440*, 449*, 452*, 511, 625; fubt. = $x^3y : (3x^3 + 3a^2y - 2xy^2)$. 353*, 387*, 437, 440*, 449*, 452*, 511, 625; fubt. = $x \pm y$. 393*, 441, 448*, 451, 460*, 475*, 481, 482*, 491; fubt. = $(a^3y + ax^2y) : (axy + a^2x + x^3)$. 393*, 447*, 448*, 451, 459*, 481; fubt. = $(x^2 - a^2) : x$. 459*; $x^2dy - (ax^2 + bxy + cy^2)dx = 0$. 501*, 524*; $k^2x dy - (a^2 - y^2)dx = 0$. 502*—504*, 506*, 513*, 524; $a^2x dx + 2y^3dy = 2a^2x dy - a^2y dx$. 575*; diverses. 200, 201, 361, 467, 468, 485, 495.

ÉQUATIONS DIOPHANTINES. 190, 228*, 429, 699.

ÉQUATIONS TRANSCENDANTES. 13*—15*, 640*, 641*, 669*, 679*, 680*.

ÉTENDUE DES VARIATIONS DE LA PRESSION ATMOSPHERIQUE. 710*.

ÉTHER COSMIQUE. (voir *Ouvres* : Discours de la cause de la pesanteur, *Pression supplémentaire d'une matière plus subtile que l'air*).

ÉTOILES FIXES (voir *Catalogue des étoiles fixes*).

EXPÉRIENCES DE PHYSIQUE. 190*, 228*, 263*; (voir *Degré de certitude à obtenir par les expériences de physique*).

EXPÉRIENCES SUR MER AVEC LES HORLOGES MARITIMES À PENDULE DE CHRISTIAAN HUYGENS. 2*, 72, 79, 80, 166*, 168, 204, 205*—208*, 212, 215, 220, 229, 269*, 323*, 339*, 340*, 341*, 384*, 389*, 396*, 397*, 422*—424*, 433*—436*, 442*—444*, 514*, 701*, 813*; (voir plus spécialement pour le montage à bord des vaisseaux : *Machine pour assurer le mouvement des pendules sur mer*).

FOLIUM DE DESCARTES. 351*, 374*, 388, 390*, 391*, 417*, 429*, 566*, 811*. Cubature du solide de révolution autour de l'axe de symétrie. 461*, 462*; Quadrature. 351*, 352*, 374*—380*, 388*, 391*, 417*, 429*, 432*, 437*, 438*, 452*—454*, 461*, 474*, 475*, 485, 491* 495*, 499*, 510*, 566*, 568, 577, 578*, 580, 621, 623*, 630*—638*, 687*, 713*; (voir au Tome IX : *Courbes diverses* : $x^3 + y^3 - nxy = 0$).

FORCE CENTRIFUGE. 297, 425*, 542; (voir *Ventilateur centrifuge de Papin*). Peut on reconnaître la rotation absolue aux effets de la force centrifuge. 614*, 645*, 646*, 664, 669*, 670*, 681*.

FORCE MOUVANTE DE L'AIR. 733*, 734*.

FORCE MOUVANTE DE L'EAU. 733*, 734*.

FORCES CENTRALES. 149, 150, 152, 153, 297*.

FORMULE DU BINÔME DE NEWTON POUR LES VALEURS FRACTIONNAIRES OU NÉGATIVES DE L'EXPOSANT. 215*, 242*, 243, 471, 483, 545, 641, 646, 661.

GÉNÉRATION DES ANIMAUX ET DES PLANTES. 304*, 709*.

GÉODÉSIE (voir *Déviation du zénith géocentrique, Niveau, Valeur de l'aplatissement de la terre, Variation de la longueur du pendule à seconde avec la latitude*).

GÉOGRAPHIE. 8, 145, 274, 322*, 323*, 424*, 433*, 435*, 443*, 562, 581, 583*, 598, 658, 700*, 701*, 703, 704*, 707, 708; (voir *Amélioration des fleuves, Géodésie, Longitude, Marée, Navigation, Tremblements de terre*).

GÉOLOGIE. 707, 708; (voir *Tremblements de terre*).

GÉOMÉTRIE. 7, 72, 104, 105*, 157*, 168, 195, 227, 308*, 329*, 353, 393, 401, 574*; (voir *Centre de gravité, Constructions, Courbes, Cubature, Développées, Géométrie Cartésienne, Géométrie cinématique, Maxima et minima, Normales, Œuvres: De circuli magnitudine inventa, Planimétrie, Points de rebroussement, Points d'inflexion, Principes du calcul différentiel et intégral, Problèmes divers, Quadrature, Rayon de courbure, Rectification, Remarques critiques sur les „Principia” de Newton, Sphère, Tangentes, Trigonométrie*).

GÉOMÉTRIE CARTÉSIENNE. 104*, 353, 400*, 401, 406*.

GÉOMÉTRIE CINÉMATIQUE (voir *Méthode de de Roberval pour la construction des tangentes*).

GRAVITÉ (voir *Centre de gravité, Chûte des graves*). Cause de la gravité. 87*, 88*, 99*, 284*, 285, 296*, 297*, 316*—318*, 321*, 354, 384*, 404*, 425*, 428*, 602*, 603*, 605*, 613*, 644*, 681*; (voir *Œuvres: Discours de la cause de la pesanteur, Théorie de Fatio de Duillier sur la cause de la gravité*). Loi de Newton de la gravité universelle. 152, 153, 257*, 284*, 285*, 296, 297*, 317*, 318*, 354*, 384*, 425, 426*, 428*, 439, 603*, 605, 606*, 607*, 681*.

HÉLICE. 14.

HORLOGE. 426; (voir *Chronométrie, Expériences sur mer avec les horloges maritimes à pendule de Christiaan Huygens, Horloges sympathiques, Machine pour assurer le mouvement des pendules sur mer, Œuvres: Horologium; Horologium oscillatorium, Privilèges et octrois de l'invention de l'horloge à pendule*). Horloge de Galilée. 289; Horloges à pendule fabriquées en Angleterre. 583, 584, 597—599, 707, 708; Horloges de Huygens d'après ses dernières inventions de 1693 et 1694. 424*, 425*, 434*, 499, 514*, 515*, 534, 538, 539, 544, 583, 584*, 598, 609*, 610*, 621, 626*, 639, 682, 684*, 685*, 686, 701*, 702*, 705, 709*, 711*; Horloges de Huygens montrant aussi l'heure du soleil. 709*; Horloges et montres de de Hautefeuille. 355*, 393*, 450*, 464*; Horloges et montres de Huygens à balancier équilibre réglé par un ressort en spirale. 464*.

HORLOGES SYMPATHIQUES. 151*.

HYDRODYNAMIQUE. 293, 612*; (voir *Détermination de la vitesse d'écoulement d'un liquide, Marée*).

HYDROSTATIQUE (*Cause de la rondeur des gouttes d'eau, Niveau, Œuvres: De iis quae liquido supernatant*).

HYGROMÈTRE. 710.

HYPERBOLE. 128, 222, 223; (voir *Division d'un trapèze hyperbolique en raison donnée, Lentille, hyperboliques et elliptiques, Quadrature de surfaces planes*).

HYPOCYCLOÏDES. La développée d'une hypocycloïde est encore une hypocycloïde. 119.

IMAGE DE LA LUNE QUI SEMBLE AGRANDI PRÈS DE L'HORIZON. 563, 621*.

IMPOSSIBILITÉ DU MOUVEMENT PERPÉTUEL COMME PRINCIPE DE LA MÉCANIQUE. 115*, 117*, 118*, 303*; (voir *Principe de la conservation de l'énergie*).

INFUSOIRES ET BACTÉRIES. 709*.

INSTRUMENTS ASTRONOMIQUES. 6, 8, 275, 281, 658, 725, 727; (voir *Horloge, Lunettes*).

INTÉGRALES (voir *Cercle, Intégrales diverses, Intégrales elliptiques, Intégration par parties, Méthode de Craig pour l'intégration des expressions irrationnelles, Méthode du changement de la variable, par voie algébrique, dans les intégrales et dans les équations différentielles, Méthode géométrique pour le changement de la variable dans les intégrales*).

INTÉGRALES DIVERSES. 161, 314, 315, 325. $\int x^n dx$ (y compris les valeurs négatives et fractionnaires de n) 469*, 470*, 473*, 474, plus spécialement pour $n = -1$: 200*, 470*, 680*, (voir encore au T. IX, 532*); $\int a^2(a^2 - x^2)^{-1} dx$. 11*, 14*, 37*, 38*, (voir encore *Courbes diverses*: $x^2y - a^2y + a^3 = 0$. et au T. IX. 547*, 548*, 556*, 557*); $\int ax(a^2 - x^2)^{-1} dx$. 37, 38*, (voir encore *Courbes diverses*: $x^2y \pm a^2x - b^2y = 0$. et au T. IX. 548*, 556*, 557*); $\int a^2(a^2 + x^2)^{-1} dx$. 41*, (voir encore *Courbes diverses*: $x^2y + a^2y - a^3 = 0$.); $\int a(x^2 - a^2)^{-\frac{1}{2}} dx$. 679*, (voir encore *Courbes diverses*: $x^2y^2 - a^2y^2 - a^4 = 0$.); $\int a(a^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} dx$. 677*; $\int (a^2 \pm x^2)^{\frac{1}{2}} x dx$. 446, 459, 481*, 635*, (voir encore *Courbes diverses*: $\pm y^4 - a^2y^2 + b^2x^2 = 0$.); $\int (a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} x^{-1} dx$. 314*, 348, 349*, (voir encore *Courbes diverses*: $x^2y^2 - a^2y^2 - a^4 = 0$.); $\int a^{\frac{3}{2}}(a^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} dx$. 575*, 662; $\int x^r (sx^n + a)^m dx$. (voir *Quadrature au moyen de séries à nombre fini de termes*); $\int m^2(q^2 \pm q\sqrt{p^2x^2 + m^2})^{-1} dx$. 523*; $\int x(b \pm x)^{\frac{1}{2}}(b \mp 3x)^{-\frac{1}{2}} dx$. 566*, 577, 578*, 580*, 687*; $\int x(-2x + a)^{\frac{1}{2}}(6x + a)^{-\frac{1}{2}} dx$. 630*, 632*, 633*, 636*—638*; $\int \sec \varphi d\varphi$ (voir *Chainette, Loxodromie*). Calcul de cette intégrale par approximation. 97*, 159*, 162*, 183*, 188*, 189*, 192*—194*. Réduction à la quadrature de l'hyperbole ou aux logarithmes. 159*, 161, 162, 185*, 186*, 187, 189, 194, 308*, 413*, 814; (voir encore pour plusieurs intégrales de fonctions algébriques: *Quadrature de surfaces planes*).

INTÉGRALES ELLIPTIQUES. 574*, 575*; (voir *Intégrales diverses*: $\int a^{\frac{3}{2}}(a^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} dx$).

INTÉGRATION PAR PARTIES. 364*—368*, 473; (voir *Méthode de quadrature de Fermat*).

ISOCHRONISME DE LA CYCLOÏDE. 119*, 191*, 540, 712.

JUPITER. 281. Aplatissement. 269*; Rotation des taches de Jupiter. 278*; Satellites de Jupiter. 7*, 275, 322*, 562; (voir *Longitude*: Détermination de la longitude au moyen des satellites de Jupiter); Taches et bandes. 7*, 278*, 322*.

LANGUE UNIVERSELLE. 399.

LANTERNES. 731, 732*.

LEMNISCATE. 667, 676.

LENTILLES (voir *Aberration sphérique, Chromatisme des lentilles, Lentilles et lunettes fabriquées par les frères Huygens, Microscopes à boulettes sphériques, Œuvres: Astroscopia compendiaria*,

- Verres brûlants*). Fabrication des lentilles. 276, 277*, 278*, 280, 287*, 288, 289, 311*, 322, 323*, 324*, 401, 707*—709*, 737*.
- LENTILLES ET LUNETTES FABRIQUÉES PAR LES FRÈRES HUYGENS. 220*, 231*, 232*, 237*, 280*, 287*—289*, 324*, 380, 488*, 490*; (voir *Lunettes catoptriques fabriquées par Christiaan Huygens, Œuvres: Astroscopia compendiaría*).
- LENTILLES HYPERBOLIQUES ET ELLIPTIQUES. 401*, 402*.
- LOGARITHMES. 10, 11, 14, 17, 19*, 33*, 34, 35—38, 42, 44, 45, 111, 160; (voir *Chaînette: Construction de la chaînette par points, Développements en série des expressions logarithmiques, Logarithmique, Loxodromie, Traîtrice: Construction au moyen des logarithmes*). Application des logarithmes à la division de l'octave en intervalles égaux. 171*—174*; au calcul des rentes viagères. 729*; Calcul des logarithmes 18*, 45*—47*; Construction au moyen de la chaînette. 111*, 158*, 412*, 413*, 573*; au moyen de la traîtrice. 412*, 413*, 573*.
- LOGARITHMIQUE. 21*, 47, 111*, 134*, 160*, 162*, 228*, 238, 247, 307*, 353*, 359, 360, 362, 363, 393, 412*, 448, 482, 513, 535, 536, 674, 676, 679; (voir *Division d'un trapèze hyperbolique en raison donnée*). Centre de gravité de l'arc. (voir *Centre de gravité*); Emploi de la logarithmique à la construction de la chaînette. 110*, 127*, 134*, 160*, 412*, 413*, 439, 661*; Quadrature. 160*, 228*; Quadrature de la surface de révolution. 327*, 330*—332*, 344; Rayon de courbure minimal. 327*, 333*—335*, 344*; Rectification. 305*, 307*, 312*, 314*, 315*, 322*, 324, 325*, 342*, 343*, 344*, 348*—350*, 358*—360*, 387*, 390*, 407*, 408*, 428, 431, 438, 449, 476*, 484*, 568, 815.
- LOI DE BOYLE. 94*.
- LONGITUDE (voir *Horloge*). Détermination de la longitude. 168, 203, 204, 206, 229, 268, 269, 273, 285, 322, 323*, 382, 384, 544, 702; au moyen de la déclinaison de la boussole. 94*; au moyen de la lune. 203*, 270, 285, 298; au moyen des éclipses lunaires. 267, 268, 273, 274; au moyen des satellites de Jupiter. 434*, 436, 443).
- LOXODROMIE. Réduction de la construction par points à la quadrature de l'hyperbole ou aux logarithmes. 111*, 112*, 158*, 159*, 161*, 184*—188*, 228*, 413*, 439*, 814; à une quadrature. 185*, 227; à une somme de sécantes (c'est à dire à l'intégrale $\int \sec \varphi d\varphi$). 185*, 187*, 189, 228, 413*. Rectification. 413.
- LUNE (voir *Eclipses, Image de la lune qui semble agrandi près de l'horizon, Longitude, Parallaxe*). Théorie du mouvement de la lune. 125, 126, 180, 324.
- LUNETTES. 279*, 295, 488*, 727*, 730, 731; (voir *Binocles, Emploi des lunettes comme instruments de visée, Lentilles et lunettes fabriquées par les frères Huygens, Lunettes catoptriques, Lunettes sans tuyaux*). Théorie des lunettes. 403*, 731*.
- LUNETTES CATOPTRIQUES. 289*, 295; (voir *Lunettes catoptriques fabriquées par Christiaan Huygens*).
- LUNETTES CATOPTRIQUES FABRIQUÉES PAR CHRISTIAAN HUYGENS. 289*, 295*.
- LUNETTES SANS TUYAUX. 220*, 231*, 232*, 237, 733*, 734*; (voir *Œuvres: Astroscopia compendiaría*).
- LUNULE D'HIPPOCRATE (voir *Quadrature de surface planes*).
- MACHINE ARITHMÉTIQUE. 698*, 718*.

MACHINE DE LEIBNIZ POUR SERVIR À LA QUADRATURE DE TOUTES LES COURBES GÉOMÉTRIQUES.

517*, 518*, 540*, 541*, 572, 573, 577, 578*, 580*, 611*, 621, 625*, 642*, 672*.

MACHINE POUR ASSURER LE MOUVEMENT DES PENDULES SUR MER. 396*, 397*, 424*.

MACHINES. 727; voir *Carroffes*, *Cloche de plongeur*, *Description mécanique des courbes*, *Machine arithmétique*, *Machine pour assurer le mouvement des pendules sur mer*, *Marmite de Papin*, *Niveau*, *Œuvres*. *Descriptio automati planetarii*, *Pompe pneumatique*, *Portes d'écluse*, *Tête parlante*, *Vaisseaux sous-marins*, *Ventilateur centrifuge de Papin*. Machines à poudre à canon. 732*—735*, 737*; (voir *Œuvres*: Nouvelle force mouvante par le moyen de la poudre à canon); Machines à vent (voir *Force mouvante de l'air*); Machines hydrauliques (voir *Force mouvante de l'air*); Machines qui consomment la fumée. 736*, 737*.

MACHINES POUR DÉCRIRE LA TRACTRICE. 409*—412*, 496*, 510, 514*—517*, 540*, 579*, 601, 611*.

MAGNÉTISME. 22, 52*, 104*, 150*, 152, 299*, 317, 322, 384*, 405*, 603, 644, 708; (voir *Bouffole*, *Œuvres*: *Traité de l'aimant*, *Variations du magnétisme terrestre*). Cause du magnétisme. 425*.

MARÉE. Explication de la marée. 52*, 55, 58*, 682*.

MARMITE DE PAPIN. 702.

MAXIMA ET MINIMA. 335, 533*; (voir *Détermination de la situation la plus avantageuse de la quille d'un vaisseau pour gagner au vent*, *Détermination de la situation la plus avantageuse de la voile pour faire le plus de chemin dans une direction donnée*, *Détermination de la situation la plus avantageuse du gouvernail pour faire tourner de vaisseau le plus promptement*, *Logarithmique*: Rayon de courbure minimal).

MÉCANIQUE. 105*, 293, 308*, 354, 393, 612; (voir *Attraction universelle*, *Description mécanique des courbes*, *Dynamique*, *Élasticité*, *Géométrie cinématique*, *Hydrodynamique*, *Hydrostatique*, *Machines*, *Mouvement absolu et relatif*, *Mouvement perpétuel*, *Remarques critiques sur les „Principia” de Newton*, *Statique*, *Théorie mécanique de la chaleur*).

MÉCANISME DE L'ACTION DES MUSCLES. 650*, 651*.

MÉDECINE. 52*, 55, 232, 616*, 618, 626, 639*, 646, 663*, 669, 720

MÉTÉOROLOGIE. 708, 710; (voir *Baromètre*, *Condensation de la vapeur par l'expansion de l'air*, *Étendue des variations de la pression atmosphérique*, *Hygromètre*, *Thermomètre*).

MÉTHODE DE CRAIG POUR L'INTÉGRATION DES EXPRESSIONS IRRATIONELLES. 630*—638*.

MÉTHODE DE DE ROBERVAL POUR LA CONSTRUCTION DES TANGENTES. 352*, 393*, 437, 440*.

MÉTHODE DE FATIO DE DUILLIER POUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. 15*, 17*, 21*, 50*, 55, 56*, 74*—77*, 87*, 93*, 94, 99, 112, 134, 161, 163, 190*, 191*, 195, 209*, 223*—227*, 238*, 239*, 241*, 243, 259*, 262*, 268, 270, 272*, 276, 277*, 279*, 280, 285*, 287*, 288, 328, 350, 361*, 452*, 453, 464*—468*, 485*, 493*, 494*.

MÉTHODE DE QUADRATURE DE FERMAT. 350*, 351*, 361*—380*, 388*, 429, 460, 461*, 491*.

MÉTHODE DES FLUXIONS. 354*, 387, 388, 393, 464, 484, 524, 566, 567, 579—581, 598*, 610*, 621, 622*, 640, 646, 651, 664, 669, 675*, 687.

MÉTHODE D'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES PAR LA SÉPARATION DES VARIABLES.

- 13*, 21*, 50*, 55, 56, 74*, 77, 93*, 94, 99, 112, 134, 161*, 163, 190*, 191*, 195, 196, 197*—202*, 209*—211*, 213*, 222*—227*, 238*, 241*, 242, 243, 262*, 270, 272, 287, 308*, 328*, 352, 485, 494*, 579, 580; (voir encore au T. IX. 558*).
- MÉTHODE D'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES PAR LE MOYEN DES SÉRIES INFINIES. 429*, 430*, 432*, 575*, 641*, 642, 675*—678*.
- MÉTHODE DU CHANGEMENT DE LA VARIABLE, PAR VOIE ALGÈBRE, DANS LES INTÉGRALES ET DANS LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. 342*, 348, 349*, 393*, 446*—448*, 449, 453*, 458*—460*, 468*, 474*, 475*, 481, 485, 491*, 492*, 495*, 501*, 502*, 523*; (voir encore *Méthode de quadrature de Fermat*).
- MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE POUR LE CHANGEMENT DE LA VARIABLE DANS LES INTÉGRALES. 278*.
- MÉTHODES D'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES (voir *Méthode de Fatio de Duillier pour l'intégration des équations différentielles*, *Méthode d'intégration des équations différentielles par la séparation des variables*, *Méthode d'intégration des équations différentielles par le moyen des séries infinies*).
- MICROSCOPES. 277, 731; (voir *Microscopes à boulettes sphériques*, *Observations microscopiques*). Microscopes de Campani. 293*; Microscopes fabriqués par les frères Huygens. 730*.
- MICROSCOPES À BOULETTES SPHÉRIQUES. 730*, 731*.
- MIROIRS (voir *Miroirs brûlants*).
- MIROIRS BRÛLANTS. 324*, 697*, 714*.
- MONTRES (voir *Horloge*).
- MOUVEMENT ABSOLU ET RELATIF. 609, 614*, 645*, 664, 669*, 670*, 681*; (voir *Rotation absolue*).
- MOUVEMENT PERPÉTUEL. 382, 384*, 425; (voir *Impossibilité du mouvement perpétuel comme principe de la mécanique*). Mouvement perpétuel de Jean Bernoulli fondé sur l'emploi d'une membrane demi-perméable. 118*.
- MOUVEMENT RECTILIGNE ET CURVILIGNE SOUS L'INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE DU MILIEU. 6, 7, 9*, 17*—19*, 49, 50, 55, 111; (voir *Résistance du milieu au mouvement des corps*). Mouvement vertical sous l'influence d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse. 9, 10*—15*, 17*—20*, 23*—45*, 58*, 84*, trajectoire. 9*, 17*, 20*, 50*; Trajectoire sous l'influence de la gravité et d'une résistance proportionnelle à la vitesse. 50*.
- MUSIQUE. 286, 400, 598*, 599, 651*; (voir *Logarithmes*: Application des logarithmes à la division de l'octave en intervalles égaux, *Œuvres*: Lettre de M. Huygens à l'Auteur touchant le Cycle Harmonique, *Son musical causé par la réflexion d'un bruit continu sur les marches d'un escalier*).
- NAVIGATION. 8, 279, 554, 643*, 701; (voir *Amélioration des fleuves*, *Bouffole*, *Expériences sur mer avec les horloges maritimes à pendule de Christiaan Huygens*, *Horloge*, *Longitude*, *Loxodromie*, *Polémique avec Renau à propos de sa théorie de la manoeuvre des vaisseaux*, *Résistance du milieu au mouvement des corps*, *Vaisseaux sous-marins*). Bateau de Fatio de Duillier. 593.
- NIVEAU. 410.
- NOMBRES (voir *Équations diophantines*). Théorie des nombres. 161*, 190*, 680*, 698, 699*.
- NORMALES. Mener les normales d'un point donné à une conique. 160.
- ŒUVRES. T. X.

OBSERVATIONS CÉLESTES. 548, 584, 658*, 725*; (voir *Astronomie*).

OBSERVATIONS MICROSCOPIQUES. 52*; (voir *Infusoires et bactéries*).

ŒUVRES. 2, 15, 260, 261*, 269, 284, 401*, 486*, 547, 639*, 682, 705, 714, 721*, 737*; *Exetasis Cyclometriae Cl. Viri Gregorii à S. Vincentio*. 401*.

Theoremata de Quadratura hyperboles, ellipsis et circuli, ex dato portionum gravitatis centro. 401*.

De Circuli Magnitudine inventa. 620*.

Horologium. 701.

Systema Saturnium. 180*, 718*.

Relation d'une observation faite à la bibliothèque du Roy, à Paris, le 12 May 1667, sur les neuf heures du matin, d'un Halo ou couronne à l'entour du Soleil, avec un discours de la cause de ces Meteores, et celle des Parélies. 52*, 682*.

Regulae de motu corporum ex mutuo impulsu. 104, 195, 293, 302*, 303*, 319*, 320*, 405*, 563*; (voir *Percnsson*).

Lettre touchant les phénomènes de l'Eau purgée d'air. 302, 644.

Horologium oscillatorium. 2, 106, 115*, 183*, 191, 229, 334*, 373*, 402*, 416*, 516*, 541*, 553*, 701; (voir *Centre d'oscillation, Isochronisme de la cycloïde, Polémique avec l'Abbé de Catelan*).

Contributions aux: Excerpta ex nonnullis scriptis de famigerato Alhazeni problemate. 497*, 570*, 571*; (voir *Problème d'Alhazen*).

Nouvelles expériences du vuide avec la description des machines qui servent à les faire. (en collaboration avec Papin). 702.

Astroscoopia compendiaria. 231*, 488*, 733*, 734*; (voir *Lunettes sans tuyaux*).

Traité de la lumière. 5*, 6*, 9, 10, 53, 54, 58*, 73, 79, 80, 81*, 82*, 85*, 88*, 92*, 104, 119, 125*, 134*, 143, 167*, 175, 176, 177, 178*, 179, 195, 203*, 209, 211*, 214, 219, 268, 269*, 274, 284*, 296*, 298, 305, 394, 496*, 601*, 605*, 606, 612, 643, 682, 701, 714, 716, 738*; (voir *Causiques, Polarisation de la lumière, Réfraction atmosphérique, Réfraction double, Théorie de la lumière*).

Discours de la cause de la pesanteur. 9*, 10, 20*, 53, 54, 79, 81*, 82*, 104, 125*, 143, 167, 180*, 181*, 195, 203, 209, 229, 268, 269*, 274, 284*, 285, 286*, 296*, 297*, 298, 305, 307*, 318*, 333, 334, 360, 384*, 385*, 412*, 602*, 603*, 606*, 607*, 644*, 669*, 681, 701, 738; (voir *Gravité, Logarithmique, Mouvement rectiligne et curviligne sous l'influence de la résistance du milieu, Remarques critiques sur les „Principia” de Newton, Valeur de l'aplatissement de la terre, Variation de la longueur du pendule à secondes avec la latitude*).

Remarques de Mr. Huygens sur la Lettre précédente et sur le récit de Mr. Bernoulli dont on y fait mention. 114*—119*, 191*, 228*, 304*.

Christiani Hugenii, Dynastiae in Zulechem, solutio ejusdem Problematis. 16*, 22*, 51*, 55, 57*—71*, 84*, 86*, 93*—99*, 104, 109*, 110*, 111, 112, 127*—142*, 156*—162*, 182*—184*, 188*, 216*—218*, 305*, 307*, 308*, 310*, 312, 413*; (voir pour plus de particularités l'article *Chaînette*).

Lettre de M. Huygens à l'Auteur touchant le Cycle Harmonique. 169*—174*, 209, 212, 215, 224, 225*, 229*, 230, 239, 240, 263, 285*, 298*.

Lettre de Mr. Huygens à l'Auteur. 135*, 136*, 140*, 216*, 218*, 308*, 312*, 359, 360, 407*—417*, 437, 438*, 450, 484*, 568, 573*, 576; (voir sur les sujets traités: *Chainette, Folium de Descartes, Logarithmique: Rectification, Problème de de Beaune, Traîtrice*).

Démonstration de l'équilibre de la balance. 15*, 16*.

Nouvelle force mouvante par le moyen de la poudre à canon & de l'air. 737*; (voir *Machines: Machines à poudre à canon*).

Regula ad inveniendas Tangentes curvarum. 459*, 625, 632.

Construction d'un problème d'optique. 497*, 548, 570.

De Problemate Bernouilliano. 425, 499*, 509*, 510*, 512*—516*, 538*, 539*, 568, 569, 572, 617, 618, 640*, 646, 664, 674*; (voir *Courbe de Bernoulli*).

Remarque de M. Huguens sur le livre de la Manoeuvre des Vaisseaux imprimé à Paris en 1689, in 8°. Pagg. 117. 525*—531*, 548, 553, 561*, 562*, 564*, 565*, 568*, 569, 577, 578, 580, 588*—592*, 611, 624*, 642*, 653, 654, 658, 663, 664, 668, 669, 681, 690, 706*; (voir *Polémique avec Renau à propos de sa théorie de la manoeuvre des vaisseaux*).

Replique de Mr. Huguens à la Responſe de Mr. Renau, Ingenieur Général de la Marine en France. 611*, 621, 624*, 653*—658*, 663, 664, 669, 681, 686*, 690*—693*, 706*; (voir *Polémique avec Renau à propos de sa théorie de la manoeuvre des vaisseaux*).

Excerpta ex epistola C. H. Z. ad G. G. L. 670*, 671*, 681*; (voir sur les sujets traités: *Courbe de la voile, Courbe élastique ou du ressort, Courbe isochrone paracentrique, Principe du ressort*).

C. H. Z. Constructio universalis Problematis a Clarissimo Viro, Jo. Bernoullio, superiori anno mense Majo propositi. 513*, 670*, 673*, 674*, 681*, 683*; (voir *Courbe de Bernoulli*).

Raisons qu'a M. Huguens pour ne plus continuer la dispute avec mr. Renau touchant sa Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux. 694*, 705*; (voir *Polémique avec Renau à propos de sa théorie de la manoeuvre des vaisseaux*).

Christiani Hugenii ΚΟΣΜΟΘΕΩΡΟΣ, sive de Terris coelestibus, earumque ornatu, Conjecturae. 304*, 320*, 577*, 581*, 582*, 583*, 584*, 598, 609, 616*, 639, 648, 663, 682, 698, 703*, 707*, 708*, 711, 718*, 720, 721.

Dioptrica. 52*, 55, 58*, 276, 279*, 285*, 296*, 382, 573, 682.

De coronis et parheliis. 55, 58*, 104, 195*, 402*, 405*.

De Motu Corporum ex Percussione. 302*, 303*; (voir *Percussion*).

Descriptio automati planetarii. 6, 292.

De iis quae liquido supernatant. (inédit). 401*, 815*.

Notes marginales dans l'exemplaire de Huygens des Acta eruditorum (inédit). 130*, 131*, 554*, 624*.

Traité de l'aimant (inédit). 195*.

OPTIQUE. 204, 260*, 276, 279*, 280, 281, 405*, 612, 708, 709, 711, 716; (voir *Aberration sphérique, Arc-en-ciel, Binocles, Caustiques, Chromatisme des lentilles, Constitution de la matière dans les corps biréfringents, Couleurs, Détermination de la vitesse de la lumière, Image de la lune qui semble agrandi près de l'horizon, Lanternes, Lentilles, Lentilles et lunettes fabriquées par les frères Huygens, Lunettes, Microscopes, Miroirs, Œuvres: Relation d'une observation, etc.; Astrocopia compendiaria; Traité de la lumière; Dioptrica; De coronis et parheliis, Phos-*

phorescence, Polarisation de la lumière, Problème d'Alhazen, Réfraction, Réfraction atmosphérique, Réfraction double, Théorie de la lumière).

PARABOLE. 128, 132, 200, 201, 217, 222; (voir *Cercle osculateur, Chaînette qui fait une parabole, Quadrature*).

PARABOLES ET HYPERBOLES DE DIVERS DEGRÉS. (voir *Courbe isochrone, Rayon de courbure et développée près du sommet d'une parabolôïde*). Centre de gravité. 365, 366. Quadrature. 132, 200, 365, 366, 375—377, 469, 470.

PARALLAXE. De la lune. 1, 3*, 4*, 125, 180. Des planètes. 4*, 180*. Du soleil. 125, 180*.

PENDULE (voir *Centre d'oscillation, Horloge, Machine pour assurer le mouvement des pendules sur mer, Variation de la longueur du pendule à secondes avec la latitude*).

PERCUSSION (voir *Centre de percussion, Œuvres: Regulae de motu corporum en mutuo impulsu; De Motu Corporum ex Percussione*).

PESANTEUR (voir *Gravité*).

PHILOLOGIE. 101, 273, 402, 488*; (voir *Langue universelle*).

PHILOSOPHIE. 82*, 88*, 99*, 105*, 108, 113, 142, 144*, 145*, 155*, 195*, 229*, 403*, 404*, 717; (voir *Constitution de la matière, Éther cosmique, Mouvement absolu et relatif, Œuvres: Christiani Hugonii ΚΟΣΜΟΘΕΛΠΟΣ, Philosophie Cartésienne, Philosophie d'Aristote, Philosophie de Baco, Philosophie de Démocrite, Philosophie d'Épicure, Philosophie de Gassendi, Philosophie de Leibniz, Polémique sur la question si l'essence des corps consiste dans l'étendue*).

PHILOSOPHIE CARTÉSIENNE. 7, 48*, 52*, 54*, 55, 81*, 82*, 89*, 90*, 99*, 100*, 104*, 105*, 108, 113*, 143*, 144, 168*, 179*, 195*, 196*, 197, 239*, 262*, 263*, 296, 298*—304*, 320*, 382, 387, 400*—406*, 426, 539*, 617*, 618*, 681*, 739*, 814; (voir *Polémique sur la question si l'essence des corps consiste dans l'étendue, Tourbillons Cartésiens*).

PHILOSOPHIE D'ARISTOTE. 105, 195*, 404*, 428*.

PHILOSOPHIE DE BACO. 263, 228*, 239*, 404*, 613.

PHILOSOPHIE DE DÉMOCRITE. 403*.

PHILOSOPHIE D'ÉPICURE. 403*.

PHILOSOPHIE DE GASSENDI. 404*.

PHILOSOPHIE DE LEIBNIZ. 52*, 286*, 300*—304*, 319*, 320*, 382, 384*—386*, 388*, 389*, 602*, 614*, 644*, 681*, 682*; (voir *Mouvement absolu et relatif*).

PHOSPHORE (voir *Phosphorescence*). Propriétés et fabrication du phosphore. 275, 276, 281—283, 688, 697.

PHOSPHORESCENCE. Par échauffement. 275, 281*, 282, 283.

PHYSIOLOGIE (voir *Génération des animaux et des plantes, Mécanisme de l'action des muscles, Théorie de la vision*).

PHYSIQUE. 105*, 142, 161*, 190*, 229, 239*, 303*, 308*, 313, 354*, 393, 401, 403*, 404*, 711; (voir *Acoustique, Adhésion, Attraction universelle, Baromètre, Cause de la rondeur des gouttes d'eau, Chaleur, Compression de l'air, Condensation de la vapeur par l'expansion de l'air, Constitution de la matière, Élasticité, Électricité, Éther cosmique, Expériences de physique, Gravité, Machines, Magnétisme, Mouvement perpétuel: Mouvement perpétuel de Jean Bernoulli fondé sur l'emploi d'une membrane demi-perméable, Optique, Physique mathématique,*

Pression supplémentaire d'une matière plus subtile que l'air, Principe de la conservation de l'énergie, Retardement de la formation du vide de Torricelli, Vide).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. 713*.

PLANÈTES (voir *Jupiter, Œuvres: Descriptio automati planetarii; Christiani Hugonii ΚΟΣΜΟΘΕΩΡΟΣ, Parallaxe, Saturne, Tables astronomiques, Tourbillons Cartésiens*). Aplatissement des planètes. 269*; Mouvement des planètes. 16, 125, 126, 181, 284*, 297, 298, 317*, 321*, 322, 324*, 385*, 426, 439*, 542*, 603, 605, 607*.

PLANIMÉTRIE. 322, 324.

POINTS DE REBOUSSEMENT (voir *Courbe de Bernoulli, Rayon de courbure et développée près du sommet d'une parabolöide*).

POINTS D'INFLEXION (voir *Rayon de courbure et développée près du sommet d'une parabolöide*).

POLARISATION DE LA LUMIÈRE. 284*, 643*.

POLÉMIQUE AVEC L'ABBÉ DE CATELAN. 477*, 497; (voir *Œuvres: Remarque de Mr. Huygens sur la Lettre précédente, et sur le récit de Mr. Bernoulli dont on y fait mention*).

POLÉMIQUE AVEC RENAULT À PROPOS DE SA THÉORIE DE LA MANOEUVRE DES VAISSEAUX. 478*, 523, 524, 525*—533*, 538, 548, 553*, 585*, 588*—596*, 611*, 621, 624*, 642, 643, 653*—658*, 663, 664, 669*, 681, 686*, 690*—695*, 705*, 706*; (voir pour les particularités: *Détermination de la situation la plus avantageuse de la quille d'un vaisseau pour gagner au vent, Détermination de la situation la plus avantageuse de la voile pour faire le plus de chemin dans une direction donnée, Détermination de la situation la plus avantageuse du gouvernail pour faire tourner le vaisseau le plus promptement, Œuvres: Remarque de Mr. Huguens sur le livre de la Manoeuvre des Vaisseaux, imprimé à Paris en 1689, in 8°. pagg. 117; Réplique de Mr. Huguens à la Réponse de Mr. Renault, Ingenieur general de la Marine en France; Raisons qu'à M. Huguens pour ne plus continuer la dispute avec Mr. Renault touchant sa Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux*).

POLÉMIQUE ENTRE VON TSCHIRNHAUS ET FATIO DE DUILLIER SUR LA CONSTRUCTION DES TANGENTES AUX COURBES DE VON TSCHIRNHAUS À PROPRIÉTÉS FOCALES. 715*.

POLÉMIQUE SUR LA QUESTION SI L'ESSENCE DES CORPS CONSISTE DANS L'ÉTENDUE. 179*, 296, 298*—300*; (voir encore au T. IX. 429*, 484*, 561*, 562*).

POLÉMIQUE SUR LA VRAIE MESURE, mv OU mv^2 , DE LA FORCE VIVE. 176*, 177*.

POMPE PNEUMATIQUE. 731*; (voir *Condensation de la vapeur par l'expansion de l'air, Œuvres: Nouvelles expériences du vuide avec la description des machines qui servent à les faire*).

PORTES D'ÉCLUSE. 394, 395*, 396*, 437, 441*, 450.

PRÉCESSION DES ÉQUINOXES. 321*, 384*, 425*, 426*, 431*.

PRESSION SUPPLÉMENTAIRE D'UNE MATIÈRE PLUS SUBTILE QUE L'AIR. 302*, 644*.

PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE. 303*.

PRINCIPE DU RESSORT. 659*, 660*, 664, 665*, 671*, 672*, 676*.

PRINCIPES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL (y compris les problèmes inverses des tangentes). 13*, 21*, 50*, 51*, 74*, 93*, 110*, 128*, 129*, 132*, 139*, 140*, 157*, 159*—161*, 184*, 189*, 190*, 197*—200*, 209*—211*, 213*, 214*, 217*, 222*, 224*, 226*, 227*, 228, 236*, 239*—243*, 249*—259*, 261*, 262*, 264, 271, 272*, 276, 277*, 279*,

280, 285*, 298*, 305*, 308*, 313*, 327*, 328*, 346, 350, 352, 354*, 361, 387*, 407*, 429*, 439*—441*, 449*, 452*, 453, 458*, 477, 485, 494*, 499*, 510*, 511*, 513*, 516*, 539*, 543*, 545, 562, 563, 567*, 569, 573*, 576*, 578*, 580, 598, 599, 607*, 610*, 611, 622*, 623*, 640*, 642*, 646*, 650*, 651, 665*, 666*, 669*, 672*, 675*, 676*, 680*, 684*, 687*, 697*, 698*, 713*, 715*—718*; (voir *Accusations de plagiat dirigées par Jo. Bernoulli contre de l'Hospital, Constantes d'intégration, Détermination d'une courbe quand sa quadrature est donnée, Différentiation des expressions transcendantes, Différentiation directe des irrationnelles, Différentielles de divers ordres, Équations différentielles, Intégrales, Méthode de quadrature de Fermat, Méthode des fluxions, Œuvres: Notes marginales dans l'exemplaire de Huygens des Acta eruditorum, Rivalité de Leibniz et de Newton à propos de l'invention du calcul différentiel et intégral, Séries, Théorème de Barrow, Théorème de de Roberval*).

PRINCIPES MATHÉMATIQUES DE LA FORTIFICATION. 604, 615.

PRIVILÈGES ET OCTROIS DE L'INVENTION DE L'HORLOGE À PENDULE. 725*.

PROBABILITÉS. 220; (voir *Degré de certitude à obtenir par les expériences de physique, Vie moyenne et probabilités de vie*).

PROBLÈME D'ALHAZEN. 497*, 548*, 570*, 571*; (voir *Œuvres: Contributions aux: Excerpta ex nonnullis scriptis de famigerato Alhazeni problemate; Construction d'un problème d'optique*).

PROBLÈME DE BERNOULLI PROPOSÉ EN 1693 (voir *Courbe de Bernoulli*).

PROBLÈME DE DE BEAUNE. 312*, 313*, 352*, 353*, 387, 391*—393*, 416*, 417*, 429*, 432*, 437, 438*—440*, 449*, 452*, 460*, 476*, 484*, 511*, 541*. Asymptote, aire et centre de gravité de l'aire de la courbe de de Beaune, cubature de ses solides de révolution et centres de gravité des demi-solides. 392*; Rectification. 392*, 393*, 449*, 476*, 484*, 815*.

PROBLÈME DÉLIAQUE (voir *Duplication du cube*).

PROBLÈME DE VIVIANI. 329*, 336*, 337*, 346*, 354*.

PROBLÈME DU PONT-LEVIS. 712.

PROBLÈMES DIVERS. (voir *Chainette, Courbe isochrone, Courbe isochrone paracentrique, Division d'un angle dans un rapport donné, Division d'un trapèze hyperbolique en raison donnée, Problème d'Alhazen, Problème de Bernoulli proposé en 1693, Problème de de Beaune, Problème Déliaque, Problème de Viviani, Problème du pont-levis*).

QUADRATRICE DE DINOSTRATE. 14. Construction de la tangente. 437, 440*.

QUADRATURE APPROXIMATIVE D'UNE AIRE PLANE. 97*, 159, 193; (voir *Intégrales diverses $\int \sec \varphi d\varphi$*).

QUADRATURE ARITHMÉTIQUE DE LEIBNIZ. 228.

QUADRATURE AU MOYEN DE SÉRIES À NOMBRE FINI DE TERMES. 432*, 437, 440*, 460, 462*—464*, 471*—473*, 482*—484*, 492*, 493*, 523*, 538, 549*, 550*, 565*, 567*, 569, 577, 578*, 580*, 610*, 621, 622, 646, 651, 664, 669, 675, 687, 815*.

QUADRATURE DE SURFACES COURBES (voir *Chainette: Quadrature de la surface de révolution, Logarithmique, Traîtrice*). Cylindre. 65; Sphère. 65, (voir *Problème de Viviani*).

QUADRATURE DE SURFACES PLANES. 13*, 80*, 92*, 140*, 219*, 222*, 228, 240, 245*, 246*, 254*—256*, 258*, 259*, 261*, 264, 268, 270*, 271*, 276, 277*, 278*, 285*, 298*, 308,

309*, 313, 346, 445, 563; (voir *Détermination d'une courbe quand sa quadrature est donnée, Intégrales, Machine de Leibniz pour servir à la quadrature de toutes les courbes géométriques, Méthode de quadrature de Fermat, Quadrature approximative d'une aire plane, Quadrature arithmétique de Leibniz, Quadrature au moyen de séries en nombre fini de termes, Quadrature et centres de gravité de courbes définies par leur équation différentielle, Théorème de Barrow, Théorème de de Roberval, Théorème de Newton sur l'impossibilité de la quadrature générale et absolue d'une courbe algébrique fermée*). Cercle 13, 41*, 84*, 215*, 223, 234, 235, 244, 246*, 248, 264, 265, 298*, 352, 620, 661*, 664, 668; (voir *Œuvres: Exetasis cyclometriae* Cl. Viri. Gregorii à S. Vincentio; *Theoremata de Quadratura hyperboles, ellipsis et circuli, ex dato portionum gravitatis centro; De Circuli Magnitudine inventa, Quadratrice de Dinostrate*); Cycloïde. 224*, 486*; Ellipse. 84*; Hyperbole. 9*—11*, 13, 17*, 18*, 27*—30*, 34, 35*, 37, 42—45, 47, 49, 111, 112, 182, 215*, 223, 228, 234, 235, 248, 265, 326, 342, 349, 352, 407, 413, 484, 498, (voir *Division d'un trapèze hyperbolique en raison donnée, Œuvres: Theoremata de Quadratura hyperboles, ellipsis et circuli, ex dato portionum gravitatis centro; Traçtrice: Quadrature de l'hyperbole au moyen de la traçtrice*); Lunule d'Hippocrate. 240, 261*, 262*; Parabole. 309; (voir encore pour la quadrature d'autres courbes: *Chainette, Courbe de Gutschoven, Courbes diverses, Courbes transcendantes définies par leur équation différentielle, Folium de Descartes, Logarithmique, Paraboles et hyperboles de divers degrés, Problème de de Beaune, Traçtrice*); Réduction d'une quadrature, si possible, à celle du cercle ou de l'hyperbole ou à la rectification de la parabole. 160*, 189*, 223*, 271*, 285*, 534, 575*, 661*, 664, 666, 668*, 676, (voir *Chainette, Loxodromie*), à la rectification d'une courbe. 190*, 541*.

QUADRATURE ET CENTRE DE GRAVITÉ DE COURBES DÉFINIES PAR LEUR EQUATION DIFFÉRENTIELLE. Courbe de de Beaune. 392*; Courbe $ydx = xdy \pm ydy$, 448*, 451, 475*, 478*—480*, 482*.

RAYON DE COURBURE (voir *Cercle osculateur, Chainette, Développées, Logarithmique, Rayon de courbure et développée près du sommet d'une paraboloïde*).

RAYON DE COURBURE ET DÉVELOPPÉE PRÈS DU SOMMET D'UNE PARABOLOÏDE. 585*—587*, 621, 624*, 625*, 626, 686, 687*.

RECTIFICATION. 190*, 235, 541*, 666; (voir *Développantes: Emploi des développantes pour la rectification d'une courbe; Quadrature: Réduction d'une quadrature, si possible, à celle du cercle ou de l'hyperbole ou à la rectification de la parabole*). Catacaustique du cercle pour le cas de rayons parallèles. 72*, 73*, 80, 715*, 716*; Cycloïde 486; (voir encore pour la rectification d'autres courbes: *Chainette, Courbe d'intersection d'une sphère et d'un cylindre à diamètres égaux, Logarithmique, Loxodromie, Problème de de Beaune, Traçtrice*).

RÉFRACTION (voir *Diacausiques, Réfraction atmosphérique, Réfraction double, Théorie de la lumière*). Loi de la réfraction. 58*, 85*, 167, 203, 405*, 406*, 601*, 602*, 611*—613*, 643*.

RÉFRACTION ATMOSPHÉRIQUE. 6*, 322, 323*.

RÉFRACTION DOUBLE. 5*, 58*, 119, 167, 177*—179*, 284*, 612*, 613*, 643*, 682; (voir *Constitution de la matière dans les corps biréfringents*).

REMARQUES CRITIQUES SUR LES „PRINCIPIA” DE NEWTON. 9, 10, 18*—20*, 27*—29*, 33*, 34*, 38*, 146*—155*, 163*, 168*, 209*, 213*, 215*, 219, 239*, 241*, 242, 259*, 261*, 279, 318*, 346, 354*, 384*, 385*, 567*, 609, 614*, 645*, 682*; (voir *Rivalité de Leibniz et de Newton à propos de l'invention du calcul infinitésimal, Rotation absolue, Théorème de Newton sur l'impossibilité de la quadrature générale et absolue d'une courbe algébrique fermée*).

RÉSISTANCE CONTRE UNE SURFACE SPHÉRIQUE SE MOUVANT DANS UN FLUIDE. 154.

RÉSISTANCE DE L'AIR ET DES LIQUIDES À LA CHUTE DES CORPS (voir *Mouvement rectiligne et curviligne sous l'influence de la résistance du milieu, Résistance du milieu au mouvement des corps*).

RÉSISTANCE DU MILIEU AU MOUVEMENT DES CORPS (voir *Courbe de la voile, Résistance contre une surface sphérique se mouvant dans un fluide, Résistance de l'air et des liquides à la chute des corps*). Expériences. 19*; Théorie. 525*, 531*, 554*, 564*, 577*, 589—591, 593, 657*, 693, 705*, 706*.

RÉSOLUTION PAR CONSTRUCTION DES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES. 228, 499*, 513, 576*, 577, 642*; (voir *Duplication du cube, Division de l'angle dans une raison donnée*).

RETARDEMENT DE LA FORMATION DU VIDE DE TORRICELLI. 644*; (voir *Œuvres: Lettre touchant les phénomènes de l'Eau purgée d'air, Pression supplémentaire d'une matière plus subtile que l'air*).

RIVALITÉ DE LEIBNIZ ET DE NEWTON À PROPOS DE L'INVENTION DU CALCUL INFINITÉSIMAL. 214*, 242*, 243, 257*, 258*, 259, 270*, 272, 285*, 622*, 623*, 640*, 646*, 651, 661, 675*, 676*.

ROTATION ABSOLUE (voir *Force centrifuge: Peut-on reconnaître la rotation absolue aux effets de la force centrifuge*).

SATELLITES (voir *Jupiter, Lune, Saturne*).

SATURNE (voir *Œuvres: Systema Saturnium*). Satellites de Saturne en général¹ 152, 488*, 490*).

SÉRIES (voir *Développements en série des expressions goniométriques, Développement en série des expressions logarithmiques, Formule du binôme de Newton pour les valeurs fractionnaires ou négatives de l'exposant, Méthode de résolution des équations différentielles par les séries infinies, Quadrature au moyen de séries à nombre fini de termes*).

SOLEIL. 324, 404; (voir *Éclipses, Parallaxe, Tâches du Soleil*).

SON MUSICAL CAUSÉ PAR LA RÉFLEXION D'UN BRUIT CONTINUËL SUR LES MARCHES D'UN ESCALIER. 571*.

SPHÈRE (voir *Courbes gauches, Problème de Viviani, Quadrature de surfaces courbes*).

SPIRALE LOGARITHMIQUE. La développée d'une spirale logarithmique est encore une spirale logarithmique. 119*.

STATIQUE. 218*, 402*, 651*; (voir *Centre de gravité, Chaînette, Chaînettes à densité inégale, Chaînettes extensibles, Courbe de la voile, Courbe élastique ou du ressort, Œuvres: Démonstration de l'équilibre de la balance, Problème du pont-levis*).

SYSTÈMES DU MONDE. 317*—319*, 426*, 427, 603*, 606*, 609*, 612*, 644*, 645; (voir *Œuvres: Descriptio automati planetarii Christiani Hugonii ΚΟΣΜΟΘΕΟΡΟΣ, sive de Terris*

- coelestibus, earumque ornatu, Conjecturae, *Tourbillons Cartésiens*). De Hartfoeker. 324; de Kopernik. 5, 107*, 108*, 113, 404*, 456*, 681*; des anciens. 257*, 259*, 260*.
- TABLES ASTRONOMIQUES. 3, 8*, 285, 322, 324*, 486*, 658*; (voir *Jupiter*: Satellites de Jupiter).
- TABLES DES SÉCANTES. 189*, 228*.
- TACHES DU SOLEIL. 645.
- TANGENTES. 80, 315*, 393*, 623, 631, 632; (voir *Méthode de de Roberval pour la construction des tangentes*, *Œuvres*: Regula ad inveniendas tangentes curvarum). Courbes de von Tschirnhaus à propriétés focales 715*; (voir pour les autres courbes: *Chainette*, *Quadratrice de Dinostrate*); Problème inverse des tangentes (voir *Principes du calcul différentiel et intégral*).
- TÊTE PARLANTE. 355, 394.
- THÉORÈME DE BARROW. 211*, 245*, 249*, 251*, 253*, 264, 277*, 361*, 444*, 563, 630, 633, 634, 636*.
- THÉORÈME DE DE ROBERVAL. 309*, 356*, 420*, 421*, 814*.
- THÉORÈME DE NEWTON SUR L'IMPOSSIBILITÉ DE LA QUADRATURE GÉNÉRALE ET ABSOLUE D'UNE COURBE ALGÈBRE FERMÉE. 51*, 55, 57*, 83*, 84*, 94*, 150*.
- THÉORIE DE FATIO DE DUILLIER SUR LA CAUSE DE LA GRAVITÉ. 152*, 257*, 271*, 346*, 354*, 602*, 603*, 606*—609*, 613*, 643*, 644*, 669*.
- THÉORIE DE LA LUMIÈRE. 104*, 203*, 431*, 601*, 602*, 611*—613*, 644, 709*; (voir *Théorie de la lumière et des couleurs de Newton*, *Théorie de la vision*, *Théorie ondulatoire de la lumière*).
- THÉORIE DE LA LUMIÈRE ET DES COULEURS DE NEWTON. 229*, 431, 601*, 602*, 606*, 609, 612*, 613*, 651.
- THÉORIE DE LA VISION. 403*, 404*.
- THÉORIE MÉCANIQUE DE LA CHALEUR. 239*, 404*, 811*.
- THÉORIE ONDULATOIRE DE LA LUMIÈRE. 167*, 168*, 178*, 203*, 204, 601*, 602*, 605*—607*, 611*, 612*, 643* (voir *Œuvres*: Traité de la lumière).
- THERMOMÈTRE. 710.
- TOURBILLONS CARTÉSIENS. 16, 104*, 284*, 285, 297*, 316*—319*, 321*, 384*, 385*, 403*, 425*, 426*, 431*, 439, 509, 603, 605, 607*.
- TRACTRICE. 388*, 408*, 430, 438, 496, 510, 516*, 517*, 540*, 579*, 611; (voir *Chainette*: Construction par points, *Logarithmes*: Construction ou moyen de la traîtice, *Traîtice circulaire*, *Traîtice générale*). Construction au moyen des logarithmes. 420*; Cubature du solide de révolution auteur de l'asymptote. 409*, 421*; Description mécanique (voir *Machines pour décrire la traîtice*); Équation analytique. 420*; Quadrature. 409*, 420*; Quadrature de la surface de révolution, 409*, 421*; Quadrature de l'hyperbole au moyen de la traîtice. 388*, 409*, 411*, 412*, 418*, 430, 510*, 514, 540*, 579*; Rectification de la traîtice. 408*, 409*, 419*; Vérification de la description mécanique. 411*, 420*.
- TRACTRICE CIRCULAIRE. 422*.
- TRACTRICE GÉNÉRALE. 514*, 517*, 518*, 540*, 611, 672; (voir *Machine de Leibniz pour servir à la quadrature de toutes les courbes géométriques*).
- TRAVAUX PUBLICS (voir *Amélioration des fleuves*, *Portes d'écluse*, *Principes mathématiques de la fortification*).
- Œuvres. T. X.

TREMBLEMENTS DE TERRE. 380.

TRIGONOMÉTRIE (voir *Développement en série des expressions goniométriques, Tables des sécantes*).

VAISSEAUX SOUSMARINS. 119*—123*, 164*, 165*, 175*, 176*, 707*, 709*.

VALEUR DE L'APLATISSEMENT DE LA TERRE. 125*, 126*, 180*, 181*, 229*, 261*, 263*, 268, 269*, 285*, 298*.

VARIATION DE LA LONGUEUR DU PENDULE À SECONDES AVEC LA LATITUDE. 269*, 341*, 389*, 390, 397, 607*.

VARIATIONS DU MAGNÉTISME TERRESTRE. Cause de ces variations. 15*, 52*, 55, 58*, 85*, 682*.

VENTILATEUR CENTRIFUGE DE PAPIN. 122*—124*.

VERRES BRÛLANTS. 276, 278*, 279*, 280, 287*, 289, 683*, 684*, 697*, 714*.

VIBRATIONS DES RESSORTS. 52*, 55, 58*.

VIDE. 410; (voir *Œuvres: Nouvelles expériences du vuide et des machines qui servent à les faire, Pompe pneumatique, Retardement de la formation du vide de Torricelli*). Expériences sur le vide. 22, 702*.

VIE MOYENNE ET PROBABILITÉS DE VIE. 728*, 729*.

VITESSE DU SON. 151*, 152*, 155*.

ZOOLOGIE. 322; (voir *Génération des animaux et des plantes, Observations microscopiques*).

ADDITIONS ET CORRECTIONS.

AU TOME I.

<i>Page</i>	<i>Au lieu de</i>	<i>lisez</i>
15 ligne 1	invention de Mathematique	invention de Mathematique ^{3*})
	<i>et ajoutez la note: 3*)</i> De la pièce N°. 2724 (voir le Tome X à la page 217), il résulte, qu'il s'agit de la démonstration „de ce qu'une corde ou chaîne „pendue ne fait point une parabole, et quelle doit estre la pression sur une „corde mathématique ou sans gravité pour en faire une”, envoyée ensuite à Mersenne. Comparez les Lettres N°. 14, vers la fin, et N°. 20.	

AU TOME IV.

238 note 1	Remplacez la dernière phrase de cette note par la suivante: Mais on rencontre une discussion de la courbe, communiquée par Hudde, dans les „Exercitationes Mathematicae” de van Schooten (voir les pages 493 et 407—499 de l'ouvrage cité dans la Lettre N°. 128, note 3).
------------	--

AU TOME VI.

91 en-tête de la Lettre N°. 1566.	à Louis Huygens	à Paris ce 3 décembre 1666.
	<i>et dans la lettre même:</i>	
„ ligne 2	surtout	sur tout
	des gens	de gens
„ „ 5	Zuylichem	Zulichem
„ „ 6	Teste	teste
„ „ 7	cela	cecy
92 „ 6	Rivere	riviere

AU TOME VII.

3 note 8	Ajoutez à cette note: Dans cet ouvrage Boyle s'applique à démontrer qu'il n'y a rien qui nous empêche de supposer que même dans les corps les plus durs les particules sont dans un mouvement continuel.
----------	--

- | <i>Page</i> | <i>Au lieu de</i> | <i>lisez</i> |
|---------------------------|---|--|
| 95 et 103. <i>en-tête</i> | des Lettres Nos. 1839 et 1843.
<i>Ajoutez</i> : Christiaan Huygens y répondit par le N°. 1844a; voir le Supplément du Tome X. | |
| 208 <i>note</i> | 1 vaanders | vaarders |
| 212 <i>en-tête</i> | de la Lettre N°. 1903.
<i>Ajoutez</i> : La lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard.
<i>et dans la lettre la date</i> : A Paris ce 5 aost 1672.
<i>Corrigez de plus d'après l'original.</i> | |
| „ <i>ligne</i> | 1 celuy ci | cettuy ci |
| „ „ | 16 desmeurer | demeurer |
| „ „ | 18 On dit | L'on dit |
| 213 „ | 1 depuis vostre | depuis la date de vostre |
| „ „ | 3 lundy | lundi |
| „ „ | 18 aussi en general | en general aussi |
| „ „ | 19 accroire | acroire |
| 214 <i>Ajoutez</i> : | à la fin de la Lettre. Je salue treshumblement tous les amis. | |
| 218 <i>en-tête</i> | de la Lettre N°. 1908.
<i>Ajoutez</i> : La Lettre se trouve à Houten, coll. van Rappard.
<i>et dans la lettre la date</i> : A Paris ce 4 septembre 1672.
<i>Corrigez de plus d'après l'original.</i> | |
| „ <i>ligne</i> | 9 dans les formes | contre les formes |
| 219 „ | 4 certainement | certainement par la gazette qui arrive |
| „ <i>note</i> | 5 <i>Ajoutez</i> : Elle se trouve toutefois dans l'original de la collection van Rappard. | |

AU TOME VIII.

- | | | |
|--------------------|--|----------------|
| 214 <i>note</i> | 5 <i>ligne</i> 3 Nos. 988, 1055 | Nos. 988, 1025 |
| 481 <i>ligne</i> | 11 f | 3 |
| 482 <i>en-tête</i> | de la Lettre N°. 2330.
<i>Ajoutez</i> : Chr. Huygens y répondit par le N°. 2335a, voir le Supplément du Tome X. | |

AU TOME IX.

- | | | |
|------------------|----------------|----------------------------|
| 110 <i>ligne</i> | 11 navis | naves |
| 123 „ | 13 revolve | resolvi |
| 135 „ | 7 cognoscas | cognosces |
| „ „ | 10 allaboremus | allaborem |
| 152 „ | 1 Geometricae | Geometricae ²) |
- et ajoutez la note* : On peut consulter sur cette courbe, inventée par von Tschirnhaus, dans l'„Intermédiaire des Mathématiciens” de janvier 1905, T. XII, p. 19—21, la réponse de M. P. Barbarin à la question 2380.

Page	Au lieu de	lisez
184 en-tête :	lettre	minute
„ ligne 18 d'en-bas	nimia	nimio
185 „ 3	ad	a. d.
„ „ 8 d'en-bas	rideo	video
235 en-tête	de la Lettre N°. 2495.	
	<i>Ajoutez :</i> Chr. Huygens y répondit par le N°. 2498a, voir le Supplément du Tome X.	
248 „	de la Lettre N°. 2504.	
	Elle fait suite au N°. 2495.	Elle est la réponse au N°. 2498a, voir le Supplément du Tome X.
284 ligne 16	Welck	Welck ^{9*})
	<i>et ajoutez a note :</i> ^{9*}) La soulignation de cette phrase et l'annotation a) ont été ajoutées probablement par Huygens pendant l'examen des Journaux de de Graaff, dont il est question dans la Lettre N°. 2786 du 10 Février 1693.	
331 note 2	ligne 17 le remarque Newton	le remarque Huygens
357 „ 2	<i>Ajoutez :</i> p. 105.	
391 en-tête	de la Lettre N°. 2572.	<i>Ajoutez :</i> Le sommaire en a été publié par P. J. Uylenbroek (Chr. Hugenii etc. Exercitationes Mathematicae, Fasc. II, p. 115).
489 ligne 10	verisimiliores habebuntur	verisimelior habebitur
498 note 9	<i>Biffez les derniers mots de cette note, à commencer par les mots „sans beaucoup” jusqu'à la fin; puisqu'en réalité les mots cités de Huygens ne se rapportent pas à la solution de Huygens de septembre 1690, mais à l'examen des solutions de Leibniz et de Bernoulli.</i>	
501 „ 6	l'avant-dernière ligne dans la note 21	dans la note 22.
502 ligne 1	curvae	curva
507 „ 2 d'en-bas	(puta arcus αζ)	(puta arcus αξ)
508 Fig. 5	<i>Placez la lettre ξ au point d'intersection de l'axe de cercle αζ avec la diagonale du carré.</i>	
„ note 22	ligne 3 de cette correspondance	de cette correspondance (voir les §§ II et III de la pièce N°. 2669).
509 „ 22	<i>l'avant-dernière ligne. Remplacez les mots :</i> le verra dans la dernière note de cet article <i>par :</i> l'a vu dans la note 6 de la pièce N°. 2624.	
513 ligne 3 d'en-bas	calculo	calculo (^{16*})
	<i>et ajoutez la note :</i> ^{16*}) Jean Bernoulli a publié plus tard le calcul de la catacaustique du cercle dans l'article de 1692 cité dans la Lettre N°. 2892, note 5.	
518 „ 8	dans mon calcul	dans mon calcul ^{8*})
	<i>et ajoutez la note :</i> ^{8*}) Consultez sur ce calcul la Lettre N°. 2876 et surtout la note 17 de cette lettre.	
519 „ 8 d'en-bas	ma maniere	ma maniere ^{12*})
	<i>et ajoutez la note :</i> ^{12*}) On peut consulter encore sur cette manière l'article de Leibniz cité dans la note 9 de la Lettre N°. 2893.	

AU TOME X.

<i>Page</i>	<i>Au lieu de</i>	<i>lisez</i>
16 ligne 7	$d'en\ bas\ xxyy^2 = a^4 - ayy^2$	$xxyy = a^4 - ayy$
„ note 16	1633	2633
48 en-tête	du N°. 2663 25 Février	7 Mars
52 ligne 14	parelies	parelies ^{15*)}
	<i>et ajoutez la note : 15*) Voir la note 31 de la Lettre N°. 2876.</i>	
81 „	du N°. 2675 ajoutez:	Huet y répondit par le N°. 2696
89 „	du N°. 2678 ajoutez:	Chr. Huygens y répondit par les Nos. 2686 ^{1*)} et 2711.
	<i>ajoutez la note: 1*) Comparez toutefois la note 3) de la Lettre N°. 2686.</i>	
104 note 3	ligne 3 de novembre	du 16 novembre
108 ligne 15	digneris	digneris ¹⁰⁾
	<i>et ajoutez la note: 10) Voir la Lettre N°. 2689</i>	
128 note 12	Biffez la note 1.	
135 figure	<i>Ajoutez la lettre V au point d'intersection de la ligne MW avec la chaînette.</i>	
136 note 5	ligne 5 ordonnée Vy	ordonnée VY
„ „ 5	„ 6 donc Vy	donc VY
143 ligne 1	$d'en\ bas\ a\ Leijde$	$a\ Leijde$ ^{1*)}
	<i>et ajoutez la note: 1*) Voir sur ces thèses la note 12 de la Lettre N°. 2711 et la Lettre N°. 2701^a (dans l'Appendice du Tome présent)</i>	
159 note 10	ligne 2 Histodromice	Histiodromice
163 „ 4	„ 4 2698	2693
166 en-tête	du N°. 2703 27 Octobre 1691	27 Octobre 1692 ^{1*)}
	<i>et ajoutez la note: 1*) Consultez la note 1 de la Lettre N°. 2772.</i>	
„ ligne 5.	Biffez: 27 Oct. 1691.	
186 figure.	<i>Ajoutez trois fois au côté droit de la figure la lettre S qui représente le point à l'infini commun aux courbes AT, AV et à la droite PW.</i>	
194 en-tête	du N°. 2711 au N°. 2701	aux Nos. 2678 et 2701
246 note 11	ligne 1 BE ²	Be ²
257 „ 3	mars	février
„ „ 3	des Lettres Nos. 2667	des Lettres Nos. 2660 (p. 21), 2667,
296 en-tête	du N°. 2759 par le N°. 2765	par le N°. 2766
298 note 10	ligne 1 dans la note 3	dans la note 5
300 „ 20	„ 1 „ „ „ 22	„ „ „ 23
303 „ 31	„ 5 „ „ „ 25	„ „ „ 26
„ „ 32	„ 1 „ „ „ 22	„ „ „ 23
309 „ 2.	<i>Ajoutez: Consultez sur l'origine de ce théorème la note 8 de la pièce N°. 2794.</i>	
310 ligne 2	$d'en\ bas\ asumptoton$	asymptoton
356 „ 7	spatio FBAK	spatio FBAK ^{2*)}
	<i>et ajoutez la note: 2*) Par le théorème de de Roberval. Voir la note 8 de la pièce N°. 2794.</i>	

Page		Au lieu de	lisez
368	ligne 2	d'en-bas pridus	prius
381	" 6	Beverland ²⁾	Beverland ⁵⁾
"	" 8	Halewijn ³⁾	Halewijn ⁶⁾
<i>et changez à cette même page les numéros 2 et 3 des notes en 5 et 6</i>			
401	note 14	ligne 2 ouvrage	ouvrage imprimé
"	" 14	" 3 note ¹⁾ .	note ¹⁾ et quelques uns de ses ouvrages manuscrits ou projetés entre autres : „De iis quae liquido supernatant”.
407	ligne 5	d'en bas fait	sait
414	" 1	les a conduits	les a conduits ^{26*)}
<i>et ajoutez la note ^{26*)} Consultez pour ce qui regarde Jean Bernoulli la note 6 de la pièce N°. 2778 et quant à Leibniz la Lettre N°. 2876 et surtout la note 17 de cette Lettre.</i>			
425	note 5	de la page précédente ligne 3 d'en bas.	1693, p. 495 1693, p. 475
429	" 6	dernière ligne de la note 13	de la note 14
464	ligne 3	On m'a promis	On m'a promis ^{21*)}
<i>et ajoutez la note ^{21*)} Il s'agit de David Gregory; comparez la Lettre N°. 2859 à la page 622.</i>			
"	note 21	<i>Ajoutez à cette note : Consultez encore sur cette même règle la lettre de Gregory du 21 juillet 1692 publié par Wallis au Cap. 95, p. 377, de son ouvrage.</i>	
473	ligne 5	$\times (sx + a)^m$	$\times (sx^n + a)^m$
484	note 13	des deux courbes logarithmiques	de la courbe logarithmique et de la courbe de de Beaune. Comparez la Lettre N°. 2787 à la page 392 et N°. 2805 à la page 449.
497	" 26	ligne 3 d'en-bas note 21	note 22
512	ligne 4	d'en-bas Bernouliano	Bernoulliano
517	" 2	1 pem	spem
"	note 5	" 7 Bulletino	Bullettino
"	" 5	" 3 d'en-bas Tangenitbus	Tangentibus
525	" 4	" 3 Renaud	Renau
528	" 8	" 7 d'en-bas Renaud	"
601	" 9	" 2 Martin	Martino
"	" 10	" 7 d'en-bas R. Hoocke in	R. Hoocke in
673	ligne 2	Bernoulio	Bernoullio
709	note 13	dernière-ligne Konanski	Konarski
744	ligne 9	d'en-bas. Biffez la lettre 2703 qui est du 27 octobre 1692.	
746	" 4	" Intercalez la lettre 2703 du 27 octobre 1692. J. de Graaff à Christiaan Huygens.	

SOMMAIRE.

CORRESPONDANCE. LETTRES N ^o . 2655—2894	1
SUPPLÉMENT	723
TABLES.	
I. LETTRES	743
II. LISTE ALPHABÉTIQUE DE LA CORRESPONDANCE	751
III. PERSONNES MENTIONNÉES DANS LES LETTRES	758
IV. OUVRAGES CITÉS DANS LES LETTRES	775
V. MATIÈRES TRAITÉES DANS LES LETTRES	788
ADDITIONS ET CORRECTIONS	811

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

Q
113
H89
1888
t.10

Huygen, Christiaan
Oeuvres complètes

Physical &
Applied Sci.

